

# Une approche des probabilités

En 3<sup>ème</sup>

# Notre cerveau est-il doué pour simuler le hasard ?

Saison 1

# Notre cerveau est-il doué pour simuler le hasard ?

## Lançons un dé ... virtuellement ?

Nom :

Prénom :

Avec le cerveau...

Lancer n°1	Lancer n°2	Lancer n°3	Lancer n°4	Lancer n°5	Lancer n°6	Lancer n°7	Lancer n°8	Lancer n°9	Lancer n°10

Nom :

Prénom :

Avec le dé...

Lancer n°1	Lancer n°2	Lancer n°3	Lancer n°4	Lancer n°5	Lancer n°6	Lancer n°7	Lancer n°8	Lancer n°9	Lancer n°10

# DES BILANS...à analyser !

**Bilan "ordinateur"**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	<i>Lancer</i>	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7	n°8	n°9	n°10
2	Léa	6	1	1	5	1	2	1	2	1	2
3	Loïs	1	3	6	1	3	2	5	4	5	5
4	Birkan	5	4	4	2	2	3	6	1	5	3
5	Clément	4	5	2	3	4	4	5	2	2	2
6	Dylan	3	2	2	3	3	5	1	2	2	6
7	Nicolas	3	3	2	1	4	3	1	5	3	5
8	Mathieu	5	4	4	2	1	2	6	1	3	4
9	Vincent	2	6	4	5	3	5	2	4	2	4
10	Angélique	5	2	1	1	2	5	1	3	5	1
11	Kadour	6	3	1	1	2	6	3	3	3	2
12	Pauline	3	3	3	3	5	5	4	2	3	2
13	Sarah T	5	6	5	6	4	4	2	5	5	6
14	Aurélien	3	1	3	3	2	3	5	4	1	4
15	Ramina	3	2	4	3	2	3	1	1	1	2
16	Audrey	2	2	4	3	5	3	1	1	6	4
17	Sarah D	1	5	3	3	4	6	6	5	1	3
18	Manuella	3	6	5	4	5	4	3	6	6	4
19	Julie	3	1	4	5	4	2	6	4	3	2



# Notre cerveau est-il doué pour la hasard ?

## Lancer un dé : bilan

1) Nombre d'apparitions de chaque valeur :



On constate que sur 10 lancers, le cerveau a tendance à équilibrer le nombre d'apparition de chaque valeur. En général, toutes les valeurs de 1 à 6 sont proposées. Dans la réalité du lancer de dé, ce n'est pas ce qui arrive. La simulation à l'ordinateur est ici plus proche de la réalité..

Avec l'ordinateur, on utilise : `alea.entre.bornes(1 ;6)`

Combien de valeurs sortent au moins 3 fois :



Le cerveau : il « équilibre » chaque sortie : dans 91,6% des cas, les valeurs apparaissent une fois ou deux fois. Il n'y a eu ici aucune apparition au-delà de 3 fois.

Avec le dé comme avec l'ordinateur : dans environ 43% des cas, les valeurs apparaissent une fois ou deux fois. Dans 6% des cas, des valeurs apparaissent plus de 3 fois.

2) Nombre de répétitions..



Un bilan est alors fourni à l'ensemble des élèves.

# Notre cerveau est-il doué pour simuler le hasard ?

Saison 2

# Notre cerveau est-il doué pour simuler le hasard ?

QCM...sans question ni réponse !

## Interrogation 3<sup>ème</sup>

Exercice 1 : pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte, écrire son numéro dans la dernière colonne.

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>Numéro de la réponse choisie</b>
Nom et prénom :	?	?	?	
	?	?	?	
	?	?	?	
	?	?	?	
	?	?	?	

# Notre cerveau est-il doué pour simuler le hasard ?

## QCM...avec questions et réponses !

Exercice 1 : pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte, écrire son numéro dans la dernière colonne.

	1	2	3	Numéro de la réponse choisie
$5\sqrt{32}$ est égale à	$\sqrt{37}$	$20\sqrt{2}$	$9\sqrt{2}$	
<p>AE = <math>\sqrt{3}</math> ; AD= 2 et AC= 3</p>	AB = $\sqrt{6}$	AB = $\sqrt{12}$	AB = $1,5\sqrt{2}$	
$(t+3)(2t+7) =$	$2t^2+13t+21$	$2t^2+12t+21$	$2t^2+12t+10$	
120 km.h <sup>-1</sup> correspond à (120 km/h)	2 km.min <sup>-1</sup> (2 km/min)	2 m.min <sup>-1</sup> (2 m/min)	33 m.s <sup>-1</sup> (33 m/s)	
PGCD (654 ; 324)	18	6	36	



# Un bilan écrit...

## QCM au hasard.

Dans un QCM (Questionnaire à choix multiples), est-il intéressant de répondre au hasard.

