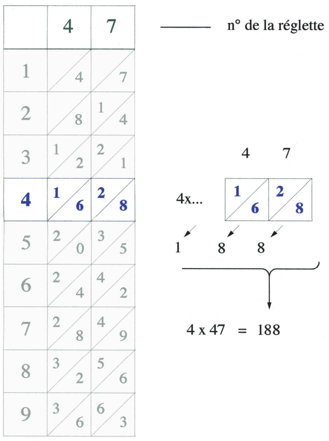
Évolution des machines à calculer mécaniques

(André Devaux)

Les premiers instruments

Les premiers auxiliaires mécaniques du calcul étaient les abaques (tablettes divisées en colonnes représentant les différents ordres d'unités) et les bouliers.
Au XVIème siècle, les calculs financiers étaient souvent effectués sur des tables à calcul divisées en colonnes sur lesquelles on déplaçait des jetons; ces tables ont étés utilisées jusqu'au XVIIIème siècle. Il existait également des réglettes d'addition constituées de bandes graduées linéairement, positionnées côte à côte, et que l'on déplaçait l'une par rapport à l'autre pour obtenir la somme de deux nombres.

Un perfectionnement de ces réglettes a été réalisé par Kummer en 1844. L'idée consiste a regrouper les réglettes dans un boitier et à adapter une crosse a la partie supérieure des divers ordres d'unités pour permettre un report des dizaines dans la colonne située à gauche de celle sur laquelle on travaille.
Le problème de la multiplication a également été partiellement résolu par des dispositifs se rapprochant des précédents. En 1617, peu de temps avant sa mort, John Napier de Merchiston (Neper), inventeur des logarithmes fabriqua des réglettes facilitant la multiplication. Ces batons sont des extraits de la table de Phytagore, chaque case étant divisée diagonalement pour séparer les chiffres des unités de ceux des dizaines. H. Grenaille perfectionna ce dispositif en 1885 avec ses réglettes multiplicatrices. De nombreux instruments dérivés des systèmes ci-dessus ont étés mis au point avec plus ou moins de succès.

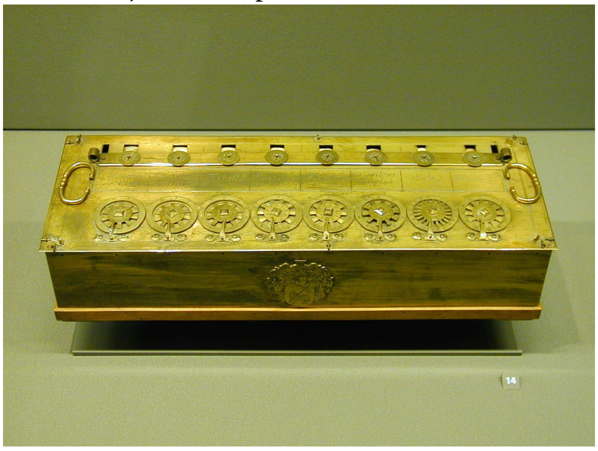


Tous ces appareils ne constituent pas à proprement parler des machines à calculer car ils demandent l'intervention de l'utilisateur lors du passage des retenues.

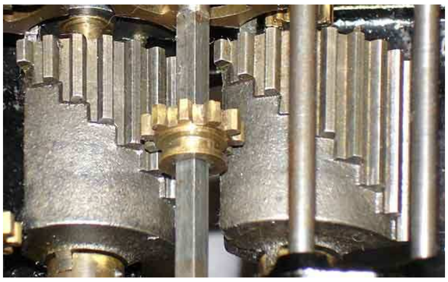
Les premières machines

Le premier mécanisme automatisant le calcul est certainement l'œuvre de Wilhem Schickard en 1623 (année de la naissance de Blaise Pascal). Construite en un seul exemplaire, la machine fut détruite dans un incendie 5 mois plus tard.
En 1640, Blaise Pascal conçoit ce que l'on considère comme la première machine arithmétique de l'histoire. Les

techniques de l'époque en rendent la réalisation très difficile. Une vingtaine de ces calculatrices (Pascalines) furent probablement construites, dont huit sont parvenues jusqu'à nous. Les



