BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

A. P. M. E. P.

SOUS ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

Le GROUPEMENT F de 2004 à 2010

Brevet de technicien supérieur Design d'espace session 2004

Exercice 1 **10 points**

A. Étude des variations d'une fonction

Soil f la fonction définie sur [0,5 ; 2] par

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$$

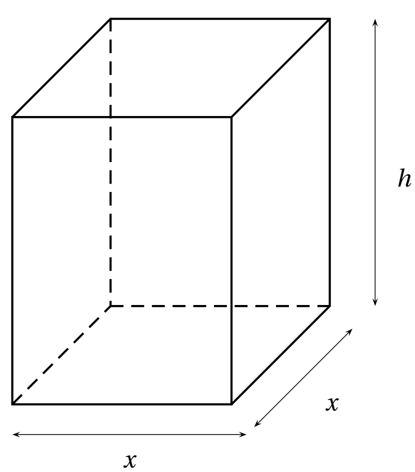
1. On désigne par f' la fonction dérivée de f.
   - **a.** Déterminer $f'(x)$ pour tout x de [0,5 ; 2].
   - **b.** Vérifier que, pour tout x de [0,5 ; 2]

$$f'(x) = \frac{2(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{x^2}$$

2. On admet que, pour tout x de [0,5 ; 2], $\dfrac{2(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{x^2} > 0$.
   En déduire, dans un tableau, le signe de $f'(x)$ lorsque x varie dans [0,5 ; 2].
3. Établir le tableau de variations de f.
4. Indiquer pour quelle valeur de x, f admet un minimum.

B. Application à un problème d'optimisation

Un fabriquant doit réaliser un réservoir en plastique sans couvercle ayant la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont exprimées en mètres.
La hauteur est h et la base est un carré de côté x, comme le montre la figure suivante.
On admet que $0,5 \leqslant x \leqslant 2$.



1. **a.** Exprimer le volume V en m^3, du réservoir en fonction de x et h.
   b. On se propose de construire un réservoir dont le volume est 0,5 m^3.
   À l'aide du a., donner l'expression de h en fonction de x lorsque $V = 0,5$.
2. On note $S(x)$ l'aire totale du réservoir sans couvercle.
   Démontrer que $S(x) = x^2 + \dfrac{2}{x}$.

3. a. Déduire de la partie A la valeur de x pour laquelle l'aire totale du réservoir est minimale, c'est-à-dire pour laquelle le coût de fabrication de ce réservoir est minimal.
   b. Déterminer les valeurs correspondantes de S et de h.

Exercice 2 **10 points**

Exemple de courbe de Bézier définie par points de définition et polynômes de Bernstein.

Dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 centimètres, on donne les points suivants par leurs coordonnées : $\text{A}(1\ ;\ 1)$, $\text{B}(3\ ;\ 2)$ et $\text{C}(4\ ;\ 1)$.

Le but de l'exercice est de déterminer et de tracer une courbe possédant les propriétés suivantes :

- elle passe par les points A, B et C ;
- elle admet le vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ pour vecteur directeur de la tangente à la courbe au point A ;
- elle admet le vecteur $\overrightarrow{\text{BC}}$ pour vecteur directeur de la tangente à la courbe au point C.

Pour tout nombre t de l'intervalle $[0\,;\,1]$, soit M le point défini par :

$$\overrightarrow{\text{O}M} = (1-t)^2\overrightarrow{\text{OA}} + 2t(1-t)\overrightarrow{\text{OB}} + t^2\overrightarrow{\text{OC}}.$$

1. Calculer en fonction de t les coordonnées x et y du point M.
2. On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par

$$f(t) = t^2 + 4t + 1 \text{ et } g(t) = -2t^2 + 2t + 1.$$

   Étudier les variations des fonctions f et g sur $[0\,;\,1]$ et rassembler les résultats dans un tableau unique.
3. On note Γ la courbe, dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, dont un système d'équations paramétriques est $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & f(t) \\ y & = & g(t) \end{array}\right.$ où t appartient à l'intervalle $[0\,;\,1]$.
   a. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ est un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point A et que le vecteur $\overrightarrow{\text{BC}}$ est un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point C.
   b. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point S obtenu pour $t = \dfrac{1}{2}$.
   c. Tracer avec précision les vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$, la tangente au point S, puis la courbe Γ.
   (On rappelle que l'unité graphique est 2 cm.)

