Techniciens supérieurs de l'aviation 12 avril 2021

Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

PARTIE MATHÉMATIQUE

Toutes les questions sont indépendantes

Question 1

Pour $x \in [0\ ;\ 2\pi[$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $\cos(x) \leqslant -\cos(2x)$ est :

A. $S = \left[\dfrac{\pi}{3}\ ;\ 2\pi\right]$

B. $S = \left[\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \pi\right]$

C. $S = \left[\dfrac{\pi}{3}\ ;\ \dfrac{5\pi}{3}\right]$

D. $S = \left[\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{4\pi}{3}\right]$

Question 2

La solution de l'équation différentielle $15y' + 24y = 12$ avec $y\left(\dfrac{5}{4}\right) = 2$ est la fonction :

A. $f(x) = \dfrac{3}{2} \times \mathrm{e}^{-\frac{8}{5}x-2} - \dfrac{1}{2}$

B. $f(x) = \dfrac{3}{2} \times \mathrm{e}^{-\frac{8}{5}x-2} + \dfrac{1}{2}$

C. $f(x) = \dfrac{3}{2} \times \mathrm{e}^{-\frac{8}{5}x+2} - \dfrac{1}{2}$

D. $f(x) = \dfrac{3}{2} \times \mathrm{e}^{-\frac{8}{5}x-2} + \dfrac{1}{2}$

Question 3

Dans un repère orthonormé, nous considérons un hexagone régulier ABCDEF de centre O,

dont les côtés ont pour mesure de longueur 1. Le produit scalaire $\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CF}}$ est égal à :

A. $\sqrt{3}$

B. -3

C. $-\sqrt{3}$

D. $\dfrac{3}{2}$

Question 4

Une fonction g est définie sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0]$ par :

$$g(x) = \frac{\sqrt{x^2-2x}}{x-3}.$$

Soit $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

A. $\mathscr{C}_g$ admet une asymptote d'équation $y=-1$.
B. $\mathscr{C}_g$ n'admet pas d'asymptote.
C. $\mathscr{C}_g$ admet une asymptote d'équation $y=x$.
D. $\mathscr{C}_g$ admet une asymptote d'équation $y=1$.

Question 5

Soit la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels par :

$$f(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t.$$

La fonction f'', dérivée seconde de f sur l'ensemble des nombres réels, est définie par :

A. $f''(x) = \displaystyle\int_0^x -2t\mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$
B. $f''(x) = \displaystyle\int_0^x -2x\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x$
C. $f''(x) = -2x\mathrm{e}^{-x^2}$
D. $f''(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$

Question 6

On considère deux suites (u_n) et (u_n) définies sur l'ensemble des nombres entiers naturels :

A. Si $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et si $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ alors $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} (u_n+v_n) = 0$.
B. Si (u_n) converge vers un nombre réel non nul et si $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ alors la suite $(u_n \times v_n)$ ne converge pas vers une limite finie.
C. Si (u_n) converge vers un nombre réel non nul et si $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$, alors la suite $\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right)$ admet $+\infty$ ou $-\infty$ comme limite.
D. Si (u_n) et (u_n) convergent alors la suite $\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right)$ converge vers une limite finie.

Question 7

Dans un repère de l'espace, on considère les trois points : A$(1\ ;\ 2\ ;\ 3)$, B$(-1\ ;\ 5\ ;\ 4)$, C$(-1\ ;\ 0\ ;\ 4)$.
La droite parallèle à la droite (AB) passant par le point C a pour représentation paramétrique :

A. $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -t-1\\ y &=& \frac{3}{2}t\\ z &=& \frac{1}{2}t+4\end{array}\right.$, t étant un nombre réel.

B. $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -1\\ y &=& 4t\\ z &=& 7t+4\end{array}\right.$, t étant un nombre réel.

C. $\begin{cases} x = -1-2t \\ y = 5+3t \\ z = 4+t \end{cases}$, t étant un nombre réel.

D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3t \\ z = -t \end{cases}$, t étant un nombre réel.

Question 8

ABCDEFGH est un cube dont les faces ABCD et EFCH sont parallèles et de telle sorte que [AE] et[BF] soient deux arêtes avec E situé « au-dessus » de A.

