Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
26, rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Évaluation Première
ÉPREUVE 1-2005-A1

Sans calculatrice. *Durée : 50 minutes.*

Nom de l'élève : ______________________ Prénom : ______________

CLASSE : ______________ Établissement : ______________________

ATTENTION ! Lisez avant de poursuivre !

Pour chaque question, des réponses sont proposées.
Elles sont appelées **a, b, c, ...**

Pour chaque question, il peut y avoir 0, 1, 2, 3 ou ... réponses exactes.

Énoncé de la question

Présentation...

Question...				
a	*Réponse A*	V	F	Jnsp
b	*Réponse B*	V	F	Jnsp
c	*Réponse C*	V	F	Jnsp
d	*Réponse D*	V	F	Jnsp

Réponses possibles.

Dans chaque ligne, entourer de façon très visible, selon le cas, l'un des mots V, F ou Jnsp.

V *doit se lire* **VRAI**

F *doit se lire* **FAUX**

Jnsp *signifie « Je ne sais pas » : il est toujours préférable de signaler que l'on ne sait pas répondre à la question plutôt que d'entourer n'importe quelle case.*

Question ANA104Q

Dans le tableau de gauche il s'agit de calculer des limites. On pourra utiliser les résultats du tableau de gauche pour traiter les questions du tableau de droite.

Le nombre 0 est la valeur de la limite en $+\infty$ de :				
a	$\dfrac{3}{x-2}$	V	F	Jnsp
b	$\dfrac{4x}{x-3}$	V	F	Jnsp
c	$\dfrac{3x}{x^2+1}$	V	F	Jnsp
d	$\dfrac{3}{x-1}$	V	F	Jnsp

La droite (δ) d'équation $y = 2x+1$ est asymptote à la courbe représentative des fonctions définies sur $]4\ ;\ +\infty[$ par :				
a	$x \longmapsto 2x+1-\dfrac{3}{x-2}$	V	F	Jnsp
b	$x \longmapsto 2x+1-\dfrac{4x}{x-3}$	V	F	Jnsp
c	$x \longmapsto 2x+1-\dfrac{3x}{x^2+1}$	V	F	Jnsp
d	$x \longmapsto \dfrac{2x^2-x+2}{x-1}$	V	F	Jnsp

01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	

Question FON104Q

On considère le trinôme $T(x) = 6x^2 + 5x - 25$

1. $T(x)$ s'annule en				
a	$\frac{5}{3}$	V	F	Jnsp
b	$\frac{3}{5}$	V	F	Jnsp
c	$-\frac{5}{3}$	V	F	Jnsp
d	$\frac{5}{2}$	V	F	Jnsp

2. $T(x)$ est négatif dans l'intervalle				
a	$\left[-\frac{5}{2}\ ;\ -\frac{5}{3}\right]$	V	F	Jnsp
b	$\left[-\frac{5}{2}\ ;\ \frac{5}{3}\right]$	V	F	Jnsp
c	$[-2\ ;\ 1]$	V	F	Jnsp
d	$[3\ ;\ 8]$	V	F	Jnsp

09	
10	
11	
12	

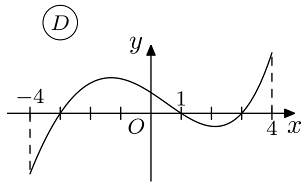
13	
14	
15	
16	

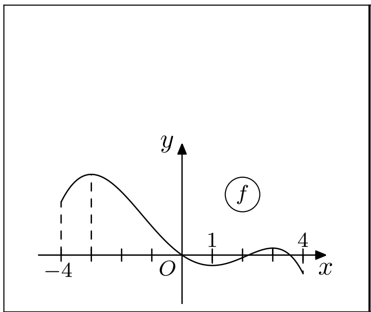
3. Le minimum de $T(x)$ est				
a	$-\frac{175}{8}$	V	F	Jnsp
b	$-\frac{625}{24}$	V	F	Jnsp
c	-25	V	F	Jnsp
d	$\frac{275}{4}$	V	F	Jnsp

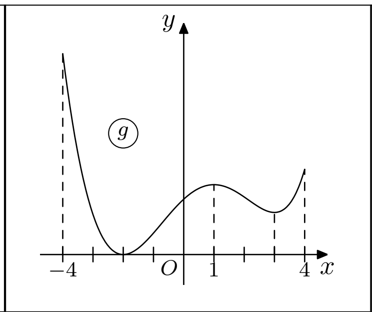
17	
18	
19	
20	

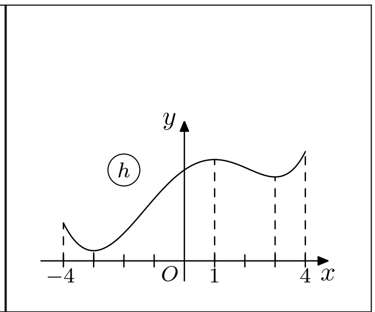
Question ANA105Q

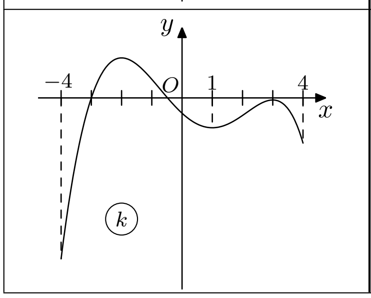
Soit D la fonction dont la courbe représentative sur l'intervalle $[-4\ ;\ 4]$ est dessinée ci-contre.
On propose ci-dessous les courbes représentatives de cinq fonctions : f, g, h, k, m.
On cherche celles pour lesquelles D peut être la fonction dérivée.

