

Dérivation – Série 1 – Correction

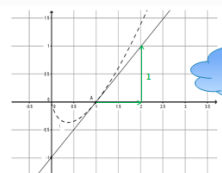
CONSIGNE

Déterminer par lecture graphique le nombre dérivé.

f est une fonction dont la courbe représentative et la tangente en A à cette courbe sont tracées dans un repère.
Déterminer le nombre dérivé demandé.

Question 1

Déterminer $f'(1)$.



$f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente en A

$$f'(1) = 1$$

Question 2

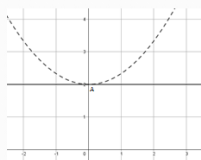
Déterminer $f'(2)$.



$$f'(2) = 3$$

Question 3

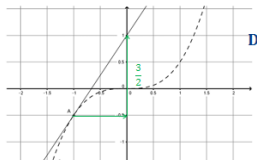
Déterminer $f'(0)$.



$$f'(0) = 0$$

Question 4

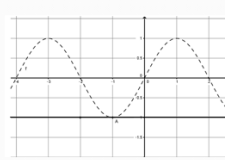
Déterminer $f'(-1)$.



$$f'(-1) = \frac{3}{2}$$

Question 5

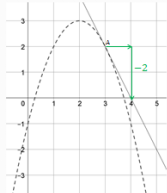
Déterminer $f'(-1)$.



$$f'(-1) = 0$$

Question 6

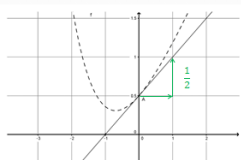
Déterminer $f'(3)$.



$$f'(3) = -2$$

Question 7

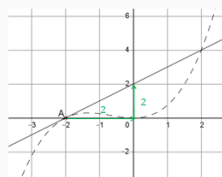
Déterminer $f'(0)$.



$$f'(0) = \frac{1}{2}$$

Question 8

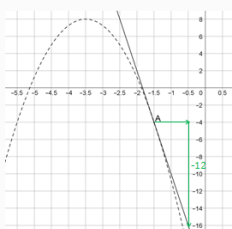
Déterminer $f'(-2)$.



$$f'(-2) = 1$$

Question 9

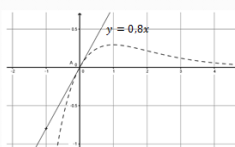
Déterminer $f'(-\frac{3}{2})$.



$$f'(-\frac{3}{2}) = -12$$

Question 10

Déterminer $f'(0)$.



$$f'(0) = 0,8$$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation – Série 2 – Correction

CONSIGNE

Déterminer la fonction dérivée de f .

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné.
Déterminer la fonction dérivée de f .

Question 1

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -7$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$

Question 2

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x + 5$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 1$

Question 3

f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t^2$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = 2t$

Question 4

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3x^2$

Question 5

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Question 6

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Question 7

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x + \sqrt{2}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -1$

Question 8

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{3}{2}$

Question 9

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^5$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 5x^4$

Question 10

f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t^6$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = 6t^5$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation – Série 3 – Correction

CONSIGNE

Déterminer la fonction dérivée de f .

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné.
Déterminer la fonction dérivée de f .

Question 1

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -7x + \frac{3}{4}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -7$

Question 2

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 8x + 1$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x - 8$

Question 3

f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = 3t^2 - t + 7$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = 6t - 1$

Question 4

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 5x^3 - 8x^2 + x$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 15x^2 - 16x + 1$

Question 5

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -7x^4 + \frac{1}{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -28x^3 - \frac{1}{x^2}$

Question 6

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{4}{x} + 3$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x^2}$

Question 7

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 4\sqrt{x} - \sqrt{5}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = 2x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}}$

Question 8

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -7x^5 - \frac{x^2}{2} + \frac{2}{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -35x^4 - x - \frac{2}{x^2}$

Question 9

f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t(4t^2 - 5)$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f(t) = 4t^3 - 5t$
D'où $f'(t) = 12t^2 - 5$

Question 10

Soient L une constante positive et
 f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^4 - 2Lx^3 + L^3x$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 4x^3 - 6Lx^2 + L^3$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation – Série 4 – Correction

CONSIGNE

Répondre à la question posée.

f est une fonction et \mathcal{C} est sa courbe représentative dans un repère du plan.
Dans chaque cas, répondre à la question posée.

