Les Commissions de l'A.P.M.E.P.

Commission Lexique pour l'Élémentaire

Rapporteur : L. DUVERT

Réunie à Paris le 24 Septembre 1972, elle a décidé de mettre d'abord à l'étude, avec chaque fois des exemples, des contre-exemples, des définitions, une ou plusieurs représentations, s'il y a lieu, les mots suivants :

Application, fonction, opérateur — contre-exemple — égalité — naturel, écriture des nombres — opération — relations, à l'exclusion des propriétés pour l'instant, équivalence et ordre (classement et rangement) par des exemples.

Une petite commission s'est chargée de dépouiller les réponses pendant les Vacances de Noël et d'établir un document qui sera transmis aux Régionales et aux I.R.E.M. pour être testé auprès des instituteurs par les membres de l'A.P.M. qui travaillent avec eux.

Compte tenu des résultats de ce test, une brochure sera mise au point, publiée et largement diffusée par l'A.P.M. à l'intention des instituteurs.

D'autres mots seront ensuite étudiés, suivant le même processus s'il a donné satisfaction.

L'objectif de ce travail est d'informer les instituteurs sur le sens des mots qu'ils rencontrent fréquemment dans les manuels scolaires.

La "Commission de dépouillement" est en principe formée des douze personnes présentes le 24 Septembre. Tout collègue qui voudrait s'y joindre voudra bien s'adresser à DUVERT. Quelques membres peuvent encore être acceptés en sus des "douze", mais très peu.

Il est souhaitable, par contre, que chaque régionale participe très activement au travail demandé.

Commission Mathématique-Physique

Tout collègue A.P.M. qui serait prêt à travailler au sein d'une telle commission nationale, réunie dans la perspective d'une rénovation de l'enseignement des Sciences Physiques, est prié de se mettre en rapport avec F. COLMEZ

40, avenue de la Paix — 94 FRESNES

Commission Brochure tronc commun en seconde

(24 septembre 1972)

Rapporteur : Ch. Zehren

Elle a soulevé le problème des programmes de Premièreset Terminales, émis le voeu que soit connu en une seule coulée le programme de Mathématique Second Cycle, et évoqué la nécessité d'établissements expérimentaux... et des Secteurs "INNOVATION" que préconise la Charte de CAEN.

Elle a rappelé l'intérêt d'un programme "noyau-thèmes" pour un tronc commun, inconcevable en Seconde avec un programme strict.

La Commission a essayé de préciser dans quel esprit pouvaient être traités le noyau et les thèmes suggérés par une précédente réunion: cf Bulletin 284, pages 638 - 640.

Des textes Dumont, Rouquairol, Colmez, Bareil vous seront envoyés dès que je les aurai collectés : ils reprendront les idées exprimées le 24 Septembre et vous permettront d'organiser le travail de votre Régionale.

Les professeurs qui veulent bien collaborer à cette brochure seront tenus informés par vos soins (les miens si vous me donnez leurs adresses) des textes en question.

Ils devraient ensuite m'envoyer leurs travaux pour le 10 Janvier au plus tard.

Je diffuserai ces textes fin Janvier, si possible, la prochaine réunion nationale sur la BROCHURE se tenant le 18 Février.

Commission Écoles Normales

(17 septembre 1972)

Rapporteur : J. LECOQ

1 *But de la réunion :*

Cette réunion avait été décidée lors de la journée sur l'élémentaire du 11-6-72 durant laquelle s'était posé le problème des stages de recyclage dans les E.N. Il s'agissait de savoir quel était le but de ces stages : certains collègues affirment qu'ils font un travail satisfaisant, d'autres estiment qu'on ne peut qu'effleurer quelques thèmes, mais tous pensent que ces stages sont hypothéqués par l'absence de travail après passage à l'E.N.

Une option consisterait à faire un cours du type second cycle sur ensembles, relations, opérations, etc. ; elle a été rejetée le 17 Septembre. Une autre option consiste à expliquer le contenu du programme du 2-1-70, mais alors un danger apparaît : ne pouvant détailler tous les thèmes contenus dans le programme, on laisse les maîtres démunis quant aux parties non abordées. Et puis on peut se demander dans quelle mesure le professeur d'E.N. peut dire aux maîtres ce qu'il faut faire ou ne pas faire. Doit-on donner des consignes ? Ne doit-on pas plutôt amener les maîtres à être autonomes ?

En fait, il y a une autre manière d'aborder le problème : que veut dire rénovation pédagogique ? et quels moyens choisir pour tendre vers ce but ?

Nous voulons que tous les enfants aient le droit d'accéder à une démarche mathématique préparant au raisonnement proprement dit qui viendra plus tard. Par conséquent il s'agit de proscrire les interventions métaphysiques du type "zéro, c'est rien" "Trois fois rien, c'est rien" au profit d'activités suffisamment riches pour que l'enfant puisse construire les concepts qui sont à sa portée.

