Observatoire EVAPM

Équipe de Recherche associée à l'INRP

Classification des énoncés : niveaux de compétences

Pour le classement des questions, EVAPM utilise une taxonomie de la complexité cognitive dérivée de de celle de Régis Gras (A. Bodin, 2004) et des éléments du système de classification de PISA. (voir ces documents sur le site de l'APMEP).

Les trois niveaux de compétence de PISA correspondent assez bien aux trois niveaux de mises en fonctionnement des connaissances décrits par Aline Robert.

Nous lui empruntons les lignes qui suivent et, pour le reste renvoyons à ses articles.

Document destiné à compléter :

Bodin. A, (2004) : taxonomie de la complexité cognitive (adaptation de la taxonomie de Régis Gras).

Bodin, A . (2005) : Classification des questions d'évaluation et cadre de référence des études PISA pour les mathématiques – présentation commentée pour les enseignants.

TYPOLOGIE DES TÂCHES selon Aline ROBERT

Extrait de :

Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ?

Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe.

Aline Robert et Marc Rogalski - Petit x n° 60 – 2002

Les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances

Nous distinguons plusieurs niveaux d'utilisation des connaissances, induits par diverses formes d'énoncés (niveaux relatifs aux connaissances actuelles des élèves). Un même exercice peut en effet donner lieu, selon l'énoncé, à des applications différentes des mêmes outils. Ayant à utiliser une certaine connaissance (théorème, définition, propriété, formule, méthode, raisonnement, etc.) dans un exercice, selon l'énoncé les élèves peuvent n'avoir à mettre en oeuvre que des applications simples et isolées (techniques) qu'on leur a indiquées ; il se peut qu'ils aient à trouver des adaptations pour mettre en oeuvre la connaissance ; il se peut enfin qu'ils aient à introduire eux-mêmes la connaissance, sans avoir eu aucune indication en ce sens (si c'est réussi, on dit alors que ces connaissances sont disponibles chez les élèves). Bien sûr on s'intéresse surtout aux connaissances qui ne sont pas encore totalement acquises par les élèves.

a) Les énoncés qui conduisent à des applications simples et isolées

Souvent ce sont des énoncés où il ne reste à l'élève qu'à remplacer dans un théorème, par exemple, des valeurs générales par des valeurs particulières. Il y a un certain automatisme en jeu.

Donnons un exemple : on propose l'énoncé suivant de l'exercice proposé ci-dessus.

Les nombres m, n, p, q *sont des entiers relatifs ;*

1) *Ecrire* $m^2 + n^2$ *en fonction du module du nombre complexe* m+in *(resp. d'un nombre complexe).*

2) *Procéder de même pour* $p^2 + q^2$.

3) *En déduire une expression du produit* $(m^2 + n^2)(p^2 + q^2)$ *en fonction du module d'un seul nombre complexe à expliciter.*

Pour les élèves de terminale il y a à appliquer de manière simple et isolée successivement la définition du module (deux fois), le théorème donnant le module d'un produit en fonction des modules des facteurs et le calcul de ce produit. Que peuvent apprendre les élèves ce faisant ? Que peut vérifier un enseignant sur les connaissances de ses élèves ?

L'enjeu est l'utilisation du cours dans un contexte particulier (on n'a pas utilisé les mêmes lettres, on doit mettre en oeuvre un théorème dans un cas particulier). La démarche est de rechercher les outils du cours à mettre en oeuvre à partir de « leur nom » et à les appliquer. Notons que la « morale » de l'exercice (stabilité de ces entiers) peut échapper totalement aux élèves.

Nous sommes dans le champ des applications simples et isolées, simples parce qu'elles mettent en jeu une contextualisation immédiate, une seule fois, isolées parce qu'elles ne mettent enjeu qu'une connaissance à la fois.

Notons que l'observation de certains élèves amène à penser que pour eux il y a en fait déjà une adaptation dans la reconnaissance du carré du module. C'est un exemple du fait qu'on repère mieux les adaptations éventuelles imprévues que font les élèves si on a analysé l'énoncé avant de le proposer en prévoyant (au moins partiellement) les activités qu'il peut enclencher.

b) Les énoncés d'exercices dont la résolution nécessite une certaine disponibilité des connaissances

Ces énoncés induisent la mise en fonctionnement à bon escient d'une connaissance non indiquée dans l'énoncé (ni directement ni indirectement).

