

## MATHÉMATIQUES ET TOURS DE CARTES. Atelier D16.

Arnaud GAZAGNES <sup>1</sup>

*La personne nommée après le titre est, à ma connaissance, l'auteur du tour.*

*Sauf mention du contraire, les cartes sont toujours faces **cachées**.*

*Il n'y a, dans la présentation des tours ci-dessous, que les manipulations à effectuer : tout le boniment autour (et c'est LUI qui constitue le charme du tour !) est à construire...*

Il y a trois types de tours automatiques :

- le tour « impromptu » qui se fait avec n'importe quel jeu et pour lequel vous n'avez même pas, si vous le voulez, à manipuler les cartes ;
- le tour « préparé » qui nécessite un certain placement des cartes avant le tour ;
- le tour « repéré » où une certaine carte doit être repérée avant de commencer le tour lui-même.

Les manipulations, ensuite, mènent inmanquablement au résultat (indiqué par un  $\square$ ).

**Tous ces tours ont une explication mathématique** ; un éventuel travail en classe (démonstration, utilisation d'un tableur, ...) aura pour certains sa place. J'ai aussi montré quelques-uns de ces tours dans mon club « Jeux » au Lycée afin que, « à leur tour », les élèves créent les leurs sur ces mêmes modèles et trouvent un propre imaginaire : je vous assure qu'il y a des très belles trouvailles !

**Tour 1. Chère Judith !** [Tour impromptu]      *D'après Gérald MAINART*

Le spectateur a devant lui les Dames de Trèfle, de Pique et de Cœur, faces visibles. Vous êtes de dos.

Demandez au spectateur d'effectuer les manipulations suivantes :

*"Placez les Dames de Trèfle, de Pique et de Cœur devant vous, l'une à côté de l'autre, dans n'importe quel ordre.*

*Échangez la Dame de Pique avec celle qui est sur sa droite ; s'il n'y a pas de carte, ne faites rien.*

---

<sup>1</sup> Lycée Marie de Champagne – 2, avenue Marie de Champagne – 10 000 Troyes / Arnaud.Gazagnes@ac-reims.fr

*Échangez la Dame de Cœur avec celle qui est sur sa gauche ; s'il n'y a pas de carte, ne faites rien.*

*Échangez la Dame de Trèfle avec celle qui est sur sa droite ; s'il n'y a pas de carte, ne faites rien.*

*Échangez la Dame de Cœur avec celle qui est sur sa droite ; s'il n'y a pas de carte, ne faites rien.*

*Retournez-les pour que je ne les voie pas."*

La carte du milieu est la Dame de Cœur.

**Tour 2. Heureux au jeu.** [Tour impromptu]

*Roy WALTON*

Vous retirez du jeu les 10, V, D, R et As de Cœur, Pique et Trèfle puis vous les regroupez par famille.

Le spectateur est invité à en prendre une, d'en mélanger les cinq cartes et à les placer sur la table, l'une à côté de l'autre.

Une deuxième famille est choisie et mélangée puis les cinq cartes sont posées, dans un ordre tout à fait arbitraire, sur les cinq précédentes, pour obtenir cinq tas de deux cartes.

On fait de même pour la troisième famille (il y a donc cinq tas de trois cartes).

Les tas sont rassemblés en un seul, en posant les tas les uns sur les autres, dans n'importe quel ordre.

Le spectateur peut couper une ou deux fois (coupes franches, i. e. faites les unes après les autres !).

Il choisit la carte du dessus ou celle du dessous du paquet et la pose, sur la table.

Reprenez le paquet restant et distribuez-les, les sept premières de gauche à droite puis les sept dernières de droite à gauche sur les premières. (Un autre procédé consiste à retirer, sept fois de suite, les cartes inférieure et supérieure du paquet et les placer de gauche à droite.)

La carte retirée auparavant par le spectateur et les paires de cartes placées en troisième et sixième positions à partir de votre gauche appartiennent à la même famille.

**Tour 3. Les piles de Gergonne.** [Tour impromptu] *D'après Thomas WALKER*

*Le mathématicien Gergonne en 1813 s'est penché sur la résolution du problème suivant : Placer la carte choisie par le spectateur au rang choisi aussi par le spectateur dans le tas de cartes.*

Vous avez besoin de 27 cartes ; le spectateur en choisit une, mentalement, dont il retient le nom.

Vous faites sur la table trois tas de 9 cartes.

Vous montrez au spectateur chacun des trois tas (il est inutile pour vous de voir les cartes) : il vous indique dans quel tas est sa carte.

