∽ Techniciens supérieurs de l'aviation 2015 ∾
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

Questions liées

1–2–4–5
6 et 7
9 et 10
11 à 13
14 à 17
18 à 19
20 à 25

PARTIE 1

On considère la fonction polynôme Q définie pour tout nombre réel x par $Q(x) = -2x^3 + 3x^2 + 1$, et la fonction g définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$, par $g(x) = \dfrac{1-x}{1+x^3}$. On note C_g la courbe représentative de la fonction g.

Question 1 : en étudiant les variations de la fonction polynôme Q, on démontre que :

A. Le polynôme Q n'admet aucune racine réelle.
B. Le polynôme Q admet une unique racine réelle notée a appartenant à l'intervalle $]1\,;\,2[$.
C. Le polynôme Q admet uniquement deux racines réelles notées α et β appartenant respectivement aux intervalles $]1\,;\,2[$ et $]0\,;\,1[$.
D. Le polynôme Q admet uniquement trois racines réelles notées α , β et γ appartenant respectivement aux intervalles $]1\,;\,2[$, $]0\,;\,1[$ et $]-\infty\,;\,0[$.

Question 2 : on démontre que :

A. Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$, la fonction dérivée de la fonction g est $g'(x) = \dfrac{-Q(x)}{\left(1+x^3\right)^2}$.
B. Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$, la fonction dérivée de la fonction g est $g'(x) = \dfrac{Q(x)}{\left(1+x^3\right)^2}$.
C. La fonction g est croissante sur l'intervalle $]\alpha\,;\,+\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $]-1\,;\,\alpha[$.
D. La fonction g est croissante sur l'intervalle $]-1\,;\,\alpha[$ et décroissante sur l'intervalle $]\alpha\,;\,+\infty[$.

Question 3 : on établit que :

A. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$.
B. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0$.
C. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.
D. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

Question 4 : on établit que la courbe représentative C_g de la fonction g admet une tangente (Δ) au point d'abscisse 0 :

A. qui a pour équation : $y = -x + 1$.
B. qui a pour équation : $y = x + 1$.
C. qui a pour équation : $y = x - 1$.
D. qui a pour équation : $y = -x - 1$.

Question 5 : on démontre que la tangente (Δ) est :

A. Au-dessous de la courbe C_g sur l'intervalle $]-1\ ,\ 1[$.
B. Au-dessus de la courbe C_g sur l'intervalle $]-1\ ,\ 1[$.
C. Au-dessous de la courbe C_g sur l'intervalle $]-1\ ,\ 0[$ et au-dessus de la courbe C_g sur l'intervalle $]0\ ,\ 1[$.
D. Au-dessus de la courbe C_g sur l'intervalle $]-1\ ,\ 0[$ et au-dessous de la courbe C_g sur l'intervalle $]0\ ,\ 1[$.

Question 6 : en déterminant trois réels a, b et c tels que $g(x) = \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{bx+c}{x^2-x+1}$ on établit que

A. $g(x) = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$.
B. $g(x) = \dfrac{2}{x+1} + \dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$.
C. $g(x) = -\dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$.
D. $g(x) = \dfrac{3}{2} \times \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$.

Question 7 : la fonction g est une fonction continue sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$, donc elle est intégrable sur cet intervalle. Ainsi $G(x) = \displaystyle\int_0^x g(t)\,\mathrm{d}t$ est définie et on établit que :

A. $G(1) = 2\ln 2$.
B. $G(1) = \dfrac{2}{3}\ln 2$.
C. $G(1) = -\dfrac{2}{3}\ln 2$.
D. $G(1) = \dfrac{3}{2}\ln 2$.

PARTIE II

Soit f la fonction définie par l'expression suivante : $f(x) = (1-x)\sqrt{1-x^2}$.
On note C_f la courbe représentative de cette fonction.

Question 8 : on établit que :

A. La fonction f est définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.
B. La fonction f est définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 1]$.
C. La fonction f est définie sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ -1[$.
D. La fonction f est définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ 1[$.

Question 9 : on démontre que la fonction f :

A. n'est pas dérivable à gauche de 1.
B. est dérivable à droite de -1.
C. est dérivable à gauche de 1.
D. n'est pas dérivable à droite de -1.

Question 10 : on démontre que la courbe représentative C_f de cette fonction f :

A. admet, au point d'abscisse 1, une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
B. admet, au point d'abscisse -1, une tangente parallèle à l'axe des ordonnées.
C. admet, au point d'abscisse 1, une demi-tangente parallèle à l'axe des abscisses.
D. admet, au point d'abscisse -1, une demi-tangente parallèle à l'axe des ordonnées.

