

# Un tour du monde à la voile en classe de seconde

Romain Vidonne, Lycée Europole, Grenoble. romain-pierre.vidonne@ac-grenoble.fr

## 1. Introduction

Les techniques de la navigation hauturière<sup>1</sup> permettent l'introduction de nouvelles notions, et fournissent des exemples d'application des mathématiques. Une partie des activités décrites ont été d'abord développées avec des collègues physiciens, Eric Martinet et Sylvie Riondet, dans le cadre d'un module pluridisciplinaire, ancêtre du MPS, cf. [1] et [2]. Ce qui concerne la navigation a été ajouté par la suite. Les enseignements décrits sont utilisés tout au long de l'année de seconde en classe de mathématiques. Qu'il me soit permis de remercier ici Alain Linon, capitaine du Corto Maltese, sans qui rien n'aurait été possible.

## 2. Rotondité et rayon de la Terre

Nous sommes au bord de la mer. Julieta, depuis le quai, voit partir Roméo en bateau à voile. Le vent souffle à une vitesse de 5,4 nœuds, sachant que 1 nœud = 1 mile/heure et 1 mile = 1,852 km. Au bout d'une heure, Roméo a donc parcouru une distance  $JR \simeq 10 \text{ km} \simeq JM$ , cf. figure 2. Julieta ne le voit plus. Pourquoi? Parce que la Terre est ronde. Que vaut  $OR$ ? D'après le théorème de Pythagore, avec une hauteur de mât  $RM = 10 \text{ m}$ , on a

$$(x + 10^{-2})^2 = 10^2 + x^2.$$

En négligeant  $10^{-4}$  on trouve 5000 km comme approximation du rayon de la Terre.

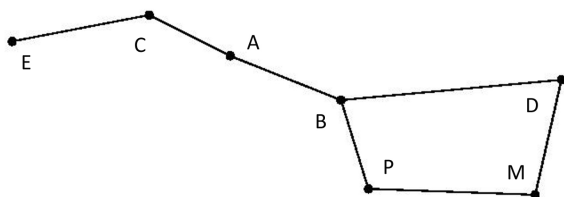


FIGURE 1

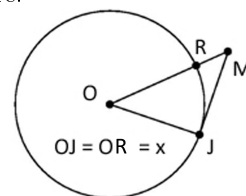


FIGURE 2 – Les échelles ne sont pas respectées

## 3. Étoile polaire et introduction de la notation $k\vec{V}$

L'Étoile polaire est une étoile fixe qui est alignée sur l'axe de rotation de la Terre, cf. [3]. Elle donne donc le nord. Comment la trouver? La figure 1 représente la Grande Ourse. Ici  $M$  (respectivement  $D$ ) désigne la planète Mèrak<sup>2</sup> (respectivement Dubhe). Convenons de noter

$$\vec{V} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB} = 5 \overrightarrow{MD}.$$

L'Étoile polaire se situe au point  $P$  défini par la relation  $\vec{V} = \overrightarrow{DP}$ . Les élèves doivent identifier  $P$  sur une feuille, puis dans le ciel. On leur demande aussi d'observer le ciel en début et en fin de nuit.

## 4. TP : Pourquoi un navire peut-il remonter contre le vent? Somme de vecteurs

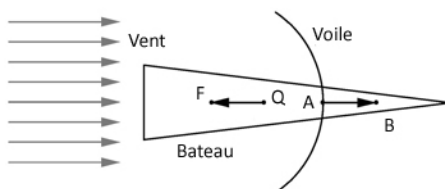


FIGURE 3 – Vue aérienne

**Navigation vent arrière** Dans l'Antiquité, les voiles étaient carrées, donc on ne pouvait se déplacer que dans le sens du vent. Dans la figure 3, Le point  $Q$  représente la quille et  $\overrightarrow{AB}$  la force de poussée du vent contre la voile. Lorsque l'esquif démarre, le vent le pousse et les frottements sont faibles. Donc le bateau accélère. Par la suite les frottements augmentent. Enfin un équilibre se fait : la somme des forces auxquelles le navire est soumis est nulle, la vitesse est constante, le mouvement est rectiligne. On demande de placer le point  $F$  tel que  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{QF} = \vec{0}$ . Que représente  $\overrightarrow{QF}$  ?