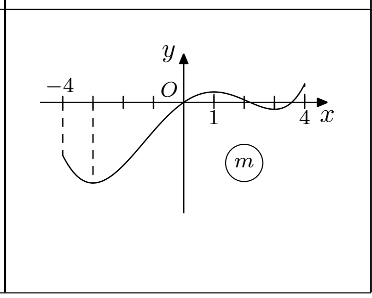












D peut être la dérivée de :				
a	f	V	F	Jnsp
b	g	V	F	Jnsp
c	h	V	F	Jnsp
d	k	V	F	Jnsp
e	m	V	F	Jnsp

21	
22	
23	
24	
25	

Question ANA116Q

On considère une suite arithmétique (u_n) de premier terme u_0.

On connaît deux termes de la suite (u_n) : $\boldsymbol{u_{10} = 256}$ et $\boldsymbol{u_{15} = 276}$.

1. La raison de la suite (u_n) est :				
a	5	V	F	Jnsp
b	2	V	F	Jnsp
c	4	V	F	Jnsp
d	10	V	F	Jnsp

2. Le premier terme u_0 de la suite (u_n) est :				
a	12	V	F	Jnsp
b	206	V	F	Jnsp
c	220	V	F	Jnsp
d	216	V	F	Jnsp

26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	

Question ANA106Q

f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$; $f(0) = 4$				
a	$f'(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - 4}{x}$	V	F	Jnsp
b	$f'(0) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - 4}{x}$	V	F	Jnsp
c	$f'(0) = \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0}$	V	F	Jnsp
d	$f'(4) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - 4}{x}$	V	F	Jnsp

34	
35	
36	
37	

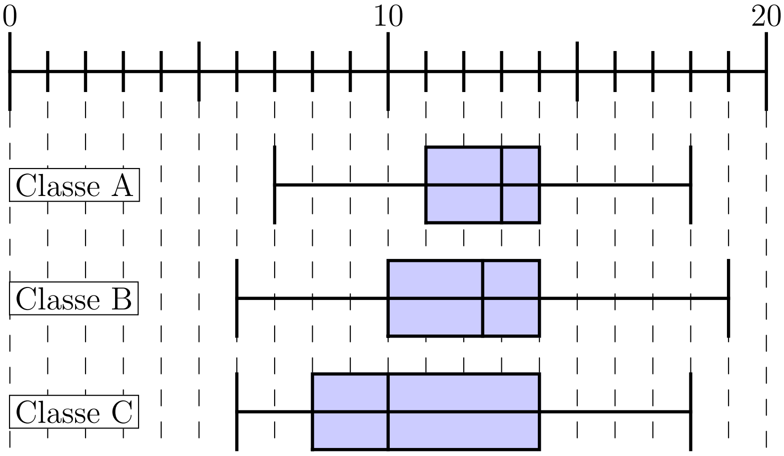
Question GEA101Q

Dans un repère orthonormal, le point M a pour coordonnées cartésiennes $\left(\dfrac{5}{2}\,;\,-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\right)$.

M a pour coordonnées polaires :					
a	$r = \dfrac{5}{2},\ \theta = -\dfrac{\pi}{3}$.	V	F	Jnsp	38
b	$r = 5,\ \theta = -\dfrac{\pi}{6}$.	V	F	Jnsp	39
c	$r = 5,\ \theta = -\dfrac{\pi}{3}$.	V	F	Jnsp	40
d	$r = -5,\ \theta = \dfrac{2\pi}{3}$.	V	F	Jnsp	41
e	$r = 5,\ \theta = \dfrac{5\pi}{3}$.	V	F	Jnsp	42

Question STA100Q

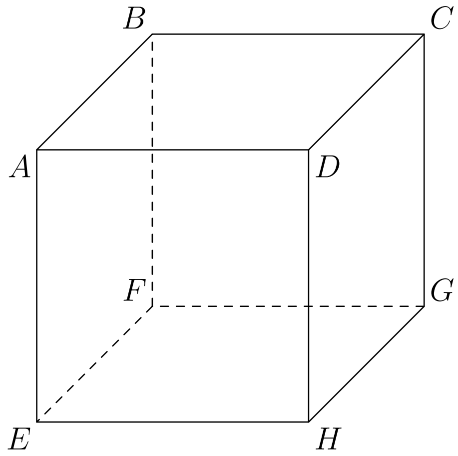
Les boîtes statistiques ci-dessous illustrent les moyennes qu'un professeur a attribuées aux élèves de trois classes différentes à la fin d'un trimestre (classes A, B et C).



En observant les boîtes on peut affirmer que :					
a	La classe C contient beaucoup plus d'élèves que la classe A.	V	F	Jnsp	43
b	Dans chacune des trois classes, les $\frac{3}{4}$ des élèves ont une moyenne inférieure ou égale à 14.	V	F	Jnsp	44
c	Dans la classe B, la moitié des élèves a une moyenne appartenant à $[10\ ;\ 14]$.	V	F	Jnsp	45
d	Dans la classe C, la moitié des élèves a une moyenne inférieure ou égale à 10.	V	F	Jnsp	46
e	La classe B a une meilleure moyenne que la classe C.	V	F	Jnsp	47

Question GEE102Q

La figure ci-contre représente un cube $ABCDEFGH$



Vrai ou Faux ?					
a	La droite (AF) est parallèle à la droite (BG)	V	F	Jnsp	48
b	La droite (FE) est orthogonale à la droite (GC)	V	F	Jnsp	49
c	La droite (FE) coupe la droite (GC)	V	F	Jnsp	50
d	La droite (CD) est parallèle à la droite (FE)	V	F	Jnsp	51
e	La droite (AF) est parallèle au plan (ACH)	V	F	Jnsp	52
f	La droite (EF) est parallèle au plan (ABG)	V	F	Jnsp	53
g	La droite (EF) est parallèle au plan (ADC)	V	F	Jnsp	54
h	La droite (EF) est parallèle au plan (BCG)	V	F	Jnsp	55

Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
26, rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Évaluation Première
ÉPREUVE 1-2005-A2

Sans calculatrice. *Durée : 50 minutes.*

Nom de l'élève : ______________________ Prénom : ______________________

CLASSE : ______________ Établissement : ______________________

ATTENTION ! Lisez avant de poursuivre !

