Techniciens supérieurs de l'aviation 30 avril 2005

Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE

Questions liées :

de 1 à 6

de 7 à 10

de 11 et 12

de 16 à 19

21 et 22

23 à 25

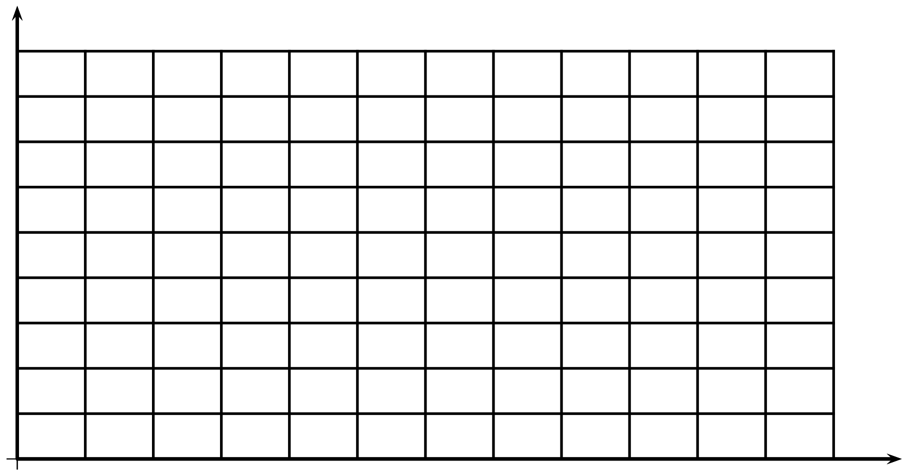
PARTIE I

Un véhicule a été affrété pour le transport de marchandises. Les caractéristiques du véhicule sont :

— Volume utile : 18 m3

— Charge utile : 6 tonnes

On veut transporter :
X colis A (75 cm × 50 cm × 40 cm) de 60 kg chacun et Y colis B (60 cm × 50 cm × 40 cm) de 30 kg chacun.
Les colis A et B occupent l'intégralité du volume utile.
On pourra s'aider du graphique suivant en plaçant en abscisse le nombre de X de colis A et en ordonnées le nombre de Y de colis B.



Question 1
Les contraintes de volume se traduisent par l'inéquation :

A. $15x+12y \leqslant 18$
B. $50x+40y \leqslant 180$
C. $5x+4y \leqslant 600$
D. $60x+30y \leqslant 6$

Question 2
Les contraintes de chargement se traduisent par l'inéquation :

A. $60x+30y \leqslant 600$
B. $2x+y \leqslant 200$
C. $30x+6y \leqslant 180$
D. $6x+3y \leqslant 60$

Question 3
Parmi les conditions de chargement suivantes, lesquelles sont possibles ?

A. 50 colis A et 80 colis B
B. 80 colis A et 50 colis B
C. 60 colis A et 80 colis B
D. 80 colis A et 35 colis B

PARTIE II

La fonction numérique g est définie sur $]0\,;+\infty[$ par :

$$g(x) = 2x\sqrt{x} - 3\ln x + 6.$$

Question 4
La dérivée $g'(x)$ de $g(x)$ est donnée pour tout x réel strictement positif par :

A. $g'(x) = \dfrac{-3\left(\sqrt{x}-1\right)}{x}$

B. $g'(x) = \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

C. $g'(x) = \dfrac{3\left(x\sqrt{x}-1\right)}{x}$

D. $g'(x) = \dfrac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{x}$

Question 5
Sur $]0\,;\,+\infty[$ le signe de $g'(x)$ est :

A. $g'(x) > 0$

B. $g'(x) < 0$

C. $g'(x) < 0$ sur$]0\,;1[$et $g'(x) > 0$ sur $]1\,;\,+\infty[$

D. $g'(x) < 0$ sur$]0\,;3[$et $g'(x) > 0$ sur $]3\,;\,-\infty[$

Question 6
Pour tout $x \in]0\,;\,+\infty[$, on peut déduire du signe de $g'(x)$ que :

A. $g(x) \geqslant 8$

B. $g(x) < 1$

C. $g(x) > 0$

D. $g(x) < 0$

Question 7
La fonction numérique f est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3\ln x}{\sqrt{x}} + x - 1.$$

La limite de f quand x tend vers 0 est :

A. 0

B. $+\infty$

C. 1

D. $-\infty$

Question 8
La dérivée $f'(x)$ de $f(x)$ est donnée pour tout x réel strictement positif par :

A. $f'(x) = \dfrac{g'(x)}{2x\sqrt{x}}$

B. $f'(x) = g(x) + 2x\sqrt{x}$

C. $f'(x) = \dfrac{3x}{2\sqrt{x}} + 1$

D. $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

Question 9
On peut déduire de l'étude du signe de $f'(x)$ que la fonction f :

