∽ Techniciens supérieurs de l'aviation 2017 ∾
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

PARTIE 1

Dans cette partie, i désigne le nombre complexe tel que $i^2 = -1$ et $\mathbb{C}$ représente l'ensemble des nombres complexes.

Question 1

A. une écriture exponentielle du nombre complexe 2i est : $2e^{i\frac{5\pi}{2}}$
B. une écriture exponentielle du nombre complexe -5 est : $-5e^{-i\pi}$.
C. une écriture exponentielle du nombre complexe 2i est : $-2e^{i\frac{\pi}{2}}$
D. une écriture exponentielle du nombre complexe -5 est : $-5e^{i\pi}$

Question 2 :

A. une écriture exponentielle du nombre complexe 0 est : $0e^{i\theta}$, θ étant un nombre réel.
B. 0 n'admet pas d'écriture exponentielle.
C. une écriture exponentielle du nombre complexe $\cos\frac{\pi}{5} - i\sin\frac{\pi}{5}$ est : $e^{i\frac{\pi}{5}}$
D. une écriture exponentielle du nombre complexe $\cos\frac{\pi}{5} - i\sin\frac{\pi}{5}$ est : $e^{-i\frac{\pi}{5}}$

Question 3 : une écriture exponentielle du nombre complexe $2\sin\frac{\pi}{7} + 2i\cos\frac{\pi}{7}$ est :

A. $2e^{i\frac{9\pi}{14}}$
B. $2e^{i\frac{5\pi}{14}}$
C. $2e^{i\frac{6\pi}{7}}$
D. $2e^{i\frac{8\pi}{7}}$

Question 4 : une écriture exponentielle du nombre complexe $\dfrac{-2\sqrt{3}+2i}{(1+i)^4}$ est :

A. $e^{-i\frac{\pi}{6}}$
B. $e^{i\frac{7\pi}{12}}$
C. $e^{-i\frac{\pi}{6}}$
D. $\dfrac{1}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$

Question 5 : une écriture exponentielle du nombre complexe $\dfrac{i(1+i)^3}{\left(\sqrt{3}-i\right)^5}$ est :

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{32}e^{i\frac{\pi}{12}}$
B. $\dfrac{\sqrt{2}}{32}e^{i\frac{5\pi}{12}}$
C. $\dfrac{\sqrt{2}}{16}e^{i\frac{\pi}{12}}$
D. $\dfrac{\sqrt{2}}{16}e^{i\frac{5\pi}{12}}$

Question 6 : on note $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$. La forme algébrique de $z_1 \times z_2$ est :

A. $1 - \sqrt{3} + i\left(1 - \sqrt{3}\right)$

B. $1+\sqrt{3}+\mathrm{i}\left(1+\sqrt{3}\right)$
C. $1-\sqrt{3}+\mathrm{i}\left(1+\sqrt{3}\right)$
D. $1+\sqrt{3}-\mathrm{i}\left(1-\sqrt{3}\right)$

Question 7 : une écriture exponentielle $z_1 \times z_2$ est :
A. $2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{7\pi}{12}}$
B. $2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}$
C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}$
D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}$

Question 8 : on déduit que :

A. $\cos\dfrac{7\pi}{12} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ et $\sin\dfrac{7\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$
B. $\cos\dfrac{7\pi}{12} = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ et $\sin\dfrac{7\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$
C. $\cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$
D. $\cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

PARTIE II

Question 9 : l'équation différentielle $y' - 2y = 0$, notée (E), admet pour ensemble de solutions :

A. $S_{(E)} = \left\{f : x \longmapsto k \times \mathrm{e}^{2x},\ k \in \mathbb{R}\right\}$
B. $S_{(E)} = \left\{f : x \longmapsto \mathrm{e}^{2x}\right\}$
C. $S_{(E)} = \left\{f : x \longmapsto k \times \mathrm{e}^{-2x},\ k \in \mathbb{R}\right\}$
D. $S_{(E)} = \left\{f : x \longmapsto k \times \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x},\ k \in \mathbb{R}\right\}$

Question 10 : la solution f de (E) dont la courbe représentative C dans un repère donné passe par le point A$(1\ ;\ -2)$ est :

A. $f(x) = 2\mathrm{e}^{2x-2}$
B. $f(x) = -2\mathrm{e}^{2x+2}$
C. $f(x) = 2\mathrm{e}^{2x+2}$
D. $f(x) = -\mathrm{e}^{2-2x}$

Question 11 : la solution f de (E) dont la courbe représentative C dans un repère donné passe par le point A$(1\ ;\ -2)$:

A. est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
B. est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
C. sa courbe représentative C admet l'axe des abscisses comme asymptote en $-\infty$.
D. sa courbe représentative C admet l'axe des abscisses comme asymptote en $+\infty$.