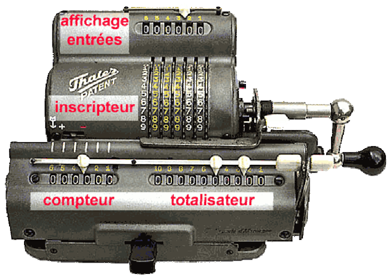
Pascalines étaient bien adaptées pour les additions, par contre, les reporteurs non réversibles de la machine de Pascal rendaient la soustraction plus délicate, les multiplications et les divisions par additions ou soustractions successives étaient pratiquement inabordables.
Trente ans après Pascal, Leibniz met au point une calculatrice permettant de mécaniser de manière pratique la multiplication et la division. L'entraîneur qu'il invente se retrouve dans un grand nombre de machines, y compris les dernières en date. Cependant la réalisation de l'appareil est très délicate pour l'époque et la machine construite seulement en deux exemplaires ne sera jamais commercialisée. C'est la première calculatrice à matérialiser la définition d'un produit de deux nombres. Le multiplicande s'inscrit une fois pour toutes en début d'opération et peut ensuite être ajouté à lui-même autant de fois que l'on veut. Le mécanisme se compose pour chaque ordre d'unités d'un cylindre de 9 dents de longueurs croissantes pouvant coulisser le long de son axe. Ce tambour peut être mis en prise avec une des roues du totalisateur et, selon sa position, faire tourner cette roue d'un nombre de dents allant de zéro à neuf à chaque cycle de calcul (tour complet des cylindres sur eux mêmes).



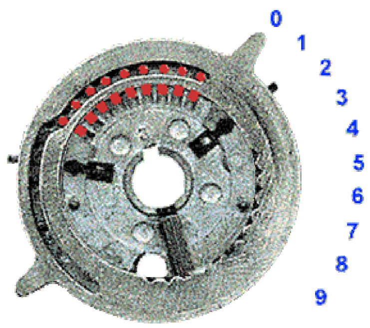
Leibniz est considéré comme le vrai précurseur du calcul mécanique.
Une des difficultés dans la conception des calculatrices est liée au système de report des retenues mentionné précédemment. Lorsqu'une roue du totalisateur passe de 9 à 0 (ou vice-versa dans le cas d'un reporteur réversible), un dispositif doit incrémenter (décrémenter) d'une unité la roue totalisatrice située à sa gauche. Le mécanisme le plus simple consiste à munir chacune des roues du totalisateur d'un ergot (engrenage à une seule dent) venant en prise avec sa voisine de gauche lors du passage de 9 à 0. Pour le passage d'une grande retenue tel que l'addition d'une unité au nombre 1 999 999, les six roues à gauche des unités seront dans ce cas incrémentées de 1 au même instant, on nomme un tel report, 'report simultané'. La technique précédente présente l'inconvénient de demander un effort mécanique proportionnel au nombre de roues concernées par le report et, du fait des inévitables frottements; le nombre d'étages pour lesquels le report simultané est possible est limité. La majorité des machines à calculer possèdent un système de report en cascade, c'est à dire que le passage des retenues s'effectue l'un après l'autre.
La machine à calculer, tout comme d'autres instruments mécaniques telle la machine à écrire, restât de diffusion restreinte à cause de son prix d'achat élevé. Elle dut attendre pour se répandre l'arrivée de méthodes industrielles de fabrication assez précises pour permettre l'interchangeabilité des pièces mécaniques d'une machine à une autre.
La première machine à calculer de construction et d'emploi facile a été conçue en 1820 par le financier Thomas de Colmar. Cette machine fut produite et commercialisée industriellement en un grand nombre d'exemplaires jusqu'au début du 20 ème siécle. Elle utilise le tambour à dents inégales de Leibniz mais ici, le cylindre est fixe sur son axe alors que le pignon qui engrène avec

lui peut se déplacer le long d'une de ses génératrices.

Organes principaux d’une machine à calculer mécanique :

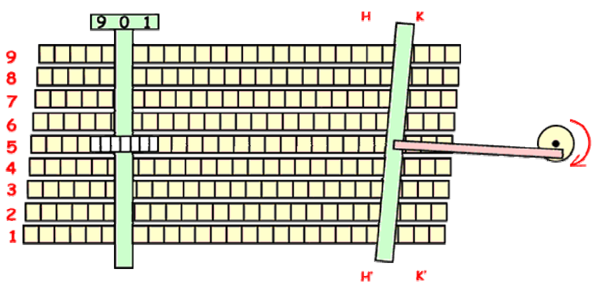


Les organes principaux des machines à calculer sont: l'entraîneur, l'inscripteur et le totalisateur.
L'entraîneur a pour but de faire avancer les roues du totalisateur d'un nombre de dents égal au chiffre posé manuellement à l'inscripteur. Le système imaginé par Leibniz présente l'inconvénient d'un encombrement non négligeable. En 1878, le suédois Wilgodt Odhner présente un entraîneur formé d'une roue dentée à nombre de dents variable, la machine est brevetée en Russie puis en Allemagne. Un entraîneur analogue avait été imaginé par le Vénitien Poleni en 1709 pour une machine qui n'a jamais pu fonctionner. Les systèmes à roues d'Odhner se retrouve dans un grand nombre de calculatrices, que les inscripteurs soient à leviers ou à touches.