1. Au large, au long cours (opposé à cabotage). Pêche hauturière : en haute mer.  
2. De l'arabe : al dubb, l'ours; merak al-dubb al-akbar, les reins du grand ours.

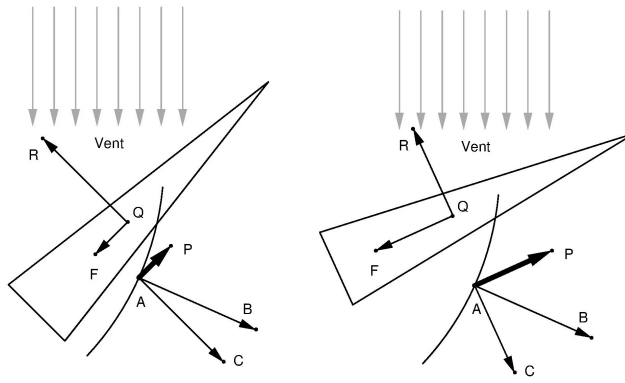


FIGURE 4

**Navigation au près** Les Portugais ont développé au quinzième siècle l'usage de la voile triangulaire, qui permet de remonter contre le vent, cf. figure 4. La voile et le bateau forment un système rigide. La quille empêche toute rotation. On ignore les effets verticaux : le vent est horizontal, et le poids du bateau est compensé par la poussée d'Archimède. Le vecteur  $\vec{QR}$  représente la force de réaction à  $\vec{AB}$  sur la quille du bateau (il n'y a pas de mouvement latéral).

1. Placer le point  $P$  tel que  $\vec{AP} = \vec{AB} + \vec{QR}$ . Quelle force représente  $\vec{AP}$  ?
2. Placer le point  $F$  tel que  $\vec{QF} + \vec{QR} + \vec{AB} = \vec{0}$ . Quelle force représente  $\vec{QF}$  ?
3. En ouvrant le fichier géogébra joint, déplacer l'axe du bateau vers le nord. Comment évolue  $\vec{AP}$  ? Utiliser cette modélisation pour expliquer pourquoi un bateau ne peut pas naviguer vent debout<sup>3</sup>.
4. Question ouverte : peut-on aller plus vite que le vent ?

## 5. Pourquoi les avions volent-ils<sup>4</sup> ? Introduction à la notion de fonction et de programmation

**Partie expérimentale : loi des gaz parfaits** On demande aux élèves de travailler en groupes pour produire un poster qui précise les relations entre volume et pression d'un gaz. Puis on leur distribue seringues et manomètres pour qu'ils prennent des mesures. On leur demande enfin d'établir une relation numérique entre pression et volume. Deux ou trois élèves finissent par trouver, et ils expliquent leur découverte aux autres. A la séance suivante, les élèves font le même travail sur tableur à l'aide d'une simulation numérique, cf. figure 5 et [4].

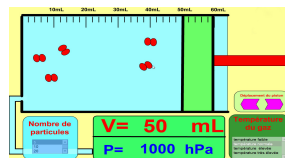


FIGURE 5

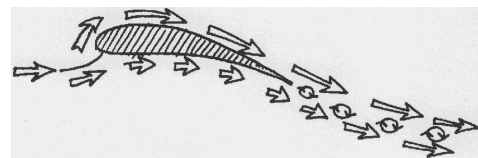


FIGURE 6

**Modélisation, programmation** On étudie la relation  $PV = 1$  sur tableur, ce qui amène à la fonction  $f : x \mapsto 1/x$  et à sa représentation graphique. Cela fournit aussi l'occasion de programmer cette fonction sur calculatrice, et de découvrir les touches table et graphique.

