Exponentielle entre Maths et Physique

Tiphaine Barbay, Ronan Charpentier

APMEP Normandie

27 avril 2019

Plan de la présentation

Une tasse de café

t (minutes)	0	5	10	15		100
T ($^\circ$C)						?

La question est simple : modéliser pour prévoir.

Une tasse de café

t (minutes)	0	5	10	15		100
T ($^\circ$C)	79,8	71,2				?

La question est simple : modéliser pour prévoir.
Température ambiante 23,5 $^\circ$C.

Des modèles simples

- Une suite arithmétique/une fonction affine : le modèle le plus simple.

Des modèles simples

- Une suite arithmétique/une fonction affine : le modèle le plus simple. vitesse de refroidissement initiale $m = \frac{T_1 - T_0}{t_1 - t_0} =$

Des modèles simples

- Une suite arithmétique/une fonction affine : le modèle le plus simple. **vitesse** de refroidissement initiale $m = \frac{T_1 - T_0}{t_1 - t_0} =$

Des modèles simples

- Une suite arithmétique/une fonction affine : le modèle le plus simple. **vitesse** de refroidissement initiale $m = \frac{T_1 - T_0}{t_1 - t_0} =$
- Une suite géométrique, en cinq minutes la température a baissé de $t = \frac{T_1 - T_0}{T_0} =$
  le

Des modèles simples

- Une suite arithmétique/une fonction affine : le modèle le plus simple. **vitesse** de refroidissement initiale $m = \frac{T_1 - T_0}{t_1 - t_0} =$
- Une suite géométrique, en cinq minutes la température a baissé de $t = \frac{T_1 - T_0}{T_0} =$
  le coefficient multiplicateur est $q = \frac{T_1}{T_0} =$

Des modèles simples

- Une suite arithmétique/une fonction affine : le modèle le plus simple.
  vitesse de refroidissement initiale $m = \frac{T_1 - T_0}{t_1 - t_0} =$
  Mais cela amène $\lim\limits_{t \to +\infty} T = -\infty$ ce qui est physiquement absurde.
- Une suite géométrique, en cinq minutes la température a baissé de
  $t = \frac{T_1 - T_0}{T_0} =$
  le coefficient multiplicateur est $q = \frac{T_1}{T_0} =$

Des modèles simples

- Une suite arithmétique/une fonction affine : le modèle le plus simple.
  vitesse de refroidissement initiale $m = \frac{T_1 - T_0}{t_1 - t_0} =$
  Mais cela amène $\lim_{t \to +\infty} T = -\infty$ ce qui est physiquement absurde.
- Une suite géométrique, en cinq minutes la température a baissé de
  $t = \frac{T_1 - T_0}{T_0} =$
  le coefficient multiplicateur est $q = \frac{T_1}{T_0} =$
  Avec ce modèle $\lim_{t \to +\infty} T =$ est-ce physiquement crédible ?

Contrôler le modèle

t (minutes)	0	5	10	15		100
T ($^\circ$C)	79,8	71,2	64,8			?

Chaque mesure supplémentaire permet de contrôler le modèle.

Un modèle plus crédible

On effectue le changement de variable $\theta = T - T_a$ où $T_a = 23,5$ désigne la température ambiante.

t (minutes)	0	5	10			100
T ($^\circ$C)	79,8	71,2	64,8			?
θ ($^\circ$C)	56,3	47,9	41,3			

Un modèle plus crédible

On effectue le changement de variable $\theta = T - T_a$ où $T_a = 23,5$ désigne la température ambiante.

t (minutes)	0	5	10			100
T (°C)	79,8	71,2	64,8			?
θ (°C)	56,3	47,9	41,3			

- Quelle est la nature de la suite (T_n) ?

Un modèle plus crédible

On effectue le changement de variable $\theta = T - T_a$ où $T_a = 23,5$ désigne la température ambiante.

t (minutes)	0	5	10			100
T ($^\circ$C)	79,8	71,2	64,8			?
θ ($^\circ$C)	56,3	47,9	41,3			

- Quelle est la nature de la suite (T_n) ?
- Quelle prédiction peut-on faire pour $t = 100$ min ?

