☙ Techniciens supérieurs de l'aviation 2015 ❧
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE

MATHÉMATIQUES

Questions liées

1 à 3

4 à 9

10 à 11

On considère le nombre complexe $z = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$.

Question 1 :

A. Une forme exponentielle de z est $z = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$
B. Une forme exponentielle de z est $z = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{4\pi}{3}}$
C. Une forme exponentielle de z est $z = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{4\pi}{3}}$
D. Une forme exponentielle de z est $z = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$

Question 2 :

A. La forme algébrique z^{-1} est $z^{-1} = \dfrac{1}{4} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

B. La forme algébrique z^{-1} est $z^{-1} = -\dfrac{1}{4} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

C. La forme algébrique z^{-1} est $z^{-1} = \dfrac{1}{4} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

D. La forme algébrique z^{-1} est $z^{-1} = -\dfrac{1}{4} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Question 3 :

A. La forme algébrique de z^2 est $z^2 = -2 - 2\mathrm{i}\sqrt{3}$.
B. La forme algébrique de z^2 est $z^2 = 2 - 2\mathrm{i}\sqrt{3}$.
C. La forme algébrique de z^2 est $z^2 = -8$.
D. La forme algébrique de z^2 est $z^2 = 8$.

PARTIE II

Pour tout nombre entier naturel n , on définit le terme général de la suite (J_n) par l'intégrale suivante : $J_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{t^n}{1+t^2}\,\mathrm{d}t$.

Question 4 :

On établit que
A. $J_1 = \ln 2$.

B. $J_1 = 2\ln 2$.
C. $J_1 = \dfrac{\ln 2 - 1}{2}$.
D. $J_1 = \dfrac{\ln 2}{2}$.

Question 5 :

On démontre que
A. $J_n + J_{n+2} = \dfrac{2}{n+1}$.
B. $J_n + J_{n+2} = \dfrac{2}{n+2}$.
C. $J_n + J_{n+2} = \dfrac{1}{n+2}$.
D. $J_n + J_{n+2} = \dfrac{1}{n+1}$.

Question 6 :

On établit que
A. $J_3 = \dfrac{1 - \ln 2}{2}$.
B. $J_3 = \dfrac{4 - 3\ln 2}{6}$.
C. $J_3 = \dfrac{-1 + 2\ln 2}{4}$.
D. $J_3 = \dfrac{-1 + 6\ln 2}{12}$.

Question 7 :

On établit que
A. $\displaystyle\int_0^1 \dfrac{t + 2t^3 + 2t^5}{1 + t^2}\,\mathrm{d}t = \ln 2 + \dfrac{1}{2}$.
B. $\displaystyle\int_0^1 \dfrac{t + 2t^3 + 2t^5}{1 + t^2}\,\mathrm{d}t = \ln\left(2\sqrt{\mathrm{e}}\right)$.
C. $\displaystyle\int_0^1 \dfrac{t + 2t^3 + 2t^5}{1 + t^2}\,\mathrm{d}t = \ln\left(\sqrt{2\mathrm{e}}\right)$.
D. $\displaystyle\int_0^1 \dfrac{t + 2t^3 + 2t^5}{1 + t^2}\,\mathrm{d}t = \dfrac{\ln 2 + 1}{2}$.

Question 8 :

On démontre que la suite (J_n) est
A. convergente car elle est croissante majorée.
B. divergente car elle est croissante non majorée.
C. divergente car elle est décroissante non minorée.
D. convergente car elle est décroissante minorée.

Question 9 :

En utilisant l'un des résultats précédents, on démontre que
A. $\lim\limits_{n \to +\infty} J_n = 0$.
B. $\lim\limits_{n \to +\infty} J_n = +\infty$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty} J_n = -\infty$.
D. $\lim\limits_{n\to+\infty} J_n = 1$.

PARTIE III

Une population de grenouilles comptait 1 000 têtes en 2010, année de l'ouverture d'une nouvelle autoroute proche de leur lieu de vie.
On a remarqué que, d'une année sur l'autre, la moitié de la population des grenouilles décroissait de 40 % tandis que l'autre moitié augmentait de 100 éléments.
On appelle G_n le nombre de grenouilles l'année $2010 + n$.

Question 10 :

On démontre que
A. $G_{n+1} = 0,9 \times G_n + 100$.
B. $G_{n+1} = 0,8 \times G_n + 100$.
C. $G_{n+1} = 1,1 \times G_n + 100$.
D. $G_{n+1} = 1,6 \times G_n + 100$.

Question 11 :

À l'aide d'un raisonnement par récurrence, on démontre que
A. $G_n = 500 \times 1,6^n + 500$.
B. $G_n = 400 \times 1,1^n + 600$.
C. $G_n = 500 \times 0,8^n + 500$.
D. $G_n = 500 \times 0,9^n + 500$.

Question 12 :

On établit que
A. La population de grenouilles va s'éteindre.
B. La population de grenouilles ne va pas s'éteindre mais va décroître vers 600.
C. La population de grenouilles ne va pas s'éteindre mais va décroître vers 500.
D. La population de grenouilles va croître.

PARTIE IV

On donne les points de l'espace suivants :

$$\mathrm{A}(1\,;\,2\,;\,3), \mathrm{B}(-1\,;\,-2\,;\,5), \mathrm{C}(1\,;\,3\,;\,-2), \mathrm{D}(0\,;\,0\,;\,2)$$

Question 13 :

t étant un nombre réel, on démontre que

A. La droite (AB) a pour représentation paramétrique le système $\left\{\begin{array}{lcl} x &=& -2+t\\ y &=& -4+2t\\ z &=& 2+3t\end{array}\right.$

B. La droite (AB)a pour représentation paramétrique le système $\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 1-t\\ y &=& 2-2t\\ z &=& 3-t\end{array}\right.$

C. La droite (AB) a pour représentation paramétrique le système $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & 1-2t \\ y & = & 2-4t \\ z & = & 3+2t \end{array}\right.$

D. La droite (AB) a pour représentation paramétrique le système $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & -1+t \\ y & = & -2+2t \\ z & = & -1+3t \end{array}\right.$

Question 14 :

On démontre que
A. Le plan médiateur (P) du segment [AB] a pour équation cartésienne, $x+2y-z+3=0$.
B. Le plan médiateur (P) du segment [AB] a pour équation cartésienne, $-x-2y+z+4=0$.
C. Le plan médiateur (P) du segment [AB] a pour équation cartésienne, $x+2y+z+4=0$.
D. Le plan médiateur (P) du segment [AB] a pour équation cartésienne, $-x-2y+z+3=0$.

Question 15 :

On démontre que :
A. Le plan $\left(P'\right)$ perpendiculaire au plan (P) et contenant la droite (CD) a pour équation cartésienne, $5x-3y-z+2=0$.
B. Le plan $\left(P'\right)$ perpendiculaire au plan (P) et contenant la droite (CD) a pour équation cartésienne, $-5x+3y+z-2=0$.
C. Le plan $\left(P'\right)$ perpendiculaire au plan (P) et contenant la droite (CD) a pour équation cartésienne, $-\ x-3y+4z-2=0$.
D. Le plan $\left(P'\right)$ perpendiculaire au plan (P) et contenant la droite (CD) a pour équation cartésienne, $-\ x-3y+4z+2=0$.