UNE PROGRAMMATION D'APPRENTISSAGE

Amendée après la parution des projets de programmes de septembre 2015

I. Description

Cette brochure propose une programmation qui s'étale sur les trois années du cycle 3. Elle est composée de quatorze situations qui peuvent se regrouper ainsi :

1) Débuter avec les fractions

Ces quatre premières situations se déroulent dans le contexte des longueurs. Elles sont accessibles dès le CM1 mais des aménagements sont proposés pour qu'elles puissent être mises en œuvre ou reprises plus tard dans le cycle.

Des fractions pour mesurer

Cette première situation permet de montrer l'insuffisance des nombres entiers dans la mesure d'une longueur. Elle présente la fraction à partir du partage par pliage de l'unité et permet d'introduire l'écriture fractionnaire. Elle propose un travail autour de fractions simples, inférieures ou supérieures à l'unité, et fait déjà apparaître que des écritures différentes peuvent désigner une même mesure.

Un nouvel outil pour partager : le « guide-âne »

Le pliage impose des dénominateurs qui sont des multiples simples de 2 voire de 3, le guide-âne permet de partager l'unité sans la plier et ainsi de travailler avec des dénominateurs quelconques. La situation amène à découvrir cet outil et à l'utiliser pour construire des segments dont la longueur est une fraction de l'unité inférieure ou supérieure à 1.

Fractions et graduations

Dans cette situation, il s'agit tout d'abord de construire des outils plus pratiques et plus précis pour mesurer des longueurs et tracer des segments : ce sont des règles graduées. Elles sont ensuite utilisées pour installer la notion de droite graduée sur laquelle on peut placer des points. La fraction prend un nouveau statut, celui de nombre permettant de repérer un point sur une droite et de le situer par rapport à des entiers.

Écritures équivalentes

Des écritures équivalentes ont déjà été rencontrées et utilisées dans les situations précédentes. Il s'agit maintenant de dégager des règles, pour produire et reconnaître de telles écritures.

2) Construire le nombre décimal

Cette partie vise à introduire l'écriture décimale et à interroger sa signification dans la construction de techniques opératoires sur les nombres décimaux. Les situations 5 et 6 prennent appui sur la notion de fraction et de droite graduée construite dans la première partie et peuvent être proposées en CM1 ou plus tard dans le cycle avec des aménagements prévus. Dans les situations suivantes, un nouveau support est utilisé pour illustrer fractions et décimaux dans un contexte d'aire. Elles sont donc plus adaptées à des élèves de CM2 ou fin de cycle.

Fractions décimales

Les élèves ont déjà rencontré les dixièmes dans les situations précédentes. Il s'agit maintenant de découvrir d'autres fractions décimales et de comprendre les liens qui lient entre elles. C'est aussi l'occasion de les décomposer sous la forme de sommes d'entiers et de fractions inférieures à 1 et de commencer à les comparer.

Écriture décimale

En partant du cas particulier des fractions décimales et en s'appuyant sur les écritures équivalentes cette sixième situation est déclinée en deux versions, une qui a pour but d'introduire l'écriture décimale en début de cycle, l'autre qui permet de revenir sur sa signification. A cette occasion, on découvrira ou on réinterrogera les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction avec des nombres en écriture décimale.

Fractions de surface

La notion de fraction partage de l'unité est réinvestie dans un autre contexte que celui des longueurs, celui des aires, pour réinterroger les liens entre fraction et nombre décimal. Ce nouveau support est utilisé pour réinvestir les techniques opératoires rencontrées dans la situation précédente et illustrer les règles de comparaison et de rangement de nombres en écriture décimale.

Multiplication d'un décimal par un entier

Les techniques opératoires sur les nombres en écriture décimale sont en grande partie similaires à celles mises en œuvre sur les entiers. Elles sont cependant souvent appliquées sans être comprises par les élèves ce qui conduit à des erreurs en particulier dans le cas de la multiplication d'un décimal par 10, 100 ou 1000.
Cette situation propose de fonder ou de redécouvrir ces techniques, en référence à la signification des écritures, à partir de manipulations sur des axes graduées ou sur des surfaces.

3) Découvrir la fraction quotient

Ces trois situations portent sur les relations entre multiplication, division et fractions. Elles ont été conçues pour être proposées en fin de cycle.

Division et multiplication

Cette situation vise à instaurer une meilleure maîtrise du sens de la division en prenant appui sur la connaissance qu'ont les élèves de la multiplication. Elle cherche à mettre en défaut la conception erronée comme quoi on ne peut diviser qu'un nombre par un autre plus petit et à établir le lien entre multiplication et division.

Vers la fraction quotient

La situation a pour but d'enrichir la notion de fraction avant de l'envisager en tant que quotient de deux entiers. Elle amène à la découvrir, dans un contexte de longueur, en tant que valeur d'une part dans un partage de plusieurs unités, puis de nombre, coefficient scalaire, par lequel on peut multiplier une longueur pour en obtenir une autre.

Fraction quotient

Il s'agit d'introduire une notion nouvelle : la fraction comme nombre solution de l'équation $ax = b$ ou comme quotient de deux entiers $a : b$. Pour cela la situation pose la question de la valeur du quotient de deux entiers dans un contexte purement numérique. C'est l'occasion de différencier quotient exact et quotient approché et de l'illustrer dans des problèmes de division.