Question 1

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x - 7$

Calculer $f'(-4)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3$ donc $f'(-4) = 3$.

Question 2

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x - 7$

Calculer l'ordonnée du point de \mathcal{C} d'abscisse -4 .

$f(-4) = 3 \times (-4) - 7 = -19$
donc l'ordonnée du point de \mathcal{C} d'abscisse -4 est -19 .

Question 3

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{7}$

Calculer $f'(1)$ et $f'(-2)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -\frac{3}{4}$
donc $f'(1) = f'(-2) = -\frac{3}{4}$.

Question 4

f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = -8$

Calculer $f(\sqrt{2})$ et $f'(\sqrt{2})$.

$f(\sqrt{2}) = -8$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = 0$ donc $f'(\sqrt{2}) = 0$.

Question 5

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$

Calculer $f'(-4)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x$
donc $f'(-4) = 2 \times (-4) = -8$.

Question 6

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$

Calculer le coefficient directeur de la tangente T à \mathcal{C} au point d'abscisse 3 .

Le coefficient directeur de T est $f'(3)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x$
donc le coefficient directeur de T est 6 .

Question 7

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$

Calculer $f'(2)$.

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
donc $f'(2) = -\frac{1}{4}$.

Question 8

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$

Calculer $f(1)$ et $f'(1)$.

$f(1) = 1$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
donc $f'(1) = \frac{1}{2}$.

Question 9

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^3$

Calculer le coefficient directeur de la tangente T à \mathcal{C} au point d'abscisse 2 .

Le coefficient directeur de T est $f'(2)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 6x^2$
donc le coefficient directeur de T est 24 .

Question 10

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + x$

Calculer l'abscisse du point de \mathcal{C} en lequel la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

On résout dans \mathbb{R} l'équation $f'(x) = 0$

$$2x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation – Série 5 – Correction

CONSIGNE

Pour les quatre premières diapositives, trouver la ou les erreur(s) et pour les six autres, répondre à la question posée.

f est une fonction dérivable sur son ensemble de définition.
Trouver la ou les erreur(s) dans chacun des tableaux.

Question 1

| | | | |
|-------------------|----|----|---|
| x | -4 | -1 | 7 |
| Signe de f' | + | 0 | - |
| Variations de f | 6 | 1 | 9 |

Question 2

| | | | | |
|-------------------|-----------|----|----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | -2 | $+\infty$ |
| Signe de f' | - | + | 0 | - |
| Variations de f | 2 | 0 | 0 | |

Question 3

| | | | | |
|-------------------|-----|----|---|----|
| x | -10 | -1 | 2 | 5 |
| Signe de f' | - | 0 | + | - |
| Variations de f | -6 | -5 | 1 | -3 |

Question 4

| | | | |
|-------------------|----|---|---|
| x | -3 | 2 | 4 |
| Signe de f' | | + | |
| Variations de f | -4 | 0 | 6 |
| Signe de f | - | + | + |

f est une fonction dérivable sur $[-5; 6]$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère du plan.
A l'aide du tableau de variations de f , répondre à la question posée.

Question 5

| | | | | |
|-------------------|----|----|---|---|
| x | -5 | -3 | 4 | 6 |
| Signe de f' | 0 | + | 0 | - |
| Variations de f | -4 | 0 | 2 | 1 |

Déterminer le coefficient directeur de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 4.

Question 6

| | | | | |
|-------------------|----|----|---|---|
| x | -5 | -3 | 4 | 6 |
| Signe de f' | 0 | + | 0 | - |
| Variations de f | -4 | 0 | 2 | 1 |

Résoudre dans $[-5; 6]$ l'équation $f'(x) = 0$.

