ᔓ Sujet 0 Voie technologique Sujet 1 ᔕ
Évaluation en fin de première

Épreuve anticipée de mathématiques - Sujet 0
Voie Technologique
Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Question 1 Jean consacre 25 % de sa journée de dimanche à faire ses devoirs.
80 % du temps consacré aux devoirs est consacré à faire un exposé.
Le pourcentage du temps consacré à l'exposé par rapport à la journée de dimanche est égal à :

A. $80\,\% - 25\,\%$	**B.** $\dfrac{1}{4} \times 80\,\%$	**C.** $0,08 \times 25\,\%$	**D.** Cela dépend de la durée de la journée de dimanche.

Question 2 Un prix diminue de 50 %. Pour retrouver le prix initial, il faut une augmentation de :

A. 50 %	**B.** 100 %	**C.** 150 %	**D.** 200 %

Question 3 Le prix d'une tablette a baissé : il est passé de 250 euros à 200 euros. Cela signifie que ce prix a été multiplié par :

A. 1,25	**B.** 0,75	**C.** 0,8	**D.** $-0,8$

Question 4 La seule égalité vraie est :

A. $40 \times \dfrac{1}{40^2} = 40^2$	**B.** $\left(2^{-4}\right)^3 = 2^{-1}$	**C.** $\dfrac{10^{-5}}{10^8} = 10^{-13}$	**D.** $5^{-6} \times 11^{-6} = 55^{-12}$

Question 5 L'épaisseur d'une feuille de papier est égale à 70×10^{-3} mm.
L'épaisseur d'une pile de 2 000 feuilles est égale à :

A. 140 cm	**B.** 14 mm	**C.** 14 cm	**D.** 72 cm

Question 6 Voici quatre planètes et leur masse.

Terre	$5\,973 \times 10^{21}$ kg
Mercure	$33,02 \times 10^{22}$ kg
Vénus	$48\,685 \times 10^{20}$ kg
Mars	$6,418\,5 \times 10^{23}$ kg

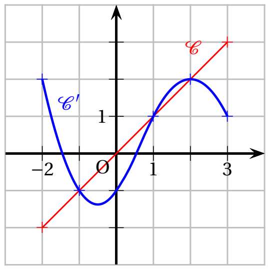
La planète dont la masse est la plus importante est :

A. Terre	**B.** Mercure	**C.** Vénus	**D.** Mars

Question 7 On additionne un nombre réel x, avec son triple et son carré. Le résultat est égal à :

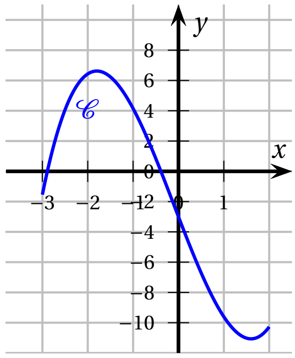
A. $(x+3x)^2$	**B.** $x+(3x)^2$	**C.** $1+3x^2$	**D.** $4x+x^2$

Question 8 Dans la figure ci-contre, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentent respectivement les fonctions f et g. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ est :



A. $[-2\,;\,-1]$	**B.** $[1\,;\,2]$
C. $[-2\,;\,-1] \cup [1\,;\,2]$	**D.** $[-2\,;\,-1] \cap [1\,;\,2]$

Question 9 On donne ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,2]$. On s'intéresse à l'équation $f(x) = 0$. Une seule de ces propositions est exacte :



A.	L'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution.
B.	L'équation $f(x) = 0$ admet exactement une solution.
C.	L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions, et ces solutions sont négatives.
D.	L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions, et ces solutions sont de signes contraires.

Question 10 On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de signes est donné ci-dessous.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

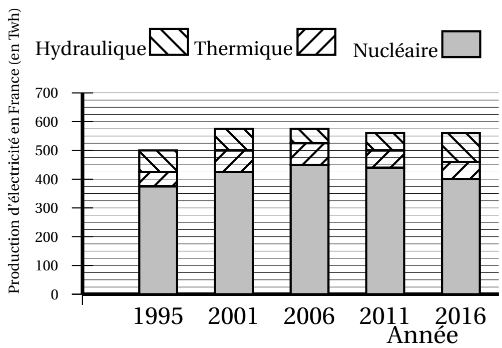
Parmi les quatre expressions proposées pour la fonction f, une seule est possible.

A. $f(x) = -3x+6$	**B.** $f(x) = x+2$	**C.** $f(x) = x-2$	**D.** $f(x) = -4x+2$

Question 11 On considère la relation $C = (1+t)^2$. On cherche à isoler la variable t. On a :

A. $t = \sqrt{C-1}$	**B.** $t = \sqrt{C}-1$	**C.** $t = \sqrt{1-C}$	**D.** $t = 1-\sqrt{C}$

Question 12 Le diagramme en barres ci-contre donne la production d'électricité, en Twh (térawatt-heure) selon son origine (source : INSEE).
L'année où la production d'électricité d'origine hydraulique était la plus importante est :



A. 1995	**B.** 2001
C. 2011	**D.** 2016

DEUXIÈME PARTIE : (14 points)

Exercice 1 (X points)

Une biologiste désire étudier l'évolution de la population de singes sur une île.
En 2025, elle estime qu'il y a 1 000 singes sur l'île.

