Techniciens supérieurs de l'aviation 2016
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE

MATHÉMATIQUES

Notations

Les lettres $\mathbb{R}$ et $\mathbb{N}$ désignent respectivement les ensembles des réels et des entiers naturels.
La lettre e désigne la constante de Neper et l'application qui à x associe e^x désigne l'exponentielle de base e.
Le nombre i désigne le nombre complexe défini par $i^2 = -1$.

Question 1

Soient deux suites u et v vérifiant pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$0 \leqslant u_n \leqslant v_n \leqslant 2u_n$$

A. Si pour tout $n \in N,\ 0 < u_n \leqslant 1$, alors la suite v converge.
B. Si la suite u converge, alors la suite v converge.
C. Si pour tout $n \in N,\ \ 0 < u_n < 1$, alors la suite u converge.
D. Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$

Question 2

L'équation réduite de la tangente en -1 à la courbe représentative de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x^3+x^2}$ est :

A. $3x - 3y + 6 = 0$
B. $y = x + 2$
C. $y = x - 2$
D. $-2x + 2y + 4 = 0$

Question 3

La valeur moyenne M de la fonction $f : x \longmapsto x^3 + x^2 - x + 1$ sur $[-1\ ;\ 2]$ est :

A. $M = 3$
B. $M = 5$
C. $M = \dfrac{33}{4}$
D. $M = \dfrac{11}{4}$

Question 4

Une primitive de la fonction f définie par $f(x) = xe^{-x}$ est :

A. $F(x) = xe^{-x}$
B. $F(x) = -xe^{-x}$
C. $F(x) = (-x - 1 + 2e^{x})\,e^{-x}$

D. $F(x) = (-x+1)\mathrm{e}^{-x}$

Question 5

Soient f et g deux fonctions continues sur $I = [a\,;\,b]$.

A. Si pour tout réel x de I, on a $f(x) = g(x)$, alors $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$

B. Si $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$, alors pour tout réel x de I, on a $f(x) = g(x)$

C. Si pour tout réel x de I,, on a $f(x) \leqslant g(x)$, alors $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$

D. Si $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$, alors pour tout réel x de I, on a $f(x) \geqslant g(x)$

Question 6

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a < 0$ et $b^2 - 4ac > 0$.
Soit S l'aire de la surface sous l'arche parabolique, comprise entre la droite d'équation $y = 0$ et la courbe représentative de f.

A. S vaut le tiers de sa base multipliée par la hauteur de l'arche.
B. S vaut la moitié de sa base multipliée par la hauteur de l'arche.
C. S vaut les deux tiers de sa base multipliée par la hauteur de l'arche.
D. S vaut les trois quarts de sa base multipliée par la hauteur de l'arche.

Question 7

Soit $z = -\sqrt{3} + \mathrm{i}$.

B. z^{2013} est un imaginaire pur
B. z^{2014} est un imaginaire pur
C. z^{2015} est un réel
D. z^{2016} est un réel

Question 8

L'ensemble S des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\dfrac{z-8}{z-3} = z$

A. $S = \{2+2\mathrm{i}\}$
B. $S = \{2-2\mathrm{i}\}$
C. $S = \{2+2\mathrm{i}\,;\,-2+2\mathrm{i}\}$
D. $S = \varnothing$

Question 9

Soient A, B et O les points d'affixes respectives 1, i et 0.
L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z-1| = \left|\overline{z} + \mathrm{i}\right|$ est

A. la droite (AB)
B. la médiatrice du segment [AB]
C. le cercle de centre O et de rayon 1.
D. le cercle de diamètre [AB]

Question 10

Soient les points A(2 ; 0 ; 3) et B(−1 ; 2 ; 0), et la droite (D) de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 4+2u\\ y &=& 1-u\\ z &=& -2+u\end{array}\right., u \in \mathbb{R}$$

A. Les droites (AB) et (D) ne sont pas coplanaires
B. Les droites (AB) et (D) sont coplanaires
C. Les droites (AB) et (D) sont sécantes
D. Les droites (AB) et (D) sont parallèles

Question 11

SABDC est une pyramide de base carrée ABDC. Les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments [SA], [SB] et [BD], et O désigne Je centre du carré ABDC.

A. L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{\text{A}M} = t\overrightarrow{\text{IJ}}$, $t \in \mathbb{R}$ est la droite (AD)
B. L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{\text{J}M} = u\overrightarrow{\text{SD}}$, $u \in \mathbb{R}$ est la droite (JK)
C. L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{\text{B}M} = k\overrightarrow{\text{SA}}$, $k \in \mathbb{R}$ est la droite (BJ)
D. L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{\text{O}M} = x\overrightarrow{\text{SB}} + y\overrightarrow{\text{SC}}$, $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$ est le plan (ABC)

Question 12

A. Si deux droites de l'espace sont perpendiculaires à une même troisième, elles sont parallèles entre elles.
B. Si deux droites de l'espace sont parallèles à une même troisième, elles sont parallèles entre elles.
C. Si deux droites de l'espace sont parallèles, elles admettent une droite perpendiculaire à elles deux.
D. Si deux droites de l'espace sont parallèles à une même troisième, les trois droites sont coplanaires,

Question 13

Soit X une variable aléatoire qui prend des valeurs positives. On suppose que :

$$P(1 \leqslant X \leqslant 3) = \frac{3}{8}$$

Si X suit une loi uniforme sur $[0 ;\ N]$, alors on a :

A. $N = 5,3$
B. $N = 8$
C. $N = \dfrac{6}{8}$
D. $N = \dfrac{16}{3}$

Question 14

Soit X une variable aléatoire qui prend des valeurs positives. On suppose que :

$$P(1 \leqslant X \leqslant 3) = \frac{3}{8}$$

Si X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, alors :

A. $\lambda = -\ln 2$
B. λ prend deux valeurs dont la valeur $\ln 2$
C. $\lambda = \ln\left(\dfrac{\sqrt{13}+1}{4}\right)$
D. Il n'existe pas de tel λ.

Question 15

Soit X une variable aléatoire d'espérance 10 et de variance 8.
Si X suit une loi binomiale de paramètre n et p, alors :

A. $n = 20$ et $p = 0,5$
B. $n = 25$ et $p = 0,4$
C. $n = 40$ et $p = 0,25$
D. $n = 50$ et $p = 0,2$