Vous reformez le tas complet, en mettant le tas désigné au milieu des deux autres.

Vous refaites trois tas sur la table mais, cette fois, en mettant les cartes successivement sur les autres (tas de gauche, du milieu, de droite, de gauche, du milieu, etc.).

Comme précédemment, le spectateur vous indique le tas de sa carte ; ce tas est maintenant mis sous les deux autres.

Une dernière fois, vous refaites trois tas, comme juste auparavant. Le spectateur vous indique le tas de sa carte. Le tas est cette fois mis au milieu.

*Sortie de Arnaud GAZAGNES*

*La carte choisie par le spectateur est la 11<sup>e</sup> à partir du haut. Ceci permet plusieurs sorties...*

Vous prenez les deux premières cartes du tas et vous les posez sur la table. Les deux nouvelles cartes supérieures (prises en bloc) du tas sont placées sous le paquet. Les deux nouvelles cartes supérieures sont posées sur la table. Et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'en reste qu'une.

Cette carte est la carte choisie par le spectateur.

**Tour 4. La 5<sup>e</sup> carte.** [Tour impromptu]

*Richard VOLLMER*

Vous retirez du jeu les 10, V, D, R et As de chaque famille puis les regroupez par famille.

Le spectateur est invité à en prendre une, d'en mélanger les cinq cartes et à les placer sur la table, l'une à côté de l'autre.

Une deuxième famille est choisie, mélangée et les cinq cartes sont posées, dans un ordre complètement arbitraire, sur les cinq précédentes, pour obtenir cinq tas de deux cartes.

On fait de même pour les deux autres familles (il y a donc à la fin cinq tas de quatre cartes).

Les tas sont rassemblés en un seul en les posant les uns sur les autres, dans n'importe quel ordre.

Le spectateur peut couper une ou deux fois (coupes franches, i. e. faites les unes après les autres !).

Il prend le paquet et transfère l'une après l'autre les cartes du dessus du paquet sous celui-ci et s'arrête quand bon lui semble.

La carte qui se trouve sur le dessus du paquet est mise de côté sur la table.

Reprenez le paquet. Transférez-en les 3 cartes supérieures sous celui-ci, prenez la suivante et posez-la sur la table. Transférez les 3 suivantes sous le paquet, prenez la suivante et posez-la sur la table, avec la première que vous avez retiré. Répétez encore deux fois ; vous avez à la fin retiré 4 cartes.

Ces quatre cartes et la carte du spectateur appartiennent à la même famille.

**Tour 5. *Les eaux profondes.*** [Tour préparé]      *Joseph K. SCHMIDT*

*Préparation.* Mettre une quinte flush royale (10, V, D, R et As d'une même famille) sur le dessus du jeu.

Étalez le jeu en un long ruban.

Choisissez « au hasard » cinq cartes parmi les quarante-sept restantes : cette « main », montrée au spectateur, a peu de valeur ; mettez-la sur l'extrémité du ruban.

Recommencez avec les quarante-deux restantes et mettez la main sur le ruban puis ramassez en un seul tas : vous avez finalement transféré dix cartes quelconques sur votre quinte flush.

Rassemblez les cartes et distribuez cinq mains de poker, en donnant successivement une carte par main.

Retournez le tas du milieu et insistez sur la troisième carte.

Remettez la main à sa place, refaites le tas et distribuez à nouveau, de même, cinq mains.

La carte du tas du milieu est la même qu'auparavant mais, cette fois-ci, les quatre autres de la main lui servent à avoir une quinte flush.

**Tour 6. *Le tricheur.***

*Ce n'est pas vraiment un tour, c'est juste un faux mélange...*

Vous voulez avoir l'air honnête en mélangeant un tas de huit cartes... Prenez la carte du haut du paquet et posez-la sur la table. Mettez la carte du dessus du paquet sous le paquet. Posez la carte du dessus du paquet sur la carte placée sur la table. Mettez la carte du dessus du paquet sous le paquet. Posez la carte du dessus du paquet sur la carte placée sur la table. Et ainsi de suite, jusqu'à ce que toutes les cartes soient sur la table. Vous venez de faire un « mélange australien ».

Au bout de quatre mélanges identiques, les cartes sont dans le même ordre qu'au départ.

*Utilisation du tableur.*

La carte 1 finit en carte 8, la carte 2, en carte 4, ... On passe de la configuration (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) à la configuration (8, 4, 6, 2, 7, 5, 3, 1). Nous appliquons ceci au tableur et programmons comme ci-dessous :

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>1</b>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>2</b>	=A8	=A4	=A6	=A2	=A7	=A5	=A3	=A1

Il suffit de recopier la ligne 2 en bas autant de fois que nécessaire (ici, 3) pour voir apparaître la ligne 1.

