Extraits des *Eléments* d’Euclide, traduits par Bernard Vitrac, PUF, 1990.

LIVRE l

…

DEMANDES

1. Qu'il soit demandé de mener une ligne droite de tout point à tout point.
2. Et de prolonger continûment en ligne droite une ligne droite limitée.
3. Et de décrire un cercle à partir de tout centre et au moyen de tout intervalle.

…

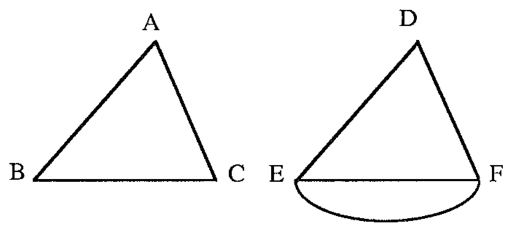
NOTIONS COMMUNES

1. Les choses égales à une même chose sont aussi égales entre elles.
2. Et si, à des choses égales, des choses égales sont ajoutées, les touts sont égaux.

…

Proposition 4

Si deux triangles ont deux côtés égaux à deux côtés chacun à chacun , et s'ils ont un angle égal à un angle, celui contenu par les droites égales, ils auront aussi la base égale à la base, les triangles seront égaux et les angles restants seront égaux aux angles restants, chacun à chacun, c'est-à-dire ceux que les côtés égaux sous-tendent.



Soient deux triangles ABC, DEF ayant les deux côtés AB, AC égaux aux deux côtés DE, DF, chacun à chacun, d'une part AB à DE, d'autre part AC à DF, ainsi que l'angle sous BAC égal à l'angle sous EDF .
Je dis que la base BC aussi est égale à la base EF, et le triangle ABC sera égal au triangle DEF, et les angles restants seront égaux aux angles restants, chacun à chacun, c'est-à-dire ceux que les côtés égaux sous-tendent, d'une part celui sous ABC à celui sous DEF, d'autre part celui sous ACB à celui sous DFE.
En effet, le triangle ABC étant appliqué sur le triangle DEF, d'une part le point A étant posé sur le point D, d'autre part la droite AB sur DE, le point B aussi s'ajustera sur le point E parce que AB est égale à DE. Alors, AB étant ajusté sur DE, la droite AC aussi s'ajustera sur DF parce que l'angle sous BAC est égal à celui sous EDF. De sorte que le point C aussi s'ajustera sur le point F parce que, de plus, AC est égale à DF. Mais B a aussi été ajusté sur E. De sorte que la base BC s'ajustera sur la base EF . En effet, si, d'une part B s'ajustant sur E, d'autre part C sur F, la base BC ne s'ajustait pas sur EF, deux droites contiendraient une aire, ce qui est impossible (N.C. 9). Donc la base BE s'ajustera sur EF et lui sera égale (N.C. 7). De sorte que tout le triangle ABC s'ajustera aussi sur tout le triangle DEF et lui sera égal (N.C. 7), et les angles restants s'ajusteront sur les angles restants et leur seront égaux, d'une part celui sous ABC à celui sous DEF , d'autre part celui sous ACB à celui sous DFE .
Donc si deux triangles ont deux côtés égaux à deux côtés, chacun à chacun, et s'ils ont un angle égal à un angle, celui contenu par les droites égales, ils auront aussi la base égale à la base, les triangles seront égaux et les angles restants seront égaux aux angles restants, chacun à chacun, c'est-à-dire ceux que les côtés égaux sous-tendent. Ce qu'il fallait démontrer.

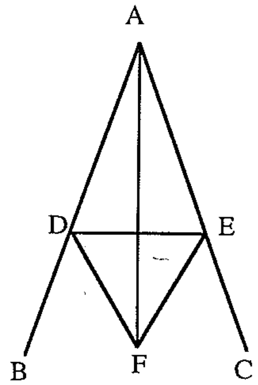
…

8

Si deux triangles ont deux côtés égaux à deux côtés, chacun à chacun, s'ils ont de plus la base égale à la base, ils auront aussi un angle égal, à savoir celui qui est contenu par les droites égales.

9

Couper un angle rectiligne donné en deux parties égales.