Question 11 : pour $x \in]-1\ ;\ 1[$, on établit que la fonction f admet pour dérivée :

A. $f'(x) = \dfrac{(x-1)(2x+1)}{2\sqrt{1-x^2}}$

B. $f'(x) = \dfrac{(x-1)(2x+1)}{\sqrt{1-x^2}}$
C. $f'(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$
D. $f'(x) = \dfrac{(x-1)(3x+2)}{2\sqrt{1-x^2}}$

Question 12 : à partir d'un tableau de variation, on démontre que la courbe représentative C_f admet au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$

A. un maximum qui vaut $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.
B. un minimum qui vaut $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.
C. un maximum qui vaut $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.
D. un minimum qui vaut $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Question 13 : on donne $\sqrt{3} \approx 1,7$. On démontre que l'équation $f(x) = 1$

A. n'admet pas de solution.
B. admet une solution et une seule.
C. admet au plus deux solutions.
D. admet au moins deux solutions.

PARTIE III

Dans un aéroport d'une petite ville européenne, une compagnie aérienne possède deux guichets d'enregistrement et, pour ces deux guichets, une unique file d'attente.
On appelleX_i la variable aléatoire de temps passé par chaque voyageur au guichet n° i , i pouvant être égal à 1 ou à 2.
Le temps est exprimé en minutes.
On suppose que les variables aléatoires X_1 et X_2 sont indépendantes, toutes les deux de même loi exponentielle de paramètre $1/5$.
On donne $\dfrac{1}{\text{e}} \approx 0,367$ où e désigne la constante de Néper.

A

Deux voyageurs arrivent simultanément aux deux guichets.

Question 14 : on calcule, au centième près :

A. $P(X \leqslant 5) \approx 0,37$.
B. $P(X \leqslant 5R) \approx 0,63$.
C. $P(X \leqslant 5) \approx 0,38$.
D. $P(X \leqslant 5) \approx 0,64$.

Question 15 : Soit l'évènement E_1 : « Les deux guichets se libèrent dans les cinq minutes ».
On calcule, au centième près :

A. $P(E_1) \approx 0,40$ car les deux évènements sont incompatibles.
B. $P(E_1) \approx 0,14$ car les deux évènements sont incompatibles.
C. $P(E_1) \approx 0,40$ car les deux évènements sont indépendants.
D. $P(E_1) \approx 0,14$ car les deux événements sont indépendants.

Question 16 : Soit l'évènement E_2 : « L'un des deux guichets se libère dans les cinq minutes ».

On calcule, au centième près :

A. $P(E_2) \approx 0,87$.
B. $P(E_2) \approx 0,47$.
C. $P(E_2) \approx 0,40$.
D. $P(E_2) \approx 0,14$.

B

Vous êtes le premier dans l'unique file d'attente.
Les deux guichets viennent d'être pris simultanément par les deux voyageurs précédents.
On appelle Z la variable aléatoire égale à votre temps d'attente, temps exprimé en minutes.

Question 17 : on calcule, au centième près :

A. $P(Z \leqslant 5) \approx 0,87$.
B. $P(Z \leqslant 5) \approx 0,14$.
C. $P(Z \leqslant 5) \approx 0,40$.
D. $P(Z \leqslant 5) \approx 0,48$.

Question 18 : Soit l'évènement E_3 : « Vous attendez plus de t minutes ». On montre que :

A. $P(Z \geqslant t) = \mathrm{e}^{-\frac{2}{5}t}$.
B. $P(Z \geqslant t) = 2 \times \mathrm{e}^{-\frac{2}{5}t}$.
C. $P(Z \geqslant t) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{2}{5}t}$.
D. $P(Z \geqslant t) = 1 - 2 \times \mathrm{e}^{-\frac{2}{5}t}$

Question 19 : l'espérance de votre temps d'attente est :

A. 12 secondes.
B. 5 minutes.
C. 24 secondes.
D. 2 minutes 30 secondes.

PARTIE IV

6 000 000 de rats vivent paisiblement dans une région et se répartissent de la manière suivante :
3 000 000 de rats des villes, 3 000 000 de rats des champs ; le nombre total de rats ne change pas.
Mais il est possible d'observer des mouvements de population entre les rats des villes et les rats des champs.
Ainsi, on remarque que tous les ans, 20 % des rats des champs deviennent des rats des villes, et 10 % des rats des villes deviennent des rats des champs.
On note, en millions, v_n le nombre de rats des villes et c_n le nombre de rats des champs en fin d'année n.