A. admet un minimum

B. est du même signe que la fonction $g(x)$

C. est strictement croissante sur $]0~;~+\infty[$

D. est strictement décroissante sur $]0~;~+\infty[$

Question 10
On donne $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$ et on note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.
On a :

A. $(\mathscr{C})$ possède une asymptote verticale

B. $(\mathscr{C})$ possède une asymptote oblique de coefficient directeur négatif

C. $(\mathscr{C})$ ne possède pas d'asymptote

D. $(\mathscr{C})$ possède une asymptote oblique de coefficient directeur égal à 1

PARTIE III

Dans un lycée, une enquête concernant trois revues notées A, B, C, donne les résultats suivants :
Sur les 100 lycéens interrogés, 57 lisent A, 42 lisent B, 38 lisent C, 22 lisent A et B, 14 lisent B et C, 16 lisent A et C, 8 lisent A, B et C.

Question 11 : Le nombre de lycéens qui ne lisent que A et B est :

A. 15

B. 18

C. 14

D. 17

Question 12
Le nombre de lycéens qui ne lisent que B et C est :

A. 6

B. 8

C. 4

D. 7

Question 13 : Le nombre de lycéens qui ne lisent que A est :

A. 57

B. 27

C. 32

D. 14

Question 14 : Le nombre de lycéens qui ne lisent que B est :

A. 18

B. 14

C. 16

D. 23

Question 15 : Le nombre de lycéens qui ne lisent aucune des trois revues est :

A. 0

B. 3

C. 9

D. 7

PARTIE IV

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln\left(\text{e}^{2x} + 2\text{e}^{-x}\right).$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

Question 16
Pour tout réel x positif, on peut écrire la fonction f ainsi :

A. $f(x) = \ln\left(\text{e}^{2x}\right) + 2\ln\left(\text{e}^{-x}\right)$

B. $f(x) = 2x - \ln\left(2\text{e}^{-x}\right)$

C. $f(x) = 2x + \ln\left(1 + 2\text{e}^{-3x}\right)$

D. $f(x) = \ln\left(\text{e}^{2x}\right) \times \ln\left(2\text{e}^{-x}\right)$

Question 17
La limite de f quand x tend vers $+\infty$ est :

A. 0

B. 2

C. $-\infty$

D. $+\infty$

Question 18
Quelle est l'affirmation fausse ?

A. La droite d'équation $y = 2x$ est asymptote à $(\mathscr{C})$ quand x tend vers +00

B. $(\mathscr{C})$ ne possède pas d'asymptote horizontale

C. La courbe $(\mathscr{C})$ est située en dessous de son asymptote oblique

D. $f(0) = \ln 3$

Question 19
La dérivée $f'(x)$ de $f(x)$ est donnée pour tout x réel strictement positif par :

A. $f'(x) = \dfrac{2\left(1 - \mathrm{e}^{-3x}\right)}{1 + 2\mathrm{e}^{-3x}}$
B. $f'(x) = \dfrac{2 - \mathrm{e}^{-3x}}{1 + \mathrm{e}^{-3x}}$
C. $f'(x) = \dfrac{2 + \mathrm{e}^{-3x}}{1 + 2\mathrm{e}^{-2x}}$
D. $f'(x) = 2 + \dfrac{\mathrm{e}^{-3x}}{1 + \mathrm{e}^{-2x}}$

Question 20
On a alors :

A. f est strictement décroissante sur $[0~;~+\infty[$
B. $f(x) = 0$, si et seulement si $x = 0$
C. f est strictement croissante sur $[0~;~+\infty[$
D. f admet un maximum pour $x = 1$

PARTIE V

Question 21
On considère la suite (V_n) définie par :

$$V_n = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$$

Alors V_{n+1} est égal à :

A. $\dfrac{(n+1)(n+2)}{(n+3)^2}$
B. $\dfrac{(n+1)(n+2)}{(n+2)^2}$
C. $\dfrac{(n+1)(n+3)}{4+4n+n^2}$
D. $(n+1)(n+3)$

Question 22
(U_n) est une suite arithmétique de premier terme 4 et de raison 3. Alors la somme des 15 premiers termes de cette suite est :

A. 248
B. 375
C. 570
D. 907

Question 23
La somme des 6 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 8 est de 15,75. La raison de cette suite est :

A. $\dfrac{1}{4}$

B. $0,75$

C. $\dfrac{1}{3}$

D. $0,5$

Question 24

(V_n) est une suite arithmétique de premier terme 264 et de raison -2. Le rang n pour lequel $V_n = 0$ est le rang :

A. 28

B. 140

C. 203

D. 133

Question 25

En 1991, la population mondiale était de 5 milliards d'habitants. Selon une estimation de l'ONU, la population croit de 1,19 % par an.
Si ces estimations devaient se révéler exactes, en l'an 3000 nous serions :

A. 5,5 milliards d'habitants

B. Plus de 7 milliards d'habitants

C. Un peu plus de 6 milliards d'habitants

D. Exactement 8 milliards d'habitants