LE LOUVRE : VERMEER VICTIME DE SON SUCCES
Premier jour de l'exposition Vermeer au Louvre le 22 février 2017 : des visiteurs n'ont pas pu y accéder. Pourquoi ?

Gaëlle BUGNET, Ludovic HAMARD, Nadia HERIZI et Vicky KASS sous la direction d'Alain KUZNIAK
Cours de modélisation Master 2 pro formation de formateurs en mathématiques

Contraintes :

- Difficultés d'obtenir des données, fiables, non contradictoires
- Modèle classique « loi de Poisson » pour les files d'attente non exploitable
- Abandon de la construction d'une maquette hydraulique réelle

Conclusions :

- Plusieurs modèles incompatibles permettent d'obtenir les résultats réels : il est difficile de valider un modèle avec peu de données.
- Une situation réelle peut servir d'appui pour des activités de modélisation pour la classe.

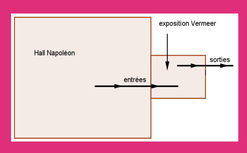
Situation réelle

Gros bug au Louvre

NEUF MILLE visiteurs pour la seule journée du 21 février ! Un sacré carton, l'exposition Vermeer organisée au Louvre. Le problème, c'est que le Louvre ne l'avait pas prévu. Le hall Napoléon, qui ne peut accueillir plus de 450 visiteurs, a donc vite été saturé, les files d'attente sont devenues interminables (trois heures, au lieu d'une seule prévue), et l'ambiance dans la foule massée à l'extérieur était assez tendue, certains ayant dû rentrer chez eux alors qu'ils avaient acquitté le prix des billets.

La direction du musée a donc pris une grande décision : on pourra réserver son billet avec un créneau horaire précis. C'est moderne, et ça existe depuis des lustres à Londres, à Berlin et à New York.

Situation modèle



- Files d'attente contrôle des sacs négligées
- Files d'attente « billets » négligées

Modèle réel

- Entrées dans l'exposition entre 9h et 21h
- Paramètres influençant les simulations:
  - Débit d'arrivée dans le hall h
  - Débit d'arrivée dans la file d'attente a
  - Durée de visite de l'exposition μ

Modèles simulations

Modèle 1 : Saturation du hall Napoléon - GeoGebra

- Arrivées dans le hall Napoléon à flux constant (h =100 p/min)
- Temps de visite constant (μ =30 min)
- Entrées dans l'expo., si possible, à flux constant (a=30 p/min)

Modèle 2 : Temps d'attente à l'exposition- tableur Excel

- Arrivées dans la file d'attente à flux constant (h = 25 p/min)
- Temps de visite constant (μ =45 min)
- Entrées dans l'expo., si possible, à flux constant (a =13 p/min)

Modèle 3 : Saturation exposition et hall Napoléon, temps d'attente à l'exposition - Python

- Arrivées dans la file d'attente à flux constant (h variable)
- Temps de visite modélisé par une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu,5^2)$ où μ désigne le temps moyen de visite de l'exposition en minutes.
- Principe des programmes basé sur la création d'une liste «sortie» ; entrée dans l'expo pleine dès qu'une sortie se produit.

Résultats réels

- Capacité salle « Vermeer » : 450 personnes
- Capacité hall Napoléon : 2500 personnes
- 9400 visites entre 09h00 et 21h00
- Exposition complète à la mi-journée

Résultats simulations

Modèle 1 :

- La salle d'exposition se remplit en 15 min
- Le hall Napoléon se remplit en 30 min, ce qui est contradictoire avec la réalité
- Ce modèle ne tient pas compte des visiteurs préférant visiter une des trois ailes du musée du Louvre

Modèle 2 :

- A 12h, une personne entrant dans la file d'attente aurait à attendre 2h56min pour accéder à l'exposition Vermeer et 2294 personnes seraient déjà dans cette file
- Dès 15h01, toute personne entrant dans la file d'attente aurait un temps d'attente trop long et ne pourrait entrer dans l'exposition

Modèle 3 : Le plus abouti, le plus proche de la réalité de ce jour

- Environ 9409 personnes auraient pu visiter l'exposition
- Durée moyenne de visite retenue : 35 minutes
- Débit d'arrivées retenu: 30 personnes par minute
- 5 heures d'attente pour une arrivée à 13h00.
- Exposition complète à 14h14.
- Hall Napoléon saturé dans la matinée.