Question 12 : la solution g de l'équation différentielle : $y' = 2y + 4$, notée (E'), dont la courbe représentative Γ possède une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$ en son point d'abscisse 1 est :

A. $S_{(E')} = \left\{g : x \longmapsto \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x-2} - 4\right\}$
B. $S_{(E')} = \left\{g : x \longmapsto \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+2} - 2\right\}$

C. $S_{(E')} = \left\{g : x \longmapsto \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+2} - 4\right\}$

D. $S_{(E')} = \left\{g : x \longmapsto \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x-2} - 2\right\}$

Question 13 : les deux nombres réels a et b tels que la fonction $\varphi : x \longmapsto ax + b + \ln x$ soit une solution particulière de l'équation différentielle : $y' = 2y + 4x + 6 + \dfrac{1}{x} - 2\ln x$, notée (E''), sont :

A. $a = 2$ et $b = -4$
B. $a = 2$ et $b = -1$
C. $a = -2$ et $b = 4$
D. $a = -2$ et $b = -4$

Question 14

on admet qu'une fonction h est solution de (E'') si et seulement si la fonction $h - \varphi$ est solution de (E). On en déduit que l'ensemble des solutions de (E'') est :

A. $S_{(E'')} = \left\{h : x \longmapsto -2x + 4 + \ln x + k\mathrm{e}^{2x},\ k \in \mathbb{R}\right\}$
B. $S_{(E'')} = \left\{h : x \longmapsto -2x - 4 + \ln x + k\mathrm{e}^{-2x},\ k \in \mathbb{R}\right\}$
C. $S_{(E'')} = \left\{h : x \longmapsto -2x - 4 + \ln x + k\mathrm{e}^{2x},\ k \in \mathbb{R}\right\}$
D. $S_{(E'')} = \left\{h : x \longmapsto -2x + 4 + \ln x + k\mathrm{e}^{-2x},\ k \in \mathbb{R}\right\}$

Question 15 : la solution ψ de l'équation différentielle (E'') dont la courbe représentative dans un repère donné passe par le point A$(1~;~-2)$ est :

A. $\psi : x \longmapsto -2x - 4 + \ln x + 4\mathrm{e}^{2x-2}$
B. $\psi : x \longmapsto -2x + 4 + \ln x + 4\mathrm{e}^{2x-2}$
C. $\psi : x \longmapsto -2x - 4 + \ln x + 4\mathrm{e}^{2x+2}$
D. $\psi : x \longmapsto -2x + 4 + \ln x + 4\mathrm{e}^{2x+2}$

PARTIE III

Question 16 : pour n nombre entier naturel, la suite définie par le terme général

$$u_n = 2n^2 - 13n + 1$$

A. est strictement croissante.
B. est strictement décroissante.
C. pour $n \geqslant 2$, est strictement croissante.
D. pour $n \geqslant 2$, est strictement décroissante.

Question 17 : pour n nombre entier naturel, la suite définie par le terme général :

$$v_n = (2n + 1)\mathrm{e}^n$$

A. est strictement croissante.
B. est strictement décroissante.
C. pour $n \geqslant 2$, est strictement croissante.
D. pour $n \geqslant 2$, est strictement décroissante.

Question 18 : pour n nombre entier naturel, la suite définie par le terme général

$$w_n = n - \ln\left(1 + n^2\right)$$

A. n'est pas strictement monotone.

B. n'est pas monotone.
C. est strictement croissante.
D. est strictement décroissante.

Question 19 : pour n nombre entier naturel non nul, la suite définie par le terme général

$$x_n = (-1)^n \ln n$$

A. n'est pas strictement monotone.
B. n'est pas monotone.
C. est strictement croissante.
D. est strictement décroissante.

Question 20 : pour n nombre entier naturel, la suite définie par le terme général

$$\left\{\begin{array}{lcl} y_0 & = & 2 \\ y_{n+1} & = & \mathrm{e}^{y_n - 2} \end{array}\right. :$$

A. n'est pas strictement monotone.
B. n'est pas monotone.
C. est strictement croissante.
D. est strictement décroissante.

Question 21 : soit la fonction $f : x \longmapsto x + \sin(2\pi x)$ et n nombre entier naturel,

A. la suite définie par le terme général : $u_n = f(n)$ est décroissante.
B. la suite définie par le terme général : $u_n = f(n)$ est croissante.
C. la fonction f est décroissante.
D. la fonction f est croissante.