**Exploitation de la fonction inverse et loi de Bernoulli** La loi de Bernoulli décrit l'écoulement d'un fluide à débit constant : pression et vitesse varient inversement<sup>5</sup>, comme l'explique Jean-Pierre Petit dans une BD gratuite, cf. [5]. Lecture faite, les élèves doivent choisir un sujet d'exposé : pourquoi la fumée sort-elle des cheminées ? Pourquoi la capote d'une 2 CV se gonfle-t-elle à vive allure ? Comment fonctionne un vaporisateur ? Pourquoi la feuille reste-t-elle collée à la main quand on souffle dessus ?

**Application aux ailes d'avions et aux voiles de bateaux** Le flux d'air qui arrive contre l'aile se partage en deux, cf. figure 6. Or le flux d'air avant l'aile se retrouve globalement inchangé après l'aile. L'air dispose donc d'un temps identique pour se déplacer au-dessus de l'aile, et en dessous de l'aile. Ce flux doit parcourir une distance plus importante au-dessus de l'aile. Donc l'air doit accélérer au-dessus de l'aile. En vertu de la loi de Bernoulli, la pression diminue au-dessus de l'aile, ce qui crée une force d'aspiration vers le haut. Cela justifie la modélisation du §4, où  $\vec{AB}$  est normal à l'aile.

3. Face au vent.

4. Une aile d'avion fonctionne exactement comme une voile de bateau.

5. Inversement au sens de la langue française : on a  $P/P_0 = 1 - (V/V_0)^2$ .

## 6. Se repérer en mer, s'orienter en mer. Introduction à la trigonométrie.

**Lecture d'une carte marine** Au format GPS le point  $A(44,5^\circ\text{N}; 9^\circ\text{E})$  désigne le point de  $44,5^\circ$  de latitude (cf. [6] et [8]) et de  $9^\circ$  longitude<sup>6</sup> est. Sur la carte SHOM<sup>7</sup> n°7081 de la Méditerranée<sup>8</sup>, on demande aux élèves d'identifier les points  $A$  (Gênes) puis  $B(43^\circ\text{N}; 6^\circ\text{E})$  (Toulon) et  $C(43^\circ\text{N}; 9,5^\circ\text{E})$  (Cap Corse). Le triangle constitué par ces trois points est l'une des zones de Méditerranée où l'on rencontre le plus de cétacés, souvent des dauphins et des globicéphales, plus rarement des baleines. Notons  $R$  le rayon de la Terre et  $O$  son centre. Les points  $B$  et  $C$  ayant la même latitude, il est aisé d'évaluer la distance  $BC$ . L'angle  $\widehat{AOB}$  étant petit, on approxime l'arc de parallèle par un arc de grand cercle :

$$BC = 2\pi \times R \times \frac{\widehat{AOB}}{360^\circ} = 2\pi \times 5000 \times \frac{3,5^\circ}{360^\circ} \simeq 300 \text{ km.}$$

**Comment déterminer sa longitude en mer ?** Une méthode simple est d'avoir une montre à l'heure de Greenwich. Lorsque cette montre se trouve sur le méridien de Greenwich, le midi horaire et le midi solaire coïncident. Ailleurs, le décalage entre le midi horaire et le midi solaire indique la longitude. Par exemple, entre Syracuse et Athènes, la même journée, on note l'heure à laquelle le Soleil est tangent à l'horizon, à l'aube (7 h), puis au crépuscule (19 h 16). Le midi solaire est à  $\frac{7\text{h}+19\text{h}16}{2} = 13\text{h}08$ . Soit 68 minutes de décalage avec le méridien de Greenwich. Dans 24 h il y a 1440 minutes d'où  $360^\circ \times \frac{68 \text{ min}}{1440 \text{ min}} = 17^\circ$ . Soit  $17^\circ$  de longitude est. Suite à de nombreux naufrages, le parlement anglais offrit en 1714 l'équivalent de plusieurs millions d'euro pour la création d'une horloge fiable et précise qui puisse s'embarquer en mer, afin de déterminer précisément la longitude (longitude act).