Soit l'angle rectiligne donné sous BAC. Il faut alors le couper en deux parties égales.
Que soit pris au hasard le point D sur AB. Et que, de AC, soit retranchée la droite AE, égale à AD (Prop. 3), et que DE soit jointe (Dem. 1). Que soit construit sur DE le triangle équilatéral DEF (Prop. 1), et que AF soit jointe (Dem. 1).
]e dis que l'angle sous BAC est coupé en deux parties égales par la droite AF.
En effet, puisque AD est égale à AE, que AF est commune, alors les deux DA, AF sont égales aux deux EA, AF, chacune à chacune. Et la base DF est égale à la base EF (Df. 20). Donc l'angle sous DAF est égal à l'angle sous EAF (Prop. 8).
Donc l'angle rectiligne donné sous BAC est coupé en deux parties égales par la droite AF. Ce qu'il fallait faire.

…

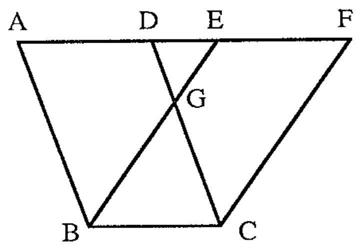
26

Si deux triangles ont deux angles égaux à deux angles, chacun à chacun, et un côté égal à un côté, soit celui des angles égaux, soit celui sous-tendant l'un des angles égaux, ils auront aussi les côtés restants égaux aux côtés restants, chacun à chacun, et l'angle restant égal à l'angle restant.

...

35

Les parallélogrammes qui sont sur la même base et dans les mêmes parallèles sont égaux entre eux.

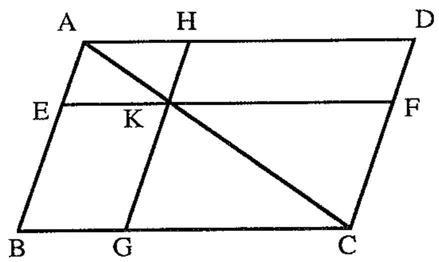


Soient ABCD, EBCF des parallélogrammes sur la même base BC, et dans les mêmes parallèles AF, BC. Je dis que le parallélogramme ABCD est égal au parallélogramme EBCF.
En effet, puisque ABCD est un parallélogramme, AD est égale à BC (Prop. 34). Alors pour la même raison EF est aussi égale à BC. De sorte que AD est aussi égale à EF (N.C. 1). Et DE est commune donc AE toute entière est égale à DF toute entière.
Or AB est aussi égale à DC alors les deux EA, AB sont égales aux deux FD, DC, chacune à chacune. Et l'angle sous FDC est égal à l'angle sous EAB, l'extérieur à l'intérieur (Prop. 29).
Donc la base EB est égale à la base FC et le triangle EAB sera égal au triangle DFC (Prop. 4). Que DGE soit retranché de part et d'autre : le trapèze restant ABGD est donc égal au trapèze restant EGCF (N.C. 3). Que le triangle GBC soit ajouté de part et d'autre : le parallélogramme ABCD tout entier est donc égal au parallélogramme EBCF tout entier (N.C. 2).
Donc les parallélogrammes qui sont sur la même base et dans les mêmes parallèles sont égaux entre eux. Ce qu'il fallait démontrer.

…

43

Dans tout parallélogramme les compléments des parallélogrammes qui entourent la diagonale sont égaux entre eux.



Soient le parallélogramme ABCD et AC sa diagonale, et soient d'une part les parallélogrammes EH, FG, qui entourent AC, soient d'autre part BK, KD, appelés compléments. Je dis que le complément BK est égal au complément KD.
En effet puisque ABCD est un parallélogramme, et AC sa diagonale, le triangle ABC est égal au triangle ACD. Ensuite, puisque EH est un parallélogramme, et que sa diagonale est AK, le triangle AEK est égal au triangle AHK. Alors pour la même raison le triangle KFC est aussi égal au triangle KGC (Prop. 34).
Or puisque d'une part le triangle AEK est égal au triangle AHK, d'autre part KFC est égal à KGC, le triangle AEK plus le triangle KGC est égal au triangle AHK plus le triangle KFC (N.C. 2).
Or le triangle ABC tout entier est égal à ADC tout entier. Donc le restant, c'est-à-dire le complément BK, est égal au restant, c'est-à-dire au complément KD (N.C. 3).
Donc, dans toute aire parallélogramme, les compléments des parallélogrammes qui entourent la diagonale sont égaux entre eux.
Ce qu'il fallait démontrer.