**Tour 7. Epelez les Pique.** [Tour préparé] *Charles JORDAN*

*Préparation.* Il faut ranger dans le jeu les Pique dans l'ordre suivant, du bas vers le haut, faces visibles :

6, As, 8, Roi, 4, 2, 10, 7, Dame, 5, 3, 9, Valet

Le magicien propose de prendre les Pique « par hasard », comme ils viennent dans le jeu.

Retirés un par un par le spectateur, ils sont regroupés en un tas, faces cachées sur le dessus.

Chaque carte est maintenant appelée par son nom, épelée lettre par lettre. Pour l'As (A-S), la carte correspondant au A est placée sous le paquet des Pique, le S est retourné et dévoile l'As de Pique. Cet As est écarté du jeu. On continue avec D-E-U-X, chaque carte disparaissant une à une sous le paquet et le X fournissant le 2 de Pique, maintenant écarté. Et ainsi de suite jusqu'à R-O-I.

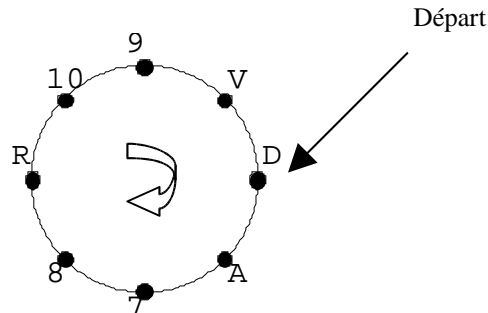
Toutes les cartes ont été épelées dans l'ordre croissant de l'As (1) au Roi.

*Méthode pour trouver cet ordre :* *Dominique SOUDER*

Exemple pour la suite As – R – D – V – 10 – 9 – 8 – 7.

Il y a huit cartes concernées. On trace un cercle où se trouvent 8 points (*cf. figure*). L'un d'eux sera le départ ; il correspond au A de « As » ; le suivant correspond au S : ce point est relatif à l'As et ce point est maintenant inopérant. On continue : R (le point suivant) – O – I : le point correspondant au I est relatif au Roi et est aussi inopérant. D – A – M – E : le point de chute (ici le point de départ) est relatif à la

Dame. On continue : V (le point après celui qui, devenu inopérant, correspond à l'As) – A – L – E – T. Et ainsi de suite jusqu'à la fin.



On trouve ainsi l'ordre correspondant : D – As – 7 – 8 – R – 10 – 9 – V.

**Tour 8. La tapisserie de Mr. King.** [Tour préparé] A. NONIMOUSSE

*Le lecteur retrouvera l'histoire accompagnant ce tour dans le tome 5 de la collection de Richard VOLLMER (où se trouve le tour original) ou le livre de Dominique SOUDER (voir bibliographie).*

*Utilisation d'un tableur.*

*Arnaud GAZAGNES*

L'idée est la suivante : je donne à l'ordinateur les endroits représentant les cartes retournées (comme, dans l'histoire, le K) et celui-ci nous donne les cartes maîtresses (comme les 4 rois).

J'ai pris la version « simple » d'entrée des données : 1 s'il y a une carte retournée, 0 sinon ; le lecteur pourra prolonger avec sa propre mise en forme des cellules (espace vide au lieu du 0, coloriage des cellules de la zone B7:E10 contenant 1, ...).

Les données sont dans la zone B2:E5. Les cartes à retourner sont indiquées dans la zone B7:E10 et le nombre dans la cellule E12 est le nombre de cartes maîtresses. Son complémentaire à 16 (c'est-à-dire le nombre de cartes retournées de l'autre côté) réduit l'étude de la recherche des cartes.

	A	B	C	D	E
1	Dessin				
2		1	0	1	0
3		1	1	0	0
4		1	0	1	0
5		1	0	0	1

6 Cartes

7

8

9

10

11

12 Nombre

0	0	0	0
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	0	0

4

Les instructions dans les cellules sont les suivantes :

- B7 : =1-B2 à recopier dans les cellules B9, C8, C10, D7, D9, E8 et E10<sup>2</sup>
- B8 : =B3 à recopier dans les autres cellules
- E12 : =SOMME(B7:E10)

**Tour 9. Les cartes magiques.** [Tour préparé] (Voir cartes en fin de document)

Le spectateur pense à un nombre (entre 1 et 63) puis indique toutes les cartes sur lesquelles il est inscrit.