Modèle 3 : *Remarque :* Un modèle Excel basé sur un principe analogue, mais demandant des calculs « ligne par ligne », a été testé puis abandonné. Ce modèle donnait des résultats analogues à ceux fournis par Python mais était difficilement maniable.

1) Détermination:

- du nombre de visiteurs de l'exposition dans la journée
- de l'heure à partir de laquelle l'exposition est « complète »

Dans la suite :

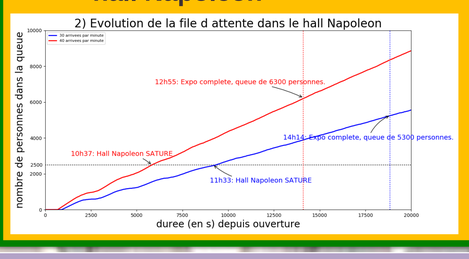
- μ = 35
- Débit d'arrivées : a = 30 ou 40 personnes par minute

μ et le débit d'arrivées dans la queue sont variables

```
duree_moyenne_visite=[25,30,35,40]

def modif_sortie():
    sortie.append(entree+gauss(duree_moyenne_visite[j]*60,5*60))
    return sortie.sort()

from random import gauss

a=input ("nombre d'arrivées par minute")

for j in range(0,4):

    sortie=[]

    for i in range(1,452):
        arrivee=((i-1)*60)//a
        entree=arrivee
        modif_sortie()

    while entree<3600*12:
        arrivee=(i+1)*60/a
        attente=max(0,sortie[0]-arrivee)
        entree=max(arrivee, sortie[0])
        del sortie[0]
        modif_sortie()
        i=i+1
```

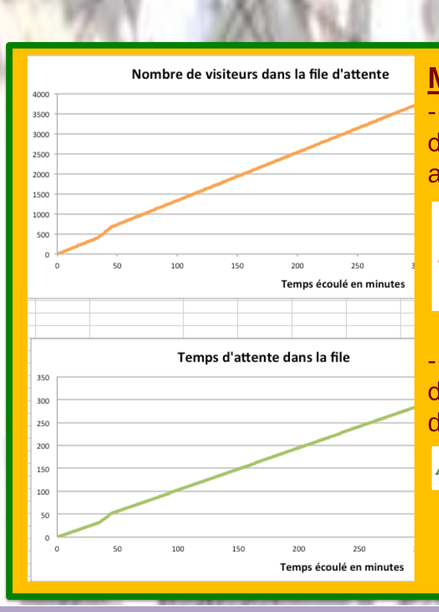
```
100 arrivées par minute.
Durée moyenne de visite de 30 minutes, exposition complète vers 10 heures, 50 .
11004 personnes ont pu visiter l'exposition.
20 arrivées par minute.
Durée moyenne de visite de 35 minutes, exposition complète vers 16 heures, 48 .
9362 personnes ont pu visiter l'exposition.
20 arrivées par minute.
Durée moyenne de visite de 35 minutes, exposition complète vers 14 heures, 14 .
9429 personnes ont pu visiter l'exposition.
40 arrivées par minute.
Durée moyenne de visite de 35 minutes, exposition complète vers 12 heures, 55 .
9426 personnes ont pu visiter l'exposition.
Durée moyenne de visite de 35 minutes, exposition complète vers 10 heures, 34 .
9498 personnes ont pu visiter l'exposition.
20 arrivées par minute.
Durée moyenne de visite de 40 minutes, exposition complète vers 15 heures, 52 .
8241 personnes ont pu visiter l'exposition.
30 arrivées par minute.
Durée moyenne de visite de 40 minutes, exposition complète vers 13 heures, 35 .
8256 personnes ont pu visiter l'exposition.
```