C'est alors qu'apparaît une double condition indispensable à la mise en oeuvre d'un tel projet : le maître doit posséder une réelle culture mathématique, ce qui ne signifie pas bien sûr connaissance encyclopédique; d'autre part, il s'agit de modifier la relation maître-élèves afin que le savoir ne soit pas toujours du même côté et tout fait, mais qu'il y ait élaboration en commun des idées et du langage destiné à véhiculer ces idées.

A partir de là, on peut donner aux stages de recyclage un quadruple but :

1° Apporter de l'information

2° Dégager les idées sous-jacentes au programme des classes élémentaires ;

3° Montrer que la relation enseignant-enseigné joue un rôle capital dans la construction des concepts mathématiques et pour cela la vivre ;

4° Tenter de donner au maître son autonomie face à son enseignement — autonomie ne signifiant pas isolement.

Comment peut-on affirmer qu'un tel objectif peut être atteint en trois mois (c'est-à-dire environ 50 heures) ou en six semaines, ou en un an ? Avons-nous le droit de rejeter tel ou tel point ?

La réunion du 17-9-72 s'est située dans le cadre ci-dessus et s'est axée sur les points 3 et 4; d'où son titre : "Comment sensibiliser les maîtres à la démarche mathématique à partir de thèmes non classiques, c'est-à-dire ne conduisant pas à la mise en oeuvre d'automatismes qui oblitèrent l'exploration, la schématisation, le raisonnement."

Ceci implique pour le professeur d'E.N. un double travail : recherche et élaboration de ces thèmes d'une part, mise en oeuvre pédagogique dans l'optique du point 3 d'autre part.

2 *Déroulement de la journée :*

2 a) Comment sensibiliser ?
Il faudrait s'efforcer de travailler à deux niveaux :

1er niveau : Explorer des domaines apparemment étrangers à la mathématique : sciences humaines, géographie, psychologie, etc, même si les situations sont complexes, afin de montrer que la mathématique permet d'y voir clair.

2ème niveau : Trouver des situations "artificielles", par exemple : blocs logiques ou cartes fabriquées sur certains critères de forme, de couleur, etc, que l'on se propose d'observer, de classer, d'où des problèmes tels que : quelle est la totalité des possibles, la totalité des classements?

Il faudra être attentif dans ces travaux aux différents moyens d'expression (oral, écrit, graphique), aux problèmes de transfert entre situations, à l'ouverture de ces problèmes vers d'autres problèmes.

2 b) Exposé de quelques thèmes par JULLIEN, DUMONT, VIRICEL, HUGUET, Mme LACOMBE.

2 c) Travail de groupe.

3 *Conclusion de la journée :*

3 a) Les collègues présents ont réclamé une bibliographie que l'on trouvera ci-dessous.

3 b) La recherche et l'élaboration de thèmes conformes à ce qui précède ne peut se faire qu'en commun.

Pour cela nous proposons :

a) que les collègues des E.N. constituent dans leur régionale des groupes de travail pour rassembler des idées et commencer de les approfondir ;

b) que ces amorces de thèmes soient envoyées au responsable de la commission E.N ;

c) qu'une équipe de travail à l'échelon national soit constituée et chargée de la rédaction de documents pour diffusion, par exemple sous forme de plaquettes.

Evidemment les professeurs d'E.N. ne sont pas seuls concernés et la tâche apparaît vaste. Aussi tous les collègues intéressés sont cordialement invités à se joindre à ce travail.

IV - *BIBLIOGRAPHIE*

Cette bibliographie n'est évidemment pas limitative; on se reportera à "Matériaux pour une bibliographie" dans chaque Bulletin A.P.M.

IV–1 Pour l'information et la formation du professeur d'E.N.

GAUTHIER-VILLARS :

- Cahiers mathématiques I-II-III
- Steinhaus : 100 problèmes de mathématique élémentaire
- Revue : Mathématiques et sciences humaines; s'adresser à GAUTHIER-VILLARS.

O.C.D.L. – HATIER

Séminaires Galion

1. Le langage mathématique.
2. La concrétisation en mathématique.

CEDIC (12, rue du Moulin de la Pointe – 75013 PARIS)

- M. Glaymann et P.C. Rosenbloom : La logique à l'Ecole
- Séminaire E. Galion : La mathématique et ses applications

HACHETTE

- Barbut et Monjardet : Ordre et classification (2 vol.)
- Barbut et Frey : Techniques ordinales en analyse des données
- Freudenthal : Mathématique et réalités (Collection l'Univers des connaissances)

DUNOD

- Stein : Les mathématiques : ce monde que créa l'homme
- Kordiemsky : Sur le sentier des mathématiques (2 vol.)
- Perelman : Algèbre (ou arithmétique amusante)

FLAMMARION

- Steinhaus : Mathématiques en instantanés
- Weyl : Symétrie et mathématique moderne

BLANCHARD

- Lucas : Récréations mathématiques

VUIBERT

- Sainte-Lagüe : Avec des nombres et des lignes (4 vol.)