En 1911, Monrœ diminue l'encombrement du cylindre de Leibniz, tout en en retenant le principe de fonctionnement, en le remplaçant par 2 tambours de même axe, l'un muni de 4 dents de longueurs croissantes, le second ayant 5 dents de longueurs identiques. La pose à l'inscripteur d'un chiffre compris entre 1 et 4 agit uniquement sur le premier tambour qui se déplace pour venir dans le plan de la roue intermédiaire (cf figure) et agir comme le faisait le cylindre de Leibniz. Pour les chiffres allant de 5 à 9, le deuxième tambour devient actif.

Une roue dentée sur la totalité de sa circonférence peut n'être mise en prise avec l'arbre moteur que momentanément lors de la rotation de ce dernier et ainsi pour chaque cycle machine, ne tourner que d'un angle proportionnel au chiffre entré à l'inscripteur. Un tel principe avait été imaginé par Leupold en 1727.
Une autre technique de réalisation d'entraîneur à prise momentanée consiste à disposer 9 crémaillères parallèles entre elles et mues par un même levier H perpendiculaire à leur direction. Elles sont articulées sur le levier à des distances telles du point de rotation que, lorsque la 1ère avance d'une dent, la seconde avance de 2, etc. Un chiffre entré à l'inscripteur met en prise une roue dentée avec la crémaillère qui lui correspond (par exemple le chiffre 6 positionne une roue dentée sur la crémaillère n° 6). Lors d'un cycle machine en addition, le levier H pivote autour de H' et bascule en K et revient dans sa position de départ. Pendant le retour du levier (de K en H), le contact entre les crémaillères et les roues dentées avec lesquelles elles sont en prise cesse. Pour un cycle soustractif, le levier pivote autour de H et c'est H' qui vient en K'.



Un autre type d'entraîneur permet de faire tourner les roues chiffrées du totalisateur avec des vitesses angulaires variables (la roue associée à un chiffre égal à 9 entré à l'inscripteur tourne 9 fois plus vite qu'une roue associée au chiffre 1).

Les différents types d’inscripteurs :

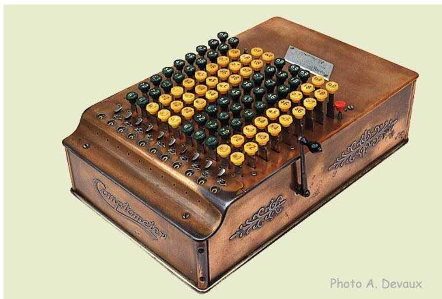
Les machines de Schickard et de Pascal possèdent un inscripteur à style. Pour inscrire un chiffre sur l'une des colonnes, un style introduit dans l'une des fentes correspondant au chiffre a entrer permet de faire tourner la roue de 1 à 9 dixièmes de tour.

Les inscripteurs à style étaient utilisés sur les additionneuses à crosses de Kummer et des appareils similaires plus évolués comme les additionneuses de type Fossa-Mancini. Cette technique peu pratique mobilise la main toute entière pour introduire un chiffre.

Les premiers progrès sont apparus avec les inscripteurs à manettes ou curseurs. Pour inscrire un chiffre il suffit de placer un levier (curseur) sur la position du chiffre à inscrire. L'étape suivante a consisté à commander le mécanisme d'inscription par un clavier à touches. Dans ce dernier cas l'inscription se fait avec un seul doigt en un temps très court et ne demande une attention de l'opérateur moins soutenue que l'inscripteur à leviers.

Les inscripteurs à touches se répartissent en 3 groupes, ceux à clavier complet, ceux à clavier réduit et ceux à clavier semi-complet.

clavier complet:



Un clavier est dit complet lorsqu'il comporte pour chaque ordre d'unités un ensemble de 9 touches. La première machine à clavier complet construite en série a été mise au point par l'américain Felt en 1885. Cette additionneuse commercialisée sous le nom de "Comptometer" peut effectuer les soustractions par la méthode des compléments à 9. Un des avantages de ces machines réside dans le fait qu'il devient possible d'inscrire simultanément plusieurs chiffres d'un nombre en se servant des 5 doigts de la main.

clavier réduit:

Dans le cas d'un clavier réduit, un seul ensemble de 10 touches (0 à 9) est utilisé pour inscrire les différents chiffres composant le nombre entrant dans l'opération que l'on veut faire. Toutes ces machines sont munies d'un dispositif appelé distributeur chargé de répartir les différents chiffres dans les ordres d'unités successifs. Le fait d'inscrire un chiffre en appuyant sur une touche fait se décaler d'une position vers l'ordre décimal supérieur les roues du chiffreur et le chiffre suivant peut être entré.

clavier semi-complet:

Quelques modèles d'additionneuses ont été commercialisées avec un clavier comportant pour chaque ordre d'unités un groupe de 5 touches (1 à 5). Cette ‘économie' impose une double frappe pour l'inscription d'un chiffre allant de 6 à 9 (l'entrée du chiffre 7 demande par exemple de frapper successivement les touches 5 et

2)
Les 2 premiers types de claviers à touches se sont concurrencés jusqu'à la fin de la fabrication des machines à calculer mécaniques sans que l'un prenne l'avantage sur l'autre.