Pour cela, les élèves ont d'abord répondu au hasard :

Exercice 1 : pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte, écrire son numéro dans la dernière colonne.

Nom et prénom :	1	2	3	Numéro de la réponse choisie
	?	?	?	
	?	?	?	
	?	?	?	
	?	?	?	
	?	?	?	

Puis ils ont répondu en réfléchissant avec les questions et les réponses proposées :

Exercice 1 : pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte, écrire son numéro dans la dernière colonne.

La (S) est (sont) :	1	2	3	Numéro de la réponse choisie
	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	
$AB = \sqrt{5}$ ; $AD = 2$ et $AC = 3$		$AB = \sqrt{5}$	$AB = \sqrt{3}$	$AB = 0,5\sqrt{3}$
$20 \times 20 = 400$	$20 \times 20 = 400$	$20 \times 20 = 400$	$20 \times 20 = 400$	
$1100 \text{ km/h}$	$11 \text{ km/h}$	$11 \text{ km/h}$	$100 \text{ km/h}$	
$1000 \text{ km}^2 = 100$	10	5	50	

## Bilan :

Données réponses au hasard	2	2	1	1	2	Note sur 5	Données réponses en réfléchissant	2	2	1	1	2	Note sur 5	Données réponses à l'ordinateur	2	2	1	1	2	Note sur 5
Élève 1	3	1	0	2	1	0	Élève 1	1	3	1	2	4	4	Élève 1	3	3	1	0	0	3
Élève 2	2	5	0	1	3	2	Élève 2	1	3	1	2	0	4	Élève 2	3	2	2	0	0	1
Élève 3	1	2	0	2	1	1	Élève 3	2	2	2	2	0	0	Élève 3	2	2	2	2	0	2
Élève 4	1	0	1	3	2	2	Élève 4	2	1	3	2	0	0	Élève 4	3	1	2	3	1	4
Élève 5	4	0	1	2	2	1	Élève 5	4	1	1	2	0	0	Élève 5	1	1	2	1	1	1
Élève 6	5	1	0	2	2	1	Élève 6	5	2	0	0	0	0	Élève 6	1	1	3	1	0	2
Élève 7	1	2	0	2	1	1	Élève 7	3	3	1	2	3	3	Élève 7	5	2	2	1	0	0
Élève 8	2	2	1	1	3	3	Élève 8	2	2	1	2	4	4	Élève 8	5	2	5	0	1	1
Élève 9	1	2	0	1	1	0	Élève 9	0	0	0	1	2	3	Élève 9	5	2	5	0	1	1
Élève 10	3	2	0	1	1	2	Élève 10	1	1	2	2	1	1	Élève 10	3	2	1	1	2	2
Élève 11	3	2	1	0	1	1	Élève 11	2	1	0	2	0	2	Élève 11	1	2	3	0	2	2
Élève 12	2	1	0	1	3	3	Élève 12	2	1	0	2	0	0	Élève 12	1	1	2	3	0	0
Élève 13	1	0	0	1	4	0	Élève 13	2	3	0	0	0	0	Élève 13	0	4	1	0	0	0
Élève 14	2	1	0	1	1	1	Élève 14	3	1	2	1	1	1	Élève 14	3	2	3	0	0	0
Élève 15	3	2	1	2	2	2	Élève 15	4	1	1	2	0	0	Élève 15	1	2	2	1	0	0
Élève 16	1	3	0	1	1	0	Élève 16	2	1	1	2	0	0	Élève 16	1	3	2	3	1	1
Élève 17	1	3	0	1	1	1	Élève 17	2	1	1	2	0	0	Élève 17	1	1	2	3	1	1
Élève 18	3	2	1	1	2	2	Élève 18	4	0	2	2	0	4	Élève 18	3	1	1	0	3	3
Élève 19	1	0	1	1	2	3	Élève 19	3	3	1	1	0	4	Élève 19	3	3	3	0	0	0
Moyenne						1,37	Moyenne						2,74	Moyenne						1,32

Lorsqu'on refait la simulation sur le tableur (CTRL+Shift+F9 sur OpenOffice Calc), la moyenne varie à peu près entre 1 et 2.

On voit ici de nouveau que la simulation à l'ordinateur reflète bien la répartition des réponses « au hasard ».

Un bilan est alors fourni à l'ensemble des élèves.