IV–2 En liaison avec les classes

O.C.D.L.

- Wheeler : Mathématique dans l'enseignement élémentaire
- Sawyer : Voir et comprendre les mathématiques
- Fletcher : L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui
- Diénès : Géométrie par les transformations (3 vol.)

CASTERMAN-Poche
- Sauvy : L'enfant à la découverte de l'espace
- N. Picard : Mathématique et jeux d'enfants

HOLMES-MC DOUGALL
- Fletcher et Ibbotson : Geometry (3 vol.)

A.P.M.E.P.
- La mathématique à l'école élémentaire

REVUES
- Chantiers de la régionale parisienne A.P.M.
  Abonnement auprès de M. Blondel
- Activités - Recherche - Pédagogie
  S'adresser à A.R.P. - 27 avenue du 11 Novembre 92 MEUDON
- Documents R.T.S.
  S'adresser au C.R.D.P.

V - *QUELQUES THEMES PRESENTES LE 17 SEPTEMBRE*

V–1 *"Des P'tits Papiers"*

Le point de départ des activités ci-dessous est l'un des jeux présentés par T. Fletcher aux journées A.P.M. de Marly en 1968.

I - Description du problème

On donne une bande de papier ou une ficelle assez longue.

On utilise l'opérateur suivant (a) qui est composé de 3 gestes, dans l'ordre :

(a) 1) plier en 2 parties égales
2) couper par le milieu ce que l'on obtient après 1)
3) superposer les 2 paquets obtenus après 2)

(Exemple : à partir d'une bande on obtient 3 morceaux dont 1 plié et 2 droits)

On répète l'opération (a) sur le paquet obtenu et ainsi de suite...

Combien obtient-on de morceaux de papier au bout de 1, 2, 3, 4, 5 fois ?

II - Remarques

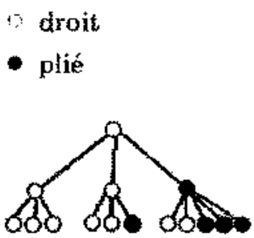
1 Bien entendu, Fletcher se garde de fournir la moindre indication qui puisse emprisonner le patient. Les dessins et commentaires qui suivent sont donc, dans un sens, néfastes puisqu'ils orientent la pensée. Comme toujours une activité ne vaut que par le contexte où elle se place, les objectifs qu'on lui donne et les ouvertures qui la prolongent.

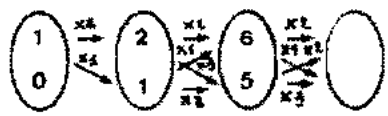
2 Objectifs possibles

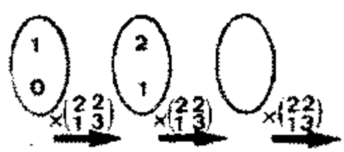
a) *récurrence sur une suite simple* : toute manipulation itérative (répéter la même règle sur ce que l'on vient d'obtenir) conduit à la notion de suite où chaque terme est fonction du précédent (la même fonction).

b) *moyens d'expression* et début de modélisation
La manipulation devient très difficile à cause de la taille et du nombre de brins. Cette difficulté est une motivation à l'écriture. Il est évident que plus la liberté d'expression est grande, plus variées et nombreuses seront les découvertes (parfois inattendues pour l'auteur du jeu).

c) *introduction aux matrices*
Parmi les moyens d'expression on peut utiliser les arbres, les "claviers", les matrices. Le transfert de l'un à l'autre motive le calcul matriciel.







etc...

3 Ouvertures possibles

a) sur le plan des moyens d'expression, représentation du calcul sur un réseau de points (application de N × N vers N × N)

b) on varie le nombre de brins de chaque espèce au départ (par exemple 1 plié et 1 droit) ; ce qui peut conduire à la notion de vecteur "propre" — (et justifiera une itération qui a peut-être été découverte par les joueurs).

c) on peut utiliser comme opérateur a.a ou bien a.a.a, etc... ce qui introduira les puissances d'une matrice.

d) on varie le nombre de plis et de coupures, ce qui donne une nouvelle règle (b), donc de nouvelles matrices carrées (ou bien on distingue entre plié à gauche et plié à droite).

e) on alterne 2 règles, par exemple (a) et (b), ce qui conduit en les composant au produit de deux matrices différentes.

f) on peut décomposer la règle (a) en 2 règles p et q
p : plier
q : couper et superposer
à chaque fois on choisit soit la règle p soit la règle q ;
qu'obtient-on en appliquant les règles q.p.p.q.p.q. ?
g) imaginer une population d'objets ou d'animaux de plusieurs espèces. Chaque objet d'une espèce donnant naissance à des objets de chaque espèce, comment prévoir l'évolution de la population ?