remarques: dans le cas des additionneuses à clavier complet telle le 'Comptometer' de Felt, une difficulté technique de réalisation du reporteur a du être surmontée. Le fait de pouvoir entrer en une seule fois un nombre de plusieurs chiffres pour l'additionner à celui contenu dans le totalisateur nécessite de pouvoir transmettre un report à une roue qui se trouve en mouvement. Il faut dans ce cas mémoriser la retenue et donner à la roue en question un gain relatif d'une dent une fois son mouvement achevé.
Une sécurité appréciable est apportée aux calculs si l'inscripteur est associé à un afficheur qui permet de vérifier par lecture sur des roues chiffrées que l'on a bien inscrit le nombre correct avant d'effectuer le calcul. Dans certaines machines à clavier complet, la vérification peut s'effectuer en l'absence d'afficheur lorsque les touches restent enfoncées tant que l'opération n'est pas effectuée.

Les techniques opératoires:

Dans le cas des machines à main, un cycle machine (un tour de manivelle ou l'enfoncement de la barre motrice) ajoute le contenu de l'inscripteur au contenu des roues chiffrées du totalisateur.

L'addition et la soustraction :

Une addition consiste à entrer successivement les différents termes sur l'inscripteur en intercalant un cycle machine pour chacun des termes. La soustraction d'un nombre au contenu du totalisateur consiste à donner un tour de manivelle en sens inverse de celui de l'addition après avoir préalablement posé le nombre à l'inscripteur. Certaines calculatrices mécaniques effectuent la soustraction par la méthode des compléments à 9 (Curta par exemple); dans ces machines la manivelle tourne toujours dans le même sens que ce soit pour l'addition ou la soustraction, le positionnement d'un levier permet de passer d'un type d'opération à l'autre.
Les machines à clavier sont en général pourvues d'une touche (ou d'un levier) pouvant se mettre en position +/- ou en position x/÷. La première de ces positions correspondant aux modes additif et soustractif libère les touches du clavier à chaque tour de manivelle, ce qui n'est pas le cas pour l'autre position. Certaine machines à roues d'Odhner étaient également dotées d'un dispositif permettant de ramener les leviers de l'inscripteur à zéro à chaque tour de manivelle. C'était le cas de la Dactyle, une des premières machines à roues d'Odhner construite en France.
La multiplication s'effectue par additions successives de la façon suivante. Soit par exemple à multiplier 235 par 324. Le multiplicande 235 est tout d'abord posé à l'inscripteur. On tourne alors la manivelle d'un nombre de tours égal au chiffre des unités du multiplicateur choisi, ce qui revient à additionner le nombre 4 fois de suite à lui même. Le contenu du totalisateur est alors égal à 940. Le totalisateur est ensuite décalé d'une position vers la droite puis on fait un nombre de cycle égal au chiffre des dizaines du multiplicateur (2 dans le cas présent), ce qui revient à ajouter 20 fois le multiplicande au contenu du totalisateur qui affiche donc 5640. Il suffit de continuer de la même manière pour passer au chiffre des centaines et trouver finalement 76140.

La multiplication directe :

Un principe mécanique basé sur l'utilisation d'une table de Pythagore a été présenté par Léon Bollée (futur constructeur automobiles) à l'exposition universelle de 1889. La machine dite à multiplication directe ne demande qu'un seul cycle pour donner le résultat de la multiplication de deux chiffres quelconques. Le produit précédent (324 x 325) nécessite trois tours de manivelle au lieu de dix. Ce principe fut repris par le Suisse Steiger pour la "millionnaire".

La division :

La division se fait par soustractions successives, soit par exemple à calculer le rapport 22/7, autrement dit combien de fois 7 dans 22. On commence par inscrire le dividende 22 au totalisateur (généralement dans la partie la plus à gauche possible), puis on remet le compteur à zéro. Le diviseur 7 est alors posé à l'inscripteur à l'aplomb du chiffre des unités du dividende. Le résultat cherché se lira sur le compteur qui indique le nombre de cycles effectués (nombre de soustractions).

Pour les machines à entraînement manuel, il faut tourner la manivelle dans le sens de la soustraction jusqu'au coup de sonnette qui indique que l'on a fait un tour de trop, le totalisateur renferme alors un nombre négatif écrit sous sa forme complémentaire commençant par un ou plusieurs 9. Certaines calculatrices ne sont pas munies de sonnette et demandent une attention spéciale de l'opérateur pour arrêter les soustractions lorsque le nombre restant au totalisateur est inférieur au diviseur. L'opérateur donne alors un tour de manivelle dans le sens de l'addition pour annuler le tour précédent (la sonnette se déclenche à nouveau). Pour passer à la première décimale, on décale le chariot d'une position vers la gauche pour reprendre les soustractions exactement comme ci-dessus. Les décimales suivantes s'obtiennent de la même manière. Le résultat de la division 3,14...se lit sur le compteur, le totalisateur affichant le reste.