# Un bilan oral...

Un rappel à l'oral des deux activités est fait :

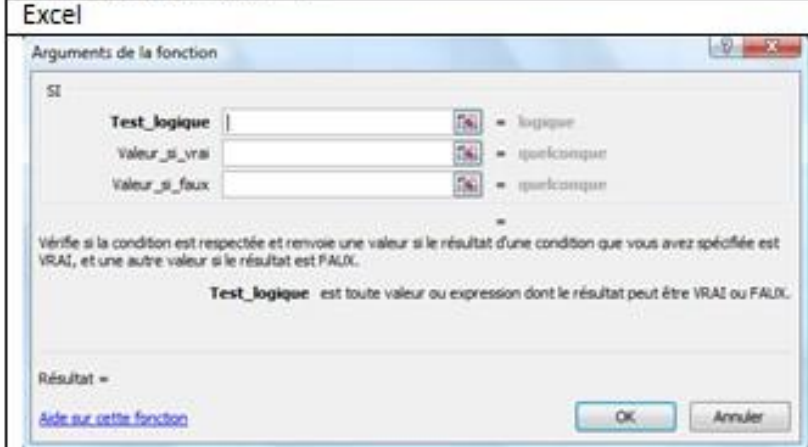
- Le cerveau n'est pas « expert » pour simuler le hasard.
- L'ordinateur a montré sa capacité à simuler convenablement le hasard.

# Des TP

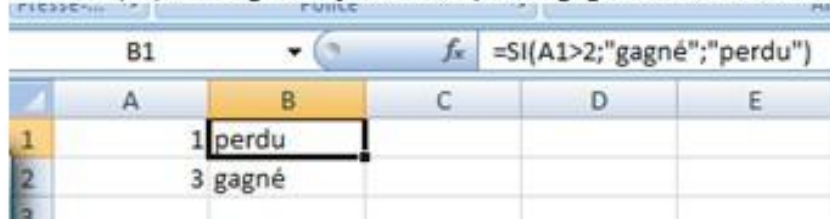
- En salle informatique :
  - 1 séance (parfois 2)
  - 1 compte-rendu écrit

# Si

## Découvrir la fonction « Si »

Excel	OpenOfficeCalc
	<p>SI</p> <p>Spécifie un test logique à effectuer.</p> <p>Test (requis)</p> <p>Toute valeur ou expression dont le résultat peut être VRAI ou FAUX.</p> <p>Test <input type="text"/></p> <p>Valeur_si_vrai <input type="text"/></p> <p>Valeur_si_faux <input type="text"/></p>

Par exemple, on imagine un jeu dans lequel on gagne si le nombre est supérieur à 2. Cela peut se programmer de la façon suivante :



	A	B	C	D	E
1	1	perdu			
2	3	gagné			

### Partie 1 (feuille 1)

- 1) Etablir une colonne donnant des nombres au hasard entre 0 et 100.
- 2) On considère que l'on a gagné lorsque le nombre est supérieur à 50. Faire afficher les situations où l'on a gagné.

### Partie 2 (feuille 2)

On lance une pièce de monnaie. Elle retombe soit sur « pile » soit sur « face ».  
Simuler 100 lancers.

### Partie 3 (feuille 3)

On lance 3 dés. On calcule la somme obtenue. On considère que l'on a gagné lorsque cette somme est au moins égale à 10.

- 1) Créer un affichage écrivant « Gagné ! » lorsque cette condition est réalisée.
- 2) Donner une estimation de la probabilité de gagner.

# Gudule a des dés !

Pour cet exercice, toute recherche, même incomplète, sera valorisée.

Gudule lance 3 dés. Il s'agit de dés classiques, 6 faces, numérotées de 1 à 6, non pipés.

Gudule, ce grand naïf, souhaite construire un triangle ayant pour longueur les valeurs obtenues sur les dés.

Que peut-on dire de l'idée de Gudule ?

« Pipé » signifie « truqué »



# La semaine avant Noël...

The image shows the Scratch software interface. On the left, the 'Scripts' tab is active, displaying a script for a sprite named 'Lutin 1'. The script starts with a 'when green flag is clicked' event, followed by 'clear all', 'go to x: 100 y: -80', 'lower pen', a loop of 3 steps ('move 100 steps', 'turn 120 degrees'), 'raise pen', 'go to x: -100 y: 100', 'lower pen', a loop of 4 steps ('move 50 steps', 'turn 90 degrees'), 'raise pen', and 'go to x: 100 y: 100'. On the right, the stage shows a running cat sprite and two drawn shapes: a square and an inverted triangle. The bottom right of the stage shows 'x: 235 y: 99' and a 'New sprite' button. The bottom left shows a 'Lutin 1' sprite icon.