Pour chaque question, des réponses sont proposées.
Elles sont appelées **a, b, c, . . .**

Pour chaque question, il peut y avoir 0, 1, 2, 3 ou . . . réponses exactes.

Énoncé de la question

Présentation. . .

Question. . .				
a	*Réponse A*	V	F	Jnsp
b	*Réponse B*	V	F	Jnsp
c	*Réponse C*	V	F	Jnsp
d	*Réponse D*	V	F	Jnsp

Réponses possibles.

Dans chaque ligne, entourer de façon très visible, selon le cas, l'un des mots V, F ou Jnsp.
V *doit se lire* **VRAI**
F *doit se lire* **FAUX**
Jnsp *signifie « Je ne sais pas » : il est toujours préférable de signaler que l'on ne sait pas répondre à la question plutôt que d'entourer n'importe quelle case.*

Question GEE103Q

Un plan (P) coupe un cube de façon que la section soit un triangle IJK.					
a	IJK peut être isocèle	V	F	Jnsp	01
b	IJK peut être équilatéral	V	F	Jnsp	02
c	IJK peut être rectangle	V	F	Jnsp	03
d	$\widehat{IJK}$ peut être obtus	V	F	Jnsp	04

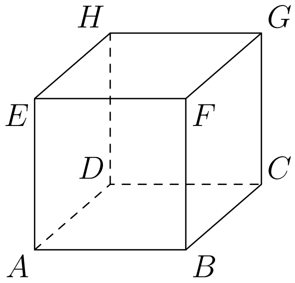
Question ANA100Q

Sachant que la suite (u_n) converge vers 5, on est sûr que :					
a	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) appartiennent à l'intervalle $[4\ ;\ 5]$.	V	F	Jnsp	05
b	Tous les termes de la suite (u_n) sont différents de 5.	V	F	Jnsp	06
c	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) appartiennent à l'intervalle $]4{,}9\ ;\ 5{,}2[$.	V	F	Jnsp	07
d	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) sont supérieurs à 4.	V	F	Jnsp	08

Question GES102Q

Si le réel $\boldsymbol{\alpha}$ vérifie : $\cos(\alpha) = \dfrac{3}{5}$ et $\sin(\alpha) = \dfrac{4}{5}$, alors :					
a	$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \dfrac{1}{5}$	V	F	Jnsp	09
b	$\cos(2\alpha) = -\dfrac{7}{25}$	V	F	Jnsp	10
c	$\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{7\sqrt{2}}{10}$	V	F	Jnsp	11
d	$\sin\left(\alpha - \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{4 - 3\sqrt{3}}{10}$	V	F	Jnsp	12

Question GEA111Q



$ABCDEFGH$ est un cube.

Dans le repère $(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AD}\,;\,\overrightarrow{AE})$, I est le point de $[DC]$ tel que $\overrightarrow{DI} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{DC}$, J le point de $[BC]$ tel que $\overrightarrow{BJ} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.					
a	Les coordonnées de I sont $\left(1\,;\,\dfrac{1}{4}\,;\,0\right)$.	V	F	Jnsp	13
b	Le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{3}{4}\,;\,-\dfrac{1}{4}\,;\,0\right)$.	V	F	Jnsp	14
c	Le milieu de $[HF]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$.	V	F	Jnsp	15
d	Le centre de gravité de (AFH) a pour coordonnées $\left(\dfrac{1}{3}\,;\,\dfrac{1}{3}\,;\,\dfrac{2}{3}\right)$.	V	F	Jnsp	16

Question ANA107Q

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = 3x^2 + 1$. h est un nombre voisin de 0.

La meilleure approximation affine de $f(1+h)$ est :					
a	$6h$	V	F	Jnsp	17
b	$6h + 4$	V	F	Jnsp	18
c	$6(h-1) + 4$	V	F	Jnsp	19
d	$3(1+h)^2 + 1$	V	F	Jnsp	20
e	$7h + 4$	V	F	Jnsp	21

Question ANA103Q

La fonction f est définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x-3}{x^3+1}$.					
a	$f'(x) = \frac{1}{3x^2}$	V	F	Jnsp	22
b	$f'(x) = \frac{-2x^3+9x^2+1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp	23
c	$f'(x) = \frac{4x^3-9x^2+1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp	24
d	$f'(x) = \frac{2x^3-9x^2-1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp	25

Question NAL100Q

L'expression $(x+1)^3 + x^2 - 1$, où x désigne un nombre réel quelconque, peut aussi s'écrire :					
a	$(x+1)(x-1)(x-3)$	V	F	Jnsp	26
b	$(x+1)^2(x-1)$	V	F	Jnsp	27
c	$x(x-1)(x-3)$	V	F	Jnsp	28
d	$x(x+1)(x+3)$	V	F	Jnsp	29

Question STA101Q

On lance deux fois de suite un dé équilibré à six faces.					
a	La probabilité d'obtenir un « double », c'est-à-dire deux fois la même face, est égale à $\frac{2}{7}$.	V	F	Jnsp	30
b	La probabilité que la somme des deux faces obtenues soit 5 est égale à $\frac{1}{9}$.	V	F	Jnsp	31
c	La probabilité que le produit des faces obtenues soit pair est égale à $\frac{3}{4}$.	V	F	Jnsp	32
d	La probabilité qu'au moins une des faces soit paire est égale à $\frac{1}{2}$.	V	F	Jnsp	33

Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
26, rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Évaluation Première
ÉPREUVE 1-2005-B1

Avec calculatrice, modèle utilisé : .... *Durée : 50 minutes.*

Nom de l'élève :	Prénom :
CLASSE :	Établissement :

Cette épreuve est composée de différentes questions que vous pouvez traiter dans l'ordre qui vous convient le mieux. Répondez dans les espaces réservés.