4) Enrichir la multiplication

Ces situations visent à donner un nouveau sens à la multiplication autre que celui de l'addition réitérée. Elles sont proposées dans des contextes de grandeurs différentes et sont conçues pour la fin du cycle.

Multiplication et longueur

Cette situation amène les élèves à calculer des fractions de longueurs pour construire des segments. Elle vise à mettre en lien la notion de fraction opérateur, coefficient scalaire permettant de passer d'une fraction à une autre, avec l'opération multiplication et le symbole « × », puis à l'étendre au cas des fractions décimales.

Multiplication et proportionnalité

Après avoir définie ou revue, dans un contexte de proportionnalité, la multiplication d'un décimal par une fraction, on présente le cas particulier du produit d'un décimal par une fraction décimale, autrement dit de deux décimaux. On se demande ensuite comment poser la multiplication pour effectuer de tels produits en écriture décimale.

Multiplication et aire

Il s'agit d'étendre la formule de calcul de l'aire d'un rectangle au cas des dimensions décimales et de donner ainsi un autre sens à la multiplication de deux décimaux.

Les quatre parties peuvent être utilisées indépendamment l'une de l'autre, mais, mise à part la quatrième partie, les situations à l'intérieur de chacune d'elles sont fortement liées. En cas de non-respect de la progression, il faudra s'assurer de tous les prérequis car les situations proposées sont conçues en prenant appui sur les apprentissages et les outils des situations précédentes.

II. Articulation avec le programme[1]

Le programme de 2016 rappelle que « *la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maitrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens* » [2]. Il fixe les grandes orientations de l'enseignement des fractions et des décimaux, précise les compétences attendues en fin du nouveau cycle 3 et les connaissances qui leur sont associées. Il propose aussi des exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève. Il donne également quelques repères de progressivité.

Les choix faits dans la programmation décrite ci-dessus reprennent largement les orientations du programme ainsi :

- Dès les premières activités, c'est à travers la résolution de problèmes « *de mesures de grandeurs* » que « *les fractions […] apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers […] pour mesurer des longueurs* » puis dans les situations suivantes, pour *« repérer des points sur une demi-droite graduée »*[3] et de « *mesurer […] des aires* »
- Dans la situation 6, « *l'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales* » en prolongeant les « *relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines) de chaque ordre…)[…] aux dixièmes, centièmes, etc* ». « *Cela permet de mettre à jour la nature des nombres décimaux et de justifier les règles de comparaison et de calcul* » dans les deux situations suivantes.

[1] Téléchargeable sur Eduscol à l'adresse : http://www.education.gouv.fr/cid93042/projet-de-programmes-pour-les-cycles-2-3-et-4.html
[2] Cf. Projet de programmes pour les cycles 2,3,4,septembre 2015 du cycle 3 pages 188.
[3] Cf. Projet de programmes pour les cycles 2,3,4,septembre 2015 du cycle 3 pages 192 &193

De même, les différentes situations d'enseignement proposées permettent de mettre en place les connaissances du programme et de travailler sur de nombreuses compétences qui leur sont associées.

Ainsi, comme on l'a vu plus haut, les élèves sont amenés à « *comprendre et utiliser la notion de fractions simples »* dans la première partie de la programmation. La seconde vise à leur faire « *comprendre et utiliser la notion de nombre décimal »,* alors que la troisième les conduit à « *utiliser des fractions pour […] pour exprimer un quotient* ». La dernière les mène à réinterroger et réinvestir leurs connaissances pour comprendre l' *« algorithme de calcul posé»* de la multiplication de deux décimaux, « *résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité*» ou « *calculer des aires ».*

Enfin, conformément aux repères de progressivité indiqués dans le programme, la progression proposée ici organise l'enseignement sur tout le cycle :

- « *Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux. [….]Du CM1 à la 6e, on aborde différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu'au quotient de deux nombres entiers, qui sera étudié en 6e. Pour les nombres décimaux, les activités peuvent se limiter aux centièmes en début de cycle pour s'étendre aux dix-millièmes en 6e. »*
- *« Les différentes techniques opératoires portent sur des nombres entiers et/ou des nombres décimaux :*
  - *addition et soustraction pour les nombres décimaux dès le CM1,*
  - *multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier au CM2, de deux nombres décimaux en 6e »*

Comme le montrent les énumérations précédentes, les thèmes abordés dans cet ouvrage couvrent une large partie du programme et en respectent l'esprit et la lettre.

Le travail à mener, tant sur les fractions que sur les décimaux, est important. Pour cela il doit être engagé dès le CM1, s'articuler sur les trois années du cycle et s'inscrire dans la durée jusqu'à la fin de la sixième. Les bénéfices de cet investissement en cycle 3, seront recueillis dès la 5ème, puis durant les années suivantes.

Construire les nouveaux nombres au cycle 3. Fractions et décimaux Compléments en ligne de l'ouvrage :
http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?rubrique187

Vous procurer l'ouvrage auprès de l'IREM de Lyon : :
http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article44