III - Conclusion

Cet exemple peut être extrêmement dangereux auprès des maîtres. Il est en effet artificiel. C'est un jeu gratuit. Il importe donc de le motiver par d'autres raisons plus élevées que celles du spécialiste.

— Le calcul matriciel ou vectoriel ? pourquoi faire?(d'où l'intérêt de présenter d'autres exemples pris dans la réalité (tels que —II.3.g— pour montrer que l'outil sert à quelque chose).

— La modélisation ? pourquoi faire?(d'où série d'exemples de nature et structure différentes).

— Les suites et les récurrences (d'où l'intégration de cette activité dans d'autres qui mettront en lumière les mêmes concepts et élargiront à d'autres types de récurrence).

Là encore, le problème est moins de fournir quelques exemples que de donner les moyens et la liberté d'imaginer une classe d'exemples conduisant à un même objectif :

un problème n'est ni ouvert ni fermé. Il y a des moments auxquels on ouvre et d'autres auxquels on ferme un problème !

DUMONT — Septembre 1972

P.S.

1) J'ai beaucoup d'autres exemples d'ouverture mais il faut savoir s'arrêter pour que d'autres puissent partir.

2) *Copyright* ; toutes reproductions et contrefaçons sont recommandées aux fins de critique et diffusion !

3) *Salubrité* : si l'on veut éviter les blocages et les antagonismes bien connus dans les échanges sociaux, il est bon de rester conscient des trois attitudes possibles entre autres :

a - Pour tout individu, "lorsqu'on exprime une idée qui vient d'un autre, on dit explicitement de qui on la tient" b - Pour tout individu, "lorsqu'on exprime une idée qui vient d'un autre, on ne dit pas de qui on la tient"

c - Il existe des individus qui "expriment une idée qui vient d'un autre, ne disent pas de qui ils la tiennent" (ce qui laisse supposer que toutes les idées exprimées et non identifiées sont personnelles) (c'est encore pire que b)

4) Les trois P.S. ci-dessus ne sont absolument pas destinés à faire valoir leur auteur mais à améliorer les rapports humains (les soi-disant "pillages" signalés par les Editeurs ne sont qu'une façade hypocrite pour dissimuler leur propre activité de "pillage").

L'expérience seule est à l'origine de cette remarque.

V—2 *Dénombrement des diagonales d'un polygone convexe*

Cette question a été posée, et résolue, par les élèves eux-mêmes dans une classe de CM 2. Son intérêt réside dans le fait que la complexité croissante des figures avec le nombre de côtés des polygones incite à chercher une formule générale (un truc, comme ont dit les élèves) et à faire une démonstration.

Plusieurs approches du problème sont possibles :

a) Ayant dessiné un polygone et ses diagonales, on compte celles-ci en les cochant au fur et à mesure. Cette méthode est praticable pour des polygones à 5 ou 6 côtés ; elle est plus difficile à mettre en oeuvre ensuite.

b) Cependant, en utilisant plusieurs couleurs, des enfants sont parvenus à faire le décompte pour des polygones à 10 et même 15 côtés. En faisant le tour des sommets on obtient :

5 côtés $2+2+1+0+0$ diagonales
6 côtés $3+3+2+1+0+0$ diagonales
7 côtés $4+4+3+2+1+0+0$ diagonales etc...

Ces remarques permettent de dresser un tableau

nombre de côtés	3	4	5	6	7	8	9	10 ...
nombre de diagonales	0	2	5	9	14	20	27	35 ...

c) Remarquer sur un dessin que de chaque sommet il part autant de diagonales ; la tentation est grande de dire, par exemple, pour un pentagone : 2 diagonales par sommet, 5 sommets, 10 diagonales, au lieu de 5 en réalité, chacune étant comptée deux fois.

Affinant la méthode précédente, distinguer entre le nom d'une diagonale et cette diagonale. (AC et CA étant deux noms de la même diagonale).

d) Au lieu de faire le décompte dans un cas particulier, introduire le paramètre n (nombre de sommets du polygone). Le nombre de diagonales est $\frac{n(n-3)}{2}$.

e) L'étude du tableau montre que les différences successives sont en progression arithmétique

0		2		5		9		14		20		27		35 ....
	+2		+3		+4		+5		+6		+7		+8	

Peut-on expliquer cette constatation qui s'écrit :

$$a_{n+1} - a_n = n - 1 \ ?$$

f) Démonstration de cette relation en utilisant l'expression $a_n = \frac{n(n-3)}{2}$

g) Démonstration directe : si on intercale le sommet Z entre les sommets X et Y d'un polygone à n sommets, on obtient un nouveau polygone qui a pour diagonales d'abord toutes les diagonales du premier et en plus les segments joignant Z aux $n-2$ sommets différents de X et Y et le segment XY

h) A l'inverse de f), partant de la relation $a_{n+1} - a_n = n-1$, retrouver $a_n = \frac{n(n-3)}{2}$

1 — vérification de cette expression par récurrence

2 — calcul de la somme $a_n = 2 + 3 + ... + (n-2)$

3 — recherche d'une fonction f telle que $a_n = f(n)$. Comme $f(n+1) - f(n)$ doit être un polynome de degré un on détermine f comme polynome de degré deux par identification.