Ne vous attardez pas sur une question particulière. Commencez par celles qui vous paraissent faciles. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de répondre à toutes les questions.

Expliquez, justifiez, ou démontrez vos résultats aussi soigneusement que possible et, en cas de besoin, joignez une feuille.

Si vous avez terminé avant la fin du temps disponible, relisez soigneusement vos réponses.

Question ANA110

On considère la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{5}{2}x^3 - \dfrac{7}{2}x^2 - 1$.

a) Calculer la dérivée de la fonction f. 01

....

b) En déduire $f'(1)$. 02

....

c) Dans le graphique ci-contre, laquelle des cinq droites tracées est la tangente à la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ au point d'abscisse 1 ? 03 04 05

Justification :

....

....

....

....

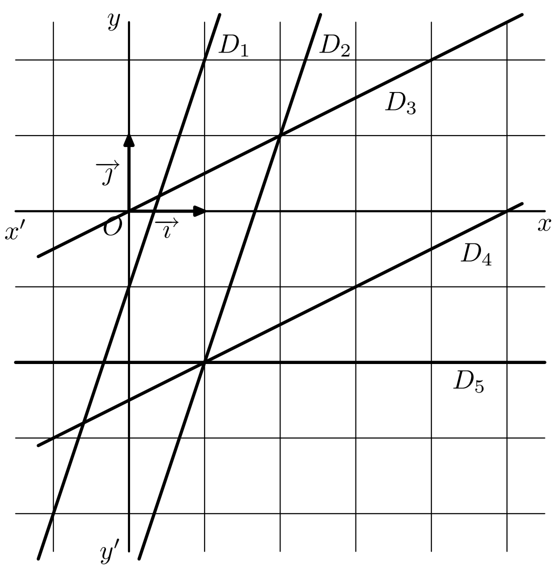
....

....

....

....

....



Question GEA105

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct $\left(O,\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath},\ \overrightarrow{k}\right)$, on considère les points

$$R(2\ ;\ 3\ ;\ -5),\ S(1\ ;\ 5\ ;\ 0),\ U(0\ ;\ -7\ ;\ -5) \text{ et } V(4\ ;\ -1\ ;\ -15).$$

Le point U appartient-il à la droite (RS) ? Et le point V ? Justifier chacune des réponses.

....

....

....

....

....

....

06	
07	
08	
09	

Question GEA100

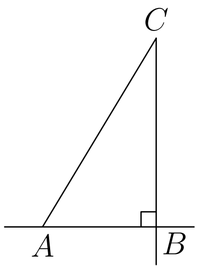
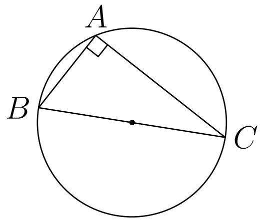
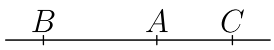
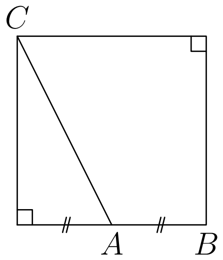
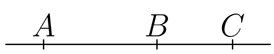
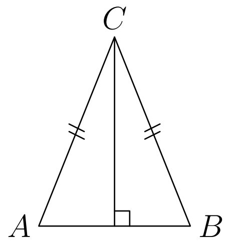
Figure 1	Figure 2	Figure 3
		

Figure 4	Figure 5	Figure 6
		

Dans chacune des situations ci-dessus (figures 1 à 6), on a calculé le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

Pour chacune des égalités obtenues, indiquer le numéro de la figure correspondante.

		Figure n°			Figure n°
a)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2$	....	d)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$	....
b)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC$	....	e)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \dfrac{1}{2}AB^2$	....
c)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB^2$	....	f)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB.AC$	....

10	
11	
12	
13	
14	
15	

Question FON103

La parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ passe par les point $A(-1\ ;\ 3)$ et a pour sommet $S(2\ ;\ 5)$.

Répondre aux questions suivantes, en justifiant les résultats.

1) Quel est le signe de a ? 16
2) Quel est le signe de c ?
3) Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?
4) Quelle est l'abscisse du deuxième point de la parabole qui a pour ordonnée 3 ?

17

18

19

20

21

22

Question FON102

On donne ci dessous le tableau de variation de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$. En déduire, en justifiant la réponse, le tableau de variation de la fonction $f \circ g$ sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Justifications : 23

.... 24

.... 25

.... 26

.... 27

....

....

Question STA103

J'ai dans ma poche une pièce de 1 €, une pièce de 2 €, une pièce de 50 c et une pièce de 20 c.

Je tire de ma poche deux pièces au hasard. Soit X la somme obtenue.
On admet que le tirage des différentes pièces est équiprobable.

1) Déterminer la loi de probabilité de X ;

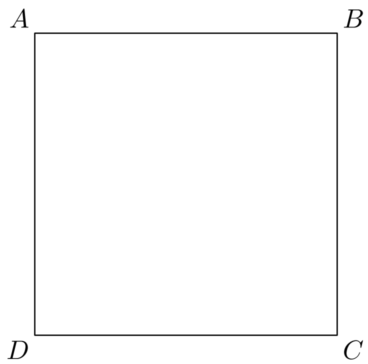
2) Calculer l'espérance de X.

