Pour une nouvelle Renaissance.

Ce n'est pas la vie plus ou moins courte ou longue qui compte, ce sont les idées, les actions et les objectifs... sans oublier les contextes affectifs sans lesquels nous ne sommes que des machines.

Nous sommes tous des prisonniers ; prisonniers de nos habitudes, de nos passions, de nos croyances, de nos expériences, de notre ignorance, mais aussi de nos savoirs. Ces prisons sans barreaux sont les plus dangereuses car on ne sait pas qu'on est prisonnier. La qualité la plus précieuse qui nous distingue des robots, c'est la curiosité et son corollaire, le doute. La perte de curiosité est à l'origine de la plupart des maux de notre société. L'enfant, depuis sa naissance n'arrête pas d'observer son environnement, tout ce qui bouge et ce qui bruit. Il apprend les rudiments de sa langue maternelle sans suivre de cours. Il n'arrête pas de poser des questions. Nous le mettons à l'école pendant dix ans (bientôt onze) et qu'en sort-il ? Sans être méchant, je hasarde la proportion : un sur dix a conservé sa fraîcheur de jeunesse. Les autres la récupéreront plus ou moins, mais dans des domaines bornés.

L'école n'est évidemment pas la seule en cause. Mais c'est elle qui devrait donner l'exemple. Malheureusement elle vit sur quelques idées fixes :

1) Croire qu'on peut obliger quelqu'un à penser quand il n'en a pas envie ; par la menace ou la récompense. C'est aussi croire qu'on peut l'empêcher de penser quand il en a envie. Le pire est que l'on confond le domaine matériel et le domaine mental. Toute vie en société exige des règles consensuelles impératives auxquelles nul ne peut se soustraire sans mettre en danger autrui (sur la route, on ne peut pas conduire à gauche quand tout le monde conduit à droite. En Angleterre, c'est l'inverse ; ce qui prouve que toute règle, loi, *etc.* est relative à un contexte. Mais ceci ne signifie pas qu'on peut s'affranchir de la règle : on la respecte dans un contexte donné sous réserve de réflexions sur les changements, élargissements de contexte. Penser à l'enseignement des mathématiques scolaires !) Or autant l'école actuelle (et la société en général) est laxiste sur le plan matériel, autant elle est dictatoriale sur le plan mental (on enseigne par exemple des rudiments de mathématiques comme s'il s'agissait de la Bible ou du Coran ; lire par exemple ce qu'en pense Michel Broué, Directeur de l'Institut Henri Poincaré, Sciences et Avenirs mars 2004).

J'essaie depuis des années de lutter contre cet esclavagisme mental. En vain. Ce n'est pas par des discours, plus ou moins clairs, plus ou moins bien perçus que l'on arrive à convaincre. C'est par l'exemple. D'ailleurs il ne s'agit pas de convaincre, il s'agit de proposer des choix ; autrement dit de construire une multitude de visions, de techniques différentes, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients. « Partir à l'aventure », non pour en tirer un intérêt personnel, non pour résoudre un problème, *etc.*, simplement par curiosité, par interrogations incessantes et surtout avec confiance dans le potentiel des autres. C'est ce qui me pousse à dire :

« Enseigner, c'est créer des contextes qui donnent envie à l'enseigné d'aller chercher des textes selon son propre choix » ; et son corollaire **« il vaut mieux précéder les cours que les suivre »**. Question évidente : dans ce cas à quoi servent les enseignants, les inspecteurs, ... et toute les hiérarchies universitaires ? Simplement à donner l'exemple et à créer les contextes et les textes suscitant les interrogations !

2) Croire que les mathématiques scolaires constituent une base de connaissances indispensables pour le futur citoyen ainsi qu'une base d'éducation préalable à la culture scientifique.

Les mathématiques scolaires, dont la classification remonte à la nuit des temps, en ce qui concerne ce qu'on appelle Algèbre et Arithmétique, ne sont qu'une accumulation au cours des siècles de définitions, de codages, de techniques, qu'on continue de pratiquer sans aucun souci de rationalisation, d'efficacité et surtout d'audace dans l'imagination. Une foule d'exemples apparaît dès qu'on essaie de sortir de sa prison mentale (avec même des contradictions, ce qui est un comble pour une discipline qui prétend à l'éducation de la rigueur - on se tire d'affaire en disant « oui, mais ils ne sont pas capable de! » ; cf. parabole des échelles Bulletin APMEP 1981).

La Géométrie dite « pure » est revenue à la mode. Heureusement, car c'est le seul espace où l'individu a un peu de liberté d'observer, d'expérimenter, d'imaginer, de s'interroger, à partir de figures, c'est-à-dire d'images, étape indispensable avant toute spéculation et déduction. Malheureusement, car si ces connaissances sont d'une utilité réelle, elles datent de plus de 2000 ans d'une part et elles ne s'appliquent qu'à une échelle locale d'autre part. On emprisonne ainsi l'individu dans une vision de l'espace à laquelle il lui sera difficile d'échapper. Un exemple : la vision de points dans l'espace, d'instants dans le temps, est incompatible avec ce que pensent les physiciens depuis près d'un siècle ; et pourtant on continue à repérer les points d'une droite et les dates avec des nombres et ça marche bien pour les problèmes d'hier, moins bien avec ceux d'aujourd'hui, à échelle micro et macroscopique.