PARTIE IV

Question 22 : soit f une fonction réelle à variable réelle définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} f(x) & = & ax + \dfrac{1}{5} \text{ si } x \in [0~;~4] \\ f(x) & = & 0 \text{ si } x \notin [0~;~4] \end{array}\right.$$

Pour que f définisse une loi à densité sur l'intervalle $[0;4]$, il faut et il suffit que le nombre réel a soit égal :

A. $1/10$
B. $1/40$
C. $4/5$
D. 1

Question 23 : nous notons X la variable aléatoire définie sur l'intervalle $[0;4]$ dont la loi de probabilité a pour densité la fonction f précédente,

A. $P(X \leqslant 1) = \dfrac{19}{80}$
B. $P(X \leqslant 1) = \dfrac{1}{4}$
C. $P(X \leqslant 1) = \dfrac{3}{5}$
D. $P(X \leqslant 1) = \dfrac{7}{10}$

Question 24

A. $P(X \geqslant 2) = \dfrac{5}{32}$

B. $P(X \geqslant 2) = \dfrac{1}{5}$

C. $P(X \geqslant 2) = \dfrac{11}{20}$

D. $P(X \geqslant 2) = \dfrac{5}{26}$

Question 25

A. $P\left(\dfrac{1}{2} \leqslant X \leqslant 3\right) = \dfrac{41}{80}$

B. $P\left(\dfrac{1}{2} \leqslant X \leqslant 3\right) = \dfrac{43}{80}$

C. $P\left(\dfrac{1}{2} \leqslant X \leqslant 3\right) = \dfrac{38}{64}$

D. $P\left(\dfrac{1}{2} \leqslant X \leqslant 3\right) = \dfrac{39}{64}$

ÉPREUVE OBLIGATOIRE OPTIONNELLE

Notations

Les lettres $\mathbb{R}$ et $\mathbb{N}$ désignent respectivement les ensembles des réels et des entiers naturels.
La lettre e désigne la constante de Néper et l'application qui à x associe e^x désigne l'exponentielle de base e.
Le nombre i désigne le nombre complexe défini par $\mathrm{i}^2 = -1$.

Toutes les questions sont indépendantes

Question 1

Soit n un entier naturel non nul. On définit la fonction f_n par : $f_n(x) = \dfrac{2\mathrm{e}^{nx}}{\mathrm{e}^{nx}+5}$ ln5 n et la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par l'expression : $u_n = \dfrac{n}{\ln 5}\displaystyle\int_0^{\frac{\ln 5}{n}} f_n(x-)\,\mathrm{d}x$.
On peut montrer que :

A. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement croissante
B. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement décroissante
C. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente
D. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est constante

Question 2

On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction f par : $f(x) = \displaystyle\int_1^x \mathrm{e}^{1-t^2}\,\mathrm{d}t$.

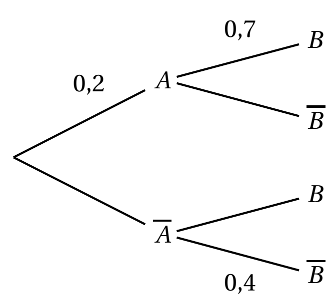
A. f est strictement décroissante
B. f est strictement croissante
C. f n'admet pas de maximum
D. On ne peut rien dire au sujet de la monotonie de f

Question 3

La lettre n désignant un entier naturel non nul, on considère une urne qui contient n boules blanches et 3 boules noires, ces boules étant indiscernables au toucher.
On tire successivement et sans remise deux boules dans cette urne.
A. Il existe deux entiers naturels n pour lesquelles la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est égale à $\dfrac{9}{22}$
B. Il existe un entier naturel n pour laquelle la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est égale à $\dfrac{9}{22}$
C. Il n'existe pas d'entiers naturels n pour lesquelles la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est égale à $\dfrac{9}{22}$
D. La probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est : $\dfrac{6n}{(n+3)(n+1)}$

Question 4

On considère l'arbre de probabilité ci-contre.
La probabilité que l'évènement A soit réalisé sachant que l'évènement B est réalisé est :
A. 7/31
B. 6/31
C. 7/30
D. 6/30



Question 5

On considère l'algorithme ci-contre.
Lorsqu'on saisit la valeur $n = 6$, la valeur u affichée est :

A. 2,44
B. 2,27
C. 2,4
D. 2,23

Variables :	i et n sont des entiers naturels et u est un réel
Entrée :	Demander à l'utilisateur la valeur de n
Initialisation :	Affecter à u la valeur 0.
Traitement :	Pour i variant de 1 à n Affecter à u la valeur $u + \frac{1}{i}$
Sortie :	Afficher u

Question 6

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, pour tout entier naturel n non nul, on considère les points M_n d'affixe $z_n = \text{e}^{\frac{2n\pi\text{i}}{3}}$.
D'une manière générale, on considèrera qu'un triangle est défini par trois points distincts du plan.