Explications et réponses :

28	
29	
30	
31	
32	

Question GEA106

A, B, C, D sont les sommets d'un carré.
Construire le barycentre G du système de points pondérés :
$\{(A\ ;\ 1), (B\ ;\ 3), (C\ ;\ -1), (D\ ;\ 1)\}$.



Explications ou calculs si nécessaire

33	
34	
35	
36	
37	
38	

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public 26, rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Évaluation Première

ÉPREUVE 1-2005-B2

Avec calculatrice, modèle utilisé : .... *Durée : 50 minutes.*

Nom de l'élève :	Prénom :
CLASSE :	Établissement :

Cette épreuve est composée de différentes questions que vous pouvez traiter dans l'ordre qui vous convient le mieux. Répondez dans les espaces réservés.

Ne vous attardez pas sur une question particulière. Commencez par celles qui vous paraissent faciles. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de répondre à toutes les questions.

Expliquez, justifiez, ou démontrez vos résultats aussi soigneusement que possible et, en cas de besoin, joignez une feuille.

Si vous avez terminé avant la fin du temps disponible, relisez soigneusement vos réponses.

Question ANA117

Lors d'une production, une substance est lavée plusieurs fois pour retirer les impuretés.
À chaque lavage, 1,7 % de la masse disparaît.
Quel pourcentage de la masse de départ, à 0,1 % près, reste-t-il après 25 lavages ?

....

....

....

01	
02	
03	
04	

Question ANA108

($\mathscr{C}$) est la courbe représentative, dans le repère orthonormal $(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La droite (d) est la tangente à cette courbe au point $A(6\ ;\ 2)$.

Déterminer graphiquement une valeur approchée de $f'(6)$.

Explications :

....

....

....

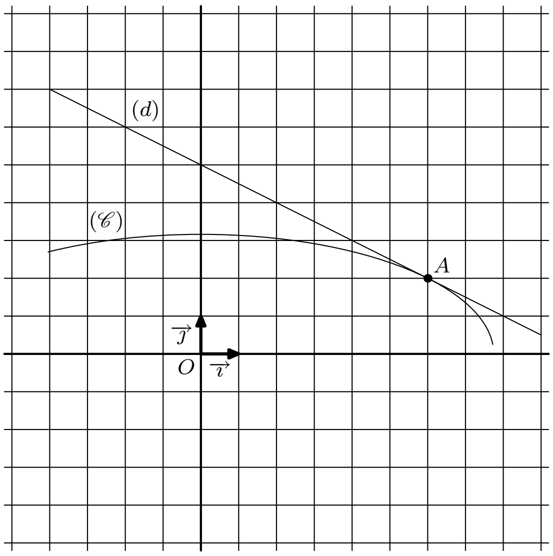
....

....

....

....

Réponse : ....



05	
06	
07	

Question ANA113

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2}$

a) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

.... 08

.... 09

Comment se traduira ce résultat sur la représentation graphique de la fonction ? 10

....

....

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$

.... 11

.... 12

Comment se traduira ce résultat sur la représentation graphique de la fonction ? 13

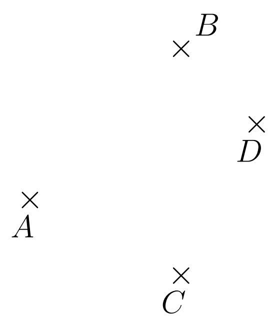
....

....

Question GES103

Quatre points A, B, C et D étant donnés, soit M, N, P et Q les points tels que :

- M et N sont les images respectives de A et B dans l'homothétie de centre C et de rapport 1,5 ;
- P et Q sont les images respectives de A et B dans l'homothétie de centre D et de rapport 1,5.



1. Placer les points M, N, P et Q sur la figure ci-contre. 14
2. Démontrer que $PMNQ$ est un parallélogramme.

.... 15

.... 16

....

....

....

....

Question ANA114

Pour chacune des suites définies ci-dessous, dire si elle est arithmétique (A), géométrique (G), ni l'une ni l'autre (N) et justifier chaque réponse.

		Nature	Justification	
1	$u_n = 2^n + 1$		....	17 18
2	$u_n = \dfrac{1}{2^n}$		....	19 20
3	$u_n = -(n+3)$		....	21 22
4	$u_n = -2n+3$		....	23 24
5	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + n$		....	25 26
6	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2 + u_n$		....	27 28
7	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = -3u_n$		....	29 30

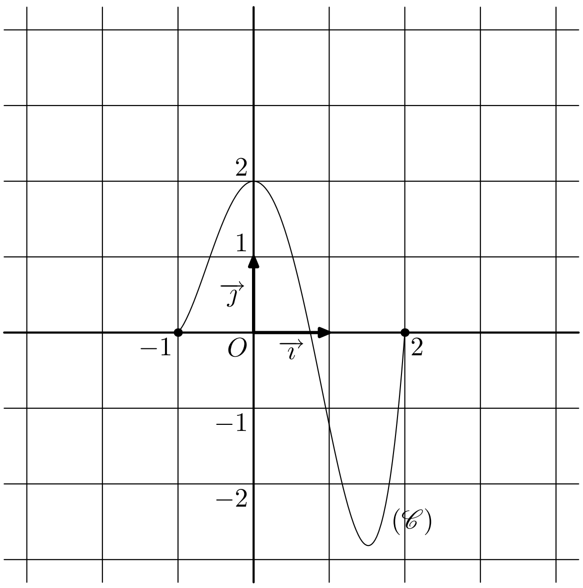
Question FON100

Dans le repère $(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$, on a tracé la courbe $(\mathscr{C})$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 2]$.