3) L'absolutisme, le Vrai, le Faux

Toute vérité est relative à un contexte. L'absolutisme est la porte ouverte à toutes les intolérances, les intégrismes et fanatismes en tous genres dès que la certitude de l'un se heurte à la certitude de l'autre. Si l'on change le contexte, la vision, l'interprétation, alors tout peut changer. Des visions différentes peuvent bouleverser nos conceptions.

Deux exemples

a) 5 + 5 = 6. Faux dans l'interprétation usuelle, Vrai avec le code CLE (cf. fiches) et pourtant le cardinal 5 conserve le même sens : on itère 5 fois le même opérateur sauf que, depuis des millénaires, l'opérateur est « ajouter 1 » (Peano en fait même sa théorie) alors que dans la 2ème interprétation l'opérateur est « doubler ». Donc 5 représente 32 (le double du double du double du double du double de 1) et 6 représente 64 c'est-à-dire les puissances 5ème et 6ème de 2... et si on inverse on change la vision du zéro.

b) Pourquoi nous posons nous la question : « que s'est-il passé avant le Big Bang ? » Ou bien encore « peut-on atteindre des températures inférieures au zéro absolu ? » Depuis 200 ans on a pris l'habitude de représenter les relatifs sur une droite, d'où infini positif d'un côté et négatif de l'autre avec un zéro entre les deux. Avec la 1ère interprétation, décaler d'un pas c'est soustraire un ; on franchit donc allègrement le zéro pour passer aux négatifs (rappel : à l'origine les négatifs furent appelés imaginaires et il fallut de laborieuses discussions avant de les considérer inférieurs aux positifs). Si maintenant on utilise la 2ème interprétation, Z représente les puissances de 2. Décaler d'un pas dans le sens inverse c'est diviser par deux ; alors le zéro est rejeté à l'infini, il est devenu inaccessible et la question perd son sens.

Un autre exemple de relativité : la liste (0, 3, 6, 9) est-elle une « suite arithmétique » ou une « suite géométrique » ? Elle est arithmétique au sens classique, mais elle est géométrique avec la 2ème interprétation puisqu'elle représente alors la liste (1, 8, 64, 512).

Problème : ceci soulève une autre question. Comment peut-on admettre les théories sur les relativités restreinte et générale tout en continuant à utiliser une théorie de la mesure avec des unités **constantes** ? Une nouvelle théorie de la mesure des durées devra peut-être s'appuyer sur une échelle logarithmique comme ci-dessus ?

Question de sens et de bon sens

Comment peut-on reprocher aux élèves de calculer en oubliant le « sens » alors que tout est mis en œuvre pour le faire oublier. En effet, si on représente une idée toujours sous la même forme, on finit par confondre les deux, idée et forme ; et comme les activité mathématiques portent essentiellement sur des formes, devenues un moyen d'expression, alors on finit par oublier le fond c'est-à-dire le sens. C'est même un des objectifs essentiels des Algèbres : rendre automatique le maniement d'idées qui sans les codages seraient inaccessibles et incommunicables, même pour leurs auteurs. D'ailleurs, quand dit-on qu'une démonstration est rigoureuse ? J'ai cru pendant longtemps que la limite ultime à la rigueur était le passage sur une machine. On fournit les données, les règles de traitement, incluant éventuellement les règles de constructions de nouvelles règles, *etc.* Si la machine parvient à des conclusions incluant celle qu'on voulait démontrer, alors on peut dire « c'est rigoureux » (cf. fiches sur les schémas de démonstration : Grenoble). Pourquoi ? Parce que la machine ne comprend rien à rien et ne peut donc être suspectée de truander volontairement ou involontairement. Oui, mais le problème réside essentiellement dans l'interprétation des données, des résultats et du traitement. Que devient un problème qui a perdu son sens ? Si on ajoute à cela la question fondamentale : « que peut-on conclure lorsque la machine ne s'arrête pas ? » (exemple : généralisation de la diagonalisation de Cantor, cf. fiche « question de rigueur ».)

Enfin à ceux qui prétendent que d'autres n'ont pas le « concept » de nombre, ont-ils eux-mêmes le concept de concept ? Plus généralement : quel est le sens du mot « sens » ? Si on classe les questions en deux classes : celles qui ont un sens et celles qui n'en ont pas, alors on peut se poser la question : « la question de savoir quel est le sens du mot sens (ou les sens, s'il en a), a-t-elle un sens ? » Et idem pour la question portant sur cette question, *etc.* Les logiciens ont inventé des systèmes permettant de s'affranchir des paradoxes dus aux phrases auto-référentielles. Mais on parle rarement des paragraphes (listes de phrases) auto-référentiels et en particulier des démonstrations auto-référentielles. Le poids des langues naturelles emprisonne ce qu'on appelle le « raisonnement » (cf. l'excellente biographie de Gödel ed. Belin.)