2) Evolution de la file d'attente hall Napoléon



3) Temps d'attente entrée expo

```
nombre d'arrivées par minute30
A quelle heure comptez-vous arriver?'15h00'
L'entrée n'est plus possible
>>>
 RESTART: C:\Users\CRIF\Dropbox\modélisation\Vicky\programmes Vicky\programme te
mps d'attente.py
nombre d'arrivées par minute30
A quelle heure comptez-vous arriver?'13h00'
A 13h00 heures, il y a 18675 secondes d'attente, soit 5.0 heures, 11.0 minutes e
t 15 secondes

 RESTART: C:\Users\CRIF\Dropbox\modélisation\Vicky\programmes Vicky\programme te
mps d'attente.py
nombre d'arrivées par minute40
A quelle heure comptez-vous arriver?'13h00'
L'entrée n'est plus possible
>>>
 RESTART: C:\Users\CRIF\Dropbox\modélisation\Vicky\programmes Vicky\programme te
mps d'attente.py
nombre d'arrivées par minute40
A quelle heure comptez-vous arriver?'12h00'
A 12h00 heures, il y a 25465 secondes d'attente, soit 7.0 heures, 4.0 minutes et
 25 secondes
```



Modèle 2 : Déterminisme

- Le nombre de visiteurs N_t dans la file d'attente à l'instant t suit la fonction affine par morceaux f définie par :

$$N_t = f(t) = \begin{cases} 12t & \text{si } 0 \le t \le \frac{450}{13} \\ 25t - 450 & \text{si } \frac{450}{13} < t \le 45 \\ 12t + 135 & \text{si } 45 < t \le 740 \end{cases}$$

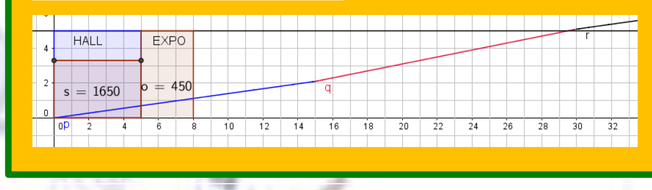
- Le temps d'attente A_t dans la file d'attente à l'instant t suit la fonction g définie par :

$$A_t = g(t) = \frac{f(t)}{t}$$

Modèle 1 :

- Hall Napoléon représenté par un carré (capacité 2500), et salle Vermeer par un rectangle (capacité 450). Un curseur permet de visualiser le remplissage comparé des deux salles .
- Le remplissage du hall Napoléon suit la fonction affine par morceaux f définie par :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2,1}{15}t & \text{si } 0 \le t \le 15 \\ 2,1 + \frac{1}{5}(t-15) & \text{si } 15 < t \le 30 \\ 5,1 + \frac{2,1}{15}(t-30) & \text{si } 30 \le t \end{cases}$$



Activités élèves - Tâches LEMA : (niveau 3e – 2de)

1. A partir de la photo ci-contre, déterminer :

- si la moyenne de 45000 visiteurs par jour est réaliste.
- combien de temps la 400e personne de la file d'attente précédant l'escalator devra attendre.

2. Comment auriez-vous organisé les files d'attente à l'occasion de l'ouverture de l'exposition Vermeer ?

Bibliographie :

- Extrait cours de modélisation http://www.prism.uvsq.fr/~mogue/cours-modelisation/Gestion_des_operations_CHAPITRE_19_QX.pdf
- http://www.louvrepourtous.fr/Vermeer-victime-du-Louvre,819.html
- Canard enchaîné du 15 mars 2017