∽ Techniciens supérieurs de l'aviation 19 mai 2006 ∾
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE

PARTIE I

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;\,-1[\cup]1\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$$

Question 1 : La dérivée de la fonction f s'écrit :

A. $f'(x) = \dfrac{4x}{x^4+1}$

B. $f'(x) = \dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$

C. $f'(x) = \dfrac{4x}{\left(x^2-1\right)^2}$

D. $f'(x) = \dfrac{4x}{x^4-1}$

Question 2 : Quelle est l'affirmation juste ?

A. $f'(-2) > 0$.

B. $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]-\infty\,;\,-1[$

C. f est strictement croissante sur $]1\,;\,+\infty[$

D. f est strictement croissante sur $]-\infty\,;\,-1[\cup]1\,;\,+\infty[$

Question 3 : L'équation $f(x) = 0$ admet :

A. une solution positive

B. deux solutions

C. aucune solution

D. une solution négative

Question 4 : Quand x tend vers $+\infty$, $f(x)$ tend vers :

A. 1

B. 0

C. $-\infty$

D. $+\infty$

Question 5 : Quelle est l'affirmation fausse ?

A. la courbe représentative de f admet une asymptote verticale

B. la courbe représentative de f admet une asymptote horizontale

C. la courbe représentative de f n'a pas d'asymptote

D. la courbe représentative de f est en-dessous de l'axe des abscisses

Question 6 : Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $\sqrt{3}$ est :

A. $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x - \ln 2$

B. $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x - \ln 2 - 3$

C. $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x - \ln 2 - \dfrac{3}{2}$

D. $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x - \ln 2 - 2$

PARTIE II

Question 7 : Le polynôme $x^3 - x^2 - 9x + 9$ est égal à :

A. $(x-1)\left(x^2+9\right)$

B. $(x+1)\left(x^2-9\right)$

C. $(x+1)\left(x^2+9\right)$

D. $(x-1)(x-3)(x+3)$

Question 8 : L'ensemble des solutions de l'inéquation $\mathrm{e}^{3x} - \mathrm{e}^{2x} - 9\mathrm{e}^{x} + 9 \leqslant 0$ est égal à :

A. $]0\ ;\ +\infty[$

B. $]0\ ;\ \ln 3[$

C. $]\ln 3\ ;\ +\infty[$

D. $[0\ ;\ \ln 3]$

Question 9 : L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln(x-1) + \ln\left(x^2-10\right) < \ln(1-x)$ est égal à :

A. $[1\ ;\ 10]$

B. $]1\ ;\ 10[$

C. l'ensemble vide

D. $]10\ ;\ +\infty[$

Question 10 : Soit g la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = \frac{\ln(x) + x}{x^3}.$$

Sa dérivée g' est définie par :

A. $g'(x) = \dfrac{1+x^2}{x^4}$

B. $g'(x) = \dfrac{x+1}{x^4}$

C. $g'(x) = \dfrac{1-2x-3\ln x}{x^4}$

D. $g'(x) = \dfrac{1 - 2x - 3\ln x}{x^6}$

Question 11 : Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \dfrac{x}{x^2+2}.$$

Une primitive de f est la fonction G définie par :

A. $G(x) = \ln\left(x^2+2\right)$

B. $G(x) = \dfrac{\ln\left(x^2+2\right)}{2}$

C. $G(x) = \dfrac{1}{2}\ln x + 2$

D. $G(x) = \ln\left(\dfrac{x^2+2}{2}\right)$

PARTIE III

Dans un groupe de 1 200 personnes, 800 parlent l'anglais, 200 parlent l'espagnol, et 100 parlent les deux langues.

Question 12 : Le nombre de personnes parient au moins l'une des deux langues est égal à :

A. 1 000

B. 900

C. 700

D. 1 100

Question 13 : Le nombre de personnes qui ne parlent aucune des deux langues est égal à :

A. 200

B. 300

C. 100

D. 400

Question 14 : On choisit au hasard une personne de ce groupe. La probabilité qu'elle ne parle pas anglais et ni espagnol est égale à :

A. $\dfrac{1}{3}$

B. $\dfrac{1}{12}$

C. $\dfrac{1}{4}$

D. $\dfrac{1}{6}$

PARTIE IV

Une substance radioactive perd 8 % de masse chaque jour. On considère un échantillon de cette substance dont la masse est $u_0 = 100$ grammes.

Question 15 : Sa masse en grammes au bout de 2 jours est égale à :

A. 84
B. 84,64
C. 92
D. 99,84

Question 16 : Sa masse en grammes au bout de 10 jours est égale à :

A. 43,439
B. 99,2
C. 53,439
D. 43,84

Question 17 : Sa masse en grammes au bout de 30 jours est égale à :

A. 84,6
B. 97,6
C. 8
D. 8,196 6

PARTIE V

Une machine fabrique des pièces métalliques de type A et de type B. Le nombre total de pièces fabriquées par jour (24 heures) est au plus 870. La machine fabrique) 15 pièces de type A ou 20 pièces de type B toutes les 30 minutes. Soient x le nombre de pièces de type A et y le nombre de pièces de type B fabriquées par la machine par jour.

Question 18 : Un jour la machine ne fabrique que les pièces de type A. Le nombre de pièces fabriquées est :

A. 360
B. 720
C. 180
D. 870

Question 19 : Un jour la machine fabrique 870 pièces. Pour déterminer x et y,il faut résoudre le système :

A. $\left\{\begin{array}{lcl} x+y & = & 870\\ 15x+20y & = & 1\,200\end{array}\right.$

B. $\left\{\begin{array}{lcl} x+y & = & 870\\ 15x+20y & = & 480\end{array}\right.$

C. $\left\{\begin{array}{lcl} x+y & = & 870\\ 2x+1,5y & = & 1\,440\end{array}\right.$

D. $\begin{cases} x+y & = & 870 \\ 2x+1,5y & = & 2\,880 \end{cases}$

Question 20 : La production de ce jour est :

A. 270 pièces de type A et 600 pièces de type B
B. 340 pièces de type A et 530 pièces de type B
C. 240 pièces de type A et 630 pièces de type B
D. 570 pièces de type A et 300 pièces de type B

PARTIE VI

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $g(x) = \ln\left(x^2+1\right)$.

Question 21 : Quelle est l'affirmation vraie ?

A. $g'(0) = 0$
B. g est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
C. $g(x) \geqslant 0,5$ pour tout réel x
D. $g(1) = 1$

Question 22 : Quand x tend vers $-\infty$, $g(x)$ tend vers :

A. $-\infty$
B. 0
C. $+\infty$
D. $\ln 2$

Question 23 : Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

A. $y = x + \ln 2 - 1$
B. $y = x - 1$
C. $y = x + \ln 2$
D. $y = x + 1 + \ln 2$

Question 24 : Dans $\mathbb{R}$, l'équation $g(x) = \ln 3$ admet :

A. une solution unique $\sqrt{2}$.
B. aucune solution
C. deux solutions
D. deux racines $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.

Question 25 : Quelle est l'affirmation fausse ?

A. La courbe représentative de g coupe l'axe des abscisses en deux points distincts
B. $g(-1) = 2$
C. La courbe représentative de g admet une asymptote horizontale
D. La courbe représentative de g admet un axe de symétrie