Polymorphie et universalité

De tout temps, les hommes ont recherché le moyen d'expression universel permettant de tout exprimer. Les scientifiques sont encore à la recherche d'une théorie universelle. Les langues naturelles, les formalismes mathématiques sont des exemples. Si les premières ont un avantage énorme : elles permettent d'aborder tous les sujets ; elles se révèlent pleines d'embûches dès qu'elles essaient d'analyser, de creuser des thèmes particuliers et surtout de distinguer les niveaux de méta-méta-...-langue. Les philosophes le savent bien. Et c'est pour cela que les hommes ont créé au cours des siècles des mathématiques. Quand aux seconds, ils sont comme les instruments scientifiques, un moyen d'observation et pas seulement un moyen de communication. Chacun d'eux a des avantages et des inconvénients selon les objectifs. Vouloir comprendre certains types de problèmes en utilisant toujours le même codage, c'est un peu comme si on voulait comprendre la structure d'un monument en utilisant toujours à partir du même pont d'observation, le même instrument (cf. fiche sur Euclide, Euler, Mersenne). Polymorphie, polysémie, c'est-à-dire la diversification des représentations, des interprétations, sont les meilleurs moyens de retrouver la souplesse et la curiosité des enfants. Mais il faut s'arracher aux habitudes et c'est là le paradoxe de l'enseignement qui se veut éducatif.

Pourtant l'école et l'enseignement ne sont pas les seuls en cause. Actuellement il existe une ségrégation sociale dont les sociologues parlent peu et pour cause. Quand les éléments d'une catégorie socio-professionelle s'appellent « Chercheurs », quel sous-entendu fait-on pour ceux qui n'appartiennent pas à cette catégorie ? Un être humain qui a perdu cette faculté si précieuse chez l'enfant, la curiosité, est-il encore un être humain ?

Naturellement, nous avons tous besoin de spécialistes et de leurs connaissances, sans cesse remises en questions. Mais l'évolution de ces dernières est devenue si rapide que l'école a surtout besoin de généralistes afin de pouvoir repenser les connaissances fondamentales pour vivre et comprendre son environnement.

Les mathématiciens spécialistes pratiquent, comme beaucoup, la fuite en avant. Bien peu remettent en cause les connaissances de base puisqu'elles leur ont si bien réussi. Pourtant, quand des démonstrations occupent plusieurs centaines de pages, on peut se demander s'il ne serait pas nécessaire de rebâtir les édifices ? D'ailleurs de nombreuses démonstrations n'expliquent rien ; elles prouvent c'est tout. C'est le cas des démonstrations par récurrence. Si l'essentiel d'une science est de comprendre, d'expliquer les phénomènes, alors il faut redonner aux mathématiques le caractère d'une science expérimentale où l'observation, l'intuition, l'imagination et l'invention jouent un rôle aussi important que la déduction. L'activité de modélisation est plus éducative que l'utilisation aveugle de modèles archaïques.

J'essaie donc, depuis plus de dix ans, de proposer dans mes ateliers des fiches suscitant d'autres visions, d'autres techniques ouvrant des horizons peut-être déjà ouverts (mais qui donc est assez fou pour se croire le premier à imaginer telle ou telle vision ?) Ci-jointes quelques fiches, nouvelles pour les anciens participants, anciennes pour les nouveaux. Car si j'essaie de rendre chacune d'elles quasi autonomes, chacune nécessite quand même une certaine familiarisation avec des visions et des techniques nouvelles. Attention : familiarisation ne signifie pas automatisation ; une lucidité permanente est indispensable. **Rien n'est facile, rien**

n'est difficile ; il suffit de s'investir dans le contexte. Rappelons que le nombre de neurones est pratiquement le même dans tous les crânes : cent milliards *grosso modo* à quelques dizaines de milliards près. Le seul problème est de les faire fonctionner ; or les connexions sont assurées par des protéines dont l'adrénaline qui dépend des émotions. Ainsi le facteur affectif joue un rôle important dans le système éducatif.

Cette confiance dans le potentiel humain, malgré tout ce que l'on voit aujourd'hui, est la raison pour laquelle je pense qu'une nouvelle renaissance pointe à l'horizon mais elle nécessitera le concours de toutes les générosités.

Marcel Dumont 12-2004

P.S. : à ceux qui restent pessimistes quant au potentiel des enfants, demandons leur de faire l'expérience suivante. Se placer avec un enfant, chacun devant l'écran d'un PC où se déroule un jeu nouveau pour eux et comparer la rapidité d'adaptation, d'observation et de déduction dans l'utilisation des commandes !