

Les symétries et EVAPM 2008

Petit rappel des programmes...des tâches aux compétences

A l'école primaire, les élèves apprennent à compléter une figure par symétrie axiale. Les tâches associées se déclinent en niveau de complexité suivant les outils disponibles (calque, quadrillages, compas...) et le type de figure en jeu. Il y a « un tout » conceptuel, un « domaine de compétences » facile à baliser mais qui fait hiatus avec les objectifs énoncés pour le collège « *découvrir quelques transformations géométriques simples : symétries : symétries axiales et centrales.* », objectif qui se centrent sur les transformations. Bien sûr les programmes de sixième précisent davantage la continuité avec l'école et sont repris en cinquième puisqu'il s'agit de « *Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure). Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, * du rapporteur. Effectuer les tracés de l'image d'une figure par symétrie axiale à l'aide des instruments usuels (règle, équerre, compas).* »

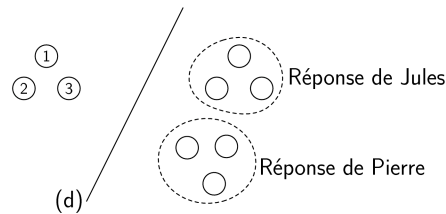
Mais la vraie nouveauté sera l'approche ponctuelle, approche qui permettra ensuite d'introduire les transformations et d'étudier leur propriétés.

L'étude EVAPM apporte quelques résultats sur les compétences des élèves dans l'utilisation de la symétrie orthogonale et de la symétrie centrale. Allons voir de plus près...

1 Voir et percevoir

question visuelle 6^{ème} Q-14 (5^{ème} Q-04)

Pierre et Jules devaient tracer les symétriques des cercles 1, 2 et 3 par rapport à la droite (d).



L'un des deux a effectué correctement la construction. Lequel ?

R.E. item 1 : 55 % | 76 %

Dans la **cette question** l'élève a à distinguer parmi deux figures celle qui est la symétrique d'une configuration donnée: il doit **mentalement** plier la feuille autour de l'axe ou tracer la perpendiculaire à l'axe passant par un point de la figure initiale. Si la réponse exacte est fournie par plus de la moitié des sixièmes, on constate qu'en cinquième les trois-quarts y parviennent. La réponse de Jules correspond à une symétrie d'axe vertical, privilégiée par les élèves (voir commentaires d'autres questions) Voici un premier écart significatif ! La réussite au niveau de la classe de cinquième est confirmée par la question suivante

Question visuelle (5^{ème} Q11)

Lorsqu'on trace le symétrique du triangle ABC dans la symétrie de centre O, le symétrique du sommet A se trouve dans le disque D1 ou dans le disque D2.
Indique lequel.

R.E. item 1 : 70 %

Pour répondre il faut construire mentalement l'image d'un seul point: le taux de réussite montre que la définition du symétrique d'un point par rapport à un centre est comprise par la plupart.

Ces quatre cercles ont le même rayon

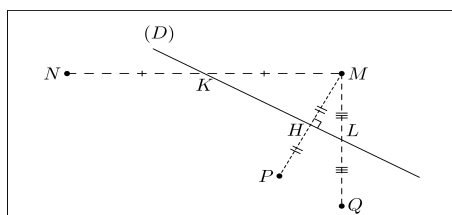
a	L'image du cercle V dans la symétrie d'axe (d) est le cercle P	V	F	.Jnsp
b	L'image du cercle C dans la symétrie d'axe (t) est le cercle J	V	F	.Jnsp
c	L'image du cercle P dans la symétrie d'axe (d) est le cercle C	V	F	.Jnsp
d	L'image du cercle C dans la symétrie d'axe (f) est le cercle V	V	F	.Jnsp

R.E. : 47 %

Dans la **question écrite précédente (GES611Q)** la tâche est a priori la même, les pliages ou tracés peuvent être réalisés concrètement, mais la figure est bien plus complexe: plusieurs axes et plusieurs cercles. La réussite à chaque item qui appelle la réponse « vrai » (b, c et d) avoisine les 70 %, l'item qui appelle à réponse « faux » est moins réussi: l'axe de symétrie des deux cercles associés n'est pas tracé. On remarque une amélioration depuis 2005 à chaque item d'environ 5 points quoique la réussite conjointe (47%) n'évolue pas.