Des questions qui se posent

Des questions qui se posent

- Pourquoi modéliser par une suite et pas par une fonction ?

Des questions qui se posent

- Pourquoi modéliser par une suite et pas par une fonction ?
- Comment trouver le taux de refroidissement par minute à partir de celui pour cinq minutes ?

Des questions qui se posent

- Pourquoi modéliser par une suite et pas par une fonction ?
- Comment trouver le taux de refroidissement par minute à partir de celui pour cinq minutes ?
- Quel est le taux pour dix secondes ? Une seconde ?

Des questions qui se posent

- Pourquoi modéliser par une suite et pas par une fonction ?
- Comment trouver le taux de refroidissement par minute à partir de celui pour cinq minutes ?
- Quel est le taux pour dix secondes ? Une seconde ?
- Peut-on passer du discret au continu ?

Demi-vie et taux de désintégration

L'iode-131 est un élément radioactif : il se décompose essentiellement en xénon-131 en émettant un électron.
Sa demi-vie est 8,06 jours : étant donné une quantité q_0 diode 131, au bout de cette durée il en reste une quantité $\frac{q_0}{2}$. Chaque jour, $8,24\%$ de la masse restante disparaît.

Elément	^{131}I	^{210}Ra	^{209}Po	^{210}Po	^{240}Pu
Taux de désintégration	$8,24\%$		0,69%		0,010566%
Demi-vie	8,06	16		138,376	
Unité de temps	jour	siècle	an	jour	an

Suite géométrique et algorithme de seuil

Suite géométrique et algorithme de seuil

Un réacteur nucléaire produit 2 kg d'^{232}U, de demi-vie 70 ans.

Suite géométrique et algorithme de seuil

Un réacteur nucléaire produit 2 kg d'^{232}U, de demi-vie 70 ans.
Combien de temps faudra-t-il pour qu'il ne reste que 100 g de ^{232}U ?

Suite géométrique et algorithme de seuil

Un réacteur nucléaire produit 2 kg d'^{232}U, de demi-vie 70 ans.
Combien de temps faudra-t-il pour qu'il ne reste que 100 g de ^{232}U ?

$U \leftarrow 2000$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U > 100$
$\quad U \leftarrow U/2$
$\quad N \leftarrow N+1$
Fin du tant que

$$2000 \times 0,5^{\frac{t}{70}} < 100$$

$$0,5^{\frac{t}{70}} < 0,05$$

$$\frac{t}{70} > \dots\dots\dots$$

Suite géométrique et algorithme de seuil

Un réacteur nucléaire produit 2 kg d'^{232}U, de demi-vie 70 ans.
Combien de temps faudra-t-il pour qu'il ne reste que 100 g de ^{232}U ?

```
U ← 2000
N ← 0
Tant que U > 100
      U ← U/2
      N ← N + 1
Fin du tant que
```

$$2000 \times 0,5^{\frac{t}{70}} < 100$$

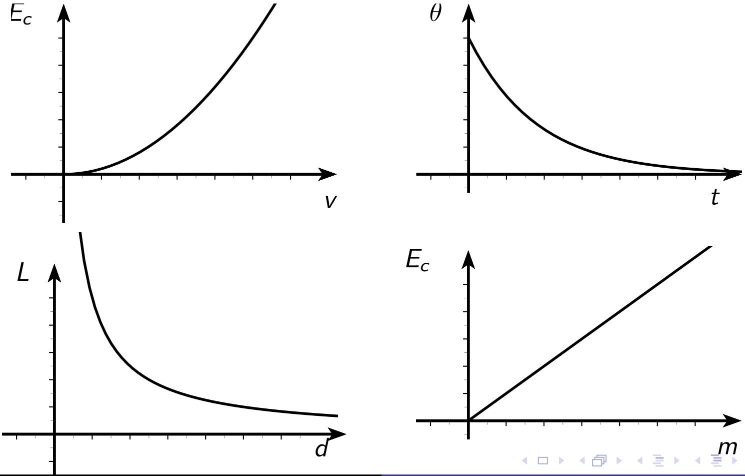
$$0,5^{\frac{t}{70}} < 0,05$$

$$\frac{t}{70} > \dots\dots\dots$$

Algorithme ou logarithme ?