Il suffit d'additionner les premiers nombres (puissances de 2) de ces cartes pour le retrouver.

*Comment construire les cartes ?*

Le principe consiste à décomposer le nombre en une somme de puissances de 2 (on pourra utiliser un tableur !). Par exemple,  $13 = 8 + 4 + 1$ . Le nombre 13 sera inscrit sur les cartes 1 (qui commence par 1), 3 (qui commence par 4), et 4 (qui commence par 8). De même,  $34 = 32 + 2$  sera sur les cartes 2 et 6.

*Le document placé en fin est photocopiable et rétroprojetable. Il peut servir à du calcul mental en classe : les élèves, chacun à leur tour, donnent les cartes de leur nombre pour que les autres le cherchent.*

**Tour 10. L'horloge.** [Tour repéré] Dominique SOUDER

<sup>2</sup> On peut aussi écrire =SI(B2=0;1;"") qui évite d'afficher le 0 et, pour l'autre cellule, =SI(B3=1;1;"").

Il faut une quinzaine de cartes.

Les cartes sont battues. Le tas est retourné, faces visibles, pour montrer au spectateur qu'il est bien mélangé ; en fait, vous en profitez pour mémoriser la quatrième carte en partant du dessous du tas.

Reformez le paquet, retournez-le, faces cachées, et placez les 4 premières sur la table : c'est le « centre ».

Posez la carte suivante au-dessus du centre puis formez une « horloge » en posant une par une chaque carte dans le sens des aiguilles d'une montre, afin de former un cercle autour de ce centre.

Le spectateur donne un nombre supérieur à 5, par exemple 7.

Tapez sur les quatre cartes du centre en disant « 4 » à haute voix. Puis tapez sur la première carte posée au dessus du centre en disant « 5 » et continuez ainsi de suite dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à arriver à 7 (en disant « 7 »), sans repasser par le centre.

Tapez sur la carte 7 en disant maintenant « 1 » et faites le chemin inverse jusqu'à « 7 » dans le sens contraire des aiguille d'une montre, toujours sans repasser par le centre.

Annoncez la carte précédemment mémorisée : c'est la carte sur laquelle vous vous êtes arrêté !

**Tour 11. Une étonnante prédiction.** [Tour repéré] *Martin GARDNER*

Le spectateur mélange le jeu ; vous prenez connaissance de celle qui se trouve dessous.

On prend les douze premières cartes. Elles sont posées faces visibles.

Le spectateur en choisit 4. Les 8 autres sont ramassées et le reste du jeu (faces cachées) est posé sur elles.

Le spectateur distribue sur chacune d'elles autant de cartes qu'il est nécessaire pour mener le total de la pile à 10 (chaque figure vaut 10 (pas de carte sur elle !)) : si la carte est un 6, il met dessus 4 cartes.

Pendant ce temps-là, vous écrivez sur un papier la carte repérée : ce sera votre « prédiction ».

Le spectateur additionne les valeurs des 4 cartes initiales. (*Supposons trouver 29.*)

Il est invité à prendre le jeu et distribue (29) cartes une à une en un paquet.

La (29<sup>e</sup>) est la carte repérée.

Sur le site de la Régionale de Lorraine (<http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/>), il y a un dossier reprenant ces tours et dans lequel ont été rajoutés d'autres tours (qui, faute de temps, n'ont pas été présentés mais qui sont tout aussi jolis...) et des défis à chercher.

**BIBLIOGRAPHIE.**

Magie et maths, Dominique SOUDER, Ed. Pentaèdre & ACL – Les Editions du Kangourou, 2001

Mathématiques, magie et mystère, Martin GARDNER, Magix Unlimited, 1995, Strasbourg

Petite anthologie des tours de cartes automatiques (8 tomes), Richard VOLLMER, Magix Unlimited, 1998, Strasbourg

*Les cartes magiques.*

(1)	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39
	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59
	61	63								

(2)	2	3	6	7	10	11	14	15	18	19
	22	23	26	27	30	31	34	35	38	39
	42	43	46	47	50	51	54	55	58	59
	62	63								

(3)	4	5	6	7	12	13	14	15	20	21
	22	23	28	29	30	31	36	37	38	39
	44	45	46	47	52	53	54	55	60	61
	62	63								

(4)	8	9	10	11	12	13	14	15	24	25
	26	27	28	29	30	31	40	41	42	43
	44	45	46	47	56	57	58	59	60	61
	62	63								

(5)	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	26	27	28	29	30	31	48	49	50	51
	52	53	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63							

(6)	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
	62	63								