Un quart des sixièmes réalise complètement les deux questions Q-14 et GES611Q, les trois quarts au moins une des deux.

question GES608Q



Dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite (D) , le point M a pour image :

a	Le point Q	V	F	Jnsp
b	Le point P	V	F	Jnsp
c	Le point N	V	F	Jnsp
d	Le point H	V	F	Jnsp

R.E. : 32 %

Dans la **question GES608Q** si le pliage (mental) peut apporter la solution, les codages incitent à la construction et le recours à une définition: deux tiers des élèves de sixième choisissent le bon point P . Les choix de Q et N proviennent d'une prise en compte partielle de la définition, seulement l'égalité des segments de part et d'autre de l'axe, le choix de H de la mise en œuvre d'un début de construction: "je trace la perpendiculaire à l'axe passant par M ." Un bon nombre (37 %) propose plusieurs points comme image: le symétrique n'est pas unique sans doute parce que la direction de l'axe de la symétrie n'est pas pris en compte et que les élèves privilégient la verticale et l'horizontale (voir réponse de Jules). Comme dans **GES611Q** en comparant avec 2008, les élèves donnent plus souvent une réponse exacte à chaque item, mais le taux de réussite conjointe reste stable. Bien sûr le fait de proposer plusieurs solutions n'aide pas l'élève à concevoir la symétrie comme une transformation du plan, ce qui et fera sans doute obstacle aux apprentissages ultérieurs.

En cinquième plus du tiers réussit à la fois **QV-19** et **GES 605**, 85 % au moins une des deux. Comme on pouvait s'y attendre pour une tâche plus complexe, ceux qui réussissent la **GES605** et pas la **QV-19** sont très peu nombreux. D'où la nécessaire d'évaluer les compétences dans un domaine à partir d'une grande variété d'item et de faire varier tous les paramètres dans la construction des tâches pour nos élèves !

Question orale 5^{ème} 19

Imagine un triangle équilatéral. Possède-t-il un centre de symétrie ?

R.E. item 1 : 31 %

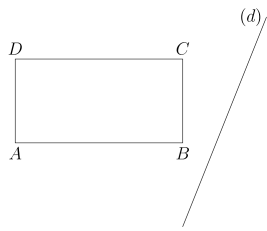
Moins d'un élève sur trois répond correctement: on peut s'interroger sur leur image mentale d'un triangle équilatéral et la confusion entre la position du centre du cercle circonscrit et centre de symétrie.

2 Construire

On retrouve effectivement dans la **question GES605**, aux deux niveaux, des constructions qui correspondent à une symétrie oblique, puisque les sommets sont assez souvent nommés de manière symétrique: les élèves privilégient les directions horizontales et verticales: ce sont elles qui caractérisent l'orthogonalité. Un petit nombre (15 %) place correctement deux ou trois sommets, 59 % au moins un point. La question a été exclue pour un quart des sixièmes