Exprimer la relation entre des grandeurs

En Physique il est utile de visualiser graphiquement la relation entre deux grandeurs, l'allure de la courbe permettant de caractériser cette relation.



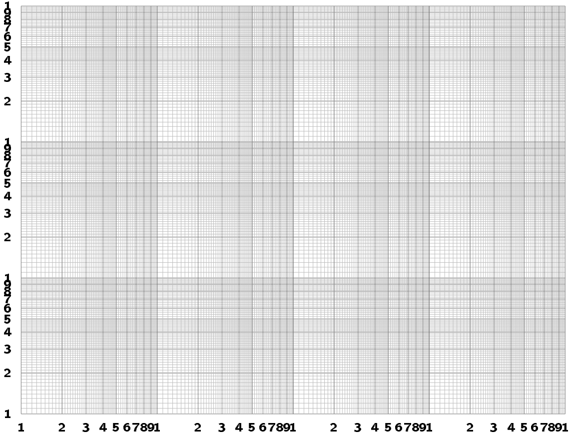
Période et demi-grand axe

Planète	Mercure	Venus	Terre	Mars	Jupiter
Demi grand axe a (UA)	0,38710	0,72333	1	1,52366	5,20336
Période T (années)	0,2408	0,6152	1	1,8808	11,862

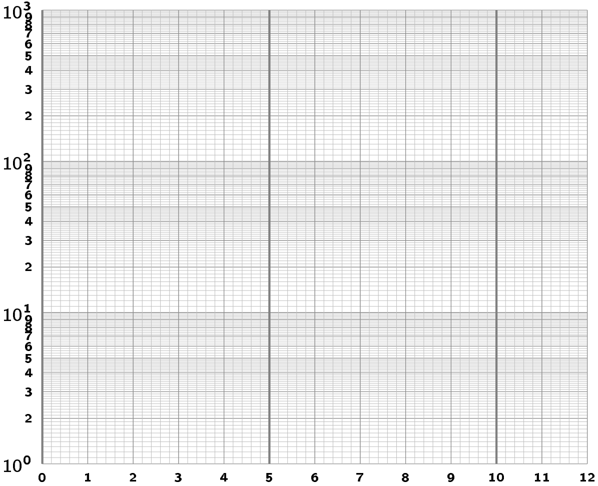
Planète	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
Demi grand axe a (UA)	9,53707	19,1913	30,0690	39,4817
Période T (années)	29,457	84,018	164,78	248,4

Construire un graphique permettant d'examiner graphiquement le lien entre demi-grand axe et période.

Papier loglog



Papier linlog



Les logarithmes entiers : une simple réécriture

En puissance	En logarithme
$y = a^x$	$x = \log_a(y)$
$2^10 = 1024$	
$10^3 = 1000$	
$5^5 = 3125$	
$17^6 = 24137569$	

En puissance	En logarithme
$y = a^x$	$x = \log_a(y)$
	$\log_2(1048576) = 20$
	$\log_10(0,0001) = -4$
	$\log_3\left(\frac{1}{729}\right) = -6$
	$\log_7(117649) =$

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer $\log(345)$?

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer $\log(345)$?

Posons $x = \log(345)$ soit $10^x = 345$.

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer log(345) ?

Posons $x = \log(345)$ soit $10^x = 345$.

$$10^x = 345 = 3,45 \times 10^2$$

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer log(345) ?

Posons $x = \log(345)$ soit $10^x = 345$.

$$10^x = 345 = 3,45 \times 10^2$$

$$3,45^{10} \approx 2,38886 \times 10^5$$

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer log(345) ?

Posons $x = \log(345)$ soit $10^x = 345$.

$$10^x = 345 = 3,45 \times 10^2$$

$$3,45^{10} \approx 2,38886 \times 10^5$$

$$2,38886^{10} \approx 6,05215 \times 10^3$$

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer $\log(345)$?