A. Premier modèle

Chaque année, la population de singes baisse de 10 %.

1. Montrer qu'en 2026, il y aura 900 singes sur l'île.
2. Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de singes sur l'île pour l'année $2025 + n$.

   On a donc $u_0 = 1\,000$.

   a. Indiquer ce que représente u_2 et calculer sa valeur.

   b. Déterminer la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

   c. Donner les variations de cette suite.
3. Selon ce modèle, la population de singes est-elle menacée d'extinction ? Justifier.

B. Second modèle

On admet que l'évolution du nombre de singes est modélisée par la suite (v_n) ainsi définie :

$$\left\{\begin{array}{lcl} v_{n+1} & = & 0,9v_n + 150 \quad ; \quad n \in \mathbb{N} \\ v_0 & = & 1\,000 \end{array}\right. ,$$

où v_n désigne le nombre de singes sur l'île pour l'année $2025 + n$.

1. Avec ce modèle, quelle sera la population de singes en 2026 ?

   Détailler le calcul.
2. La feuille de calcul ci-contre donne les valeurs arrondies à l'unité des premiers termes de la suite (v_n).

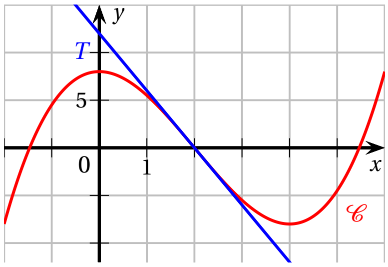
   Quelle formule, destinée à être étirée vers le bas, faut-il saisir dans la cellule B3 pour obtenir les termes de la suite (v_n) ?
3. Indiquer en quelle année, la population de singes dépassera pour la première fois 1 400 individus.

	A	B
1	n	v_n
2	0	1 000
3	1	1 050
4	2	1 095
5	3	1 136
6	4	1 172
7	5	1 205
8	6	1 234
9	7	1 261
10	8	1 285
11	9	1 306
12	10	1 326
13	11	1 343
14	12	1 359
15	13	1 373
16	14	1 386
17	15	1 397
18	16	1 407
19	17	1 417
20	18	1 425
21	19	1 432

Exercice 2 (X points)

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2~;~6]$.

Sa courbe représentative, notée $\mathscr{C}$ est donnée ci-contre.



- On sait que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points de coordonnées $(0~;~8)$, $(2~;~0)$ et $(4~;~-8)$.
- On note T la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x = 2$.
- On sait que la tangente T coupe l'axe des ordonnées en $y = 12$.

On note f' la fonction dérivée de f.

1. **a.** Déterminer les valeurs de $f(2)$ et $f'(2)$.

b. Donner une équation de la tangente T.

c. Recopier et compléter le tableau de variation ci-dessous en utilisant le graphique.

x	-2	0	4	6
variations de f				

2. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-2~;~6]$ par

$$f(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 8.$$

a. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-2~;~6]$, on a $f'(x) = 1,5x(x-4)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et retrouver le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-2~;~6]$.

3. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[0~;~2]$ on a $f(x) \leqslant -6x + 12$.

Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$ et la tangente T sur l'intervalle $[0~;~2]$?

Exercice 3 (X points)

Indiquer, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
Les questions 1 *et* 2 *sont indépendantes.*

1. Afin de lutter contre le dopage dans le sport, un test a été mis en place.

En principe, ce test est POSITIF lorsque le sportif est dopé, et NÉGATIF lorsqu'il n'est pas dopé. Toutefois, ce test peut commettre des erreurs : il peut être positif lorsque le sportif n'est pas dopé, et négatif lorsque le sportif est dopé.

Le tableau ci-dessous donne les résultats recueillis auprès de 200 coureurs ayant participé à un marathon.

	Coureur non dopé	Coureur dopé	Total
Test positif	15	5	20
Test négatif	178	2	180
Total	193	7	200

a. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 coureurs testés.

Affirmation 1 : La probabilité que le coureur ne soit pas dopé ou soit testé positif est égale à $\dfrac{213}{200}$.

b. On choisit un coureur au hasard parmi ceux ayant eu un test positif.

Affirmation 2 : Il y a 75% de chances que le coureur ne soit pas dopé.

c. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 coureurs testés.

Affirmation 3 : La probabilité que le coureur soit concerné par une erreur de test est égale à $8,5\,\%$.

2. Au tennis, un SERVICE peut être réussi ou manqué. Une joueuse de tennis s'entraîne à faire des services. On admet que :

- la probabilité que son service soit réussi est égale à 0,9.
- les services sont indépendants les uns des autres.

La joueuse fait deux services.

Affirmation 4 : La probabilité qu'exactement un service soit réussi sur les deux est égale à 0,09 .