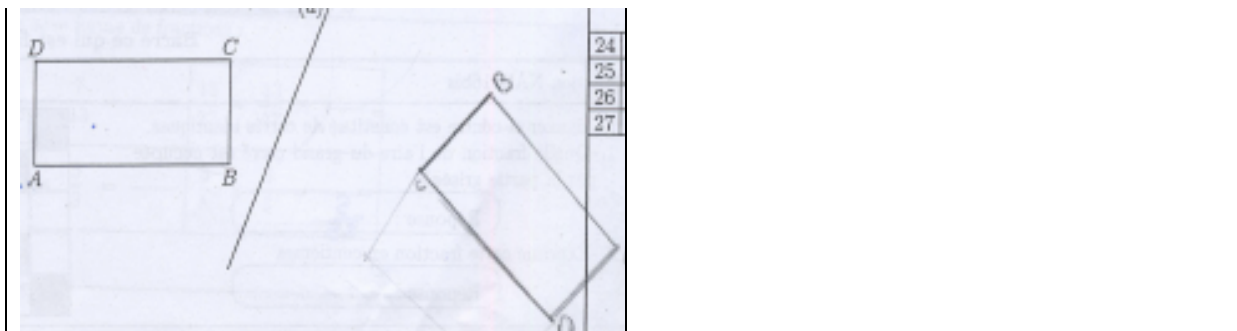
mais pour aucun cinquième, n'a pas été abordée par 16 % en sixième et 11 % en cinquième: les taux de réussite sont les mêmes aux deux niveaux. Voici la question GES605

Trace avec soin et précision le symétrique du rectangle $ABCD$ par rapport à la droite (d) .



R.E. item 1 : 37 % | 37 %

<p>construction correcte</p>	<p>Certains construisent la figure image dans une symétrie centrale autour d'un point de l'axe.</p>
<p>A hand-drawn diagram showing the original rectangle ABCD and its symmetric image across line (d). The image is a rectangle rotated 180 degrees relative to the axis. Construction lines and arcs are visible, showing the use of perpendicular bisectors to find the image points.</p>	<p>A hand-drawn diagram showing the original rectangle ABCD and its image constructed by central symmetry around a point on the axis (d). The image is a rectangle rotated 180 degrees around that point, not a reflection across the line.</p>
<p>En fait peu d'élèves réalisent une image par translation, puisqu'ils codent presque toujours les points symétriquement.</p>	<p>On trouve aussi des symétries non orthogonales de direction horizontale.</p>
<p>A hand-drawn diagram showing the original rectangle ABCD and its image constructed by translation. The image is a rectangle shifted to the right, parallel to the original one, but not a reflection across the axis (d).</p>	<p>A hand-drawn diagram showing the original rectangle ABCD and its image constructed by a horizontal reflection across a vertical line. This is not a reflection across the axis (d).</p>
<p>des modes de construction erronés</p>	
<p>A hand-drawn diagram showing the original rectangle ABCD and its image. The image is a rectangle rotated 180 degrees around a point on the axis (d). Right-angle symbols are drawn at the intersection of the axis and the sides of the original rectangle, suggesting a misunderstanding of the reflection process.</p>	<p>A hand-drawn diagram showing the original rectangle ABCD and its image. A dashed line connects corresponding vertices, and the image is not a reflection across the axis (d).</p>



3 Axes et centres de symétrie

Dans la **question visuelle Q19 (cinquième)** l'élève doit imaginer le symétrique du triangle et

On trace le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (AC).
Quelle figure géométrique obtient-on ?

R.E. item 1 : 46 %

savoir donner sa nature à partir de ses caractéristiques: 80 % interprètent correctement l'égalité d'une longueur puisqu'ils reconnaissent un losange ou un carré, l'orthogonalité est prise en compte par moins de la moitié.

Dans les questions **GES 614** et **104** les mêmes figures sont proposées : en 6^{ème} où il s'agissait de tracer des axes de symétrie: la réussite est à peu près identique à celle de 2005 avec un léger tassement: la tendance à tracer un axe à tout prix prévaut pour deux élèves sur cinq et la même proportion ne voit pas les deux axes de la figure de gauche. Par contre en cinquième (question B104) 62 % décèlent les trois axes.

En cinquième, l'élève doit indiquer aussi les centres de symétrie.

40 % placent correctement les deux centres de symétrie.

Sur la première figure le centre n'est pas repéré et des axes ajoutés, sur la seconde ce sont les diagonales, et sur le cœur un centre apparaît plusieurs fois.

en sixième

Parmi ces trois figures, certaines peuvent avoir un ou plusieurs axes de symétrie.
Trace soigneusement les axes qui te semblent possibles.