**Comment déterminer sa latitude en mer ?** La latitude au point  $J$  c'est l'angle  $\alpha$  sur le cercle, qui figure la Terre. C'est aussi l'angle entre l'horizon au nord et l'Étoile polaire. La direction de l'Étoile polaire est celle de l'axe terrestre, cf. figure 7. Un simple rapporteur bricolé permet donc de mesurer la latitude la nuit.

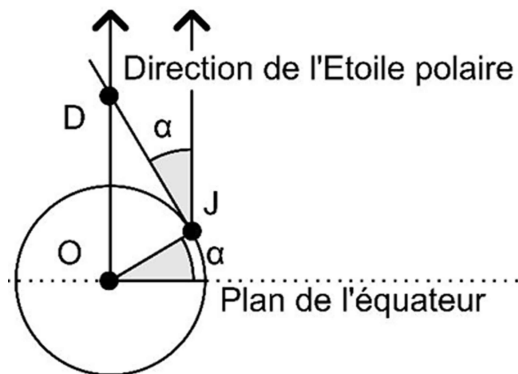


FIGURE 7



FIGURE 8 – XV<sup>e</sup> s

**Rose des vents et cercle trigonométrique** Les marins de l'Antiquité connaissaient l'Étoile polaire, qui leur donnait le nord. Pour s'orienter ils utilisaient une rose des vents. Puis de plus en plus de branches ont été ajoutées, cf. figure 8 et [9], et les roses des vents sont apparues sur les cartes marines<sup>9</sup>. Au cours de la Renaissance, on a substitué à la rose des vents un compas circulaire gradué en degrés de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ .

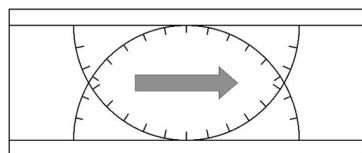


FIGURE 9 – Règle Cras

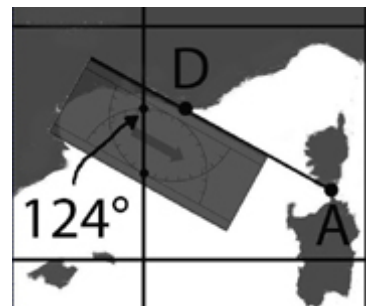


FIGURE 10 – Utilisation

**Lecture d'un cap sur un méridien, avec carte marine du SHOM et règle Cras** Pour déterminer la direction à suivre, les marins utilisent une règle Cras, cf. figure 9 et 10. Comment s'en servir ?

6. Pour ne pas confondre avec la latitude, on peut penser aux montres longines et aux fuseaux horaires.

7. Service Hydrographique et Océanique de la Marine.

8. Il est difficile de trouver des cartes marines gratuites. Une possibilité : <http://www.highsea.cz/map/GM02.JPG>.

9. On appelle portulan ce type de carte.

1. Placer sur la carte marine le point  $D$  de départ puis le point  $A$  d'arrivée.
2. Placer le bord de la règle sur la droite  $(DA)$ , dans le sens  $\overrightarrow{DA}$ .
3. Faire coulisser la règle dans la direction  $(DA)$ , peu importe le sens, jusqu'à ce que le centre le plus au sud des deux rapporteurs coïncide avec un méridien.
4. On lit sur le rapporteur de la règle les chiffres qui se présentent droit pour l'oeil.

Exemple : sur la carte SHOM n° 7081, si l'on part de Toulon pour aller à Bonifacio, en mettant le centre du rapporteur du bas sur le méridien de  $5^\circ$  est, on lit un cap de  $124^\circ$ . La méthode vaut aussi pour les parallèles.