Question 20 : on démontre que :

A. $v_{n+1} = 0,9v_n + 0,1c_n$.
B. $v_{n+1} = 0,9v_n + 0,2c_n$.
C. $c_{n+1} = 0,1v_n + 0,8c_n$.
D. $c_{n+1} = 0,8v_n + 0,1c_n$.

Question 21 : sachant que $v_n + c_n = 6$, on peut en déduire que :

A. $v_{n+1} = 0,8v_n + 0,6$.
B. $v_{n+1} = 0,7v_n + 1,2$.

C. $c_{n+1} = 0,5c_n + 0,6$.
D. $c_{n+1} = 0,7c_n + 0,6$.

Question 22 : on note $x_n = v_n - 4$ et $y_n = c_n - 2$. On démontre que :

A. $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = 0,5$.
B. $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.
C. $\left(y_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = 0,5$.
D. $\left(y_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.

Question 23 : on déduit que :

A. $x_n = (0,7)^n$.
B. $x_n = -(0,7)^n$.
C. $y_n = (0,5)^n$.
D. $y_n = -(0,7)^n$.

Question 24 : on déduit que :

A. $v_n = 4 + 0,7^n$.
B. $v_n = 4 + 0,5^n$.
C. $c_n = 2 + 0,5^n$.
D. $c_n = 2 - 0,7^n$.

Question 25 : on démontre que :

A. Le nombre de rats des villes va tendre à disparaître.
B. Le nombre de rats des champs va tendre à disparaitre. **C.** Les nombres de rats des villes et de rats des champs vont tendre vers une stabilisation respective de $v = 4\,000\,000$ et $c = 2\,000\,000$.
D. Les nombres de rats des villes et de rats des champs vont tendre vers une stabilisation respective de $v = 2\,000\,000$ et $c = 4\,000\,000$.

Épreuve facultative : PARTIE MATHÉMATIQUES

Questions liées :

1 à 3
4 à 9
10 à 11

PARTIE I

On considère le nombre complexe $z = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$.

Question 1 :

A. Une forme exponentielle de z est $z = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$.
B. Une forme exponentielle de z est $z = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{4\pi}{3}}$.
C. Une forme exponentielle de z est $z = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{4\pi}{3}}$.
D. Une forme exponentielle de z est $z = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$.

Question 2 :

A. La forme algébrique de z^{-1} est $z^{-1} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}$.
B. La forme algébrique de z^{-1} est $z^{-1} = -\dfrac{1}{4} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}$.
C. forme algébrique de z^{-1} est $z^{-1} = \dfrac{1}{4} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}$.

D. La forme algébrique de z^{-1} est $z^{-1} = -\dfrac{1}{4} + \dfrac{\sqrt{3}}{4}\text{i}$.

Question 3 :

A. La forme algébrique de z^2 est $z^2 = -2 - 2\sqrt{3}\text{i}$.
B. La forme algébrique de z^2 est $z^2 = 2 - 2\sqrt{3}\text{i}$.
C. La forme algébrique de z^3 est $z^3 = -8$.
D. La forme algébrique de z^3 est $z^3 = 8$.

PARTIE II

Pour tout nombre entier naturel n, on définit le terme général de la suite (J_n) par l'intégrale suivante :
$J_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{t^n}{1+t^2}\,\text{d}t$.

Question 4 : on établit que
A. $J_1 = \ln 2$.
B. $J_1 = 2\ln 2$.
C. $J_1 = \dfrac{\ln 2 - 1}{2}$.
D. $J_1 = \dfrac{\ln 2}{2}$.

Question 5 : on démontre que

A. $J_n + J_{n+2} = \dfrac{2}{n+1}$
B. $J_n + J_{n+2} = \dfrac{2}{n+2}$
C. $J_n + J_{n+2} = \dfrac{1}{n+2}$
D. $J_n + J_{n+2} = \dfrac{1}{n+1}$

Question 6 : on établit que

A. $J_n = \dfrac{1 - \ln 2}{2}$.
B. $J_n = \dfrac{4 - 3\ln 2}{6}$.
C. $J_n = \dfrac{-1 + 2\ln 2}{4}$.
D. $J_n = \dfrac{-1 + 6\ln 2}{12}$.