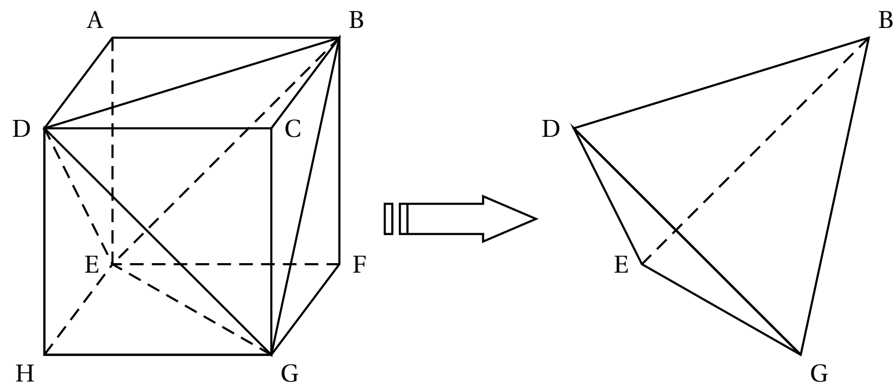
   La courbe Γ *ainsi obtenue est la courbe de Bézier dont A, E, C sont les points de définition.*

Brevet de technicien supérieur Design d'espace session 2005

Exercice 1 **7 points**

Étude d'un tétraèdre régulier obtenu à partir d'un cube

On dispose d'un cube ABCDEFGH dont une arête mesure 10 cm. On coupe le cube suivant les plans BDG, BDE, BEG et DEG. On obtient le tétraèdre DEGB.



1. Montrer que ce tétraèdre est régulier, c'est à dite montrer que les six arêtes du tétraèdre ont même longueur.
2. **a.** Calculer la valeur exacte de l'aire en cm^2 d'une face de ce tétraèdre.

   b. Soit I le centre de gravité du triangle DEG. On admet que la droite (BI) est perpendiculaire au plan du triangle DEG.

   Montrer que BI $= \dfrac{20}{\sqrt{3}}$ cm.

   c. En déduire la valeur exacte du volume V, en cm^3, du tétraèdre.

   On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par : $V = \dfrac{1}{3}B \times h$, *où* B *est l'aire de la base et* h *la hauteur de la pyramide.*

   d. Donner une valeur approchée arrondie à 10^{-1} de V.

Exercice 2 **13 points**

Exemple de courbe de Bézier définie par points de definition et polynômes de Bernstein.

Dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 centimètres, on donne les points suivants par leurs coordonnées :

$$\text{A}(-1\,;\,0),\ \text{B}(0\,;\,1),\ \text{C}(1\,;\,1) \text{ et } \text{D}(1\,;\,0).$$

Pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0\,;1]$, soit M le point défini par :

$$\overrightarrow{\text{O}M} = (1-t)^3\overrightarrow{\text{OA}} + 3t(1-t)^2\overrightarrow{\text{OB}} + 3t^2(1-t)\overrightarrow{\text{OC}} + t^3\overrightarrow{\text{OD}}.$$

1. Calculer en fonction de t les coordonnées x et y du point M.
2. On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;1]$ par :

   $$f(t) = -t^3 + 3t - 1 \quad\text{et}\quad g(t) = -3t^2 + 3t.$$

   Étudier les variations des fonctions f et g sur $[0\,;1]$ et rassembler les résultats dans un tableau unique.

