∽ Techniciens supérieurs de l'aviation 2017 ∾
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE

MATHÉMATIQUES

Questions liées

11 à 14

Notations

Les lettres $\mathbb{R}$ et $\mathbb{N}$ désignent respectivement les ensembles des réels et des entiers naturels.
La lettre e désigne la constante de Neper et l'application qui à x associe e^x désigne l'exponentielle de base e.
Le nombre i désigne le nombre complexe défini par $\mathrm{i}^2 = -1$.

Question 1

Soit n un entier naturel non nul.
On définit la fonction f_n par : $f_n(x) = \dfrac{2\mathrm{e}^{nx}}{\mathrm{e}^{nx}+5}$ et la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par l'expression :
$u_n = \dfrac{n}{\ln 5}\displaystyle\int_0^{\frac{\ln 5}{n}} f_n(x)\,\mathrm{d}x$.
A. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement croissante
B. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement décroissante
C. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente
D. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est constante

Question 2

On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction f par : $f(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{1-t^2}\,\mathrm{d}t$.

A. f est strictement décroissante
B. f est strictement croissante
C. f n'admet pas de maximum
D. On ne peut rien dire au sujet de la monotonie de f

Question 3

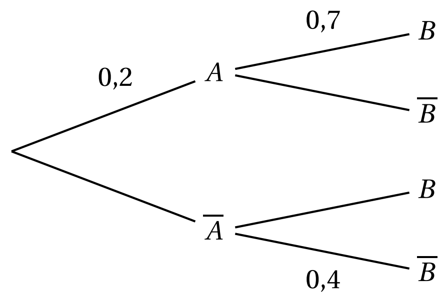
el-l' dt. x e1u lln(x)dx.On peut montrer que : La lettre n désignant un entier naturel non nul, on considère une urne qui contient n boules blanches et 3 boules noires, ces boules étant indiscernables au toucher.
On tire successivement et sans remise deux boules dans cette urne.
A. Il existe deux entiers naturels n pour lesquelles la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est égale à $\dfrac{9}{22}$.
B. Il existe un entier naturel n pour laquelle la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est égale à $\dfrac{9}{22}$.

C. Il n'existe pas d'entiers naturels n pour lesquelles la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est égale à $\frac{9}{22}$.

D. La probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est : $\frac{6n}{(n+3)(n+1)}$

Question 4

On considère l'arbre de probabilité ci-contre.
La probabilité que l'évènement A soit réalisé sachant que l'évènement B est réalisé est :



A. 7/31
B. 6/31
C. 7/30
D. 6/30

Question 5

On considère l'algorithme ci-contre.
Lorsqu'on saisit la valeur $n = 6$, la valeur u affichée est :
A. 2,44
B. 2,27
C. 2,4
D. 2,23

Variables :	i et n sont des entiers naturels et u est un réel
Entrée :	Demander à l'utilisateur la valeur de n
Initialisation :	Affecter à u la valeur 0.
Traitement :	Pour i variant de 1 à n Affecter à u la valeur $u + \frac{u}{i}$
Sortie :	Afficher u

Question 6

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, pour tout entier naturel n non nul, on considère les points M_n d'affixe $z_n = \mathrm{e}^{\frac{2ni\pi}{3}}$.
D'une manière générale, on considèrera qu'un triangle est défini par trois points distincts du plan.

A. Les points O, M_1 et M_2 sont alignés
B. Les points O, M_6 et M_9 sont alignés
C. Le triangle OM_1M_{20}, s'il existe, est équilatéral
D. Le triangle OM_6M_9, s'il existe, est équilatéral

Question 7

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite non constante de nombres réels.
Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = \sin(u_n)$.

A. On peut choisir une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ afin que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\frac{\sqrt{2}}{2}$
B. On peut choisir une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ afin que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 1

C. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge toujours
D. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge toujours

Question 8

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\right)$.

On appelle (d) la droite de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& t+3\\ y &=& -t+5\\ z &=& 2\end{array}\right.$

et (S) la sphère de centre A$(1 ; -1 ; 0)$ et de rayon 6.

A. La droite (d) et la sphère (S) sont sécantes
B. La droite (d) et la sphère (S) sont sécantes en deux points
C. La droite (d) et la sphère (S) ne sont pas sécantes
D. La droite (d) et la sphère (S) sont tangentes

Question 9

On considère l'espace muni d'un repère $\left(\text{O} ; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\right)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentations paramétriques :

$$(d)\left\{\begin{array}{rcr} x &=& 2t+3\\ y &=& -2t-1\\ z &=& 6t+2\end{array}\right. \quad \text{et} \quad (d')\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -t-1\\ y &=& t-1\\ z &=& -3t\end{array}\right.$$

A. Les droites (d) et (d') sont confondues
B. Les droites (d) et (d') sont sécantes en un point
C. Les droites (d) et (d') sont non sécantes et coplanaires
D. Les droites (d) et (d') sont non sécantes et non coplanaires

Question 10

Soit X une variable aléatoire dont la densité de probabilité est une fonction f définie par :

$$\left\{\begin{array}{rclll} f(x) &=& m\sin(x) & \text{pour} & x \in [0 ; \pi]\\ f(x) &=& 0 & \text{pour} & x \in]-\infty ; 0[\cup]\pi ; +\infty[\end{array}\right.$$

m étant un nombre réel qui sera choisi en conséquence. On peut vérifier que :

A. Pour $x \in]\pi ; +\infty[$, $P(X < x) = \dfrac{1}{2}$
B. $P(X > 0) = 0$
C. Pour $x \in [0 ; n]$, $P(X < x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\cos(x)$ et pour $x \in]-\infty ; 0[$, $P(X \leqslant x) = 0$
D. $P\left(\dfrac{\pi}{4} \leqslant x \leqslant \dfrac{3\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Question 11

Soit les nombres complexes définis par : $z_1 = \sqrt{2} + \text{i}\sqrt{6}$; $z_2 = 2 + 2\text{i}$.
Le nombre complexe défini par $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ vérifie :

A. $Z = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \text{i}\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

B. $Z = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} + \text{i}\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

C. $Z = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} + \text{i}\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

D. $Z = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} + \text{i}\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

Question 12

Les nombres complexes z_1 et z_2, vérifient :

A. Le complexe $z_1 = \sqrt{2} + \text{i}\sqrt{6}$ a pour module $\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{\pi}{3}$

B. Le complexe $z_1 = \sqrt{2} + \text{i}\sqrt{6}$ a pour module $2\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{2\pi}{3}$

C. Le complexe $z_2 = 2 + 2\text{i}$ a pour module $\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{\pi}{4}$

D. Le complexe $z_2 = 2 + 2\text{i}$ a pour module $2\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{3\pi}{4}$

Question 13

On en déduit :

A. Le complexe $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ a pour module 2 et pour argument $\dfrac{5\pi}{12}$

B. Le complexe $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ a pour module $\dfrac{1}{2}$ et pour argument $\dfrac{-5\pi}{12}$

C. Le complexe $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ a pour module 1 et pour argument $\dfrac{\pi}{12}$

D. Le complexe $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ a pour module 1 et pour argument $\dfrac{-\pi}{12}$

Question 14

On obtient alors :

A. $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

B. $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

C. $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

D. $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Question 15

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \left(\dfrac{1}{2}x + 1\right)^4$.

L'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 2 est :

A. $y = 16(x-2)$

B. $y = 8(x-1)$

C. $y = 8(x-2)$

D. $y = x-1$