On considère la fonction g définie, lorsque cela est possible, par :

$$g(x) = f(x-2)$$

Tracer, dans le même repère, la représentation graphique de la fonction g.



31
32

Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?

....

....

....

33

Question ANA111

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2-2}{x^2+1}$.

On appelle $(\mathscr{R})$ sa représentation graphique dans un repère $(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$ du plan.

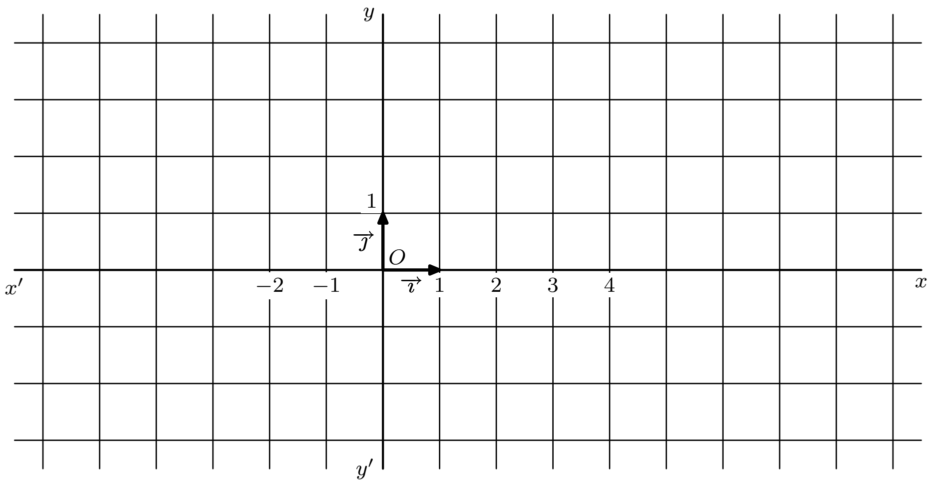
a) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f :

34
35
36

b) Étudier les variations et dresser un tableau de variation de la fonction f :

37
38

c) Ébaucher la courbe représentative (donner seulement son allure) :



39
40
41

d) Déterminer une équation de la tangente à la courbe $(\mathscr{R})$ au point d'abscisse 1 :

42
43
44

Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
26, rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Évaluation Première

ÉPREUVE 1-2005-C1

Avec calculatrice, modèle utilisé : .... *Durée : 50 minutes.*

Nom de l'élève : ______________________ Prénom : ______________________

CLASSE : ______________ Établissement : ______________________

Cette épreuve est composée de différentes questions que vous pouvez traiter dans l'ordre qui vous convient le mieux. Utilisez une copie sur laquelle vous écrirez vos noms, classe et établissement pour écrire vos réponses et vos justifications. Notez soigneusement les noms des questions auxquelles vous répondez.

Utilisez un brouillon pour préparer certaines de vos réponses et rendez ensemble votre copie, votre brouillon et cette feuille d'énoncés.

Ne vous attardez pas sur une question particulière. Commencez par traiter celles qui vous paraissent faciles. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de traiter toutes les questions.

Expliquez, justifiez, ou démontrez vos résultats aussi soigneusement que possible.

Si vous avez terminé avant la fin du temps disponible, relisez soigneusement vos réponses.

Question ANA102

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \overrightarrow{\imath}\ ;\ \overrightarrow{\jmath}\right)$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x}$ et A le point de coordonnées $(1, 0)$. Quel est le point de $\mathscr{C}$ le plus proche de A ?

01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	

Question GEA109

Étant donné un triangle ABC non aplati :

1. Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ soit colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AC}$. Faire une figure et représenter l'ensemble trouvé.
2. Déterminer l'ensemble $\mathscr{F}$ des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$ soit orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AC}$. Faire une figure et représenter l'ensemble trouvé.

11	
12	

13	
14	

Question GEA104

Représenter ci-dessous en couleur les ensembles E, F, G et H définis comme suit :

Figure 1 : E est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r, θ) vérifient : $2 \leqslant r \leqslant 4$;

Figure 2 : F est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r, θ) vérifient : $\theta = \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi$ (où k est un entier relatif quelconque) ;

Figure 3 : G est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r, θ) vérifient : $\left(\theta = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$ et $(r \leqslant 2)$ (où k est un entier relatif quelconque) ;

Figure 4 : H est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r, θ) vérifient : $\left(\theta = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$ ou $(r \leqslant 2)$ (où k est un entier relatif quelconque).