La division automatique :

Certaines calculatrices à entraînement manuel automatisent la division. L'opération s'effectue sans aucune attention de l'opérateur qui tourne la manivelle sans interruption dans le même sens jusqu'à la fin du calcul. Plusieurs techniques différentes ont été adoptées.

Le dépassement systèmatique annulé :

- Dans la technique de "dépassement systématique annulé", lorsqu'une soustraction de trop a été effectuée, le sens de rotation des chiffreurs est automatiquement inversé au tour suivant afin d'annuler le cycle précédent, le chariot se décale ensuite d'une position et la calculatrice se remet en mode soustractif (Madas, Hamann, Rheinmetall...).

La division oscillante :

- Dans la méthode dite "division oscillante", lorsqu'une soustraction de trop a été effectuée, le chariot se décale d'une position sans correction du cycle précédent et la calculatrice passe en mode additif et y reste jusqu'à ce que le contenu du totalisateur redevienne positif. Le chariot se décale à nouveau d'une position et la calculatrice repasse en mode soustractif, et ainsi de suite jusqu'à la fin de l'opération. Cette technique permet par rapport à la précédente de réduire de moitié les inversions du sens de marche, cependant si l'on désire arrêter la division sur une position impaire du chariot, le résultat de la division est donné par excès et le reste apparaît sous sa forme complémentaire au totalisateur (Mercedes, Diehl ..).

La technique « division stop » :

- Une autre technique dite "division stop" consiste à bloquer l'entraînement dès que le cycle correctif a été effectué. Pour reprendre le calcul en cours, il suffit de décaler le chariot d'une position décimale, ce qui remet le mécanisme en mode soustractif et débloque l'entraînement. Cette méthode est analogue à celle du dépassement systématique annulé dans laquelle une pause est effectuée entre chaque position décimale (Contex ..).

L'électrification des machines à calculer mécaniques :

Les premières machines munies d'un moteur électrique pour l'entraînement sont commercialisées

vers l'année 1910.
Pour les plus simples de ces machines, la multiplication est dite à répétition. La technique utilisée est identique à celle mentionnée pour les calculatrices à entraînement manuel. Une touche motrice déclenche la mise en route du moteur qui ne s'arrête que lorsqu'on la relâche. L'opérateur maintient cette touche enfoncée en comptant à l'oreille le nombre de cycles machines effectués.

Certaines machines plus élaborées mettent en œuvre la multiplication automatique. Une colonne latérale de 10 touches numérotées de 0 à 9 mettent en marche le moteur pour un nombre de cycles correspondant aux chiffres qu'elles portent (en général ce nombre peut se contrôler visuellement sur le compteur). Lorsque le nombre de cycles demandés est atteint, le chariot se décale d'une position vers la droite (ou la gauche) et le moteur s'arrête. La multiplication consiste donc à entrer le multiplicande au clavier et à appuyer séquentiellement sur les touches du clavier latéral correspondant aux chiffres du multiplicateur en commençant par les unités (ou le chiffre de poids le plus élevé). Les plus perfectionnées de ces calculatrices comportent un tabulateur permettant de positionner automatiquement le chariot sur une colonne choisie, les chiffres du multiplicateur sont ensuites frappés sur le clavier latéral dans l'ordre naturel d'écriture (en finissant par les unités), le chariot se décalant vers la gauche.

Choix automatique de l'algorithme de calcul le plus efficace :

Dans le but de réduire le nombre de cycles machines et d'augmenter ainsi la rapidité des calculs, une technique dite de multiplication abrégée est utilisée dans certaines calculatrices. Elle consiste à multiplier le multiplicande par le complément à 10 des chiffres du multiplicateur lorsque ceux-ci sont compris entre 6 et 9 (9=10-1 ; 8=10-2 ; 7=10-3 ;6=10-4). Par exemple, l'enfoncement de la touche 7 du clavier latéral se traduit par 3 tours en soustraction, un décalage du chariot d'un cran vers la gauche suivi d'un tour en addition. Au total 4 cycles machines ont étés nécessaires au lieu de 7 dans la méthode classique. Une multiplication par 987 demande 4+3+2=9 cycles au lieu de 24. Le gain moyen pour des multiplicateurs quelconques est voisin de 40%. Cette technique était utilisée par les opérateurs avertis sur les calculatrices manuelles.
Un perfectionnement de la technique précédente se trouve sur certaines calculatrices, c'est la multiplication biabrégée. Dans le cas où tous les chiffres du multiplicateur sont enregistrés avant de commencer la multiplication, la multiplication abrégée peut devenir particulièrement intéressante du point de vue du gain de temps de calcul. Par exemple pour multiplier un nombre par 99999 il suffit suffit de multiplier par 10000-1, ce qui correspond à 2 cycles moteur au lieu de 45 dans la méthode la plus classique ou de 10 avec la méthode abrégée classique.

