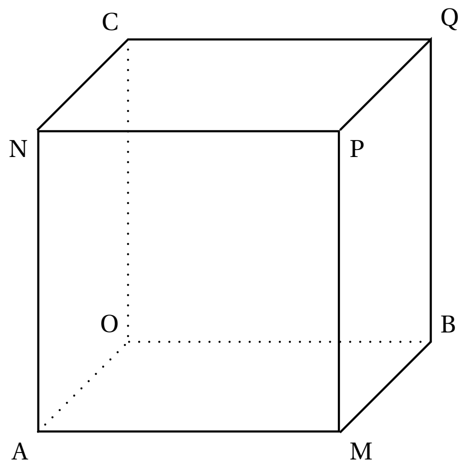
# Brevet de technicien supérieur Design d'espace session 2007

**Exercice 1** **7 points**

On considère le repère orthonormal direct $\left(O\,;\,\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right)$ sur la figure suivante :




1. **a.** Donner les coordonnées des points O, A, B, M, C, N, P, Q.
   **b.** Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AP}$.
2. **a.** Calculer les coordonnées du produit vectoriel $\vec{u} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
   **b.** Calculer le produit scalaire $\vec{s} = \overrightarrow{AP} \cdot \vec{u}$.
   **c.** On admet que le volume $V$ du tétraèdre ABCP est $V = \dfrac{1}{6}s$.
   Calculer le volume $V$.
3. Soit I$(x\,;\,y\,;\,z)$ le pied de la hauteur [IP] du tétraèdre ABCP.
   **a.** On admet que les vecteurs $\overrightarrow{IP}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux. En déduire que $x = y$.
   **b.** On admet que les vecteurs $\overrightarrow{IP}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. En déduire que $x = z$.
   **c.** On admet que, le point I étant dans le plan (ABC), ses coordonnées vérifient :
   $$x + y + z = 1.$$
   Déduire des questions précédentes les coordonnées du point I.
   **d.** Montrer que $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
   Que représente le point I pour le triangle ABC ?

**Exercice 2** **13 points**

Dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm, on considère la courbe $\mathscr{C}$ dont un système d'équations paramétriques est :

$$\left\{\begin{array}{lllll} x & = & f(t) & = & \dfrac{5}{1+t^2} \\ y & = & g(t) & = & t^2 - 3t \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ appartient à l'intervalle } [-2\,;\,3].$$

1. **1.** Calculer $f'(t)$ et $g'(t)$ où $f'$ et $g'$ sont les fonctions dérivées respectives des fonctions $f$ et $g$.
2. **2.** Étudier les signes respectifs de $f'(t)$ et $g'(t)$ lorsque $t$ varie dans l'intervalle $[-2~;~3]$.
3. **3.** Rassembler les résultats dans un tableau de variation unique.
4. **4.** Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en chacun des quatre points E, F, G et H obtenus respectivement pour $t = -2$, pour $t = 0$, pour $t = 1,5$ et pour $t = 3$.
5. **5.** Placer les points E, F, G et H et tracer avec précision sur une feuille de papier millimétré la tangente en chacun de ces points, puis la courbe $\mathscr{C}$.