Posons $x = \log(345)$ soit $10^x = 345$.

$$10^x = 345 = 3,45 \times 10^2$$

$$3,45^{10} \approx 2,38886 \times 10^5$$

$$2,38886^{10} \approx 6,05215 \times 10^3$$

$$6,05215^{10} \approx 6,59318 \times 10^7$$

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer log(345) ?

Posons $x = \log(345)$ soit $10^x = 345$.

$$10^x = 345 = 3,45 \times 10^2$$

$$3,45^{10} \approx 2,38886 \times 10^5$$

$$2,38886^{10} \approx 6,05215 \times 10^3$$

$$6,05215^{10} \approx 6,59318 \times 10^7$$

$$6,59318^{10} \approx 1,55221 \times 10^8$$

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer log(345) ?

Posons $x = \log(345)$ soit $10^x = 345$.

$$10^x = 345 = 3,45 \times 10^2$$

$$3,45^{10} \approx 2,38886 \times 10^5$$

$$2,38886^{10} \approx 6,05215 \times 10^3$$

$$6,05215^{10} \approx 6,59318 \times 10^7$$

$$6,59318^{10} \approx 1,55221 \times 10^8$$

Nous venons de calculer les quatre premières décimales de $\log(345)$.

Le calcul d'un logarithme non-entier

Comment calculer log(345) ?

Posons $x = \log(345)$ soit $10^x = 345$.

$$10^x = 345 = 3,45 \times 10^2$$

$$3,45^{10} \approx 2,38886 \times 10^5$$

$$2,38886^{10} \approx 6,05215 \times 10^3$$

$$6,05215^{10} \approx 6,59318 \times 10^7$$

$$6,59318^{10} \approx 1,55221 \times 10^8$$

Nous venons de calculer les quatre premières décimales de $\log(345)$.

$\log(345) = 2,5378\ldots$ pourquoi ?

Une autre méthode

Sur une calculatrice quatre opérations, on peut trouver facilement le ln d'un nombre :

Une autre méthode

Sur une calculatrice quatre opérations, on peut trouver facilement le ln d'un nombre :

- Entrer le nombre.

Une autre méthode

Sur une calculatrice quatre opérations, on peut trouver facilement le ln d'un nombre :

- Entrer le nombre.
- Appuyer 20 fois sur $\sqrt{}$.

Une autre méthode

Sur une calculatrice quatre opérations, on peut trouver facilement le ln d'un nombre :

- Entrer le nombre.
- Appuyer 20 fois sur $\sqrt{\quad}$.
- Soustraire 1.

Une autre méthode

Sur une calculatrice quatre opérations, on peut trouver facilement le ln d'un nombre :

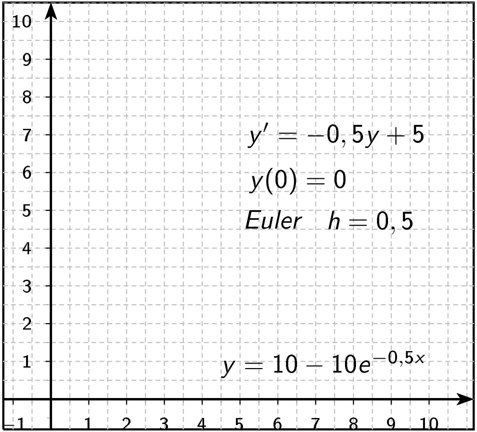
- Entrer le nombre.
- Appuyer 20 fois sur $\sqrt{}$.
- Soustraire 1.
- Taper $\times 2$ et appuyer 20 fois sur ENTER.

Une autre méthode

Sur une calculatrice quatre opérations, on peut trouver facilement le ln d'un nombre :

- Entrer le nombre.
- Appuyer 20 fois sur $\sqrt{\quad}$.
- Soustraire 1.
- Taper $\times 2$ et appuyer 20 fois sur ENTER.
- Preuve ? Précision ? Domaine de validité ?