Des prolongements sont possibles, entre autres sur la combinatoire et les suites définies par récurrence.

COLMEZ — I.R.E.M. Paris

V—3 *"Organisation d'un tournoi de Basket"*

Un collègue de la Jeunesse et des Sports cherchait à organiser un tournoi entre neuf équipes. Pour des raisons pratiques il souhaitait n'utiliser chaque jour que trois terrains d'où l'idée de constituer des "poules" de trois, c'est-à-dire des ensembles de trois équipes se rencontrant à tour de rôle sur le même terrain.

Exemple : si l'on numérote les équipes de 1 à 9, poules 1, 2, 3

1 rencontre 2
2 rencontre 3 sur le même terrain
3 rencontre 1

L'idée fondamentale du tournoi est que chaque équipe doit rencontrer toutes les autres. Donc pas d'éliminatoire ni de qualification. Chaque équipe devra disputer 8 matchs.

Première question : Combien faut-il organiser de matchs ? Par la méthode d'analyse de son choix il sera aisé de découvrir que la réponse est 72 matchs (en comptant l'aller et le retour) et 36 matchs en comptant seulement une rencontre. (Notion de couple de deux éléments distincts).

Conséquence le premier jour il est facile d'organiser 3 poules de trois -

par exemple : 1.2.3
4.5.6
7.8.9

Dans chaque poule se jouent 3 matchs donc 9 matchs peuvent se dérouler le même jour.

Deuxième question : Est-il possible d'organiser le tournoi en 4 jours ? En effet $4 \times 9 = 36$.

Il existe une solution et même plusieurs que l'on peut trouver par tâtonnement expérimental.

Exemple de solution

1er jour	*2e jour*	*3e jour*	*4e jour*
1.2.3	1.4.7	1.5.9	3.5.7
4.5.6	2.5.8	2.6.7	1.6.8
7.8.9	3.6.9	3.4.8	2.4.9

Une idée directrice peut être de considérer un mini-plan de 9 points numérotés

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Pour déterminer des poules distinctes il suffit de considérer des ensembles de 3 points n'ayant aucun point commun.

De plus une solution commode consiste à choisir 3 points alignés pour reconstituer une poule.

On en déduit l'idée de trouver dans ce mini-plan des familles de droites parallèles, d'où l'idée de considérer 4 directions de droites

1 2 3	//	4 5 6	//	7 8 9
1 4 7	//	2 5 8	//	3 6 9
1 5 9	//	2 6 7	//	4 8 3
3 5 7	//	2 4 9	//	6 8 1

Généralisation. Il est possible de généraliser ce problème en changeant les données initiales ;
par exemple : 16 équipes et des poules de quatre, etc...

HUGUET — E.N.G. Quimper

Remarque. A l'issue de l'exposé ci-dessus, Monsieur Guilbaud a fait remarquer que le même problème posé pour 36 équipes est un nouvel habillage du problème des 36 officiers d'Euler qui n'admet pas de solution.

V—4 *Techniques opératoires autres que classiques*

L'idée, non ponctuelle, est celle-ci : en montrant aux maîtres qu'il y a des techniques autres que les leurs on leur explique :

1° qu'il n'y a pas qu'une façon de penser et de travailler

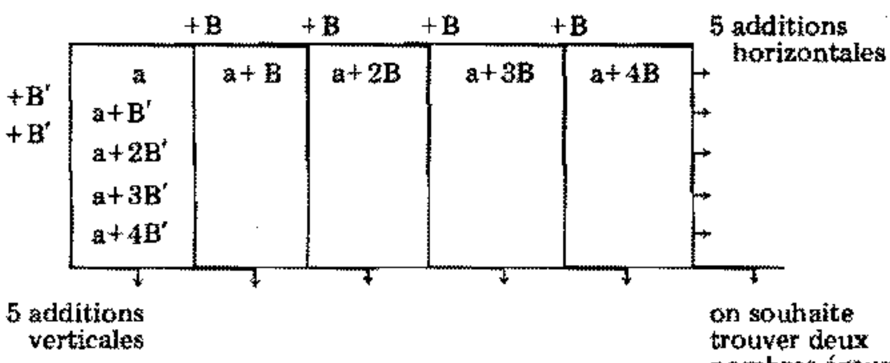
2° que les propriétés des opérations sont respectées dans l'une ou l'autre méthode

3° que certaines "longueurs" peuvent apparaître qui ont une valeur pédagogique

4° que certains raccourcis témoignent d'une meilleure compréhension.