**Lutin 1**  
x: 100 y: 100 direction: 90

**Scripts** **Costumes** **Sons**

- quand pressé
- effacer tout
- aller vers x: 100 y: -80
- abaisser le stylo
- répéter 3 fois
  - avancer de 100 pas
  - tourner de 120 degrés
- relever le stylo
- aller vers x: -100 y: 100
- abaisser le stylo
- répéter 4 fois
  - avancer de 50 pas
  - tourner de 90 degrés
- relever le stylo
- aller vers x: 100 y: 100

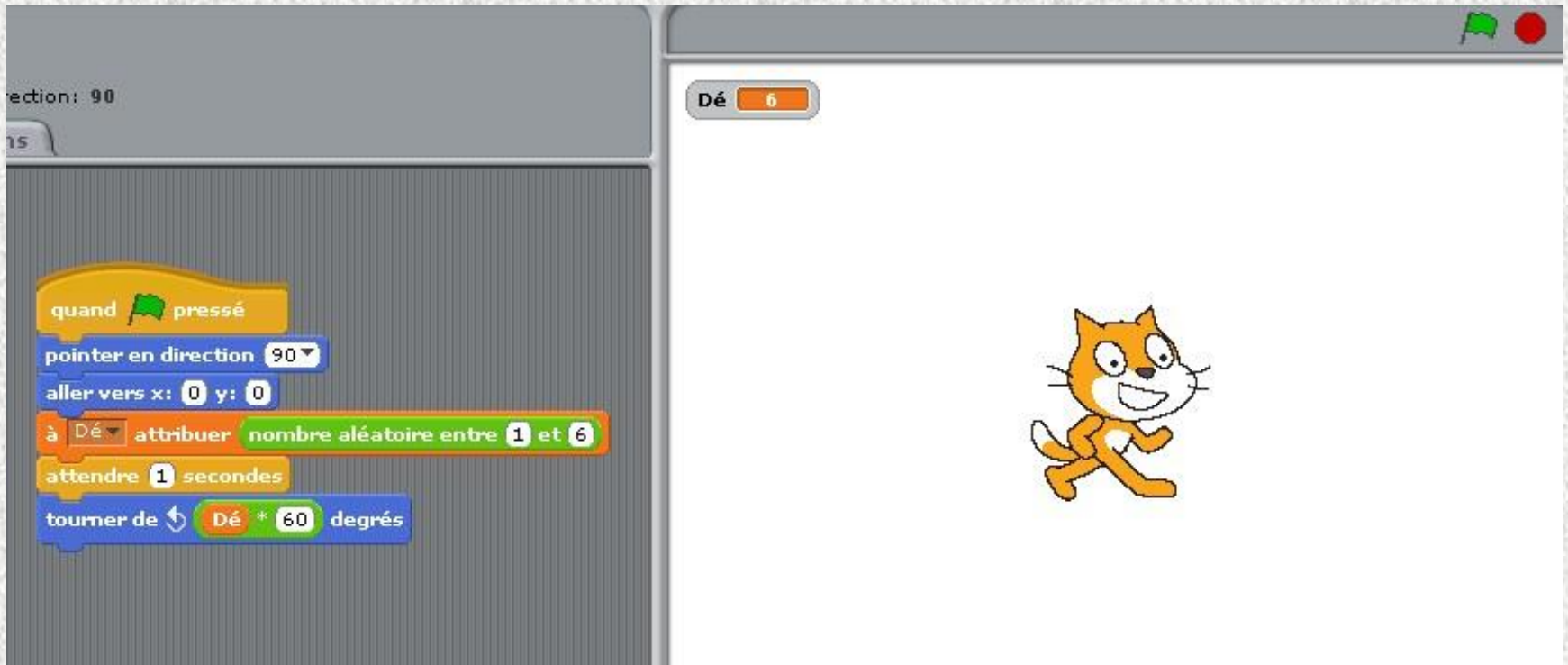
Nouveau lutin : x: 235 y: 99

**Lutin 1**

# Puis on arrive à un peu de probabilités...

- Il s'agit tout d'abord de simuler le lancer d'un dé. Le lutin doit alors tourner sur lui-même d'un angle égal à 60 fois la valeur obtenue sur le dé.
  - Réaliser le programme permettant cela.
  - Combien de chance le lutin a-t-il de revenir à sa position de départ ?