Question 7

| | | | | |
|-------------------|----|----|---|---|
| x | -5 | -3 | 4 | 6 |
| Signe de f' | 0 | + | 0 | - |
| Variations de f | -4 | 0 | 2 | 1 |

Résoudre dans $[-5; 6]$ l'inéquation $f(x) > 0$.

L'ensemble des solutions dans $[-5; 6]$ de cette inéquation est $] -3; 6]$

Question 8

| | | | | |
|-------------------|----|----|---|---|
| x | -5 | -3 | 4 | 6 |
| Signe de f' | 0 | + | 0 | - |
| Variations de f | -4 | 0 | 2 | 1 |

Résoudre dans $[-5; 6]$ l'inéquation $f'(x) \leq 0$.

L'ensemble des solutions dans $[-5; 6]$ de cette inéquation est $\{-5\} \cup [4; 6]$

Question 9

| | | | | |
|-------------------|----|----|---|---|
| x | -5 | -3 | 4 | 6 |
| Signe de f' | 0 | + | 0 | - |
| Variations de f | -4 | 0 | 2 | 1 |

Déterminer une équation de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse -5.

$f'(-5) = 0$ et $f(-5) = -4$
Donc une équation de cette tangente est $y = -4$.

Question 10

| | | | | |
|-------------------|----|----|---|---|
| x | -5 | -3 | 4 | 6 |
| Signe de f' | 0 | + | 0 | - |
| Variations de f | -4 | 0 | 2 | 1 |

Déterminer les réels x tels que $f'(x) > 0$ et $f(x) \leq 0$.

L'ensemble des réels x tels que $f'(x) > 0$ et $f(x) \leq 0$ est $] -5; -3]$.

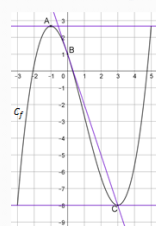
Dérivation – Série 6 – Correction

CONSIGNE

Répondre à la question posée.

f est une fonction définie et dérivable sur $[-3; 5]$ et C_f sa courbe représentative dans un repère du plan. Les droites tracées sont les tangentes à C_f en A, B et C. Répondre à la question posée.

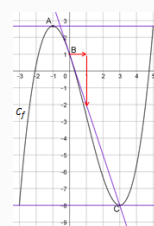
Question 1



Déterminer $f'(3)$.

$$f'(3) = 0$$

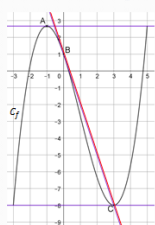
Question 2



Déterminer $f'(0)$.

$$f'(0) = -3$$

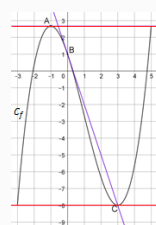
Question 3



Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.

$$y = -3x + 1$$

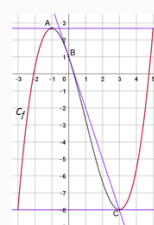
Question 4



Résoudre dans $[-3; 5]$ l'équation $f'(x) = 0$.

Les solutions sont -1 et 3.

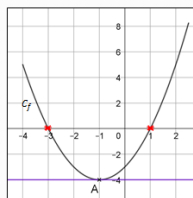
Question 5



Résoudre dans $[-3; 5]$ l'inéquation $f'(x) > 0$.

L'ensemble des solutions est $[-3; -1[\cup]3; 5]$

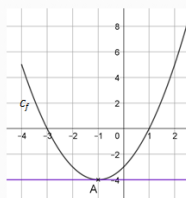
Question 6



Résoudre dans $[-4; \frac{5}{2}]$ l'équation $f(x) = 0$.

Les solutions sont -3 et 1.

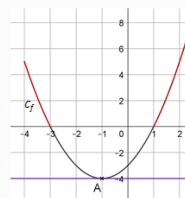
Question 7



Résoudre dans $[-4; \frac{5}{2}]$ l'équation $f'(x) = 0$.

La solution est -1.