Addition par tranches de 2 (ou 3) chiffres

type Banque de France



On se donne a quelconque : 67 (par exemple)
B quelconque : 43
B' complément à 100 de B

$S = a \times 25 + 50\,(B+B')$

Ici $(67 \times 25) + 5000$

Il y a deux parties dans l'exercice :

1° construire le tableau à partir de a,B,B'

2° faire les additions

Soustraction

1° Méthode apprise autrefois dans les écoles:451 — 297

$$\begin{array}{r} 2\ 9\ 7 \\ +\ 1\ 5\ 4 \\ \hline 4\ 5\ 1 \end{array}$$

Intérêt 1° on applique la définition de la différence

2° mêmes ritournelles que pour l'addition

2° Méthode du nombre intermédiaire

$$\underset{a}{7\ 2\ 3\ 1} - \underset{b}{1\ 9\ 7\ 2}$$

Je choisis un nombre intermédiaire (c) terminé par des chiffres 9, ici 1999 ou 2999 ou 6999

1 9 7 2		(a—b) = (a—c)+(c—b)
	5 0 2 7	on écrit sans calculs les deux
6 9 9 9		différences (a—c) et (c—b)
	+ 2 3 2	
7 2 3 1	———	
	5 2 5 9	il reste à faire l'addition

Multiplication Russe

Hypothèse : on ne sait multiplier que par 2.

Les explications peuvent être variées (le rôle particulier joué par 2 incite à penser à l'expression du multiplicateur en base deux).

1er exemple

M		m
37	×	8
74	×	4
148	×	2
296	×	1

On prend le double de M et la moitié de m.
296 est le produit.

2ème exemple

37 × 13	13 = 12 + 1
74 × 6	on a "perdu" 37 × 1
148 × 3	on n'a, ici, rien perdu
296 × 1	on a perdu 148 × 1

Le produit est la somme du nombre final 296 et des nombres "perdus" 37 et 148.

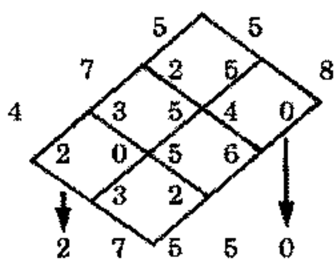
On s'aperçoit qu'il suffit d'additionner ceux des nombres de la colonne encadrée dont le multiplicateur est impair

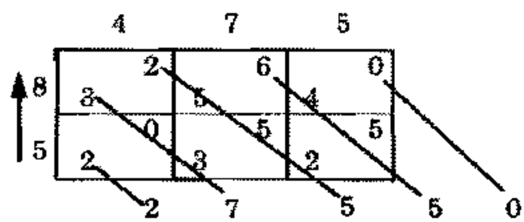
$$13 = 8 + 4 + 1 = 1\,1\,0\,1$$

Multiplication Musulmane

1 On multiplie chacun des termes d'une somme par chacun des termes de l'autre.

La disposition adoptée rassemble les unités de même rang :





2

$$\begin{array}{r} 4\,7\,5 \\ \times\ 5\,8 \\ \hline 4\,0 \\ 5\,6\,0 \\ 3\,2\,0\,0 \\ 2\,5\,0 \\ 3\,5\,0\,0 \\ 2\,0\,0\,0\,0 \\ \hline 2\,7\,5\,5\,0 \end{array}$$

Stupeur de bien des maîtres devant qui je faisais cette multiplication.

On met en évidence le rôle du rang du chiffre utilisé.

3 Généralisation

Le caractère pratique du dispositif adopté n'échappera à personne.

Multiplication de l'An 2000

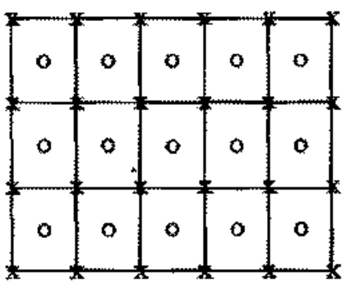
Nous la nommons ainsi en classe pour nous amuser :

$$\begin{array}{r} 4\ 7\ 5 \\ \times\ 5\ 8 \\ \hline 2\ 7\ 5\ 5\ 0 \end{array}$$

On fait le produit des "unités" $5 \times 8 = 40$
on écrit 0 on retient 4 dizaines
On fait les produits en croix d u′ et u d′
$(8 \times 7) + (5 \times 5)$
on ajoute la retenue 4 : 85
on écrit 5, on retient 8
On fait les produits u′c, d d′
$(8 \times 4) + (7 \times 7)$
on ajoute la retenue 8 : 75
on écrit 5, on retient 7
On fait le produit d′c
(4×5)
on ajoute la retenue 7 : 27

VIRICEL — E.N.G. Strasbourg

V—5 *Plantation*



On plante des arbres
(p) rangées de (q) arbres
$(p \geqslant 2 ; q \geqslant 2)$
aux noeuds d'un réseau de mailles carrées
puis des arbres au centre des carrés

1°) Combien a-t-on planté d'arbres ?