# Puis on arrive à un peu de probabilités...



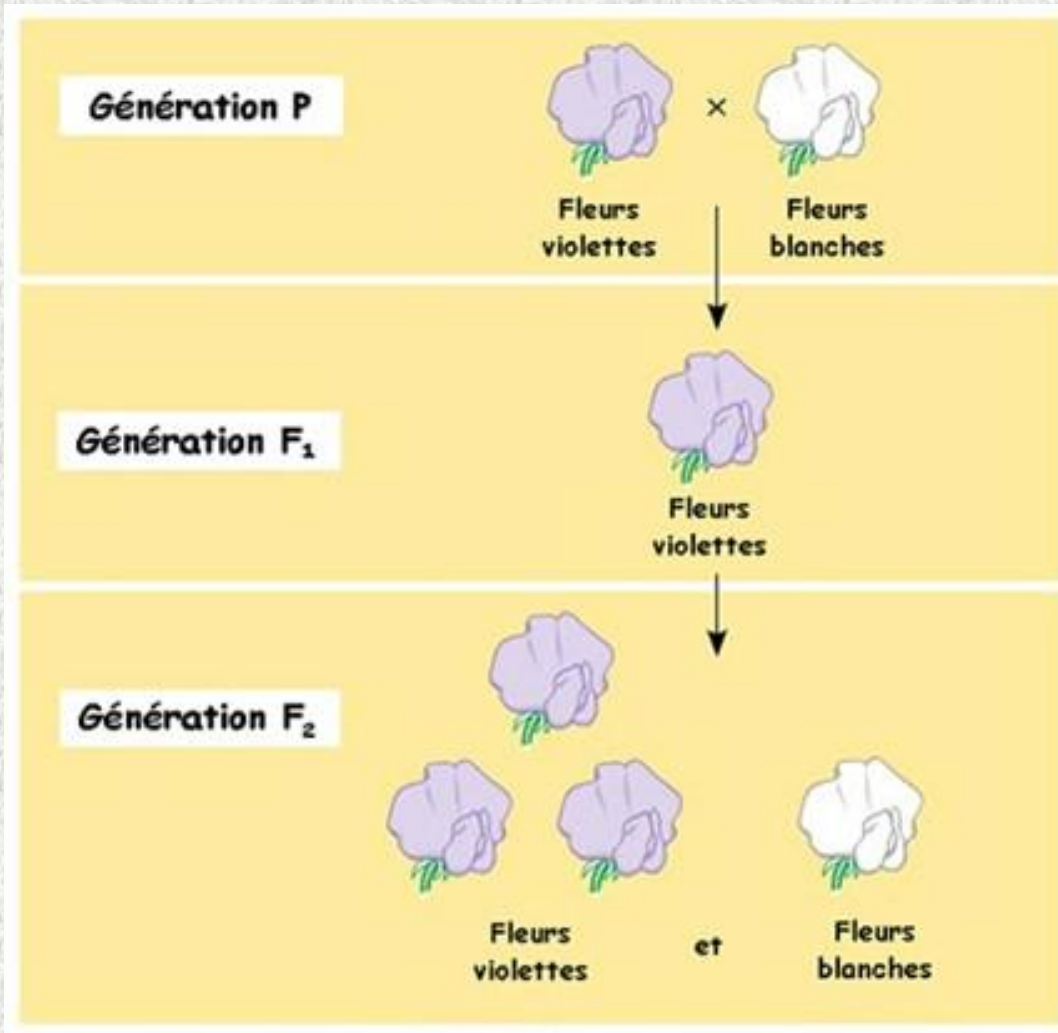
The image shows a Scratch code editor window. On the left, a script is attached to the 'when green flag clicked' event. The script consists of the following blocks:

- pointeur en direction 90
- aller vers x: 0 y: 0
- à Dé attribuer nombre aléatoire entre 1 et 6
- attendre 1 secondes
- tourner de Dé \* 60 degrés

On the right, the stage area shows a cat character and a 'Dé' (die) variable set to 6.



# La reprise !



En devoir maison

Réinvestissement  
d'un travail fait  
en SVT.



# Un travail d'élève (extrait)

1

	V	B
V	V/V	V/B
B	V/B	B/B

2] Il y a 1000 fleurs violettes.

3a

	V	B
V	V/V [V]	V/B [V]
B	B/V [V]	B/B [B]

Pour avoir le plus de chance de gagner on doit choisir la couleur violette

3b On a 75 % de chance de gagné

# Un autre travail d'élève (extrait)

2. Génér. P

	V	V
B	$\frac{1}{4} \frac{1}{4}$ V	$\frac{1}{4} \frac{1}{4}$ V
B	$\frac{1}{4} \frac{1}{4}$ V	$\frac{1}{4} \frac{1}{4}$ V

Toutes les fleurs F<sub>1</sub> sont violettes

1.

	V	B
V	V/V V	V/B V
B	V/B V	B/B B

il y a 75% pour les fleurs violettes et 25% pour les fleurs blanches

2. 1000 fleurs violettes

3. a. (Violettes) Les fleurs violettes

b. 75% pour gagner avec les fleurs violettes (3/4)

3.