## 7. Prolongements possibles

1. Le principe de fonctionnement du sextant fournit l'occasion d'un travail sur les angles, cf [3].
2. En observant la carte SHOM susmentionnée, on voit que la distance en centimètres sur la carte entre deux degrés de latitude augmente quand on monte au nord. Cela est dû au mode de projection de la Terre sur un plan, qui est ici la projection de Mercator. Il s'agit en gros de la projection d'une sphère sur un cylindre. On observe en particulier que les lignes droites sur la carte SHOM ne sont pas les plus courts chemins entre deux points, puisque les géodésiques de la sphère sont les grands cercles. Dans la pratique cela ne pose pas de problème, car sur de petites distances les segments tracés sur la carte sont de bonnes approximations de géodésiques. Et ce qui importe c'est la recherche de cap, autrement dit d'angle. Et il se trouve que la projection de Mercator est une projection conforme, c'est à dire une projection qui conserve les angles.
3. Les géodésiques de la Terre ne sont pas les parallèles. Voyages en avion transatlantique ou Titanic : voies du Nord.
4. S'agissant de la pêche hauturière, il serait intéressant de disposer de données brutes relatives à la surpêche, pour enrichir le cours de statistiques... Quelqu'un aurait-il des sources accessibles ?

## 8. Conclusion

Le thème de la navigation hauturière permet de traverser toute l'année de seconde avec un fil directeur qui intéresse la plupart des élèves. Ils apprécient le caractère concret de ces études, le travail en groupe, la préparation d'exposés. Cela rend un certain nombre de notions moins arides, car elles prennent racine dans un réel facilement accessible. La pression et les fonctions passent relativement bien. L'exercice sur les vecteurs est plus difficile à comprendre, surtout pour ce qui concerne les enjeux physiques. Il est donc intéressant de convenir d'une progression commune avec le collègue de physique, pour voir qui commence à parler de la notion de force, ou du principe d'inertie.

## Références

- [1] Inspection Générale de mathématiques, *rapport n° 2007-090*, décembre 2007.
- [2] Eric Martinet, Michèle Gandit, Sylvie Riondet, Romain Vidonne, Hélène Zelsmann, *Donner sens aux apprentissages scientifiques et aux choix d'orientation*, Cahiers pédagogiques n° 469, janvier 2009.
- [3] ENS de Lyon : <<http://planet-Terre.ens-lyon.fr/planetTerre/objets/Images/solstice/Eclaircement.swf>> et <[www.ens-lyon.fr/RELIE/Cadrams/activpedago/TextesCours/Websextant/Sextant.htm](http://www.ens-lyon.fr/RELIE/Cadrams/activpedago/TextesCours/Websextant/Sextant.htm)>.
- [4] Académie de Grenoble, logiciel disponible en suivant l'arborescence personnels, espace pédagogique, physique et chimie, collège, animations, mouvement des particules d'un gaz ou bien <[www.ac-grenoble.fr/disciplines/spc/articles.php?lng=fr&pg=337](http://www.ac-grenoble.fr/disciplines/spc/articles.php?lng=fr&pg=337)>.
- [5] Jean-Pierre Petit, *L'aspirisouffle p. 34-p.41*, <[www.sacf.-sans-frontieres.com/](http://www.sacf.-sans-frontieres.com/)>. Sur le même site, cf. aussi *cosmic story*.
- [6] Musée de la marine, <[www.musee-marine.fr/public/virtuel/faire-le-point/index.html](http://www.musee-marine.fr/public/virtuel/faire-le-point/index.html)>.
- [7] *Échelles atlantiques 2009*, Les Editions du Chabassol.
- [8] *Mesure de la latitude et de la longitude*, exposition virtuelle à la BnF, <<http://expositions.bnf.fr/ciel/maths/pdf/mesur11.pdf>>.
- [9] Lusitana, *article Fortaleza de Sagres, Portugal*, Wikipédia. Photo régie par licence créative commons.