2°) En une seule opération, calculer ce nombre A, lorsque $p = 57$, $q = 43$

3°) Déterminer p et q pour que : $A = 4803$

1° $pq + (p-1)(q-1)$

2° Soit à calculer : $57 \times 43 + 56 \times 42$

$$\begin{array}{rl} & 5\ 7 \\ & \times\ 4\ 3 \\ + & 5\ 6 \\ & \times\ 4\ 2 \\ \hline & 4\ 8\ 0\ 3 \end{array}$$

$(7 \times 3) + (6 \times 2) = 33$ j'écris 3 je retiens 3
$(3.5+7.4) + (2.5+7.4) = 77$
77+3 j'écris 0 je retiens 8
$5 \times 4 + 5 \times 4 = 40$
40+8 j'écris 48

donc $A = 4803$

3° $A = pq + (p-1)(q-1)$
$2A = 4pq - 2p - 2q + 2$
$2A-1 = (2p-1)(2q-1)$

Si A = 4803 il faut décomposer 9605 en produit de facteurs 5.17.113

$2p-1 = 5 \quad 2q-1 = 1921 \quad p = 3 \quad q = 961$ (rideau d'arbres)

$2p-a = 17 \quad 2q-1 = 565 \quad p = 9 \quad q = 283$

$2p-1 = 85 \quad 2q-1 = 113 \quad p = 43 \quad q = 57$

$2p-1 = 1 \quad 2q-1 = 9605 \quad p = 1$ condition initiale non remplie

Il y a donc six solutions dont ($p = 57$, $q = 43$)

VIRICEL — E.N.G. Strasbourg

V—6 *Introduction à la notion d'idéal*

On dispose d'une bille qui, par l'opérateur (a) se fragmente en 8 billes et par l'opérateur (b) se fragmente en 12 billes

Les billes des générations suivantes se fragmentent comme indiqué ci-dessus

Exemples = 1 (a) 8 (a) 15
1 (b) 12 (b) 23
1 (a) 8 (b) 19 (b) 30 (a) 37

En appelant "coup" l'usage de l'opérateur (a) ou bien de l'opérateur (b), combien obtient-on de billes au nième coup ?

Il semble qu'on puisse obtenir tout naturel supérieur à 60 : est-ce vrai ? et pourquoi ?

JULLIEN — I.R.E.M. Grenoble

VI - *QUELQUES THEMES A APPROFONDIR*

On trouvera pour terminer une liste de thèmes d'étude qui a été élaborée pour la réunion du 17 Septembre. Cette liste n'est évidemment pas limitative, de même que les suggestions faites pour chacun des thèmes.

Des équipes régionales (voir paragraphe III) pourraient travailler à partir de ces documents, les prolonger, les critiquer, les mettre en forme, proposer de nouveaux thèmes.

Enfin, il serait souhaitable que ces équipes soient en contact avec la Commission nationale à qui elles indiqueraient les thèmes retenus et à qui elles feraient parvenir des comptes rendus de leur travail, afin que les efforts de tous puissent aboutir à une synthèse au niveau national.

Le responsable de la Commission E.N. J. LECOQ
16, rue du Plateau Fleuri
14000 CAEN

LE CUBE

— Recherche de patrons. Leurs symétries. Peuvent-ils paver le plan ? (fabrication). — Coloriage des sommets, arêtes, faces. — Relation "...borde...". — Relations définies sur l'ensemble des faces, ou des arêtes, ou des sommets. Diagrammes associés dans le plan, dans l'espace (construction de polyèdres). — Promenades sur les arêtes ou les faces. — Le groupe du cube.

Références : Fiches RTS : Polygones et Polyèdres. — Chantiers Régionale Parisienne n° 19-21. — Article Glaymann APM n° 281.

AVEC DES CARRES DE PAPIER

— Construire des carrés nXn. Fonction n^2 et propriétés. Dénombrement des carrés, des segments dans un carré n^2. — Construire des rectangles. Dénombrement cf ci-dessus. Fonction XY = K. — Autres configurations : par exemple en escalier (1+2+.....+N) — Formules $(a+b)^2 = \ldots$, $a^2 = b^2+c^2$ pour le triangle rectangle. — Coloration de pavages et groupe associé.

Variantes : avec des bâtonnets, des triangles.

PONTS DE KOENIGSBERG

Quelques essais semblent montrer que le problème n'admet pas de solution.

a) Comment s'en convaincre ?

b) Pourquoi est-ce impossible ?

c) Extension du problème :

1) quelles modifications conduisent à une solution ?