A. Les points O, M_1 et M_{20} sont alignés
B. Les points O, M_6 et M_9 sont alignés
C. Le triangle OM_1M_{20}, s'il existe, est équilatéral
D. Le triangle OM_6M_9, s'il existe, est équilatéral

Question 7

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite non constante de nombres réels.
Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = sin(u_n)$.

A. On peut choisir une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ afin que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
B. On peut choisir une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ afin que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 1
C. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge toujours
D. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge toujours

Question 8

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v},\,\vec{w}\right)$.
On appelle (d) la droite de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{rcr} x & = & t+3 \\ y & = & -t+5 \\ z & = & 2 \end{array}\right.$$

et (S) la sphère de centre A(1 ; -1 ; 0) et de rayon 6.

A. La droite (d) et la sphère (S) sont sécantes
B. La droite (d) et la sphère (S) sont sécantes en deux points
C. La droite (d) et la sphère (S) ne sont pas sécantes
D. La droite (d) et la sphère (S) sont tangentes

Question 9

On considère l'espace muni d'un repère $\left(\text{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v},\,\vec{w}\right)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentations paramétriques :

$$(d) : \left\{\begin{array}{rcr} x & = & 2t+3 \\ y & = & -2t-1 \\ z & = & 6t+2 \end{array}\right. \quad \text{et } (d') : \left\{\begin{array}{rcr} x & = & -t-1 \\ y & = & t-1 \\ z & = & -3t \end{array}\right. .$$

A. Les droites (d) et (d') sont confondues
B. Les droites (d) et (d') sont sécantes en un point

C. Les droites (d) et (d') sont non sécantes et coplanaires
D. Les droites (d) et (d') sont non sécantes et non coplanaires

Question 10

Soit X une variable aléatoire dont la densité de probabilité est une fonction f définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} f(x) & = & m\sin(x)\,\text{pour}\ x \in [0~;~\pi] \\ f(x) & = & 0\,\text{pour}\ x \in]-\infty~;~0[\cup]\pi~;~+\infty[\end{array}\right.$$

m étant un nombre réel qui sera choisi en conséquence. On peut vérifier que :

A. Pour $x \in]\pi~;~+\infty[,\quad p(X \leqslant x) = \dfrac{1}{2}$
B. $P(X \geqslant 0) = 0$
C. Pour $x \in [0~;~\pi]$, $P(X \leqslant x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\cos(x)$ et pour $x \in]-\infty~;~0[$, $P(X \leqslant x) = 0$
D. $P\left(\dfrac{\pi}{4} \leqslant X \leqslant \dfrac{3\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Question 11

Soit les nombres complexes définis par : $z_1 = \sqrt{2} + \mathrm{i}\sqrt{6}$; $z_2 = 2 + 2\mathrm{i}$.
Le nombre complexe défini par $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ vérifie :

A. $Z = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
B. $Z = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
C. $Z = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
D. $Z = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

Question 12

Les nombres complexes z_1 et z_2 vérifient :

A. Le complexe $z_1 = \sqrt{2} + \mathrm{i}\sqrt{6}$ a pour module $\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{\pi}{3}$.
B. Le complexe $z_1 = \sqrt{2} + \mathrm{i}\sqrt{6}$ a pour module $2\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{2\pi}{3}$.
C. Le complexe $z_2 = 2 + 2\mathrm{i}$ a pour module $\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{\pi}{4}$.
D. Le complexe $z_2 = 2 + 2\mathrm{i}$ a pour module $2\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{3\pi}{4}$.

Question 13

On en déduit :

A. Le complexe $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ a pour module 2 et pour argument $\dfrac{5\pi}{12}$.
B. Le complexe $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ a pour module $\dfrac{1}{2}$ et pour argument $-\dfrac{5\pi}{12}$.
C. Le complexe $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ a pour module 1 et pour argument $\dfrac{\pi}{12}$.
D. Le complexe $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ a pour module 1 et pour argument $-\dfrac{\pi}{12}$.

Question 14

On obtient alors :

A. $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
B. $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
C. $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$
D. $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Question 15

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \left(\dfrac{1}{2}x+1\right)^4$.
L'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 2 est :

A. $y = 16(x-2)$
B. $y = 8(x-1)$
C. $y = 8(x-2)$
D. $y = x-1$