3. On note Γ la courbe, dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, dont un système d'équations paramétriques est : $\left\{\begin{array}{l c l} x & = & f(t) \\ y & = & g(t) \end{array}\right.$ où t appartient à l'intervalle $[0\,;1]$.

a. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ est un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point A et que le vecteur $\overrightarrow{\text{DC}}$ est un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point D.

b. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point S obtenu pour $t = \dfrac{1}{2}$.

c. Placer les points A, B, C et D. Tracer avec précision les vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{DC}}$, la tangente au point S, puis la courbe Γ.
(On rappelle que l'unité graphique est 2 cm.)

4. **a.** Tracer la courbe Γ' image de la courbe Γ par la symétrie centrale de centre A$(-1\,;\,0)$.

b. On note Γ_1 la réunion des courbes Γ et Γ'. Tracer la courbe Γ_2 image de la courbe Γ_1 par la symétrie orthogonale d'axe, l'axe des abscisses.

Brevet de technicien supérieur
Design d'espace session 2006

Exercice 1 **12 points**

Dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 5 cm, on considère la courbe $\mathscr{C}$ dont un système d'équations paramétriques est :

$$\left\{\begin{array}{lllll} x & = & f(t) & = & -t^3+3t \\ y & = & g(t) & = & -2t^3-\dfrac{3}{2}t^2+3t \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ appartient à l'intervalle } [0\,;\,1]$$

1. Calculer $f'(t)$ et $g'(t)$ où f' et g' sont les fonctions dérivées respectives des fonctions f et g.
2. Étudier les signes respectifs de $f'(t)$ et $g'(t)$ lorsque t varie dans l'intervalle $[0\,;\,1]$.
3. Rassembler les résultats dans un tableau de variation unique.
4. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en chacun des trois points O, A, B obtenus respectivement pour $t = 0$, $t = 0,5$ et $t = 1$.
5. Placer les points O, A, B, tracer avec précision, sur une feuille de papier millimétré, la tangente en chacun des points, puis la courbe $\mathscr{C}$.

Exercice 2 **8 points**

Dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ de l'espace, on donne les points suivants par leurs coordonnées :

$$\text{A}(1\,;\,3\,;\,-1)\,;\ \text{B}(2\,;\,1\,;\,4)\,;\ \text{C}(5\,;\,0\,;\,3) \text{ et } \text{D}(4\,;\,2\,;\,-2).$$

1. **a.** Montrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

   b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{\text{AB}}\cdot\overrightarrow{\text{BC}}$.
   Que peut-on en déduire sur la nature du parallélogramme ABCD ?
2. Calculer les coordonnées du milieu I de [AC].
3. On considère la pyramide SABCD de sommet S(6,5 ; 9,5 ; 3,5).

   a. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{\text{IS}}$ est orthogonal à chacun des deux vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$.

   b. Calculer la valeur exacte du volume de la pyramide SABCD dont [IS] est une hauteur.
4. On se propose de déterminer une mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{SAB}}$.

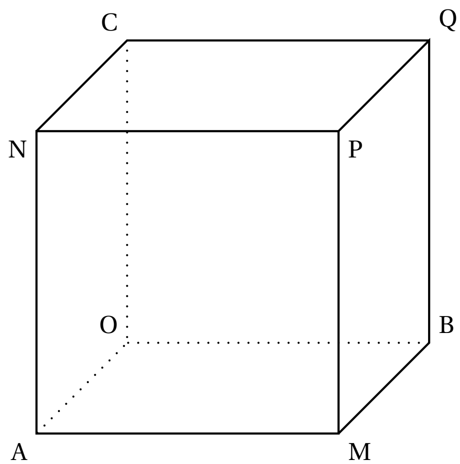
   a. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{\text{AS}}\cdot\overrightarrow{\text{AB}}$.

   b. Donner les valeurs exactes des distances AS et AB.
   En déduire la valeur exacte de $\cos\widehat{\text{SAB}}$ puis une valeur approchée, arrondie à 10^{-1} de la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{SAB}}$.