La méthode d'Euler de résolution approchée d'une ED



Une version algorithmique minimale

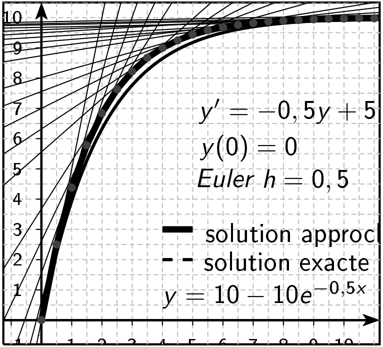
Il n'est pas très compliqué d'utiliser la méthode d'Euler avec un tableur, ou bien de la programmer en Python.
On peut aussi se servir de la calculatrice pour dérouler l'algorithme partiellement « à la main ».

```
0→N:10→U:U→S
                  10
N+1→N:U/2+1→U:S+
U→S
                  16
```

```
0.5→H:0→X:9→Y
                   9
2X-6→M:X+H→X:Y+M
H→Y
                   6
```

```
0.2→H:-3→X:1→Y
                   1
-XY→M:X+H→X:Y+M*
H→Y
                 1.6
```

La méthode d'Euler de résolution approchée d'une ED



Quelle est la nature de chacune des suites (x_n), (y_n), (y'_n) ? Donner leurs termes généraux.

ou bien de recherche approchée d'une primitive

L'utilisation de la méthode d'Euler (explicite) pour le calcul approché des valeurs d'une primitive est précisément la méthode des rectangles pour le calcul approché d'une intégrale, rectangles pris à gauche de chaque intervalle de la subdivision, par exemple en subdivisant l'intervalle $[1; x]$ en n intervalles de largeur $\frac{x}{n}$, on a l'approximation $\displaystyle\int_1^x \frac{\mathrm{d}t}{t} \approx \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{1+k\frac{x}{n}}$.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	4
2	x	1				
3	y					
4	S	0				

ou bien de recherche approchée d'une primitive

L'utilisation de la méthode d'Euler (explicite) pour le calcul approché des valeurs d'une primitive est précisément la méthode des rectangles pour le calcul approché d'une intégrale, rectangles pris à gauche de chaque intervalle de la subdivision, par exemple en subdivisant l'intervalle $[1; x]$ en n intervalles de largeur $\frac{x}{n}$, on a l'approximation $\displaystyle\int_1^x \frac{\mathrm{d}t}{t} \approx \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{1+k\frac{x}{n}}$.

Cet exemple est bien entendu pris totalement au hasard.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	4
2	x	1				
3	y					
4	S	0				

ou bien de recherche approchée d'une primitive

L'utilisation de la méthode d'Euler (explicite) pour le calcul approché des valeurs d'une primitive est précisément la méthode des rectangles pour le calcul approché d'une intégrale, rectangles pris à gauche de chaque intervalle de la subdivision, par exemple en subdivisant l'intervalle $[1; x]$ en n intervalles de largeur $\frac{x}{n}$, on a l'approximation $\displaystyle\int_1^x \frac{\mathrm{d}t}{t} \approx \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{1+k\frac{x}{n}}$.

Cet exemple est bien entendu pris totalement au hasard.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	4
2	x	1				
3	y					
4	S	0				

Formules : C1=B1+1, C2=B2+0,1 , B3=1/B2, C4=B4+B3*0,1

Des entiers aux réels

- Passer des puissances entières aux puissances fractionnaires puis réelles,

Des entiers aux réels

- Passer des puissances entières aux puissances fractionnaires puis réelles,
- passer des logarithmes entiers aux logarithmes réels,

Des entiers aux réels

- Passer des puissances entières aux puissances fractionnaires puis réelles,
- passer des logarithmes entiers aux logarithmes réels,
- passer des relations de récurrence aux équations différentielles,

Des entiers aux réels

- Passer des puissances entières aux puissances fractionnaires puis réelles,
- passer des logarithmes entiers aux logarithmes réels,
- passer des relations de récurrence aux équations différentielles,
- passer du terme général d'une suite à l'expression explicite d'une fonction,