	V	B
B	V/B V	B/B B
B	V/B V	B/B B

il y a 50% pour fleurs violettes et 50% pour fleurs blanches

# Un biais pour construire un arbre ...

## Le calcul tropical

Les mathématiques tropicales portent ce nom en l'honneur de Monsieur Imre Simon, mathématicien brésilien né en 1943 et mort en 2009.

Le calcul tropical s'appuie principalement sur deux opérations :

L'addition tropicale :  $\oplus$

La multiplication tropicale :  $\otimes$

### 1) L'addition tropicale

$a \oplus b = \min(a ; b)$ Par exemple : $7 \oplus 2 = \min(7 ; 2) = 2$	Le 'min' consiste à prendre la plus petite des deux valeurs.  Le 'max' consiste à prendre la plus grande des deux valeurs.	Il existe bien évidemment une addition tropicale utilisant le <i>max</i> à la place du <i>min</i> .
---	--	---

### 2) La multiplication tropicale

$$a \otimes b = a + b$$

La multiplication tropicale est donc notre addition habituelle.

# Un biais pour construire un arbre ...

Calculer tropical :

$\oplus$	2	45	56	21	9	7	4	12	23
5									
8									
2									
19									
65									
6									
9									
13									
54									
21									

$\otimes$	2	45	56	21	9	7	4	12	23
5									
8									
2									
19									
65									
6									
9									
13									
54									
21									

Programmer ces différents calculs sur un tableur.



# Un biais pour construire un arbre ...

## Calcul tropical Saison 2 (merci à F. Loret)

Imaginons des bateaux devant naviguer d'un port à un autre. Pour des raisons de coût, certaines solutions sont éliminées et représentées par le symbole de l'infini :  $\infty$ .

Arrivée / Départ	Port n°1	Port n°2	Port n°3	Port n°4
Port n°1	$\infty$	1	2	$\infty$
Port n°2	1	$\infty$	$\infty$	3
Port n°3	3	1	$\infty$	4
Port n°4	$\infty$	$\infty$	5	$\infty$

Ce tableau signifie que pour aller du port n°4 au port n°5, il faut payer 5 (par exemple 5 millions de dollars). Pour aller du port n°1 au port n°4, le coût est tellement élevé qu'on élimine cette possibilité.

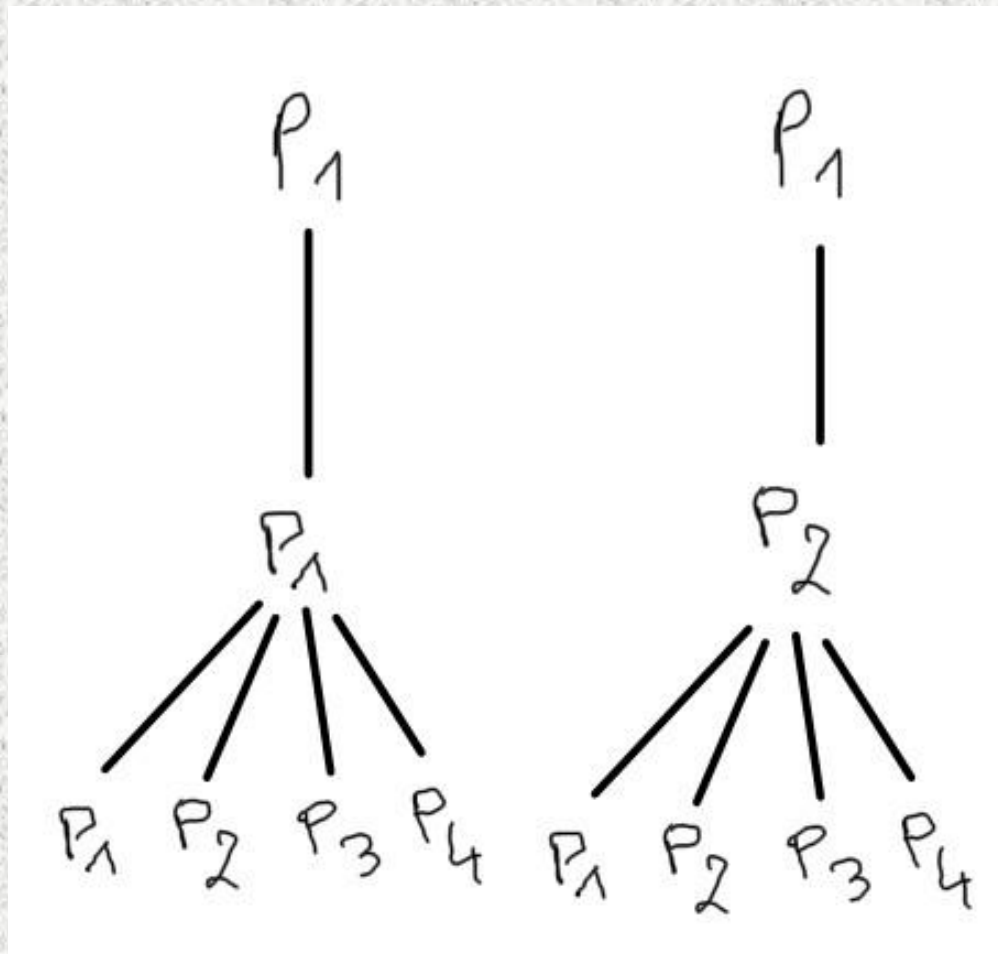
Pour aller du port n°3 au port n°1, on paie 3.