Brevet de technicien supérieur Design d'espace session 2007

Exercice 1 **7 points**

On considère le repère orthonormal direct $\left(\text{O}~;~\overrightarrow{\text{OA}},~\overrightarrow{\text{OB}},~\overrightarrow{\text{OC}}\right)$ sur la figure suivante :



1. **a.** Donner les coordonnées des points O, A, B, M, C, N, P, Q.

   b. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{AC}}$ et $\overrightarrow{\text{AP}}$.

2. **a.** Calculer les coordonnées du produit vectoriel $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{\text{AB}} \wedge \overrightarrow{\text{AC}}$.

   b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{s} = \overrightarrow{\text{AP}} \cdot \overrightarrow{u}$.

   c. On admet que le volume V du tétraèdre ABCP est $V = \dfrac{1}{6}s$.
   Calculer le volume V.

3. Soit I$(x~;~y~;~z)$ le pied de la hauteur [IPI du tétraèdre ABCP.

   a. On admet que les vecteurs $\overrightarrow{\text{IP}}$ et $\overrightarrow{\text{AD}}$ sont orthogonaux. En déduire que $x = y$.

   b. On admet que les vecteurs $\overrightarrow{\text{IP}}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$ sont orthogonaux. En déduire que $x = z$.

   c. On admet que, le point I étant dans le plan (ABC), ses coordonnées vérifient :

   $$x + y + z = 1.$$

   Déduire des questions précédentes les coordonnées du point I.

   d. Montrer que $\overrightarrow{\text{IA}} + \overrightarrow{\text{IB}} + \overrightarrow{\text{IC}} = \overrightarrow{0}$.
   Que représente le point I pour le triangle ABC ?

Exercice 2 **13 points**

Dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\overrightarrow{\imath},~\overrightarrow{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm, on considère la courbe $\mathscr{C}$ dont un système d'équations paramétriques est :

$$\left\{\begin{array}{lllll} x & = & f(t) & = & \dfrac{5}{1+t^2} \\ & & & & \\ y & = & g(t) & = & t^2-3t \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ appartient à l'intervalle } [-2\ ;\ 3].$$

1. Calculer $f'(t)$ et $g'(t)$ où f' et g' sont les fonctions dérivées respectives des fonctions f et g.

2. Étudier les signes respectifs de $f'(t)$ et $g'(t)$ lorsque t varie dans l'intervalle $[-2\ ;\ 3]$.

3. Rassembler les résultats dans un tableau de variation unique.

4. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en chacun des quatre points E, F, G et H obtenus respectivement pour $t = -2$, pour $t = 0$, pour $t = 1,5$ et pour $t = 3$.

5. Placer les points E, F, G et H et tracer avec précision sur une feuille de papier millimétré la tangente en chacun de ces points, puis la courbe $\mathscr{C}$.

Brevet de technicien supérieur Design d'espace Design de produits session 2008

Exercice 1 **8 points**

On considère le triangle ABC tel que AC = 24 cm, BC = 28 cm et AB = 40 cm.

1. Faire un dessin à l'échelle $\dfrac{1}{4}$.
2. Calculer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{ACB}}$ du triangle ABC.
   Arrondir à 10^{-1}.
3. On admet pour la suite que l'angle $\widehat{\text{ACB}}$ a une mesure de 100,3 °.
   Calculer l'aire S du triangle ABC. Arrondir à 10^{-1}.
4. Pour la suite, on admet que $S = 330,6$ cm^2.
   Calculer l'aire S' du triangle dessiné à la première question.
5. On appelle H le pied de la hauteur issue du point C. Placer H sur le dessin.
   Donner l'expression de l'aire du triangle ABC en fonction de CH. En déduire CH.
6. Calculer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$. Arrondir à 10^{-1}.
7. En utilisant un résultat admis au **3.** et le résultat obtenu au **6.**, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{\text{CBA}}$.
8. On appelle J le point situé sur la droite (CH) à l'extérieur du triangle ABC et tel que IH = 8 cm (sur le dessin, compte tenu de l'échelle, IH = 2 cm).
   Placer le point J et dessiner le triangle A$'$B$'$C$'$, image du triangle ABC par la rotation de centre J et d'angle $-90°$.