Des entiers aux réels

- Passer des puissances entières aux puissances fractionnaires puis réelles,
- passer des logarithmes entiers aux logarithmes réels,
- passer des relations de récurrence aux équations différentielles,
- passer du terme général d'une suite à l'expression explicite d'une fonction,
- passer d'une somme à une intégrale,

Des entiers aux réels

- Passer des puissances entières aux puissances fractionnaires puis réelles,
- passer des logarithmes entiers aux logarithmes réels,
- passer des relations de récurrence aux équations différentielles,
- passer du terme général d'une suite à l'expression explicite d'une fonction,
- passer d'une somme à une intégrale,
- le problème central est celui de la construction des réels.

exp et ln versus $\exp_a$ et $\log_a$

Il n'est pas évident a priori que les fonctions exponentielles de base quelconque et les fonctions logarithmes elles aussi de base quelconque puissent se ramener aux seules fonctions exp de base e et $\log_e$.
Dans les programmes actuels de terminale générale, l'approche privilégie la fonction exponentielle et la fonction logarithme népérien.
Ce choix inscrit l'étude de ces fonctions dans un cadre analytique plutôt qu'algébrique, et nécessite d'avoir traité la dérivation préalablement à l'étude des fonctions exp et ln.
Ce n'est pas le seul choix possible.

Dans le programme actuel de TS

Le programme actuel de terminale S préconise d'introduire exp comme solution du problème de Cauchy $\begin{cases} y' = y \\ y(0) = 1 \end{cases}$

La notion d'équation différentielle, fondamentale en sciences, apparaît alors comme une notion *ad hoc* qu'on ne retrouve pas du tout dans le reste du programme (alors qu'il y aurait moyen de s'amuser un peu avec la trigonométrie et les exponentielles complexes, en électricité p.ex).

Les propriétés algébriques de la fonction exp se démontrent facilement à partir de cette définition, ainsi que la continuité, la positivité, les limites.

La fonction ln est ensuite introduite comme bijection réciproque, dans un chapitre séparé pour la plupart des manuels et dans la progression suivie par la plupart de collègues.

La preuve de l'existence est hors programme, par contre l'unicité est (en principe) démontrée aux élèves.

Un temps que les moins de 20 ans ne peuvent pas connaître

On peut introduire ln comme solution du problème de Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Comme l'approche équivalente pour exp, le point délicat est de démontrer l'existence et l'unicité.

Comme l'approche équivalente pour exp, les propriétés algébriques se déduisent de cette définition, à condition de savoir dériver une fonction composée, au moins composée par une fonction affine.

L'étude de la fonction à proprement parler est immédiate avec cette définition.

La fonction exp est alors définie comme bijection réciproque.

En ES, en feue spé L

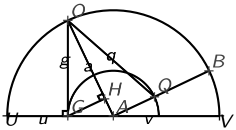
Le programme actuel de terminale ES mentionne explicitement l'introduction des fonctions exponentielles (au pluriel) comme prolongement des suites géométriques de raison strictement positive (et différente de 1).
La fonction exponentielle est alors un cas particulier, qui correspond au cas où la dérivée en zéro vaut 1 (rappelons que de façon générale la dérivée de $x \mapsto q^x$ en zéro est $\ln(q)$).
La fonction ln est introduite comme bijection réciproque ; le fait que sa dérivée est la fonction inverse doit être su, le programme restant très discret sur la façon d'amener ce fait.
Le mécanisme permettant de prolonger ainsi une suite géométrique n'est pas abordé ; il l'était dans l'ancien programme de spécialité de TL (rappelons que les spécialistes Maths de L avaient avant 2012 5h de maths en première, 3h en terminale). Essentiellement, on passait par le fait que l'image de la moyenne arithmétique était la moyenne géométrique des images, puis on concluait par un argument de densité de $\left\{\frac{n}{2^k}, n \in \mathbb{Z} \text{et} k \in \mathbb{N}\right\}$ dans $\mathbb{R}$.

La moyenne, ou bien les moyennes ?