Les dispositifs facilitant les calculs en chaines:

Les calculatrices les plus perfectionnées permettent la pose préalable du multiplicande sur le clavier principal et du multiplicateur sur un clavier réduit muni généralement d'un affichage de contrôle. Certains modèles ne comportant pas de clavier réduit comportent deux zones distinctes sur le clavier principal pour enregistrer le multiplicateur et le multiplicande. La multiplication est ensuite effectuée dans son intégralité (Mercedes).
Il est parfois possible de choisir entre trois touches libellées: "MULT" "MULT.NEG" et "MULT.ACC".
La touche "MULT" donne le résultat du produit des deux nombres après avoir effacé le résultat de l'opération précédente.
La touche "MULT.NEG" n'efface pas le contenu du totalisateur et lui retranche le résultat de la

multiplication demandée, fonction utile dans le cas de calculs du type T - (A x B).
La touche "MULT.ACC" correspond à la multiplication accumulative, le produit des deux nombres est additionné au contenu du totalisateur. Elle permet d'effectuer facilement une somme de poduits (A x B) + (C x D) + (...
Les différentes méthodes de division exposées précédemment se retrouvent dans les différentes machines à entraînement électrique.
Les descriptions des principes mécaniques et des techniques de calcul mises en œuvre n'est pas exhaustive.
Des dispositifs de reports des contenus du totalisateur à l'inscripteur facilitent les calculs du type (A*B*C..), celui du compteur à l'inscripteur les calculs du type (A :B :C..)

L'extraction de la racine carrée :

Le dernier perfectionnement dans la mécanisation du calcul est apparu en 1953 avec la machine à calculer Friden qui automatisait l'extraction automatique de la racine carrée.

Jusqu'alors, les calculatrices mécaniques les plus perfectionnées n'automatisaient que les quatre opérations de base de l'arithmétique, c'est-à-dire : l'addition, la soustraction, la multiplication, la division. Des tables de logarithmes permettaient de ramener à une succession d'additions, de soustractions, de multiplications et de divisions les calculs faisant intervenir les puissances (racines) des nombres. Des tables numériques donnant directement les valeurs des carrés, des cubes, des racines carrées, des racines cubiques étaient également commercialisées.

Malgré l'existence de ces tables, les fabricants de machines à calculer indiquaient dans le mode d'emploi de leurs calculatrices, des méthodes permettant d'extraire les racines carrées (parfois même les racines cubiques). Dans certains cas, dans le but de simplifier les opérations, ces méthodes faisaient appel à des tables numériques jointes à la notice.

La machine à calculer Friden SRW est la première (et la seule ?) machine à calculer à proposer l'extraction entièrement automatique de la racine carrée. La technique mise en œuvre par cette calculatrice est décrite par J.P. Flad dans un document C.I.M.A.B. "L'extraction automatique de la racine carrée".

Méthode dite "Töpler":

Avant 1865, le physicien allemand Töpler de Riga utilisait l'arithmomètre de Thomas de Colmar pour extraire des racines carrées. Pour ce faire il se servait de la propriété mathématique suivante:

La somme des n premiers nombres impairs est égale au carré de n.

Par exemple la somme des 4 premiers nombres impairs a pour résultat le carré de 4 (1 + 3 + 5 + 7 = 16).

Le dernier terme de la somme est égal à 2 n - 1 (2 x 4 - 1 = 7).

En pratique, il suffit donc pour extraire la racine carrée d'un nombre, d'entrer ce nombre au totalisateur et de soustraire les nombres impairs successifs en partant du nombre 1. Lorsqu'il ne reste plus rien au totalisateur, le nombre de soustractions effectué (lisible au compteur) est égal à la racine carrée cherchée. Cependant pour extraire la racine d'un grand nombre, le nombre de soustractions à faire devient vite déraisonnable (l'extraction de la racine carrée de 2209 demanderait 47 soustractions). En effet, la somme des 47 premiers nombres impairs est:

$$1 + 3 + 5 + ... +79 + 81 + ... + 93 = 2209$$

(Le dernier nombre impair de la somme étant 2 x 47 - 1 = 93).

- **amélioration de la méthode:**

Considérons cette somme comme écrite en deux parties, la première correspondant aux quarante premiers nombres impairs (de 1 à 79), le reste étant constitué des 7 nombres restant (de 81 à 93). La raison en est la suivante:

la somme des 10 x 4 = 40 premiers nombres impairs est :

$$(10 \times 4)^2 = 100 \times 16 = 100 \times \Sigma\, 4 = 100 + 300 + 500 + 700 = 1600$$

2209 est donc donné par :

$$(100 + 300 + 500 + 700) + (81 + 83 + 85 + 87 + 89 + 91 + 93) = 2209$$

L'addition est formée de deux progressions arithmétiques distinctes, la première de nombres impairs de centaines (4 termes), l'autre de nombres impairs inférieurs à cent (7 termes). Cette remarque permet de diminuer le nombre de soustractions à faire. La soustraction des 4 nombres impairs des centaines donne:

$$2209 - 100 - 300 - 500 - 700 = 609$$

Pour continuer, après avoir noté le résultat (4) et remis le compteur à zéro il faut soustraire du reste 609 la deuxième série :

$$609 - 81 - 83 - 85 - 87 - 89 - 91 - 93 = 0$$

Ayant effectué 7 soustractions le chiffre significatif suivant est 7. La racine cherchée est égale à 47.