Exercice 2 **12 points**

L'objectif de cet exercice est de tracer deux courbes de Bézier qui permettent de définir, avec l'axe des abscisses, une forme utilisée pour un logo.

Dans le plan muni d'un repère orthononnal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm, on considère les points :

$$\text{P}_0(2\,;\,0)\ ;\ \text{P}_1(1\,;\,3)\ ;\ \text{P}_2(-2\,;\,0).$$

La courbe de Bézier $\mathcal{C}_1$ définie par ces points de contrôle est l'ensemble des points $M_1(t)$ tels que pour tout t de l'intervalle $[0\,;\,1]$:

$$\overrightarrow{\text{O}M_1(t)} = (1-t)^2\overrightarrow{\text{OP}_0} + 2t(1-t)\overrightarrow{\text{OP}_1} + t^2\overrightarrow{\text{OP}_2}.$$

1. Démontrer que les coordonnées x_1 et y_1 des points M_1 de cette courbe ont pour expression :

$$x_1 = f_1(t) = -2t^2 - 2t + 2 \quad \text{et} \quad y_1 = g_1(t) = -6t^2 + 6t.$$

2. Étudier les variations de f_1 et g_1, sur $[0\,;\,1]$ et rassembler les résultats dans un tableau unique.
3. **a.** Donner un vecteur directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_1$ en chacun des points P_0 et P_2 et tracer ces tangentes. Placer le point P_1.

   b. Tracer la courbe $\mathcal{C}_1$.

4. On considère maintenant les points de contrôle :

$$P_2(-2\,;\,0)\ ;\ P_3(0\,;\,2)\quad \text{et } P_4(l\,;\,0).$$

On admet que la courbe $\mathscr{C}_2$ définie par ces trois points est l'ensemble des points M_2 de coordonnées :

$$x_2 = f_2(t) = -t^2 + 4t - 2 \ \text{ et } \ y_2 = g_2(t) = -4t^2 + 4t$$

où t appartient à l'intervalle $[0\,;\,1]$.

Le tableau des variations conjointes de f_2 et g_2 est le suivant :

t	0		$0{,}5$		1
$f_2'(t)$			$+$		
$f_2(t)$	-2		$\nearrow$		1
$g_2'(t)$		$+$	0	$-$	
$g_2(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Montrer que les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ ont la même tangente au point P_2.

5. Dans cette question, tous les tracés sont à effectuer sur la figure du **3. b.**.

a. Placer les points P_3 et P_4 puis tracer la tangente a la courbe $\mathscr{C}_2$ au point P_4.

b. Tracer la courbe $\mathscr{C}_2$.

Brevet de technicien supérieur
Groupement E et Design d'espace session 2009

Exercice 1 **10 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.
On considère la courbe $\mathscr{C}$ dont un système d'équations paramétriques est :

$$\left\{\begin{array}{lllll} x & = & f(t) & = & t^2-4t+1 \\ y & = & g(t) & = & \dfrac{1}{t} \end{array}\right. \qquad \text{où } t \text{ appartient à l'intervalle } [0,2\,;\,5].$$

1. Calculer $f'(t)$ et $g'(t)$ où f' et g' sont les fonctions dérivées respectives des fonctions f et g.
2. Étudier les signes respectifs de $f'(t)$ et $g'(t)$ lorsque t varie dans l'intervalle $[0,2\,;\,5]$.
3. Rassembler les résultats dans un tableau de variations unique pour les fonctions f et g.
4. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en chacun des points A et B obtenus respectivement pour $t = 0,5$ et $t = 2$.
5. Dans le repère défini ci-dessus, placer les points A et B, tracer avec précision la tangente en chacun de ces points, puis la courbe $\mathscr{C}$.