Etant donnés deux nombres réels strictement positifs u et v, on peut définir plusieurs moyennes :

- arithmétique $a + a = u + v$,
  $a = \frac{u+v}{2}$,
- géométrique $g \times g = u \times v$,
  $g = \sqrt{uv}$,
- harmonique $\frac{1}{h} + \frac{1}{h} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$,
  $h = \frac{2uv}{u+v}$,
- quadratique
  $q^2 + q^2 = u^2 + v^2$,
  $q = \sqrt{\frac{u^2+v^2}{2}}$.

Sur cette figure on peut trouver a, g, q et h.



Une approche algébrique

Si on introduit les exponentielles comme une généralisation des puissances entières aux puissances quelconques, la base étant fixée, on peut introduire les fonctions exponentielles sans faire référence au calcul différentiel.
Avec la même logique, on généralise les logarithmes entiers aux logarithmes quelconques (logarithme étant ici précisément un synonyme d'exposant).
D'expérience, les élèves acceptent volontiers cette généralisation. Prouver l'existence de cette généralisation n'est pas possible sans passer par une construction raisonnable des réels ; cependant passer par les racines n-ièmes et les exposants fractionnaires est suffisamment convaincant et permet de s'approcher d'une telle construction.
Ce choix est plus respectueux de l'histoire des exponentielles et des logarithmes par ailleurs, qui préexistaient au calcul différentiel.

Des équations fonctionnelles aux problèmes de Cauchy

Les équations fonctionnelles $a^{x+y} = a^x \times a^y$ et $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$ se déduisent alors du cours de collège par passage à la limite ou ce qui revient au même par densité de $\mathbb{D}$ ou $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.
La définition même de la dérivabilité permet alors de prouver, en supposant $\exp_a$ dérivable en zéro et $\log_a$ dérivable en 1, que les fonctions exponentielles et logarithmes sont solutions de problèmes de Cauchy, ce qui fait le lien avec les définitions actuelles.

En Allemagne

Extrait du programme de 2de allemand – 10. Klasse :
Divers exemples tirés de la nature, de la technologie et de l'économie font prendre conscience aux jeunes de l'importance des processus de croissance et de désintégration ; par exemple, dans la croissance démographique ou la désintégration radioactive, ils constatent que les processus de croissance et de désintégration sont souvent modelés par des fonctions exponentielles.
En se basant sur leur connaissance des puissances, ils apprennent à connaître la fonction exponentielle et ses propriétés caractéristiques et à déterminer en quoi la croissance exponentielle diffère de la croissance linéaire, en particulier avec les graphiques des fonctions correspondantes. Dans le cas de différents problèmes, par exemple en datation, les jeunes établissent des équations exponentielles, dont la solution conduit à la définition du logarithme. Les adolescents apprennent à gérer les logarithmes.

En Allemagne

Extrait du programme de 1re allemand – 11. Klasse :
« *Les élèves se rendent compte qu'ils ne sont pas encore capables de différencier toutes les fonctions qu'ils connaissent. Par exemple, pour la dérivation de la fonction exponentielle, ils apprennent à connaître le nombre d'Euler e.* » On constate une approche de la fonction exponentielle par des situations liées aux autres matières (physique, économie, SVT). L'exponentielle e est étudiée comme un cas particulier des fonctions exponentielles et vue en classe de 1re (pour la dérivation), alors que toutes les propriétés relatives aux fonctions exponentielles générales sont étudiées en classe de 2de.

Quelle présentation de la fonction exponentielle ?

La présentation actuelle s'appuie sur des notions de continuité, de dérivabilité, sur le théorème des valeurs intermédiaires pour la bijection réciproque, sur le théorème de dérivation des fonctions composées.
On peut imaginer une approche plus échelonnée, en commençant par une approche essentiellement algébrique, indépendante de la notion de dérivation, et qui amène la notion de continuité plutôt que de s'appuyer sur cette notion.

Taux, fonctions linéaires, suites géométriques, tableur

La notion de croissance exponentielle, fondamentale, pourrait être abordée dès le collège, à travers la notion d'évolutions relatives successives identiques, soit la notion de suite géométrique, qui se prête très bien à l'utilisation d'un tableur.
De plus la notion de fonction linéaire a pour application classique la notion d'évolution en pourcentage, l'introduction des suites en troisième serait cohérente avec les contenus préexistants.