Mais on constate que le parcours : port n°3/port n°2 puis port n°2/port n°1 ne coûte que 2.

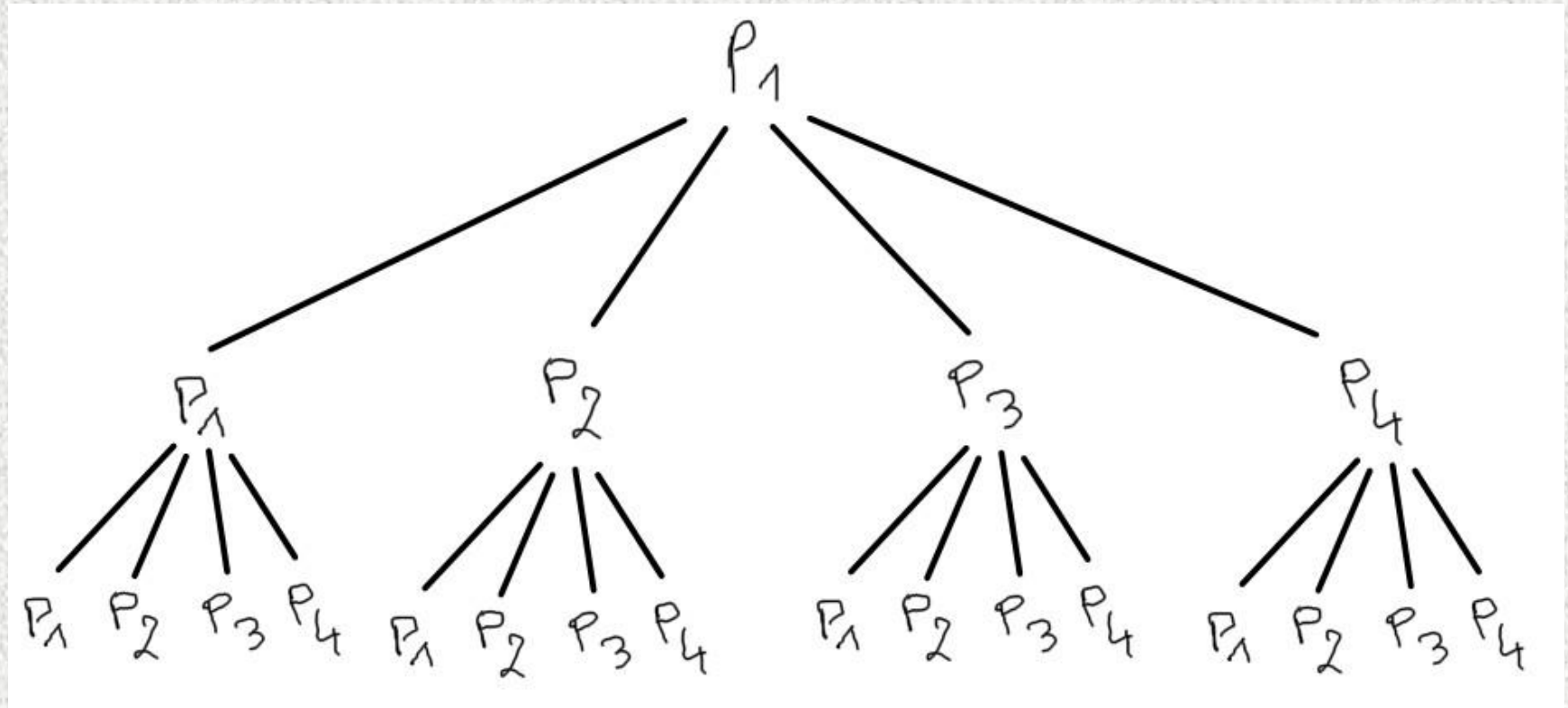
La question est alors : comment trouver le trajet le moins coûteux pour chaque trajet possible ?