La courbe $\mathscr{C}$, définie à l'aide d'un paramètre dans cet exercice, peut aussi être obtenue comme courbe représentative de la fonction associant x à y, ce qui n'est pas demandé ici.

Exercice 2 **10 points**

Le solide représenté en annexe est un solide formé de deux pyramides de base carrée, dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux de côté 9 cm.

1. On rappelle que la projection orthogonale H de E sur le plan ABCD est le milieu du segment [AC].
   a. Calculer la valeur exacte de EH.
   b. Calculer le volume V de ce solide. Arrondir au mm^3.

Le volume v d'une pyramide de hauteur h, dont l'aire de la base est a, est : $v = \dfrac{1}{3}ah$.

2. **a.** Sur la figure donnée en annexe, placer les quatre points suivants :

   le point M du segment [EA] tel que E$M = \dfrac{1}{3}$ EA, 3
   le point N du segment [EB] tel que EN = EM,
   le point P du segment [EC] tel que EP = EM,
   le point Q du segment [ED] tel que EQ = EM.

   b. Donner sans justification la nature du quadrilatère $MNPQ$.
   c. Calculer le volume V' de la pyramide E$MNPQ$. Arrondir au mm^3.

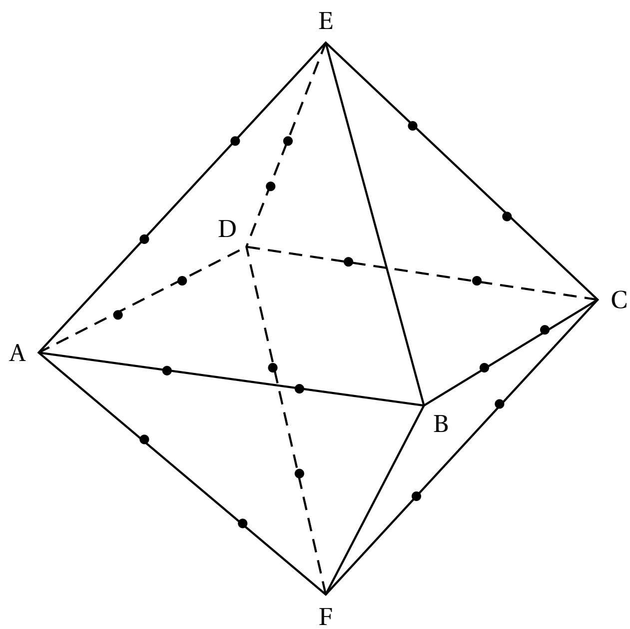
3. On enlève du solide la pyramide E$MNPQ$ et on fait de même en chacun des cinq autres sommets A, B, C, D, F.

a. Représenter sur la figure donnée en annexe chacune des faces du solide ainsi obtenu.

b. Donner sans justification le nombre de faces et la nature des deux types de faces de ce solide.

c. Calculer le volume V_1 de ce solide. Arrondir au mm^3.

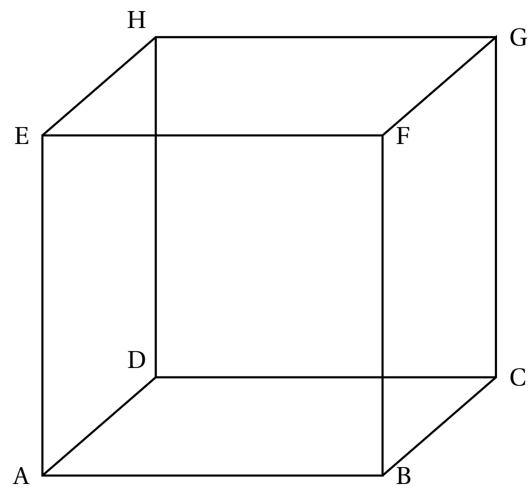
ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE



Brevet de technicien supérieur Design de communication, d'espace, de produits session 2010

Exercice 1 **7 points**

Le solide représenté sur la figure est un cube de côté 3 cm.