15

16

17

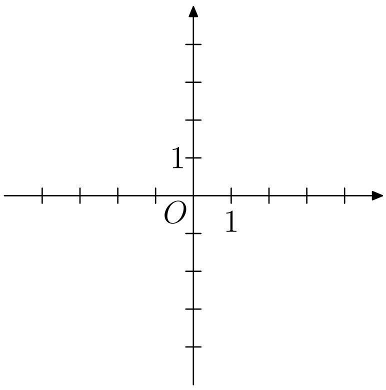


Figure 1

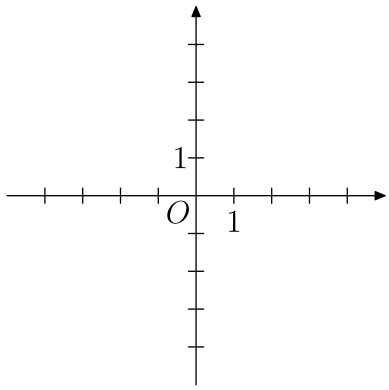


Figure 2

18

19

20

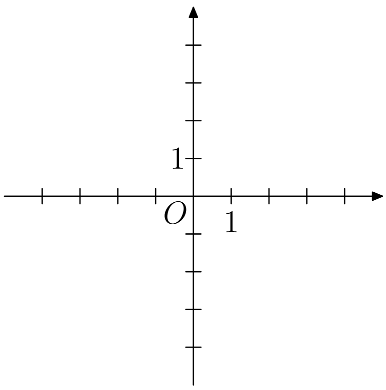


Figure 3

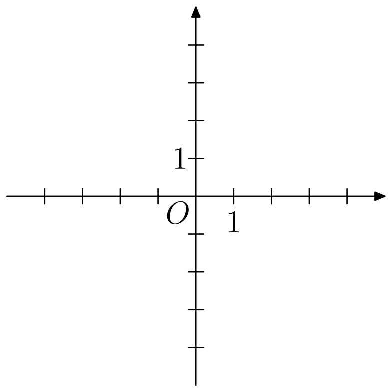


Figure 4

Question STA104

On veut simuler une promenade aléatoire sur les sommets d'un carré $ABCD$.

Un « déplacement élémentaire » se fera le long d'un côté du carré, d'un sommet à un sommet voisin, et on choisit au hasard à partir de chaque sommet un des deux « déplacements élémentaires » possibles. Par exemple, à partir du sommet B, les deux déplacements élémentaires possibles sont $B \to C$ et $B \to A$

Le point de départ d'une promenade aléatoire est toujours D.

Exemple de promenade aléatoire de longueur 4 partant de D et arrivant à B :

$$D \to C \to B \to C \to B$$

21
22

I) a) Trouver deux méthodes différentes pour générer une promenade aléatoire de longueur 5 partant de D en utilisant la touche random de votre calculatrice. 23 24

I) b) Si l'on suppose que la touche random de votre calculatrice vous renvoie le nombre 0,943 597 402 5, quelles sont les promenades obtenues par chacune de vos deux méthodes ? *Votre méthode peut ne pas utiliser tous les chiffres.* 25 26

II) Un jeu consiste à faire une promenade aléatoire de longueur 3 à partir de D.
Une partie est gagnante si la promenade arrive en A.

a) Est-ce possible ? 27

b) La promenade peut-elle se terminer en B ?, en C ? en A ? 28

c) Voici 10 nombres fournis par la touche random d'une calculatrice :
0,908 318 861 1 ; 0,339 362 525 4 ; 0,146 687 829 2 ; 0,733 812 311 2 ;
0,043 991 987 5 ; 0,200 340 261 8 ; 0,995 466 341 1 ; 0,798 070 100 9 ;
0,405 809 641 8 ; 0,514 701 950 5

Choisir une des méthodes imaginées en I), l'adapter à la longueur 3 et fabriquer ainsi 10 parties. 29 30

Quels sont les points d'arrivée de chacune de ces dix promenades ? Combien sont gagnantes ? 31 32

d) On suppose que les déplacements élémentaires à partir d'un sommet quelconque sont équiprobables. Quelle est la probabilité de gagner ? 33 34

Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
26, rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Évaluation Première
ÉPREUVE 1-2005-C2

Avec calculatrice, modèle utilisé : .... *Durée : 50 minutes.*

Nom de l'élève : ____________________	Prénom : ____________
CLASSE : ____________	Établissement : ____________________

Cette épreuve est composée de différentes questions que vous pouvez traiter dans l'ordre qui vous convient le mieux. Utilisez une copie sur laquelle vous écrirez vos noms, classe et établissement pour écrire vos réponses et vos justifications. Notez soigneusement les noms des questions auxquelles vous répondez.

Utilisez un brouillon pour préparer certaines de vos réponses et rendez ensemble votre copie, votre brouillon et cette feuille d'énoncés.

Ne vous attardez pas sur une question particulière. Commencez par traiter celles qui vous paraissent faciles. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de traiter toutes les questions.

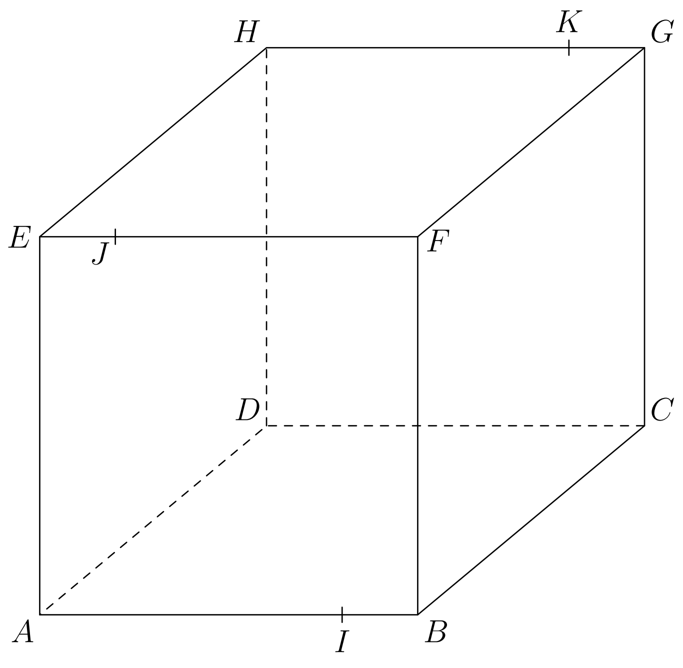
Expliquez, justifiez, ou démontrez vos résultats aussi soigneusement que possible.

Si vous avez terminé avant la fin du temps disponible, relisez soigneusement vos réponses.

Question GEE104

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 10 cm. Les points I, J et K sont respectivement sur les arêtes $[AB]$, $[EF]$ et $[HG]$; $IB = EJ = KG = 2$ cm.

1. Sur la figure ci-dessous, construire la section du cube avec le plan IJK.
   Laisser les traits de construction visibles.
2. Sur une feuille séparée, construire cette section en vraie grandeur.