**Déterminer les coûts minimaux pour aller d'un port à l'autre en 1 ou 2 ou 3 étapes.**

# Un biais pour construire un arbre ...



# Un biais pour construire un arbre ...



# BOUTEILLE à BILLES

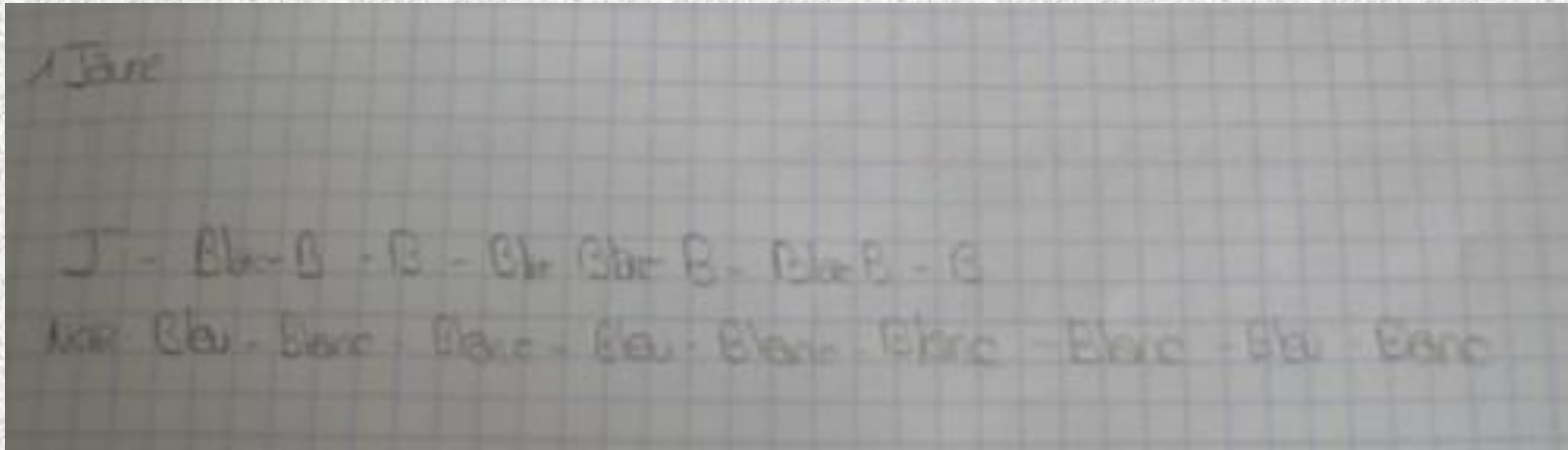


# BOUTEILLE à BILLES



Découverte ...

# BOUTEILLE à BILLES



Mettre en place la façon de représenter les résultats obtenus.



# BOUTEILLE à BILLES

Couleur	Vitesse	nombre	Prévalent	Bilan	Total
Bleu	12	14	15	-15	62
jaune	9	12	10	40	41
Noire	3	4	5	5	17

$Bleu = \frac{62}{110} = \frac{1}{2}$

$Jaune = \frac{41}{120} = \frac{1}{3}$

$Noire = \frac{17}{120} = \frac{1}{7}$

Calculer...

# BOUTEILLE à BILLES

Bouteille n° 2 :

	Blanc	Bleu	Noir	Jaune
1 <sup>er</sup>	IIII	III		II
2 <sup>e</sup>	IIII	IIII	I	I
3 <sup>e</sup>	IIIIII	II		
4 <sup>e</sup>	IIIIII	II		I
5 <sup>e</sup>	II	III	II	II
6 <sup>e</sup>	IIII	I	II	II
7 <sup>e</sup>	IIII	II	I	
8 <sup>e</sup>	IIII	III	II	I
9 <sup>e</sup>	IIIIII	I		
10 <sup>e</sup>	II	IIII	I	I
Scr 100 billes	52/100	26/100	9/100	6/100

IIII = 4 billes donc  
 $52/100 \approx 5$  billes blanc.  
 $26/100 = 3$  billes bleu  
 $9/100 \approx 1$  bille Noir  
 $6/100 \approx 1$  bille Jaune

Des bilans...



# BOUTEILLE à BILLES

Bouteille n°5

Couleur Billes	Vincent	Arthurien	Arment	Birkan
bleu	24	35	29	27
jaune	11	17	18	14
Noir	5	7	8	5

Il y a 115 bleus sur 200 billes  
Il y a 60 jaunes sur 200 billes  
Il y a 25 Noires sur 200 billes

Bleu  $\frac{115}{200} = 0,575 \approx 0,6$   
Jaune  $\frac{60}{200} = 0,3$   
Noire  $\frac{25}{200} = 0,1$

On pense qu'il y a 6 billes bleues, 3 billes jaunes et 1 bille noire dans la bouteille n°5.