1. On désigne par I le milieu du segment [BC].
Dans cet exercice, on admet que les droites (HD) et (DI) sont perpendiculaires.
   a. Justifier que $\text{AH} = 3\sqrt{2}$, $\text{IA} = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ et $\text{HI} = \dfrac{9}{2}$.
   b. Démontrer que $\cos\widehat{\text{HIA}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.
   c. En déduire la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{HIA}}$. Arrondir à 10^{-1}.
2. a. On désigne par V le volume de la pyramide HAID. Montrer que $V = \dfrac{9}{2}$.
On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3}\mathcal{B} \times h$ où $\mathcal{B}$ est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.
   b. Dans cette question, on admet que $\sin\widehat{\text{HIA}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.
Ce résultat n'a pas à être démontré.
En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle HIA.
   c. Déduire de ce qui précède la valeur exacte de la distance du point D au plan défini par le triangle HIA.

Exercice 2 **13 points**

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm, on considère les points : $\text{P}_0(O\,;\,3)$; $\text{P}_1(0\,;\,7)$ et $\text{P}_2(5\,;\,3)$.
La courbe de Bézier $\mathcal{C}_1$ définie par ces points de contrôle est l'ensemble des points $M_1(t)$ tels que pour tout t de l'intervalle $[0\,;\,1]$:

$$\overrightarrow{\text{O}M_1}(t) = (1-t)^2\overrightarrow{\text{O}P_0} + 2t(1-t)\overrightarrow{\text{O}P_1} + t^2\overrightarrow{\text{O}P_2}.$$

1. Démontrer que les coordonnées x_1 et y_1 des points $M_1(t)$ de cette courbe ont pour expression

$$x_1 = f_1(t) = 5t^2 \quad \text{et} \quad y_1 = g_1(t) = -8t^2 + 8t + 3.$$

2. Étudier les variations des fonctions f_1 et g_1, définies sur $[0\,;\,1]$ par $f_1(t) = 5t^2$ et $g_1(t) = -8t^2 + 8t + 3$.
Rassembler les résultats dans un tableau unique.

3. **a.** Donner un vecteur directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_1$ en chacun des points P_0, (obtenu pour $t = 0$), $M_1(1/2)$ et P_2 (obtenu pour $t = 1$).
Sur une feuille de papier millimétré, placer ces points dans le repère défini ci-dessus et tracer les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_1$ correspondantes.

   b. Tracer la courbe $\mathscr{C}_1$.

4. On considère maintenant les points de contrôle :

$$P_0(0\,;\,3)\,;\ P_3(0\,;\,-1)\,;\ P_4(10\,;\,-1) \quad \text{et } P_2(5\,;\,3).$$

On admet que la courbe de Bézier $\mathscr{C}_2$ définie par ces quatre points est l'ensemble des points $M_2(t)$ de coordonnées

$$x_2 = f_2(t) = 30t^2 - 25t^3 \ \text{ et } \ y_2 = g_2(t) = 12t^2 - 12t + 3,$$

où t appartient à l'intervalle $[0\,;\,1]$.
Le tableau des variations conjointes des fonctions f_2 et g_2, définies sur $[0\,;\,1]$ par $f_2(t) = 30t^2 - 25t^3$ et $g_2(t) = 12t^2 - 12t + 3$ est le suivant :

t	0		0,5		0,8		1
$f_2'(t)$	0	+	11,25	+	0	−	−15
$f_2(t)$	0	↗		↗	6,4	↘	5
$g_2'(t)$	−12	−	0		+		12
$g_2(t)$	3	↘	0	↗		↗	3

Montrer que les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ ont la même tangente aux points P_0 et P_2.

5. *Dans cette question, tous les tracés sont à effectuer sur la figure du 3.*

   a. Donner un vecteur directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_2$ au point $M_2(1/2)$.
Placer le point $M_2(1/2)$.

   b. Tracer la courbe $\mathscr{C}_2$.