01	
02	
03	
04	

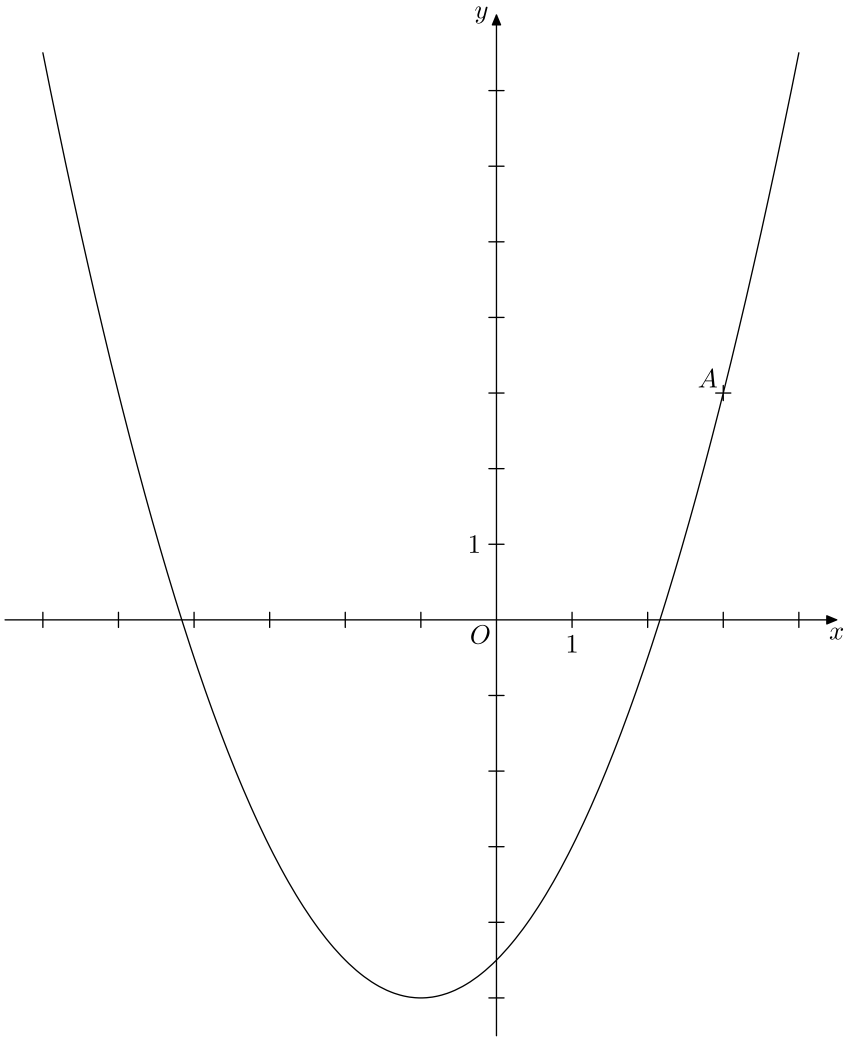
05	
06	
07	
08	

09	
10	

Question ANA118

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \longmapsto \dfrac{1}{2}x^2 + x - \dfrac{9}{2}$.
Une représentation graphique de f est donnée ci-dessous. 11

1. Donner une équation de la tangente $(\mathscr{D})$ à la courbe représentant f au point A d'abscisse 3 ; 12
2. Donner une autre fonction trinôme du second degré dont la courbe représentative est tangente en A à $(\mathscr{D})$. Tracer sa courbe représentative sur le graphique ci-dessous.



13
14
15
16

Question ANA115

La pyramide ci-dessous est formée des entiers consécutifs.
À chaque étage on ajoute une case à gauche et à droite.

			1			
		2	3	4		
	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	14	15	16

1. Quels sont les nombres qui forment la dixième ligne ? 17

L'objectif de ce problème est de trouver une méthode permettant de connaître la position de n'importe quel nombre entier dans cette pyramide.

Notations :
On numérote les lignes de haut en bas. On numérote les colonnes de gauche à droite ligne par ligne. Le terme de la 4^{e} ligne et de la 2^{e} colonne est 11.
On appelle u_n le nombre de termes de la n-ième ligne : $u_1 = 1$, $u_2 = 3$.
On appelle a_n le premier terme de la n-ième ligne : $a_1 = 1$, $a_2 = 2$.
On appelle b_n le dernier terme de la n-ième ligne : $b_1 = 1$, $b_2 = 4$.

2. Étude de la suite $(u_n)_{n>0}$

   Montrer que la suite (u_n) est arithmétique. En déduire u_n en fonction de n. 18 19

3. Étude de la suite $(a_n)_{n>0}$ et de la suite $(b_n)_{n>0}$

   a) Montrer que, pour tout n de $\mathbb{N}$:

      i) $b_n = a_n + 2(n-1)$, 20

      ii) $a_{n+1} = a_n + 2n - 1 = b_n + 1$. 21

   b) En déduire $b_{n+1} = b_n + 2n + 1$, puis $b_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$. 22 23

   c) En déduire b_n en fonction de n, puis a_n. 24

4. 25 26

   a) Quel terme se trouve sur la 10^{e} ligne à la 7^{e} colonne ? 27

   b) Quel terme se trouve sur la 99^{e} ligne à la 100^{e} colonne ? Expliquez. 28 29

5.

   a) Déterminer un entier p tel que $p^2 + 1 \leqslant 2\,005 \leqslant (p+1)^2$. 30

   b) En déduire l'entier n pour lequel $a_n \leqslant 2\,005 \leqslant b_n$. Sur quelle ligne se trouve 2 005 ? Dans quelle colonne ? 31