2) critère simple d'existence d'un chemin

3) algorithme de construction d'un chemin

Intérêt : la démarche. Prolongement : étude des graphes planaires (formule d'EULER, coloriages, etc.). Références : Planète, l'Aventure des Mathématiques ; Sauvy, L'enfant à la découverte de l'espace.

FORMULE D'EULER POUR LES GRAPHES PLANAIRES

A partir de coloriages ou du plan d'une ville, on dégage une relation entre nombre de sommets, d'arêtes, de faces. Il s'agit ensuite de préciser l'univers des figures sur lequel la relation trouvée est vraie, ce qui met en oeuvre un procédé récursif de construction. — Prolongements : dans l'espace, polyèdres.

FORMULE DE PICK

On apprend à l'école qu'il suffit de compter le nombre d'arbres qui bordent la route pour connaître la longueur du chemin parcouru. En est-il de même dans le plan ? On met ainsi en évidence une mesure d'aire sur fond de quadrillage par décompte des noeuds compris dans un domaine plan. La "formule" obtenue s'étend aux triangulations du plan dont les sommets sont distribués "au hasard" (formule d'Euler).

Références : RTS Promotion 69-70, Mesures (G. Th. Guilbaud).

AVEC DES POINTS DANS LE PLAN

Dénombrer les segments, les droites, les points d'intersection des segments, des droites. — Dénombrer les régions en conservant les demi-droites ou non. — Relation d'Euler. — En admettant que les distances mutuelles sont deux à deux distinctes et que l'on joigne chaque point au point qui lui est le plus proche, alors il n'y aura ni ligne fermée, ni segments se croisant (voir Steinhaus, 100 problèmes de Math-Elem).

REGLES DE NUMERATION

Arithmétique Shaddock. — Avec un nombre de trois chiffres cdu :
Icdu — udcI = xyz ; xyz + zyx = 1089. Pourquoi ? Autres bases ?
— Deviner un nombre (voir Chantier régionale parisienne n° 13 du 11-70 p. 15).

COMBINATOIRE

Voir les articles de Varga dans Séminaires Galion 1 et 2.

OPERATION "ERHART" Bulletin APM n° 271.

TOUR DE HANOI et autres jeux : voir WHEELER et Séminaire Galion 2 (Bell)

DES IDEES A CREUSER

Structures élémentaires de la parenté, Lévi-Strauss. Cf Warusfel, Mathématiques modernes. — "Problème de Fletcher" (bande de papier). — Problème des trois puits. — Définir une LCI dans N et techniques opératoires. — Fractions égyptiennes. — Partage d'un 2n rectangle en 2.1 rectangles. — Aires des carrés construits sur un géoplan. — Billards et symétries.

CLASSE DE SECONDE MATH – PHYSIQUE

Au moment où nous cherchons à dégager quelques thèmes de travail et à préciser leur enseignement, pour une future classe de Seconde tronc commun, il me semble très important d'avoir avec nos collègues physiciens des échanges de vue suivis.

Les physiciens ont entamé comme nous un travail de réflexion sur leur enseignement. La réforme en préparation dans chacune de ces disciplines doit permettre de montrer aux élèves comment les activités du physicien et du mathématicien se placent l'une par rapport à l'autre : les échanges ne sont pas à sens unique ; tantôt le physicien utilise un outil mathématique déjà connu, c'est pour le mathématicien une application ; tantôt le physicien demande la création d'un outil répondant à ses besoins, c'est pour le mathématicien une motivation.

Voici sous forme de tableau quelques suggestions :

Nombre d'Avogadro pH d'une solution acqueuse	Calcul sur les puissances de 10, logarithmes
Structure ordonnée d'un solide (maquette de cristaux)	Espace de dimension 3
Signification d'un schéma de réaction	Relations, symbolisation
Loi des gaz parfaits : $pV = nRT$	Relations ternaires, projections, coupes
Electricité, dipôle passif linéaire... Caractéristiques linéarisées Quadripôles	Représentations graphiques Le linéaire Matrices
Courant alternatif, phénomènes vibratoires	Fonctions périodiques, intégration Fonctions trigonométriques
Mécanique (mouvement rectiligne)	Structure de la droite Différentielle

J'attire l'attention des collègues sur la réforme importante envisagée dans l'enseignement de la mécanique ; basée sur l'étude expérimentale de mouvements, elle permet au moyen de trajectoires (rectilignes en seconde) *discrétisées*, de dégager les concepts d'invariants (quantité de mouvements, masse, énergie cinétique...). Cette discrétisation permet de n'utiliser que les concepts algébriques et de suggérer la nécessité de la différentielle.

Les projets de la Commission Lagarrigue actuellement soumis à une expérimentation limitée ont été publiés dans le Bulletin de l'U.D.P.

F. COLMEZ