R.E. : 44 %

En cinquième

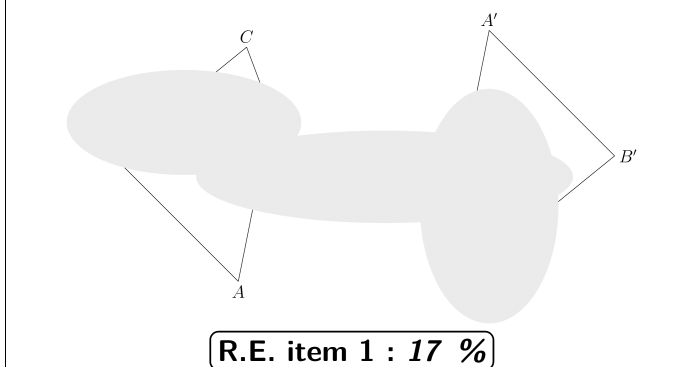
Parmi ces trois figures, certaines peuvent avoir un centre de symétrie ou un ou plusieurs axes de symétrie.
MARQUE d'UNE CROIX les centres qui te semblent possibles.
TRACE soigneusement les axes qui te semblent possibles.

R.E. item 1 : 40 %

4 Raisonner pour construire.

Question 58 : 17% de réussite

Nous avons dessiné ci-dessous un quadrilatère $ABCD$ et son symétrique $A'B'C'D'$ dans la symétrie par rapport à un point O .
Des taches malencontreuses sont venues obscurcir une partie du dessin.
Complète et retrouve les points manquants (B , D , C' et D').

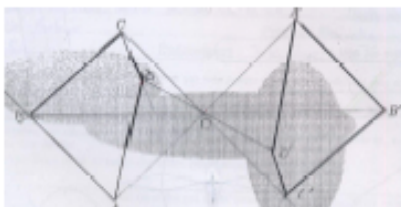


On remarque qu'au niveau de 5^{ème}, le raisonnement sur une figure, la justification de la construction, la construction d'une figure intermédiaire, l'anticipation... sont peu maîtrisés.

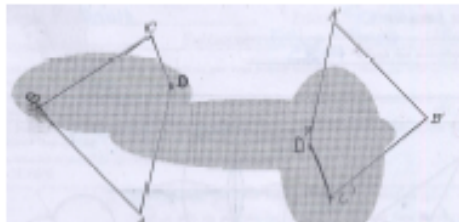
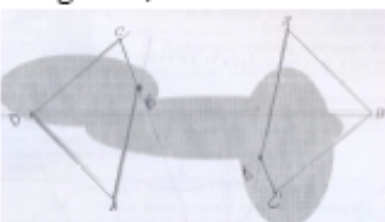
La question consistait à compléter un quadrilatère dont les quatre côtés sont partiellement tracés et sont symétriques par rapport à un point non indiqué connaissant deux sommets et trois supports de côtés.

La démarche standard:

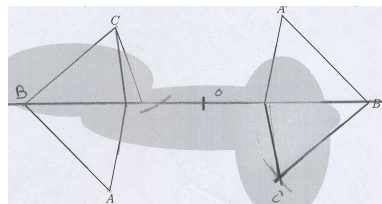
- terminer le premier quadrilatère $ABCD$,
- déterminer le centre de symétrie O soit l'intersection de (AA') et (BB') , soit le milieu de $[AA']$ ou de $[BB']$
- construire C' (et D'), intersection de (CO) et de la droite passant par B' , (DO) et droite passant par A' , soit report de longueur CO sur O au-delà de O .



Après avoir réalisé la première étape une partie l'élève trace $(C'D')$ parallèle à (CD) mais à l'œil sans procédure de construction. C'est toujours mieux que de donner deux figures non superposables !



D'autres ne complètent pas $ABCD$ et placent approximativement O , puis construisent B' et C' .



On trouve aussi des images, complètes ou non, par symétrie centrale ou orthogonale.