Remarque: Cette décomposition en progressions arithmétiques illustrée ici sur un exemple particulier est générale, elle s'applique à n'importe quel nombre dont on veut extraire la racine carrée. De plus, le premier nombre de la deuxième série (81) commence par 8, soit une unité de plus que le dernier nombre de la série des centaines (7), c'est également une propriété générale.

- **mode opératoire**:

En pratique, pour ne pas relever les uns après les autres les chiffres de la racine, il faut opérer de la manière suivante:

1) Le chariot est positionné en butée droite pour travailler sur le chiffre de plus haut poids du compteur.

2) Le nombre dont on veut la racine est entré à l'extrême gauche du totalisateur et est mentalement partagé en tranches de 2 chiffres (22/09).

3) Le compteur et l'inscripteur sont remis à zéro.

4) On détermine la partie entière de la racine carrée du premier groupe de chiffres par soustractions des nombres impairs successifs. Dans notre exemple, le premier groupe de chiffres est 22, ce qui limite le nombre de soustractions aux quatre premiers nombres impairs (ce qui revient comme on le voit dans le tableau suivant, à soustraire du nombre 2209 les quatre premiers nombres impairs de centaines).

nombre impair à soustraire	totalisateur	compteur
	22 09	0
100	**21** 09	1
300	**18** 09	2
500	**13** 09	3
700	**6** 09	4

5) Le premier chiffre de la racine carrée de 2209 est donc 4.

Pour calculer le chiffre suivant, il faut soustraire de 609 la deuxième série de nombres.

On incrémente d'une unité le chiffre impair qui est resté à l'inscripteur (le 7 devient 8), on décale le chariot d'une position pour amener ce chiffre 8 sous le 0 du deuxième groupe de deux chiffres (80 est maintenant positionné à l'aplomb de 09). Les 7 nombres impairs successifs à de 81 à 93 sont alors enlevés de 609 pour obtenir 0.

nombre impair à soustraire	totalisateur	compteur
	6**09**	40
81	5**28**	41
83	4**45**	42
85	3**60**	43
87	2**73**	44
89	1**84**	45
91	**93**	46
93	**0**	47

La racine carrée de 2209 (47) se lit directement au compteur.

Cette méthode peut s'appliquer à n'importe quel nombre, même si celui-ci comporte une partie décimale. Il suffit de partager en tranches de deux chiffres à gauche de la virgule

<u>Extraction automatique de la racine carrée par la Friden SRW10</u> :

Pour extraire automatiquement (sans intervention de l'opérateur) une racine carrée suivant la méthode dite "Töpler" exposée précédemment, il faut concevoir des dispositifs qui soustraient les nombres impairs successifs du contenu du totalisateur et décalent automatiquement le chariot. En outre, lorsque le décalage du chariot est terminé, il faut incrémenter d'une unité le chiffre impair resté à l'inscripteur avant de recommencer la série des soustractions.

Une partie de ces automatismes existe déjà dans les calculatrices qui effectuent la division par la méthode dite de ‘dépassement systématique annulé’. En effet une division consiste à soustraire successivement autant de fois que faire se peut un diviseur (nombre qui est fixé une fois pour toutes) du dividende figurant au totalisateur. Lorsqu’un “dépassement” se produit dans les cycles soustractifs (soustraction effectuée alors que le contenu du totalisateur est inférieur au diviseur), la série de 9 apparaissant en partie gauche du totalisateur déclenche tout d’abord le renversement du sens de marche pour effectuer un cycle correctif, puis le décalage du chariot d’une position suivi de la reprise des cycles soustractifs. La différence entre la division telle qu’elle vient d’être décrite et l’extraction de la racine carrée est que pour extraire une racine carrée, le “diviseur” doit s’incrémenter à chaque cycle soustractif.

Pour compliquer les choses, cette incrémentation concerne une ou deux colonnes suivant les cas (par exemple, pour faire passer le contenu de l’inscripteur de 87 à 89, on ne modifie que la colonne des unités alors que, pour passer de 89 à 91, les contenus de deux colonnes sont à changer). Cela est dû au fait que la plus grande série de nombres impairs successifs qui sera demandée pour obtenir la partie entière de la racine carrée d’un groupe de deux chiffres peut comporter 9 termes le dernier de ces termes étant 17 (2 x 9 - 1 = 17).