M est le centre de la face ABFE et N est le centre de la face BCGF.

Les points I et J sont les milieux respectifs des arêtes [GH] et [FG].

Les droites (IJ) et (MN) sont :

A. perpendiculaires
B. orthogonales
C. sécantes, non perpendiculaires
D. parallèles.

Question 9

L'équation $e^{2x} - 3e^{x} - 4 = 0$ admet dans l'ensemble des nombres réels :

A. 0 solution
B. 1 solution
C. 2 solution
D. plus de 2 solutions

Question 10

Le plan est rapporté à un repère orthonormé.
Soient f et g les fonctions définies sur $[0~;~+\infty[$ respectivement par :

$$f(x) = e^{-x} \times \cos(4x) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{2}e^{-x}.$$

Les points communs aux deux courbes représentatives de ces deux fonctions ont pour abscisses :

A. $x = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2}$ ou $x = -\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2}$, k étant un entier naturel.
B. $x = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2}$ ou $x = -\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2}$, k étant un entier naturel non nul.
C. $x = \dfrac{\pi}{24} + \dfrac{k\pi}{2}$ ou $x = -\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2}$, k étant un entier naturel non nul.
D. $x = \dfrac{\pi}{24} + \dfrac{k\pi}{2}$ ou $x = -\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2}$, k étant un entier naturel.

Question 11

Un joueur lance une fois un dé cubique bien équilibré. Il gagne 10€ si le dé marque 1.

Il gagne 1 € si le dé marque 2 ou 4.

Il ne gagne rien dans les autres cas.

Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur.

La variance de X est;

A. 2
B. 12
C. 16
D. 17

Question 12 Suite télescopique

Soit n un entier naturel non nul.
La limite de l'expression $\sum_{k=1}^{n} \ln\left(1+\frac{1}{k}\right)$ lorsque n tend vers $+\infty$ est :

A. 0
B. $\ln 2$
C. $+\infty$
D. $-\ln 2$

Question 13 Suite doublement télescopique

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.
La limite de l'expression $\sum_{k=1}^{n} \ln\left(1-\frac{1}{k^2}\right)$ lorsque n tend vers $+\infty$ est :

A. 0
B. $\ln 2$
C. $+\infty$
D. $-\ln 2$

Question 14

On jette deux dés cubiques non pipés, l'un bleu et l'autre rouge.
Les faces de chacun des dés sont numérotées de 1 à 6.
On note a le nombre de la face apparente du dé bleu et b celui du dé rouge.
Sail E l'équation du second degré dans l'ensemble des nombres réels : $x^2 - 2ax + b^2 = 0$.
Identifier la ou les affirmation(s) vraie(s) parmi les suivantes :

A. La probabilité que E ait une racine double est $\frac{1}{6}$.
B. La probabilité que E n'ait aucune racine réelle est égale à la probabilité que E ait deux racines réelles distinctes.
C. Si E a deux racines réelles distinctes, la probabilité que l'une soit égale à 1 est $\frac{1}{3}$.
D. La probabilité que E ait une racine double paire est $\frac{1}{36}$.

Question 15

Une usine fabrique des vis de 2 cm de mesure de longueur.
On note X la variable aléatoire ayant pour valeurs les mesures de longueurs des vis possibles exprimée en cm, la probabilité p_i qu'une vis soit de longueur x_i.
On donne :

x_i	1,8	1,9	2	2,1	2,2
p_i	$\dfrac{1}{12}$	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{1}{12}$

A. Si nous prélevons au hasard et avec remise 6 vis, la probabilité d'avoir au moins une vis de mesure de longueur 1,8 cm est $\left(\dfrac{1}{12}\right)^6$.

B. Si nous prélevons au hasard et avec remise 6 vis, la probabilité d'avoir exactement deux vis de mesure de longueur 1,8 cm est $6 \times \dfrac{11^4}{12^6}$.

C. Si nous prélevons au hasard et avec remise 6 vis, la probabilité d'avoir au moins une vis de mesure de longueur supérieure ou égale à 1,9 cm est $1 - \left(\dfrac{11}{12}\right)^6$.

D. Si l'on prélève au hasard une vis, la probabilité qu'elle soit au moins de 2 cm est $\dfrac{3}{4}$.