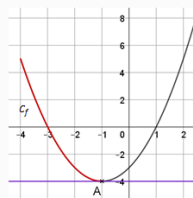
Question 8



Résoudre dans $[-4; \frac{5}{2}]$ l'inéquation $f(x) > 0$.

L'ensemble des solutions est $[-4; -3[\cup]1; \frac{5}{2}]$

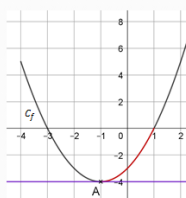
Question 9



Résoudre dans $[-4; \frac{5}{2}]$ l'inéquation $f'(x) \leq 0$.

L'ensemble des solutions est $[-4; -1]$.

Question 10



Déterminer l'ensemble des réels x de $[-4; \frac{5}{2}]$ tels que $f(x) \leq 0$ et $f'(x) > 0$.

L'ensemble des solutions est $] -1; 1]$.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation – Série 7 – Correction

CONSIGNE

La dérivée de la fonction f étant donnée, déterminer le sens de variation de la fonction f .

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I et f' sa fonction dérivée.
Déterminer le sens de variation de f sur I .

Question 1

$$I =]-\infty; 0]$$
$$f'(x) = -3x + 2$$

Pour tout $x \leq 0$, $f'(x) > 0$

La fonction f est strictement croissante sur I .

Question 2

$$I = [0; +\infty[$$
$$f'(x) = -7x - 3$$

Pour tout $x \geq 0$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I .

Question 3

$$I = \mathbb{R}$$
$$f'(x) = x^2 + 2$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$

La fonction f est strictement croissante sur I .

Question 4

$$I = \mathbb{R}$$
$$f'(x) = -2x^2 - 5$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I .

Question 5

$$I =]-\infty; 0[$$
$$f'(x) = \frac{7}{x}$$

Pour tout $x < 0$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I .

Question 6

$$I =]-\infty; 0[$$
$$f'(x) = \frac{\sqrt{2}-1}{x^2}$$

Pour tout $x < 0$, $f'(x) > 0$

La fonction f est strictement croissante sur I .

Question 7

$$I =]-\infty; 0[$$
$$f'(x) = -\frac{5}{x} + 1$$

Pour tout $x < 0$, $f'(x) > 0$

La fonction f est strictement croissante sur I .

Question 8

$$I =]-\infty; -5[$$
$$f'(x) = \frac{x}{(x+5)^2}$$

Pour tout $x < -5$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I .

Question 9

$$I =]0; +\infty[$$
$$f'(x) = \frac{-1-x}{\sqrt{x}}$$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I .

Question 10

$$I = \mathbb{R}$$
$$f'(x) = 5x - 3$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{5}$$

La fonction f est strictement croissante sur $[\frac{3}{5}; +\infty[$ et strictement décroissante sur $] -\infty; \frac{3}{5}]$.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation – Série 8 – Correction

CONSIGNE

Pour les six premières diapositives, préciser si la proposition est vraie ou fausse et pour les quatre autres, déterminer la bonne réponse.

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné et f' sa fonction dérivée.

Pour chaque question, préciser si la proposition est vraie ou fausse.

Question 1

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + x$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3x^2 + x$

FAUSSE

$$f'(x) = 3x^2 + 1$$

Question 2

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$

FAUSSE

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$$

Question 3

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{5}{4}x^4 - 8x^2 + \sqrt{2}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 5x^3 - 16x$

VRAIE

Question 4

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x\sqrt{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

FAUSSE

$$f'(x) = 1\sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

Question 5

f définie sur $]\frac{1}{3}; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2}{3x-1}$

Pour tout $x > \frac{1}{3}$, $f'(x) = \frac{2x}{3}$

FAUSSE

$$f'(x) = \frac{2x(3x-1) - 3x^2}{(3x-1)^2}$$

Question 6

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$

VRAIE

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné et f' sa fonction dérivée.

Pour chaque question, déterminer la réponse correcte.