Par exemple le recours aux modules dans le troisième énoncé du début de l'article : si un élève utilise les nombres complexes pour faire cette démonstration alors même qu'il n'en a pas été question dans l'énoncé, on évoquera un niveau de fonctionnement de l'ordre du disponible (sauf si l'exercice fait partie d'une liste d'exercices sur les modules des nombres complexes).

Il en est de même pour le théorème de Pythagore dans l'énoncé suivant

Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés (pour des élèves de seconde).

Si l'énoncé était *: En utilisant le théorème de Pythagore, construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés,* on ne construirait pas cette disponibilité ; il resterait cependant aux élèves à adapter cette connaissance (le théorème de Pythagore) à la situation proposée ; cette application n'est en effet pas simple, car il faut reconnaître que le côté du triangle cherché s'obtient à partir des côtés donnés en construisant par exemple l'hypoténuse d'un triangle rectangle convenable ou la diagonale d'un rectangle convenable ; elle n'est pas non plus isolée car d'autres connaissances interviennent en même temps (formule de la surface d'un triangle équilatéral). Sans l'indication, les élèves doivent en plus reconnaître que c'est le théorème de Pythagore qui peut être utilisé dans la dernière étape, ce travail de mise en relation entre un problème précis et le théorème a pour objectif de rendre disponible le théorème.

N'est ce pas le propre de la résolution de problème de permettre de vérifier la disponibilité des connaissances, les possibilités d'adaptabilité des connaissances et de recontextualisation.

Les objectifs de disponibilité ne sont relatifs qu'à une partie des connaissances d'une année donnée, voire à des connaissances des années antérieures. Ils sont particulièrement travaillés dans les problèmes « transversaux », de synthèse, où il n'y a pas d'indices externes pour deviner les connaissances à mettre en jeu (comme le titre d'un chapitre par exemple).

Nous pensons qu'il est intéressant de proposer des énoncés mettant en jeu ce niveau de fonctionnement pour permettre aux élèves à la fois d'acquérir et de cultiver la disponibilité de certaines de leurs connaissances. En effet les élèves doivent organiser leurs connaissances mathématiques, placer les nouvelles connaissances dans le champ de ce qu'ils ont déjà travaillé. Or souvent les contraintes de temps amènent à privilégier les exercices pour apprendre ce qui est nouveau, et les connaissances plus anciennes « dorment » tranquillement. Nous suggérons que les apprentissages peuvent être complétés par des exercices mettant en jeu une certaine disponibilité de connaissances, à la fois nouvelles ou moins nouvelles, où les élèves ne savent pas à l'avance ce qui va servir: la recherche de ce qui peut servir donne du sens aux connaissances nouvelles, et peut même contribuer ainsi à une mise en fonctionnement correcte, elle amène aussi à organiser les connaissances. Des travaux antérieurs (Chevallard) ont montré que les élèves apprennent à mieux utiliser leurs connaissances algébriques lorsqu'elles interviennent, sans que ce soit annoncé, comme outils dans d'autres problèmes. On connaît aussi l'intérêt des changements de cadres dans cette construction du sens : un des moyens pour proposer un énoncé comportant un travail sur la disponibilité est de prévoir une solution économique qui ait des chances de faire changer les élèves de cadre (sans l'indiquer).

c) Les applications intermédiaires, non simples ou /et non isolées diverses adaptations, divers contextes.

Parmi les applications non simples d'une connaissance, on rencontre des utilisations répétées non indépendantes, des utilisations multiples, des reconnaissances partielles de ce qui doit être appliqué, de la manière de l'appliquer, des adaptations (calculatoires par exemple).

Tout énoncé sans indication permet d'assurer qu'une application n'est pas simple, puisqu'il faut reconnaître en partie ce qu'il y a à faire.

De même pour tout énoncé qui nécessite d'introduire des étapes ou des intermédiaires (notations, calculs, points à construire...).

Tout énoncé ouvert permet d'assurer un travail préliminaire pour établir ce qui est à montrer (aller-retour).

Les applications non isolées permettent l'utilisation de plusieurs connaissances (y compris anciennes), les mises en relation et interprétations (changements de cadres, de registres), le travail avec plusieurs questions liées.