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 81$$

L’extraction automatique de la racine carrée par la Friden SRW10 met en œuvre une variante de la méthode dite Töpler qui a pour avantage de ne modifier le contenu que d’une seule colonne de l’inscripteur quel que soit le stade de l’extraction de la racine auquel on se trouve. Le principe en est le suivant.

Si je multiplie chacun des termes de la série précédente par 5, le résultat de la somme sera 5 fois 81. Cela s’écrira:

$$05 + 15 + 25 + 35 + 45 + 55 + 65 + 75 + 85 = 5 \text{ fois } 81$$

Dans cette nouvelle série, le chiffre des unités reste en permanence égal à 5, seul le chiffre des dizaines change . Il progresse régulièrement à partir de la valeur zéro en s’incrémentant à chaque fois d’une unité pour passer d’un terme au suivant. C’est la solution qui a été adoptée pour la Friden. Reprenons l’exemple de l’extraction de la racine carrée de 2209.

On a vu que:

$$(100 + 300 + 500 + 700) + (81 + 83 + 85 + 87 + 89 + 91 + 93) = 2209$$

Multiplions par 5 chacun des membres de l’égalité, on obtient:

$$(0500 + 1500 + 2500 + 3500) + (405 + 415 + 425 + 435 + 445 + 455 + 465) = 11045$$

Pour extraire la racine carrée, l’opérateur pose au clavier le nombre 2209 et à appuie sur une seule touche. Le déroulement du calcul est donné dans le tableau ci-dessous.

Compteur		Totalisateur	Position du chariot
0	00000		
		2209	

		+2209		
		+2209		
		+2209		
		+2209		
	0.		11045	2
	1.	-05....		
	2.	-15....		
	3.	-25....		
	4.	-35....		
Dépassement et tour correctif		±45....		
Après tour correctif	40		3045	1
	41	-405		
	42	-415		
	43	-425		
	44	-435		
	45	-445		
	46	-455		
	47	-465		
Dépassement et tour correctif		±475		
Après tour correctif			00000	

Dans un premier temps 2209 est multiplié par 5 et 11045 s'affiche au totalisateur (5 x 2209 = 11045).

Dans un deuxième temps, la calculatrice entre dans un cycle de division automatique, elle soustrait successivement 05, 15, 25, 35, 45 alignés sur la tranche 110 du totalisateur (le chiffre situé à gauche du 5 s'incrémente d'une unité à chaque cycle soustractif).

Le dépassement provoqué par la soustraction de 45 commande un tour correctif suivi du décalage d'une position du chariot. Le 5 du nombre 45 qui est resté à l'inscripteur se décale d'une position, ce qui fait apparaître 405 à l'inscripteur (premier terme dans la deuxième parenthèse de nombres à soustraire). Les cycles soustractifs recommencent comme précédemment en incrémentant d'une unité le chiffre à gauche du 5 (405, 415, 425, 435, 445, 455, 465 et 475 sont successivement retranchés). La soustraction de 475 provoque un cycle correctif et l'opération s'arrête. La racine carrée cherchée (47) est affichée au compteur.
La méthode adoptée par la Friden est proche de celle que Léon Bollée utilisait 50 ans plus tôt sur sa machine à multiplication directe.

Conclusion :
Les inventions au $17^{\text{ème}}$ siècle du reporteur à sautoir par Blaise Pascal et du mécanisme permettant d'effectuer une multiplication par addition du multiplicande dans différents ordres décimaux par Leibniz ont ouvert la voie à la conception de machines arithmétiques. La diffusion à grande échelle des machines à calculer mécaniques a débuté au milieu du $19^{\text{ème}}$ siècle avec la naissance de l'ère industrielle. Jusqu'en 1970, des perfectionnements mécaniques ont rendu ces machines plus compactes et d'emploi plus facile. Le dernier de ces perfectionnements étant l'extraction automatique de la racine carrée. En 1970, l'arrivée sur le marché des calculatrices

électroniques a mis fin à 100 ans de règne du calcul mécanique et mis la machine à calculer au rang de produit de grande consommation.

<u>Bibliographie :</u>

- Marguin (Jean) « Histoire des instruments et machines à calculer, trois siècles de mécanique pensante 1642 – 1942 », Hermann (1994).

De Brabandere (Luc) « Calculus », Mardaga (1994).

Jacob (L.) « Le calcul mécanique », Octave Doin et fils (1911).

Tweedale (Geoffrey) « Calculating machines and computers, Shire album 247 (1990).

Russo (Thomas A.) « Antique office machines : 600 years of calculating devices », Schiffer (2001).

Taton (René) « Le calcul mécanique », collection « Que sais-je ? » n° 367, Presses universitaires de France (1963).

Musée National des Techniques CNAM, « De la machine à calculer de Pascal à l'ordinateur : 350 ans d'informatique », CNAM (1990).

<u>Site Web</u> : http://calculmecanique.chez.tiscali.fr