Construire la notion de nombre réel

La démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ arrive au lycée, mais l'usage actuel ne fait que très rarement intervenir autre chose que des entiers à un chiffre dans les exercices des livres, pour des raisons d'orthogonalité en réalité très discutables pédagogiquement.
L'introduction des racines n-ièmes, en lien avec des calculs de taux moyen, permettrait peut-être de travailler davantage l'intuition numérique, et serait un point d'appui pour les fonctions exponentielles ensuite.
Le calcul de taux moyen a probablement sa place en seconde, dernière classe de Mathématiques pour un certain nombre d'élèves.

Ne pas attendre le lycée

Comme on l'a vu, les logarithmes entiers ne sont qu'une simple reformulation de la notion de puissance. Il serait donc possible de les introduire en même temps que les puissances, en particulier que les puissances de dix, en quatrième

Le passage aux logarithmes non entiers pourrait se faire par l'utilisation du logarithme décimal, en particulier en lien avec l'écriture scientifique des nombres, et avec l'utilisation du papier logarithmique ou semi-logarithmique, en troisième.

La notion centrale en Mathématiques au lycée

La classe de seconde va être la dernière classe de Mathématiques pour un proportion d'élèves plus important que les élèves de L actuels.
Par conséquent une partie potentiellement importante des élèves suivant un lycée général vont passer à côté du calcul différentiel, qui est le point central de la révolution scientifique du XVIIe siècle.
C'est embêtant, sans être forcément dramatique, regardons par exemple la place du calculus aux Etats-Unis. #OhWait
Dériver dès la seconde des fonctions simples, comme les polynômes de degré au plus 3, en s'appuyant sur la notion de développement limité, et avec un,accent important sur les lectures graphiques, permettrait de ne pas passer à côté de la notion fondamentale de vitesse (notion centrale en Physique aussi évidemment), et éviterait d'introduire la notion la même année que l'exponentielle.

Que démontrer sur l'exponentielle ?

Une situation actuelle peu reluisante...

Que démontrer sur l'exponentielle ?

Une situation actuelle peu reluisante...

- Que démontre-t-on actuellement ?

Que démontrer sur l'exponentielle ?

Une situation actuelle peu reluisante...

- Que démontre-t-on actuellement ?
- Qu'admet-on ?

Que démontrer sur l'exponentielle ?

Une situation actuelle peu reluisante...

- Que démontre-t-on actuellement ?
- Qu'admet-on ?
- Que manquerait-il pour tout démontrer ?

Que démontrer sur l'exponentielle ?

Une situation actuelle peu reluisante...

- Que démontre-t-on actuellement ?
- Qu'admet-on ?
- Que manquerait-il pour tout démontrer ?
- Est-il souhaitable de tout démontrer ?

Que démontrer sur l'exponentielle ?

Une situation actuelle peu reluisante...

- Que démontre-t-on actuellement ?
- Qu'admet-on ?
- Que manquerait-il pour tout démontrer ?
- Est-il souhaitable de tout démontrer ?
- La volonté de la commision VT de revenir à la démonstration comme principe de base des Mathématiques va-t-elle aboutir ?

Conclusion

Nous allons devoir expliquer à des élèves de première que non, $f'(x)$ ce n'est pas la même chose que $f(x)$.

Puis qu'en fait, $\exp'(x)$ c'est la même chose que $\exp(x)$.

Bon courage aux collègues, surtout à ceux qui traitent la dérivation en fin de première (je ne donnerai pas de noms).

Alors ?

t (minutes)	0	5	10	15		100
T (°C)	79,8	71,2	64,8	59,2		34,7

Quelques références

- Bulletin vert 488, pp273-277 Rémi Bellœil, « Introduire le logarithme décimal avant l'exponentielle »

  BV488

- Jean-Pierre Demailly « Puissances, exponentielles, logarithmes de l'école primaire jusqu'à la terminale »

  Demailly

- Une approche ludique de la notion d'EDP, via la modélisation d'une invasion de zombies, par Robert Smith ?

  Zombies