Question 7 : on établit que

A. $\displaystyle\int_0^1 \frac{t + 2t^3 + 2t^5}{1+t^2}\,\text{d}t = \ln 2 + \frac{1}{2}$.
B. $\displaystyle\int_0^1 \frac{t + 2t^3 + 2t^5}{1+t^2}\,\text{d}t = \ln 2 + \frac{1}{2}$.
C. $\displaystyle\int_0^1 \frac{t + 2t^3 + 2t^5}{1+t^2}\,\text{d}t = \ln\left(\sqrt{2\text{e}}\right)$.
D. $\displaystyle\int_0^1 \frac{t + 2t^3 + 2t^5}{1+t^2}\,\text{d}t = \frac{\ln 2 + 1}{2}$.

Question 8 : on démontre que la suite (J_n) est

A. convergente car elle est croissante majorée.

B. divergente car elle est croissante non majorée.
C. divergente car elle est décroissante non minorée.
D. convergente car elle est décroissante minorée.

Question 9 : en utilisant l'un des résultats précédents, on démontre que

A. $\lim\limits_{n \to +\infty} J_n = 0$.
B. $\lim\limits_{n \to +\infty} J_n = +\infty$.
C. $\lim\limits_{n \to +\infty} J_n = -\infty$
D. $\lim\limits_{n \to +\infty} J_n = 1$

PARTIE III

Une population de grenouilles comptait 1 000 têtes en 2010, année de l'ouverture d'une nouvelle autoroute proche de leur lieu de vie.
On a remarqué que, d'une année sur l'autre, la moitié de la population des grenouilles décroissait de 40 % tandis que l'autre moitié augmentait de 100 éléments.
On appelle g_n le nombre de grenouilles l'année $2010 + n$.

Question 10 : on démontre que

A. $g_{n+1} = 0,9 \times g_n + 100$.
B. $g_{n+1} = 0,8 \times g_n + 100$.
C. $g_{n+1} = 1,1 \times g_n + 100$.
D. $g_{n+1} = 1,6 \times g_n + 100$.

Question 11 : à l'aide d'un raisonnement par récurrence, on démontre que

A. $g_n = 500 \times 1,6^n + 600$.
B. $g_n = 400 \times 1,1^n + 600$.
C. $g_n = 500 \times 0,8^n + 500$.
D. $g_n = 500 \times 0,9^n + 500$.

Question 12 : on établit que

A. La population de grenouilles va s'éteindre.
B. La population de grenouilles ne va pas s'éteindre mais va décroître vers 600.
C. La population de grenouilles ne va pas s'éteindre mais va décroître vers 500.
D. La population de grenouilles va croître.

PARTIE IV

On donne les points de l'espace suivants :

$$A(1\,;\,2\,;\,3), B(-1\,;\,-2\,;\,5), C(1\,;\,3\,;\,-2), D(0\,;\,0\,;\,2).$$

Question 13 : t étant un nombre réel, on démontre que

A. La droite (AB) a pour représentation paramétrique le système $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -2+t \\ y &=& -4+2t \\ z &=& 2+3t \end{array}\right.$

B. La droite (AB) a pour représentation paramétrique le système $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& 1-t \\ y &=& 2-2t \\ z &=& 3-t \end{array}\right.$

C. La droite (AB) a pour représentation paramétrique le système $\left\{\begin{array}{l c l} x & = & 1-2t \\ y & = & 2-4t \\ z & = & 3+2t \end{array}\right.$

D. La droite (AB) a pour représentation paramétrique le système $\left\{\begin{array}{l c r} x & = & -1+t \\ y & = & -2+2t \\ z & = & -1+3t \end{array}\right.$

Question 14 : on démontre que

A. Le plan médiateur (P) du segment (AB] a pour équation cartésienne, $x+2y-z+3=0$.
B. Le plan médiateur (P) du segment [AB] a pour équation cartésienne, $-x-2y+z+4=0$.
C. Le plan médiateur (P) du segment [AB] a pour équation cartésienne, $x+2y+z+4=0$.
D. Le plan médiateur (P) du segment [AB] a pour équation cartésienne, $-x-2y+z+3=0$.

Question 15 : on démontre que

A. Le plan (P') perpendiculaire au plan (P) et contenant la droite (CD) a pour équation cartésienne, $5x-3y-z+2=0$.
B. Le plan (P') perpendiculaire au plan (P) et contenant la droite (CD) a pour équation cartésienne $-5x+3y+z-2=0$.
C. Le plan (P') perpendiculaire au plan (P) et contenant la droite (CD) a pour équation cartésienne, $-x-3y+4z-2=0$.
D. Le plan (P') perpendiculaire au plan (P) et contenant la droite (CD) a pour équation cartésienne, $-x-3y+4z+2=0$.