Legendre, Adrien-Marie (1752-1833). *Éléments de géométrie avec des notes*, 2e édition, augmentée de la trigonométrie, par A.-M. Le Gendre,Paris, Didot, 1800 (an VIII). (Pages 32-34)

PROPOSITION XXVIII.

THÉORÊME.

Les côtés opposés d'un parallélogramme sont égaux ainsi que les angles opposés.

fig. 44. Tirez la diagonale BD, les deux triangles ADB, DBC, ont le côté commun BD; de plus, à cause *pr. 24. des parallèles AD, BC, l'angle ADB=DBC*, et à cause des parallèles AB, CD, l'angle ABD=BDC. *pr. 7. Donc les deux triangles ABD, DBC, sont égaux*; donc le côté AB opposé à l'angle ADB est égal au côté DC opposé à l'angle égal DBC, et pareillement le troisième côté AD est égal au troisième BC : donc les côtés opposés d'un parallélogramme sont égaux.

En second lieu, de l'égalité des mêmes triangles il s'ensuit que l'angle A est égal à l'angle C, et aussi que l'angle ADC composé des deux angles ADB, BDC, est égal à l'angle ABC composé des deux angles DBC, ABD; donc les angles opposés d'un parallélogramme sont égaux.

Corollaire. Donc deux parallèles AB, CD, comprises entre deux autres parallèles AD, BC, sont égales.

PROPOSITION XXIX.

THÉORÊME.

Si dans un quadrilatère ABCD *les côtés opposés sont égaux, en sorte qu'on ait* AB=CD, *et* AD=BC, *les côtés égaux seront parallèles et la figure sera un parallélogramme.* fig. 44.

Car en tirant la diagonale BD, les deux triangles ABD, BDC, auront les trois côtés égaux chacun à chacun; donc ils seront égaux; donc l'angle ADB opposé au côté AB est égal à l'angle DBC opposé au côté CD; donc* le côté AD est parallèle à BC. *pr. 24. Par une semblable raison AB est parallèle à CD; donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

PROPOSITION XXX.

THÉORÊME.

Si deux côtés opposés AB, CD, *d'un quadrilatère sont égaux et parallèles, les deux autres côtés seront pareillement égaux et parallèles, et la figure* ABCD *sera un parallélogramme.*

Soit tirée la diagonale BD; puisque AB est parallèle à CD, les angles alternes ABD, BDC sont égaux : d'ailleurs le côté AB=DC, le côté BD est *pr. 6. commun; donc le triangle ABD est égal au triangle DBC*; donc le coté AD=BC, l'angle ADB=DBC, et par conséquent AD est parallèle à BC; donc la figure ABCD est un parallélogramme.

PROPOSITION XXXI.

THÉORÊME.

fig. 45. *Les deux diagonales* AC, DB, *d'un parallélogramme se coupent mutuellement en deux parties égales au point* O.

Car en comparant le triangle ADO au triangle COB, on trouve le côté AD=CB, l'angle ADO=CBO, et l'angle DAO=OCB; donc ces deux triangles sont égaux*; donc AO, côté opposé à l'angle *pr. 7. ADO, est égal à OC côté opposé à l'angle OBC; donc aussi DO=OB.

Scholie. Dans le cas du losange les côtés AB, BC étant égaux, les triangles AOB, OBC ont les trois côtés égaux, chacun à chacun, et sont par conséquent égaux; donc les deux diagonales d'un losange se coupent mutuellement à angles droits.