Le Meccano

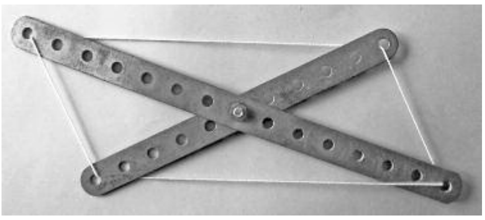
Jean Fromentin

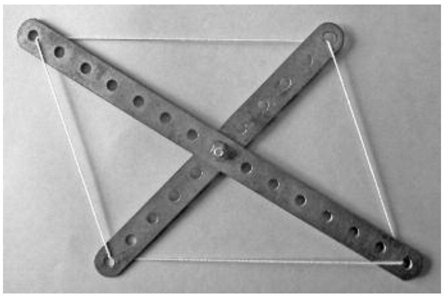
« *Les enfants n'ont point d'affaires plus sérieuses que leurs jeux* » affirmait Montaigne. Étais-je comme mes enfants en leur empruntant leurs legos et leur meccano pour faire « sérieusement » des mathématiques avec mes élèves ? Après l'article « *Les Lego de 7 à XXX ans* » (PLOT 43), voici donc en quoi le Meccano m'a été utile dans mon enseignement.

Propriétés des quadrilatères

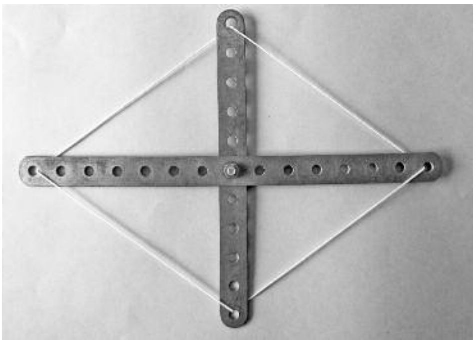
La première utilisation des barres de Meccano, et la plus simple, concerne les propriétés des quadrilatères.
Prenons tout de suite un exemple : « *Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme* ».
Nous savons que l'assertion est vraie ; le matériel doit donc suivre !

On prend donc deux barres de Meccano de longueurs différentes que l'on assemble en leur milieu avec un boulon. On passe un élastique à chapeau dans les trous aux extrémités des deux barres et on le noue.

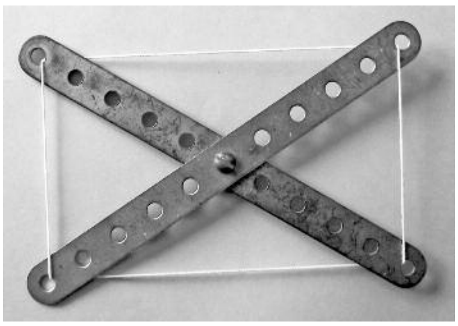


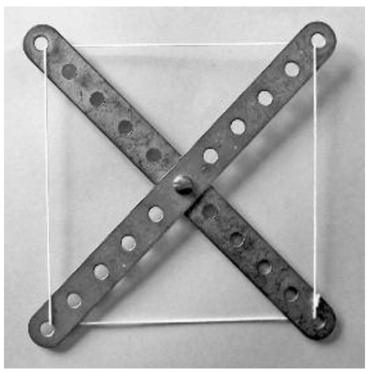


On observe alors que, quelle que soit la position des barres, les côtés opposés du quadrilatère matérialisés par l'élastique restent parallèles.
On peut observer aussi le losange dans le cas où les barres sont perpendiculaires.

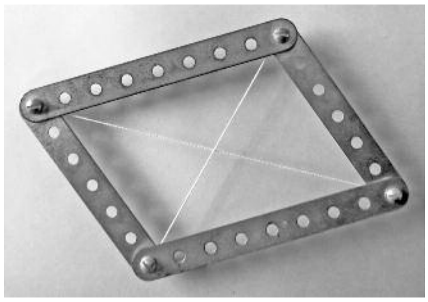


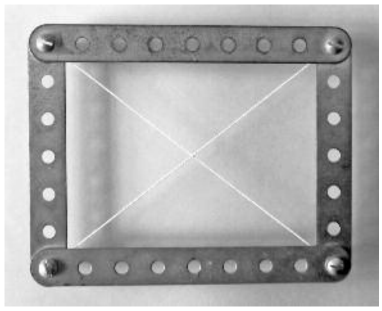
Si, de plus, on prend deux barres de même longueur pour les diagonales, le parallélogramme obtenu est un rectangle ; et il devient un carré si en plus les barres sont perpendiculaires.





Inversement, si on construit un quadrilatère dont les côtés opposés ont la même longueur (deux paires de barres de même longueur), on obtient un parallélogramme quelle que soit la position des barres. Si on matérialise les diagonales par deux élastiques fixés aux sommets du parallélogramme, on observe qu'elles se coupent toujours en leur milieu.

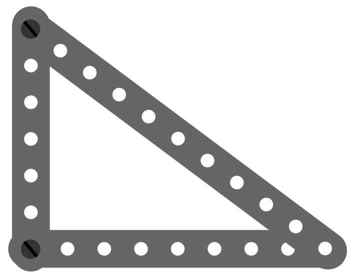




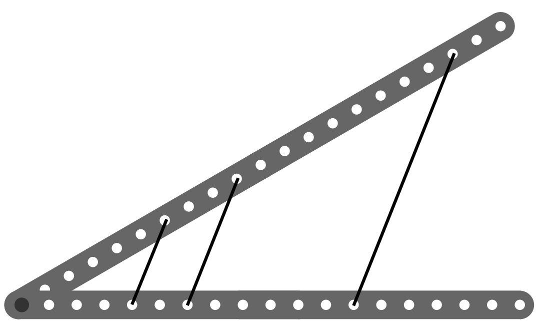
Et, dans la position particulière où deux barres adjacentes sont perpendiculaires, on observe un rectangle et des diagonales de même longueur.

Propriétés de Pythagore et de Thalès

Les activités précédentes concernent uniquement les longueurs. Celles qui suivent font appel aux mesures. C'est évidemment l'« entre-trou », c'est-à-dire la distance entre les centres de deux trous consécutifs, qui est choisi comme unité de longueur (les barres à 7, 9 et 11 trous auront 6, 8 et 10 unités de longueurs).
Ainsi, ces barres trouées régulièrement permettent de matérialiser les situations où il est question de mesures de segments. On pense bien sûr au théorème de Pythagore avec le triangle (3, 4, 5) ou ici (6, 8, 10) : si on décide d'utiliser les longueurs 6, 8 et 10 alors le triangle est rectangle ; réciproquement, si on rend perpendiculaires les deux côtés de longueurs 6 et 8, alors le troisième côté mesure 10. Cette manipulation permet de conjecturer sur une situation simple la propriété de Pythagore.

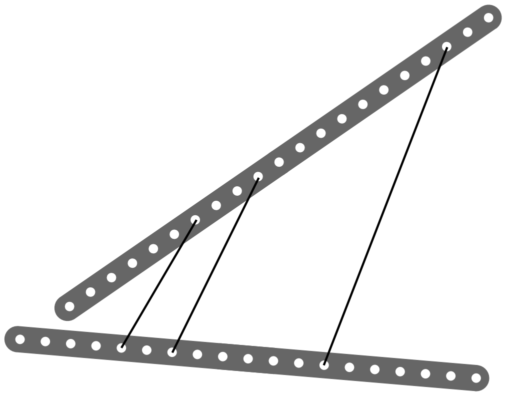


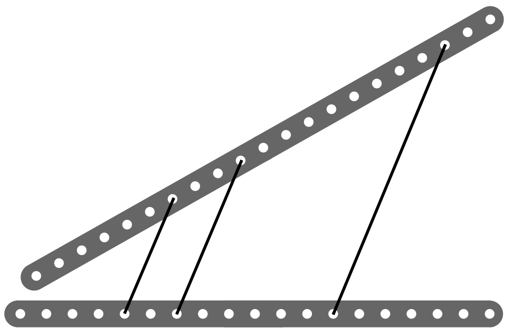
Mais c'est sutout pour la propriété de Thalès que ces barres de Meccano sont particulièrement intéressantes.
Considérons tout d'abord la propriété de Thalès dans le triangle : s'il y a proportionnalité entre les longueurs des segments sur chacune des barres, ici (4, 2, 6) et (6, 3, 9), alors les droites matérialisées par les élastiques sont parallèles, et ceci quelle que soit l'ouverture donnée aux deux barres, ce qui montre que le parallélisme est lié uniquement à la proportionnalité.



Séparons maintenant les deux barres et laissons les élastiques dans les mêmes trous. On conserve donc la proportionnalité (2, 6), (3, 9) entre les deux segments de chaque barre, mais cette fois, en déplaçant les barres on observe que les droites matérialisées par les élastiques ne sont pas nécessairement parallèles. Par contre, en touvant une disposition des barres telle que deux droites (élastiques) soient parallèles entre elles, alors la troisième droite est parallèle aux deux autres.

Cette manipulation met en évidence que la propriété de Thalès, directe et réciproque, est valide dans la situation où deux droites sont déjà parallèles. Sous cette condition, la troisième parallèle implique l'égalité des rapports et l'égalité des raports implique la troisième parallèle. Une telle condition est bien sûr occultée dans le cas du triangle du fait que les mesures des segments partent du point d'intersection des deux droites (il y a un parallélisme trivial).





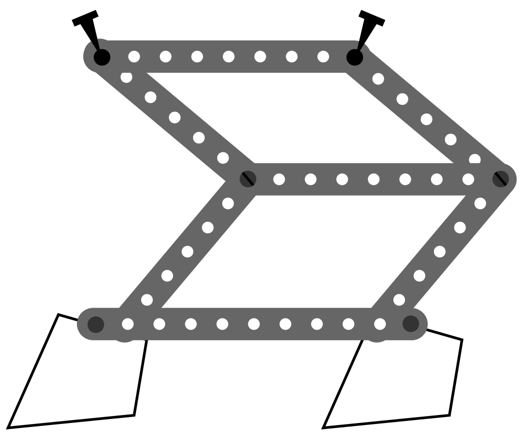
Ces manipulations effectuées devant toute la classe, en ombre chinoise à l'aide d'un rétroprojecteur ou pouvant être montrées à l'aide d'un visualiseur, marquent bien sûr les esprits des élèves. Ces propriétés ne sont plus seulement des textes ou des formules à savoir, à réciter et à utiliser, mais une réalité complètement intégrée. Il faut bien sûr insister sur le fait que ces manipulations ne sont pas des démonstrations. Ce qu'elles nous permettent d'observer est tout simplement conforme aux théorèmes. Aussi, suivant le moment où elles sont réalisées en classe, elles permettent de conjecturer les propriétés ou bien de les conforter.

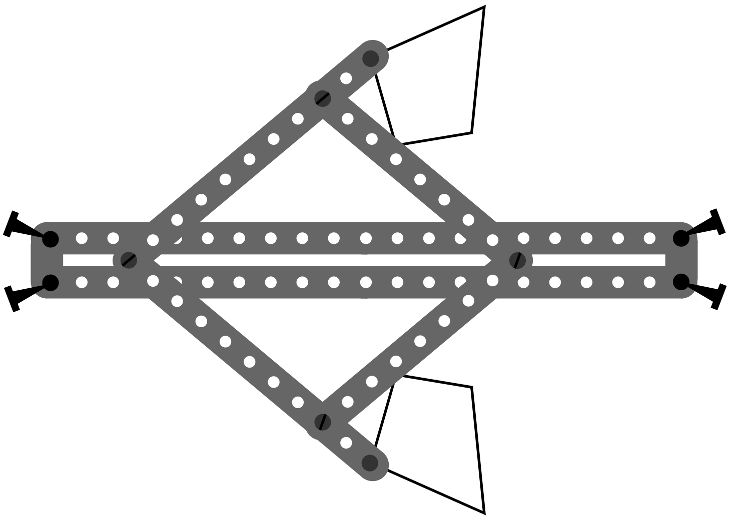
Une remarque pratique : avant de poser ces barres de Meccano sur la plage du rétroprojecteur, prendre soin d'y poser un transparent pour que le métal ne soit pas directement au contact du verre.

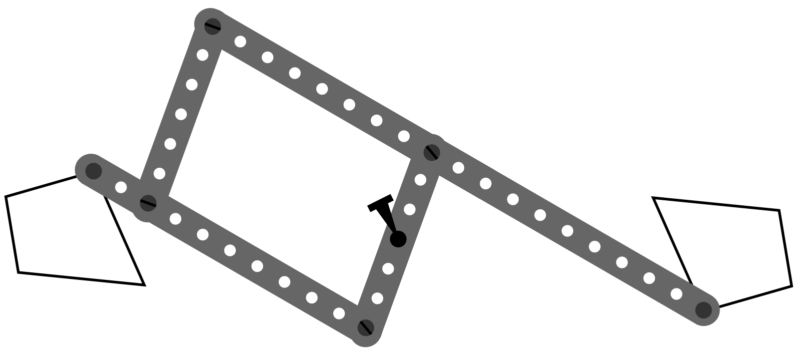
De telles manipulations peuvent bien sûr être réalisées à l'aide des logiciels de géométrie dynamique puis projetées. Les deux supports visualisent de la même manière ces propriétés. Mais l'effet auprès des élèves n'est pas le même. Pour de jeunes élèves, le dessin sur ordinateur reste abstrait. La matérialisation décrite ci-dessus emporte davantage leur conviction. Car c'est bien de cela qu'il s'agit : démontrer est une nécessité mathématique, mais convaincre est une obligation pédagogique. Et une démonstration n'est pas nécessairement convaincante.

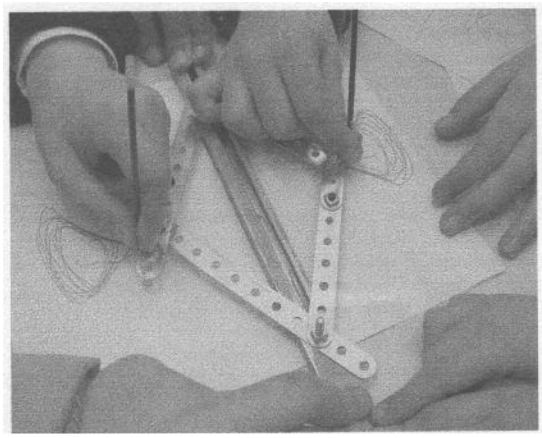
Des outils pour tracer

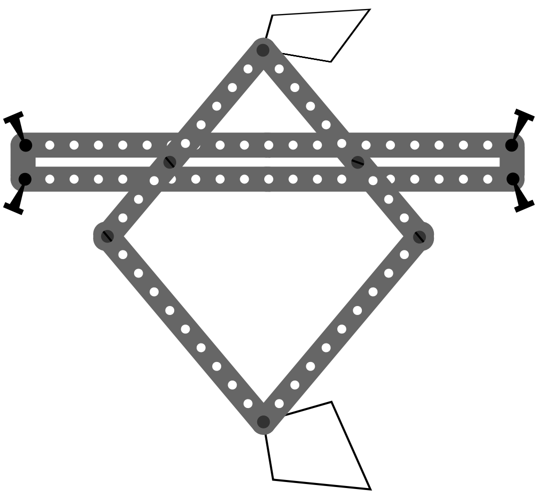
Les barres de Meccano peuvent être aussi utilisées pour réaliser des machines à tracer : translateurs, symétriseurs (symétrie axiale et centrale), pantographes (agrandissement, réduction). La fabrication est un peu plus complexe puisqu'il faut pouvoir adjoindre au mécanisme constitué par les barres des pointes de crayon. Mais plus que le tracé de figures, c'est le mécanisme lui-même qui est intéressant. Pour quelles raisons de tels mécanismes permettent-ils d'obtenir une figure translatée, symétrique par symétrie axiale ou centrale, agrandie ou réduite ?

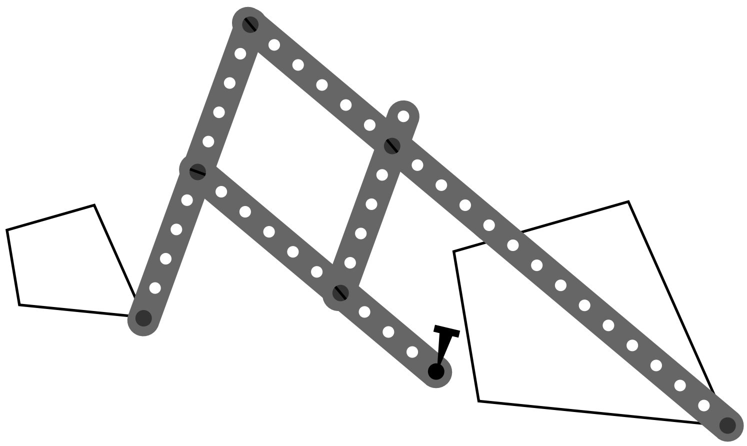






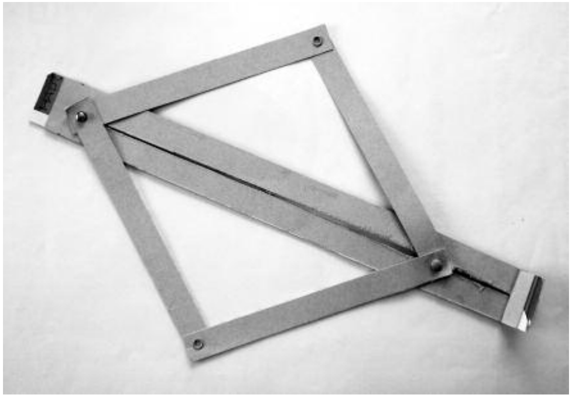


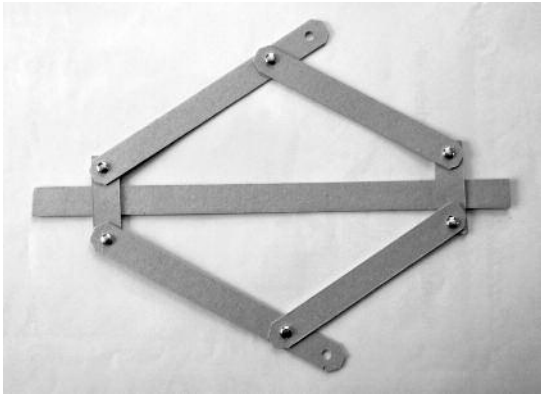




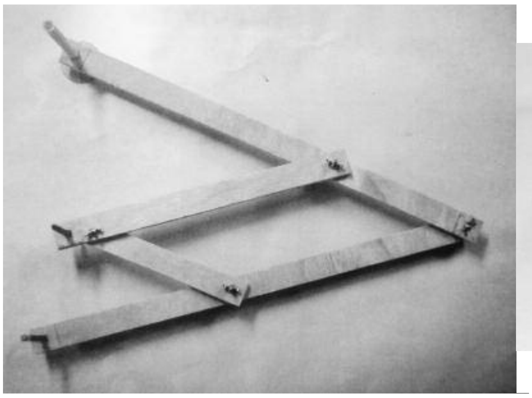
Vous pouvez retrouver ces machines à tracer et leurs animations sur le site EducMath de l'ENS de Lyon : http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/documents/machines-mathematiques

Si ce paragraphe est intitulé « Des outils pour tracer », c'est en référence au thème du même nom de l'édition 2012 du Rallye Mathématique de Poitou-Charentes. Si le Meccano a été bien sûr utilisé pour la fabrication des outils proposés sur chacun des cinq niveaux (la photo précédente montre des élèves utilisant leur symétriseur), les élèves ont fait preuve de beaucoup d'ingéniosité comme en témoignent les photos suivantes.

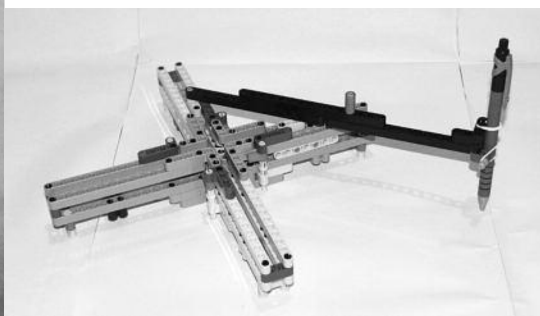




Deux symétriseurs en carton avec des techniques différentes au niveau de la glissière

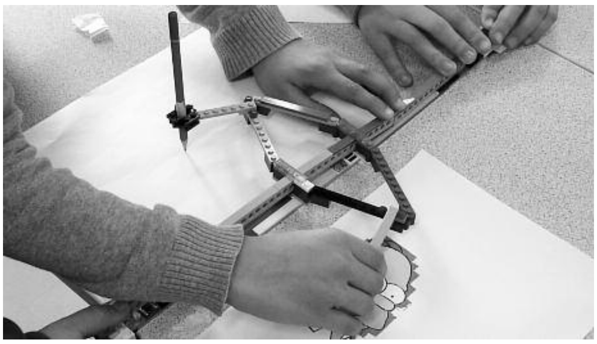


Un pantographe en lamelles de bois



Un ellipsographe en Lego technique

Des élèves au travail avec un symétriseur réalisé en Lego

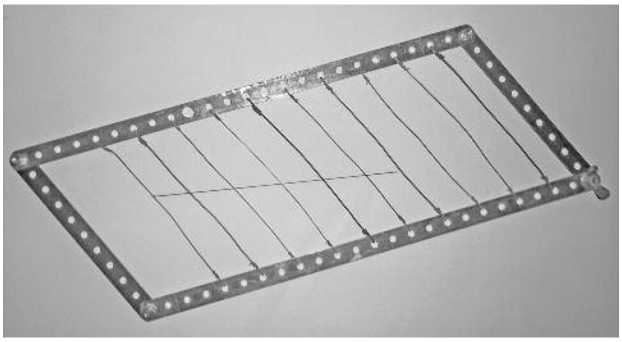


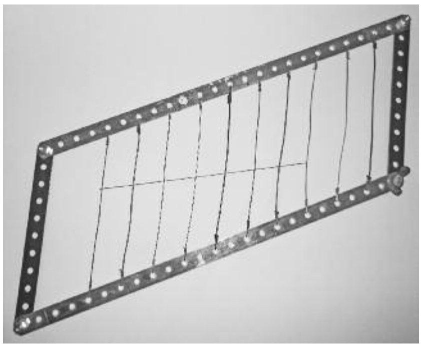
Vous pouvez voir bien d'autres réalisations de ces « machines mathématiques » sur le diaporama des morceaux choisis du rallye 2012, sur le site de la Régionale APMEP Poitou-Charentes : http://apmep.poitiers.free.fr/spip.php?article150

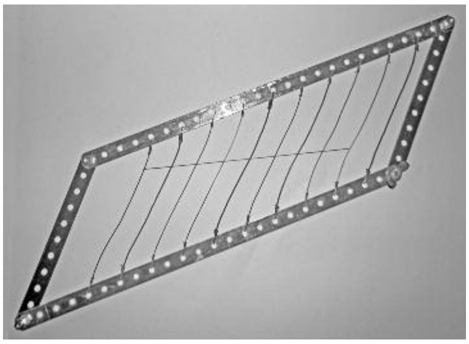
Pour aller plus loin avec son Meccano

Lors de la discussion autour de l'article précédent, l'équipe PLOT découvrait un autre meccanophile en la personne d'Henry Plane qui proposait alors des compléments à l'article, proposition bien sûr immédiatement acceptée. Voici donc, photos à l'appui, d'autres utlisations du Meccano.

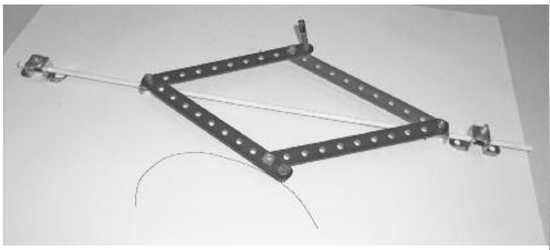
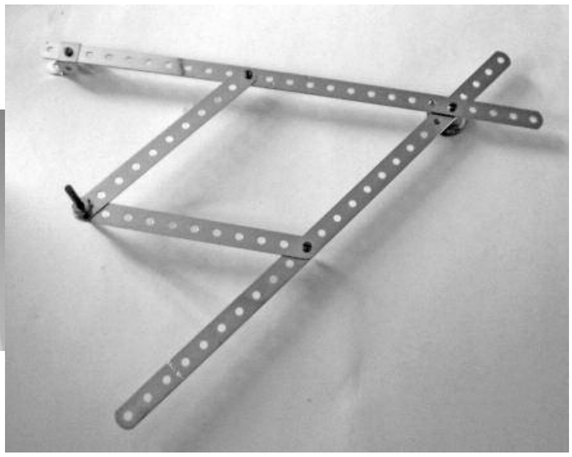
1. Voici un « **Partageur** » utilisant bien sûr la propriété de Thalès et l'équidistance des trous des barres de Meccano. Sur ces trois photos, le même segment est partagé en 6, puis 7, puis 8 segments de même longueur.





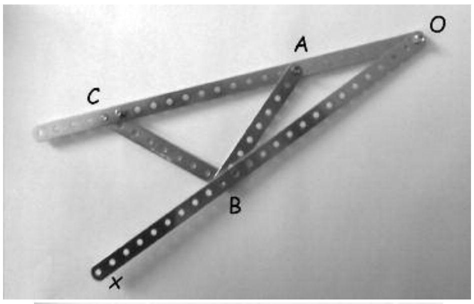


2. Voici à nouveau un **symétriseur axial**, mais avec une troisième technique au niveau de la glissière, et un **pantographe**.

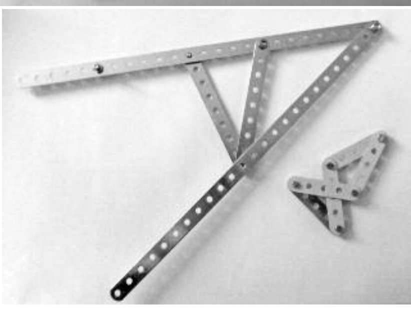



3. Un trisecteur…

Avec OA = AB = BC, on a $\widehat{AOB} = \dfrac{1}{3}\,\widehat{CBx}$.



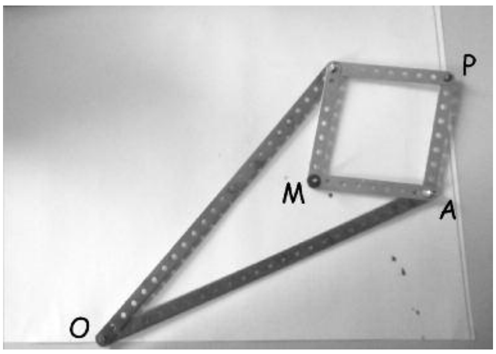
Cas particulier : si OB = OC, alors $\widehat{AOB} = \dfrac{\pi}{5}$.



4. L'inverseur de Peaucellier

La pointe P suit la droite dessinée au bord de la page, et le crayon M, diamétralement opposé à la pointe dans le losange, se déplace sur un cercle (quelques points ont été tracés), et réciproquement si on échange pointe et crayon.

$\overline{OM} \cdot \overline{OP} = OA^2 - MA^2 = \text{constante}$, (puissance d'un point par rapport à un cercle).

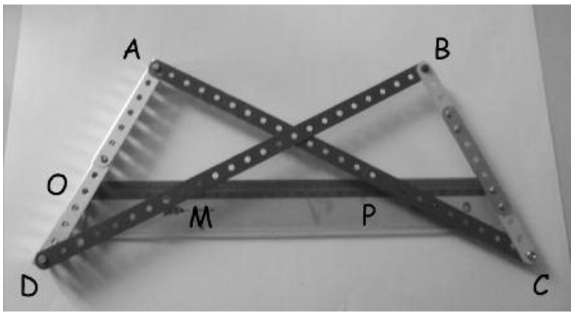


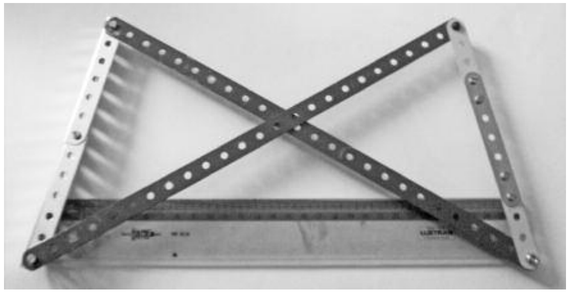
5. L'inverseur de Hart

ABCD est un trapèze isocèle articulé.

Deux points, M sur [DB] et P sur [CA], tels que DM = PC ; alors (MP) parallèle à (CD) recoupe [AD] en O qui est fixe.

$\overline{OM} \cdot \overline{OP} = \text{constante}$ (homothétie et théorème de Ptolémée car ABCD est inscriptible).





6. Un traceur de conique.
Il s'agit ici d'une ellipse. Le crayon est situé à l'extrémité d'une génératrice que l'on fait tourner autour de l'axe du cône fixé sur une base plane munie ici d'un contrepoids qui stabilise l'ensemble. L'axe du cône avec le plan de base peut être choisi librement comme celui de la génératrice avec l'axe selon qu'il est désiré une autre ellipse, voire une conique d'un autre genre (parabole ou hyperbole).