Question 7

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x^3 + x^2 - x)^2$

- A. $f'(x) = 2(x^3 + x^2 - x)$
 B. $f'(x) = 2(3x^2 + 2x - 1)(x^3 + x^2 - x)^2$
 C. $f'(x) = 2(3x^2 + 2x - 1)(x^3 + x^2 - x)$

Question 8

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{x^2+7}$

- A. $f'(x) = \frac{1}{2x}$
 B. $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2+7)^2}$
 C. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+7)^2}$

Question 9

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2\sqrt{x}$

- A. $f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{\sqrt{x}}$
 B. $f'(x) = 2x\sqrt{x} - \frac{x^2}{2\sqrt{x}}$
 C. $f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2\sqrt{x}}$

Question 10

f définie sur $]\frac{5}{4}; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x+7}{4x-5}$

- A. $f'(x) = \frac{3}{4}$
 B. $f'(x) = \frac{3(4x-5)-4(3x+7)}{(4x-5)^2}$
 C. $f'(x) = \frac{3(4x-5)+4(3x+7)}{(4x-5)^2}$

Dérivation – Série 9 – Correction

CONSIGNE

Déterminer la fonction dérivée de la fonction f .

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné.
Déterminer la fonction dérivée de f .

Question 1

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (7x - 3)^8$

Si $f(x) = g(ax + b)$ alors
 $f'(x) = ag'(ax + b)$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
 $f'(x) = 7 \times 8(7x - 3)^7 = 56(7x - 3)^7$

Question 2

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \left(7 - \frac{1}{2}x\right)^6$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
 $f'(x) = -\frac{1}{2} \times 6 \left(7 - \frac{1}{2}x\right)^5 = -3 \left(7 - \frac{1}{2}x\right)^5$

Question 3

f définie sur $] -\infty; \frac{9}{4}[$ par $f(x) = \sqrt{9 - 4x}$

Pour tout $x < \frac{9}{4}$,
 $f'(x) = -4 \times \frac{1}{2\sqrt{9 - 4x}} = -\frac{2}{\sqrt{9 - 4x}}$

Question 4

f définie sur $] -\infty; 2[$ par $f(t) = \frac{1}{2}\sqrt{-t + 2}$

Pour tout $t < 2$,
 $f'(t) = \frac{1}{2} \times (-1) \times \frac{1}{2\sqrt{-t + 2}} = -\frac{1}{4\sqrt{-t + 2}}$

Question 5

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -4(6x - 5)^3 + 7$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
 $f'(x) = -4 \times 6 \times 3(6x - 5)^2 = -72(6x - 5)^2$

Question 6

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{11-7x}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -7e^{11-7x}$

Question 7

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{4}e^{8x-\sqrt{2}}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
 $f'(x) = \frac{1}{4} \times 8e^{8x-\sqrt{2}} = 2e^{8x-\sqrt{2}}$

Question 8

f définie sur $]\frac{8}{9}; +\infty[$ par $f(x) = (9x - 8)^{-7}$

Pour tout $x > \frac{8}{9}$,
 $f'(x) = 9 \times (-7)(9x - 8)^{-8} = -63(9x - 8)^{-8}$

Question 9

f définie sur $]\frac{3}{4}; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{4x - 3}$
Calculer le coefficient directeur de la tangente T à \mathcal{C} au point d'abscisse 1.

Le coefficient directeur de T est $f'(1)$.

Pour tout $x > \frac{3}{4}$, $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-3}}$
donc le coefficient directeur de T est 2.

Question 10

f définie sur $] -\infty; \frac{1}{2}[$ par $f(x) = (2x - 1)^{-4}$
Déterminer une équation de la tangente T à \mathcal{C} au point d'abscisse 0.

Une équation de T est $y = f'(0)x + f(0)$.

Pour tout $x < \frac{1}{2}$, $f'(x) = -8(2x - 1)^{-5}$.
 $f'(0) = -8(-1)^{-5} = 8$ et $f(0) = (-1)^{-4} = 1$
donc une équation de T est $y = 8x + 1$.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand