



ResCo: Résolution Collaborative de Problème : l'entrepôt

Atelier-TP

Dimanche 21 octobre 2018 à 8h30

**Journées Nationales de l'APMEP à Bordeaux
« Les racines du vingt »**

Groupe ResCo de l'IREM de Montpellier

Sébastien DURAND - Julien LAVOLE



L'entrepôt

Une entreprise a plusieurs usines qui doivent être approvisionnées chaque semaine.

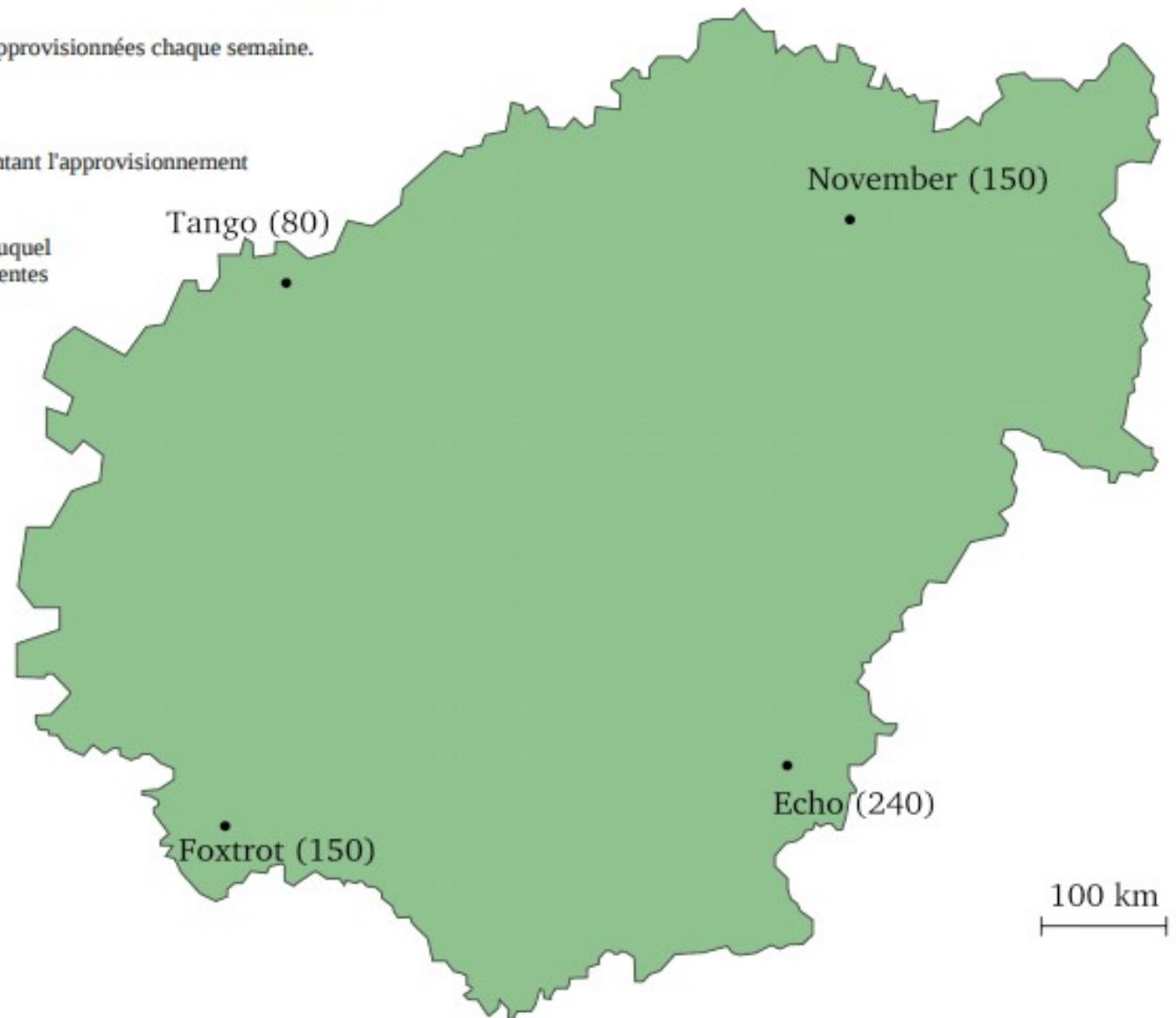
La carte ci-contre indique :

- les positions des différentes usines,
- le nom donné aux usines,
- le nombre d'unités de marchandise représentant l'approvisionnement dont chaque usine a besoin par semaine.

L'entreprise souhaite installer un entrepôt à partir duquel elle réalisera les approvisionnements vers les différentes usines en camion.

La capacité maximale de chargement du camion est de 120 unités de marchandise.

L'entreprise souhaite que l'entrepôt soit positionné de la façon la plus économique possible. Pouvez-vous l'aider à décider où installer cet entrepôt ?



Questionnement :

- Qu'est-ce qui différencie cet énoncé des énoncés de mathématiques que vous connaissez?
- Quelles compétences les élèves doivent-ils mettre en œuvre pour répondre à cet énoncé ?
- Quelles difficultés peuvent rencontrer des élèves face à ce type d'énoncé ?
- Dégager les caractéristiques propres à cet énoncé.

Le processus de modélisation dans ResCo :

« La mathématisation horizontale qui part du monde de la vie pour arriver au monde des symboles et la mathématisation verticale qui se déplace à l'intérieur de ce monde des symboles. ». (Treffers 1978)

Mathématisation horizontale :

L'élève va développer des compétences :

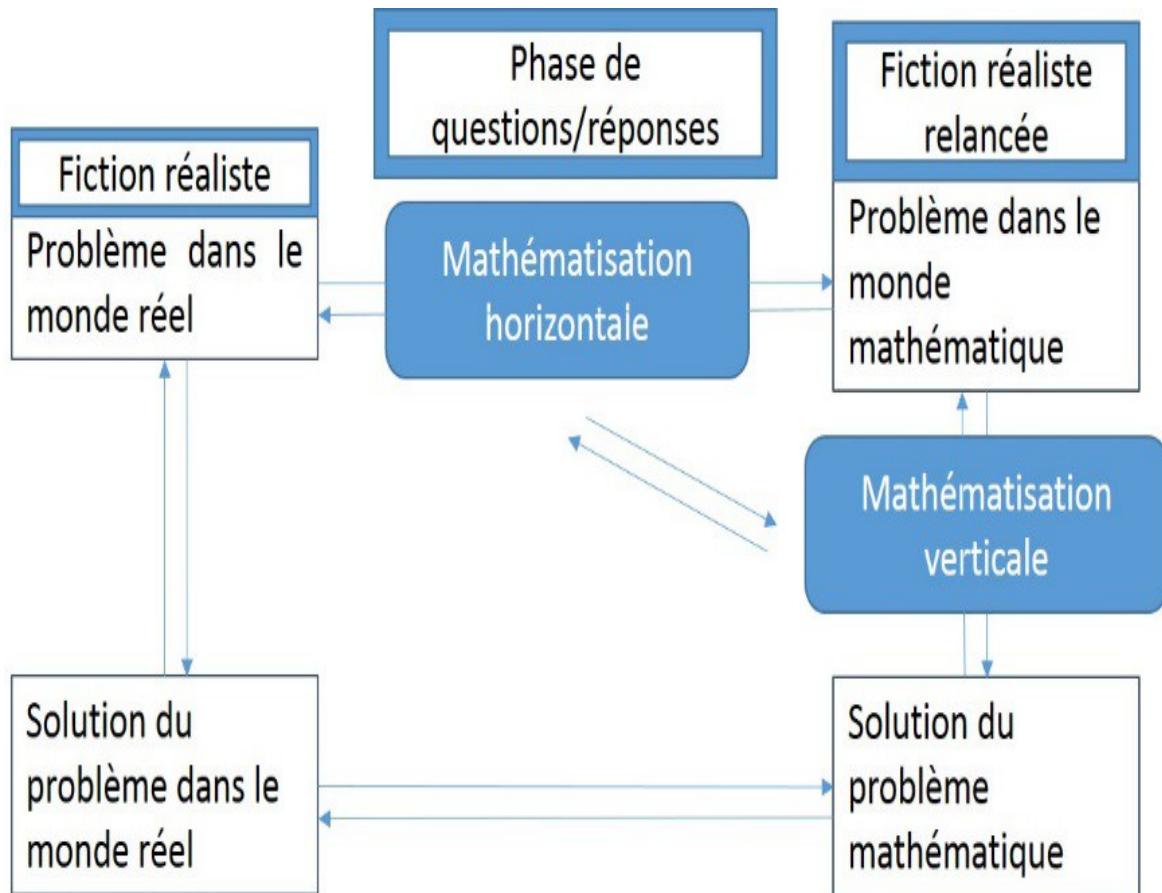
- pour sélectionner un fragment de réalité.
- pour identifier et choisir des grandeurs pertinentes au vu de la question posée.
- pour mettre en relation ces grandeurs pour élaborer un modèle mathématique.

Mathématisation verticale :

L'élève va développer des compétences :

- pour résoudre les questions mathématiques à l'intérieur de modèle mathématique.

Cycle de modélisation dans le dispositif ResCo (Yvain, 2016)



En particulier :

- pour interpréter les résultats obtenus dans la situation réelle.
- pour valider la solution.

La fiction réaliste (RAY B., 2013)

- Une situation a priori non mathématique.
- Un contexte fictif mais réaliste.
- La nécessité d'une phase de modélisation pour une prise en charge efficace de la situation.
- La phase de modélisation peut renvoyer à plusieurs modèles mathématiques selon les choix qui sont faits.

Caractéristiques ajoutées par l'équipe ResCo depuis 2017 :

- La fiction réaliste est conçue comme une transposition d'une problématique de modélisation issue des pratiques scientifiques professionnelles.
- Les variables didactiques (Brousseau, 1998) de la fiction réaliste

Favoriser un travail de mathématisation horizontale

 Une phase de questions-réponses entre pairs

Vivre la phase de questions-réponses entre pairs :

- En vu de résoudre la fiction réaliste, écrire les questions que vous vous posez à destination d'un autre groupe :
 - individuellement.
 - en groupe.
- Echangez vos questions et rédigez les réponses aux questions reçues.

Classification théorique des questions/réponses

Trois grandes familles de questions :

- Questions montrant la nécessité de modéliser la situation proposée.
- Questions montrant la nécessité de faire des choix à propos des grandeurs.
- Questions portant sur des éléments de contexte.

Les réponses associées montrent :

- la nécessité de modéliser la situation proposée.
- la nécessité de faire des choix.
- des choix ou hypothèses faits par les élèves.
- l'analyse par les élèves de la pertinence de la question reçue au regard de la question posée dans le problème.
- un travail mathématique par les élèves pour répondre à la question reçue.

Exemples de questions d'élèves lors de la session ResCo 2017/2018

montrant la nécessité de modéliser la situation proposée	montrant la nécessité de faire des choix à propos des grandeurs	portant sur des éléments de contexte.
Est-il possible de fournir les usines au-delà de leur demande ?	Que signifie le plus économique : économiser de l'essence ou économiser de l'argent ?	Quel est le type de route entre l'entrepôt et chaque usine ?
Est-ce que le camion a le droit d'apporter la marchandise à deux usines à la suite sans revenir à l'entrepôt ?	Est-ce qu'on veut que le camion fasse le moins de kilomètres possibles ?	Quel est le type de marchandise ?
Peut-on utiliser la symétrie centrale ou la symétrie axiale ?	La distance sur la carte est elle importante, l'échelle ?	Dans quel pays ou ville se trouvent les différentes usines ?
L'entrepôt doit-il être placé plus près de ceux qui ont besoin de plus de marchandises ?	Est-ce que le nombre de marchandises demandé par les usines doit-être exact ?	Quelles sont les contraintes géographiques ?

Exemples de réponses d'élèves lors de la session ResCo 2017/2018

montrant un choix autour de la modélisation la situation proposée	montrant la nécessité d'identifier des grandeurs pertinentes	montrant des choix sur la prise en compte d'éléments de contexte
<p><i>Faut-il planifier le parcours du camion ?</i> Il faut planifier le parcours des camions pour l'optimisation de l'organisation. Il faut trouver le parcours qui consomme le moins de carburant.</p>	<p><i>Quels sont les types de route qu'il faut prendre ?</i> Les plus rapides !</p>	<p><i>Y-a-t-il des emplacements où il n'est pas possible de placer cet entrepôt ? (montagne, lac ...)</i> Pour nous on a choisi de dire non. Mais c'est vrai qu'on se demande ce qui arrive quand il y a un lac.</p>
<p><i>Ne faudrait-il pas mettre l'entrepôt sur le lieu d'une usine pour économiser au moins un voyage ?</i> Ça pourrait être une solution mais les autres trajets vont être plus long donc ce n'est pas plus économique.</p>	<p><i>Y a-t-il une limite d'allers-retours?</i> Un camion ne peut pas parcourir plus de 800 km par jour.</p>	<p><i>Combien de km peut faire un camion avec un plein d'essence et où se trouvent les stations service ?</i> Il peut faire 2000km et les stations-services sont à chaque 500km.</p>
<p><i>Faut-il que l'entrepôt soit positionné à égale distance des 4 usines ou plus proche de celles qui ont besoin le plus d'unités ?</i> Plus proche de celles qui ont besoin de plus d'unités. Si Echo a besoin de 240 unités, il faut placer l'entrepôt plus près de lui pour faire le trajet plus vite car il faut 2 camions par semaine. Il faut aussi 2 camions pour November et Foxtrot qui ont besoin de 150 unités.</p>	<p><i>Que veut dire le plus économique ?</i> Il faut payer le moins cher, on devra prendre en compte la consommation de carburant, les distances parcourues, ...</p>	<p><i>Combien d'essence le camion consomme-t-il ?</i> Pour un poids lourd la capacité moyenne des réservoirs est de 990 litres (1 200 litres maximum). Selon le chargement la consommation va de 30l/100km au 50l/100km.</p>

Exemples de réponses d'élèves lors de la session ResCo 2017/2018

montrant l'analyse par les élèves de la pertinence de la question reçue au regard de la question posée dans le problème	montrant un travail mathématique par les élèves pour répondre à la question reçue.
<p><i>Est-ce qu'il y a des stations-service ?</i> Sûrement car ce sont de longs trajets mais on ne prend pas en compte cette information car rien n'est dit sur le sujet.</p>	<p><i>Est-ce que l'entrepôt doit être à égale distance des usines ?</i> C'est impossible car le quadrilatère formé par les 4 usines n'est pas un rectangle.</p>
<p><i>Quelle est la taille de l'entrepôt ?</i> On ne sait pas mais cela importe peu.</p>	<p><i>En reliant toutes les usines entre elles, comment appelez-vous ce polygone ?</i> Un quadrilatère qui peut être un losange.</p>
<p><i>Y-a-t-il plusieurs camions ?</i> Non, on peut lire « du camion ».</p>	<p><i>Quelle distance y-a-t-il entre Tango et Echo ?</i> La distance entre Tango et Echo est 568 km à vol d'oiseau (10,8 x 100 / 1,9).</p>
<p><i>Est-ce qu'il y a beaucoup de radars ?</i> Cela nous aidera-t-il à positionner l'entrepôt ?</p>	<p><i>Peut-on utiliser la symétrie centrale ?</i> Bonne idée, les 4 usines forment un losange avec un centre de symétrie, nous sommes en 4ème, nous n'avons pas pensé à la symétrie centrale.</p>

La fiction relancée 2018 :

IREM de Montpellier – 2017-2018
Résolution Collaborative de Problèmes

Simon Modeste
simon.modeste@umontpellier.fr

L'entrepôt - Relance

Félicitations !

Vous avez été plus de 60 classes à vous pencher sur le problème « L'entrepôt ». Je suis très content de voir que vous vous êtes engagés à fond dans notre problème ! Vous vous êtes tous posé beaucoup de questions très pertinentes, et vous avez proposé des réponses variées et très intéressantes permettant d'avancer dans la résolution du problème.

On voit que différentes pistes de travail sont envisageables pour traiter mathématiquement le problème. Pour continuer à chercher ensemble le même problème, nous devons faire des choix communs.

Comment interpréter « de la façon la plus économique possible » ?

On pourrait prendre en compte l'existence de péages, le prix de l'essence, les coûts de chargement/déchargement, d'entretien, de stockage, de l'installation de l'entrepôt.

Ne disposant pas de toutes ces informations et le coût dépendant principalement de la distance parcourue par le camion, nous faisons le choix de nous intéresser à la position de l'entrepôt qui permettra de minimiser la distance totale parcourue par le camion pour approvisionner toutes les usines.

Comment estimer cette distance?

On pourrait prendre en compte la nature des routes, le relief et les virages.

Ne disposant pas de toutes ces informations, on suppose que les distances sont celles que l'on peut obtenir à vol d'oiseau.

Quelques précisions :

Dans ce choix de modèle proposé :

- On ne tient pas compte des limitations de vitesse et les embouteillages.
- Il n'y a qu'un seul camion mais on ne connaît pas le nombre de chauffeurs. Aucun autre mode de transport de marchandises n'est possible.
- Le camion ne peut pas être en surcharge et ne peut transporter que 120 unités de marchandise au maximum. On suppose qu'il peut ne pas être complètement chargé et qu'il peut livrer plusieurs usines (dans une tournée).
- Une usine peut être livrée en plusieurs fois et peut stocker un peu de marchandises d'avance, d'une semaine à l'autre.

Le problème commun sur lequel vous allez tous « travailler » est donc celui de trouver où positionner l'entrepôt afin de minimiser la distance parcourue par le camion en effectuant tous les approvisionnements demandés par les usines.

J'attends avec impatience de lire vos recherches !

Simon Modeste

L'entrepôt – Relance

fiche enseignant

Pourquoi une fiction réaliste relancée ?

Prenant en compte les échanges de questions-réponses des élèves (accessibles sur le forum) et l'analyse préalable des choix de mathématisation possibles, la relance élaborée par les membres du groupe fixe des choix en les motivant et vise à orienter la recherche, d'après les productions des participants, vers un problème mathématique commun à l'ensemble des classes engagées.

Elle permet d'explicitier les choix faits parmi ceux envisagés par les élèves lors de la phase des questions-réponses. A l'issue de la relance, les élèves sont amenés à chercher un même problème mathématique, issu des choix de mathématisation fixés par l'équipe ResCo.

Cette relance est pensée pour être introduite après avoir pris le temps avec les élèves de prendre connaissance des réponses à leurs questions que les autres classes leur ont déposés sur le forum.

Ils prennent ainsi conscience qu'il est nécessaire de faire des choix de modélisation et que plusieurs choix sont possibles. La relance vient alors fixer des choix pour poursuivre la résolution collaborative. Certains choix faits par les autres groupes et/ou par ResCo peuvent déstabiliser vos élèves, il convient de les accompagner en prenant le temps d'en débattre : plusieurs choix sont possibles, il n'y a pas de bons ou de mauvais choix mais une nécessité de faire des choix communs pour poursuivre la collaboration.

Selon le temps passé à étudier les réponses, la relance peut être présentée lors de la 3ème ou de la 4ème séance. L'enseignant peut en profiter pour institutionnaliser cette nécessité de faire des choix dans une activité de modélisation.

Quelques éléments relatifs à la fiction de « L'entrepôt »

La fiction relancée doit rester un texte court pour que toutes les classes puissent se l'approprier. C'est pourquoi nous ajoutons quelques informations à destination des enseignants, issues de notre lecture des questions-réponses entre les classes.

Dans la relance, nous n'avons pas répondu à toutes les questions sur le contexte. Si les réponses des autres classes n'ont pas permis d'avancer, vous pouvez apporter des explications aux élèves sur l'interprétation du contexte ou la compréhension du texte (par exemple : que signifient les nombres entre parenthèses ? Pourquoi toutes les usines n'ont pas besoin du même approvisionnement? Pourquoi un approvisionnement à la semaine ?). La notion d'unité de marchandise a semblé difficile pour certains élèves, elle peut s'apparenter à une palette de marchandise par exemple.

Lors de la phase de relance, il faudra aussi bien accompagner les choix proposés : « nous faisons le choix de nous intéresser à la position de l'entrepôt qui permettra de minimiser la distance totale parcourue par le camion pour approvisionner toutes les usines » et « on suppose que les distances sont celles que l'on peut obtenir à vol d'oiseau ».

Par exemple :

- Un spécialiste en logistique des transports nous a communiqué cette information : en moyenne, la distance réellement parcourue est supérieure de 15% à la distance la plus courte dite « à vol d'oiseau ».
- Pour minimiser les coûts de ce type de déplacements, les professionnels s'appuient généralement en priorité sur le temps de parcours. Néanmoins, minimiser le temps serait complexe et commence par le positionnement de l'entrepôt. Ainsi, nous faisons le choix de nous intéresser aux distances plutôt qu'au temps.
- Nous laissons libre le choix du nombre de chauffeurs. Ce choix n'intervient pas dans la modélisation mais on peut en tenir compte lors de la validation des solutions obtenues. Pour information, selon la Réglementation Sociale Européenne :
 - La distance moyenne parcourue par un chauffeur est de 2500 km par semaine.
 - Un chauffeur de marchandise peut rouler jusqu'à 9h par jour avec une pause de 45 minutes (sans compter le temps de charge/ décharge des marchandises estimé à 3h par jour).
 - Le temps de travail d'un chauffeur est de 90h maximum réparties sur deux semaines.

Après avoir pris connaissance de la relance, il peut être utile de redistribuer aux élèves la fiction réaliste pour avoir une carte vierge.

Si les élèves veulent faire des choix supplémentaires dans le modèle proposé afin de résoudre le problème, vous pouvez les accompagner, en leur demandant d'explicitier ces choix.

Bonne poursuite !

La fiction réaliste relancée :

- Basée sur les productions lors de la phase de questions-réponses.
 - Ses objectifs :
 - montrer la nécessité de faire des choix.
 - fixer des choix de mathématisation de certains éléments du problème initial pour permettre de poursuivre une résolution collaborative.
- Collaboration enseignant-chercheur-groupe IREM-Enseignants-Elèves.

Exemples de résolution d'élèves

P2 solution entrepot position intermédiaire entre position centrale et echo

	Echo	November	Foxtrot	Tango		Echo	November	Foxtrot	Tango		Echo	November	Foxtrot	Tango					
besoin hebdomadaires minimum	240	150	150	80		240	150	150	80		240	150	150	80					
camion= 120 um																			
	aller	t= trajet aller				aller	t= trajet aller				aller	t= trajet aller							
	retour	retour	km	reste unité		retour	retour	km	reste unité		retour	retour	km	reste unité					
entrepot-echo	130	2	2	520	0	0	entrepot-e	130	2	2	520	0	0	entrepot-e	130	2	2	520	0
entrepot-nov	360	2	2	1440	90	90	entrepot-n	360	1	1	720	60	60	entrepot-n	360	1	1	720	30
entrepot-foxt	360	2	2	1440	90	90	entrepot-fo	360	1	1	720	60	60	entrepot-fo	360	1	1	720	30
entrepot-tango	400	1	1	800	40	40	entrepot-ta	400	1	1	800	80	80	entrepot-ta	400	0	0	0	0
total km semaine 1				4200 km		total km semaine 2					2760 km			total km semaine 3					1960 km

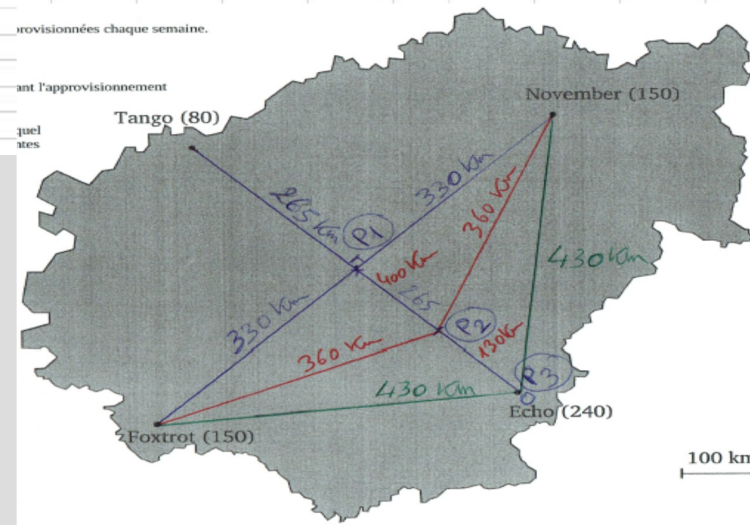
	Echo	November	Foxtrot	Tango		Echo	November	Foxtrot	Tango		Echo	November	Foxtrot	Tango					
besoin hebdomadaires minimum	240	150	150	80		240	150	150	80		240	150	150	80					
camion= 120 um																			
	aller	t= trajet aller				aller	t= trajet aller				aller	t= trajet aller							
	retour	retour	km	reste unité		retour	retour	km	reste unité		retour	retour	km	reste unité					
0 entrepot-echo	130	2	2	520	0	0	entrepot-e	130	2	2	520	0	0	entrepot-e	130	2	2	520	0
30 entrepot-nov	360	1	1	720	0	0	entrepot-n	360	2	2	1440	90	90	entrepot-n	360	1	1	720	60
30 entrepot-foxt	360	1	1	720	0	0	entrepot-fo	360	2	2	1440	90	90	entrepot-fo	360	1	1	720	60
0 entrepot-tango	400	1	1	800	40	40	entrepot-ta	400	1	1	800	80	80	entrepot-ta	400	0	0	0	0
total km semaine 4				2760 km		total km semaine 5					4200 km			total km semaine 6					1960 km

TOTAL 17840 km

sur 6 semaines

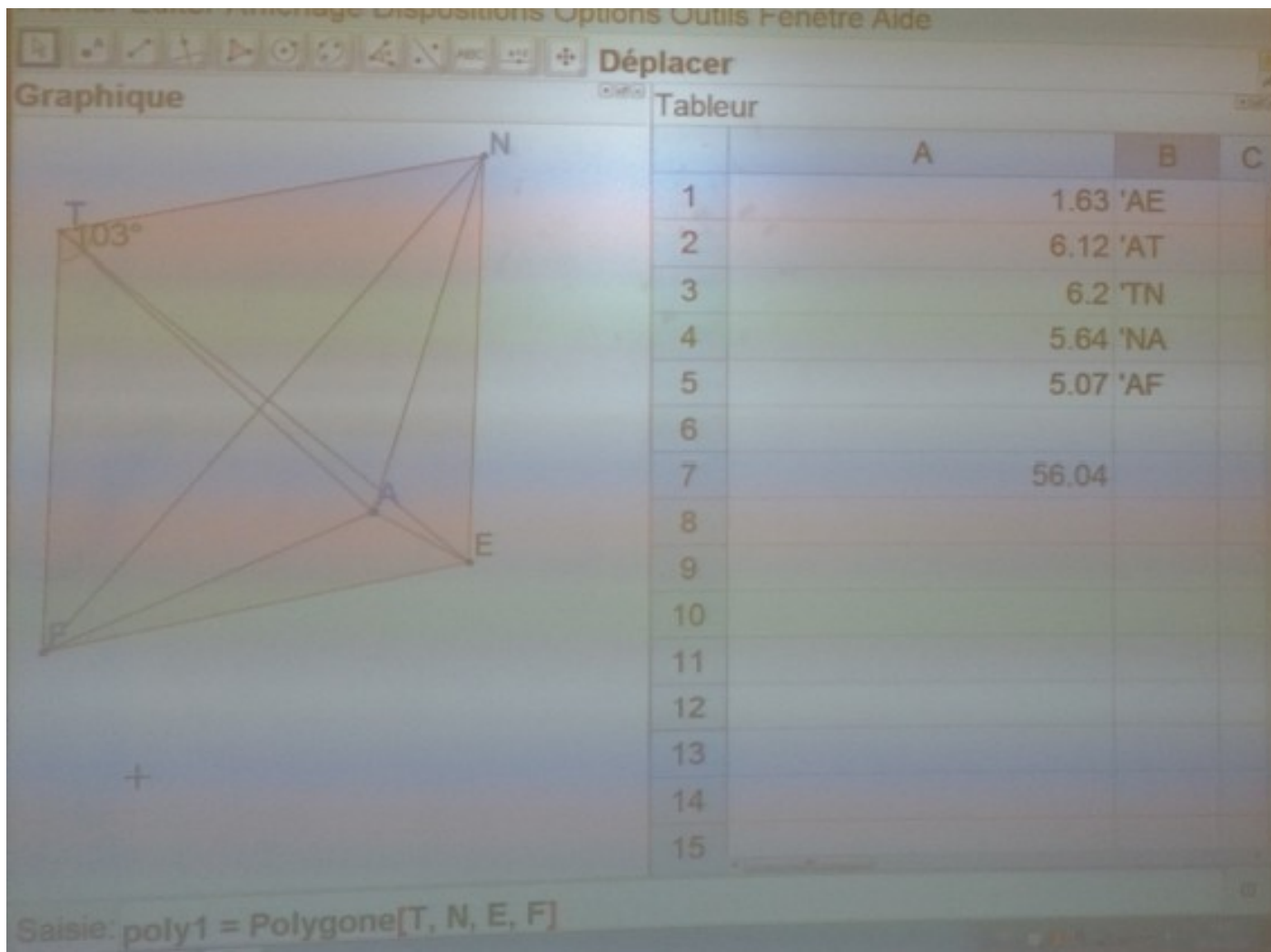
La position P2 semble être la position de l'entrepôt qui est la plus économique

P2 tango	400 km
P2 nov	360 km
P2 echo	130 km
P2 foxtrot	360 km



Le choix fait par les élèves est que le camion fait des allers-retours entre l'entrepôt et les usines.

Les élèves ont considéré que les usines stockent les unités de marchandises supplémentaires.



$$T = AE \times 4 + AT + NT - NA \times 3 + AF \times 4$$

$$T = \underset{(120)}{A \rightarrow E} + \underset{(120)}{A \rightarrow E} + \underset{(60)}{A \rightarrow T} + \underset{(40)}{T \rightarrow N} + \underset{(110)}{A \rightarrow N} + \underset{(75)}{A \rightarrow F} + \underset{(75)}{A \rightarrow F} + A$$

En utilisant Géogebra distance minimale

56,04 sur la carte

$$1,9 \text{ cm} \rightarrow 100 \text{ km}$$

$$56,04 \text{ cm} \rightarrow 2949,47 \text{ km}$$

GROUPE BÉLINDA - COLINE - CHLOÉ

Au début, nous avons cherché la meilleure place de l'entrepôt en calculant la longueur du trajet à parcourir. On a convenu que l'entrepôt serait placé sur Echo.

On aurait donc : A vol d'oiseau :

I- Entreprise sur Echo

1	Echo-Echo = 0 km
2	E-F = 944 km
3	E-F-T = 1522 km
4	2 * E-N = 1868 km

Somme : 4334 km

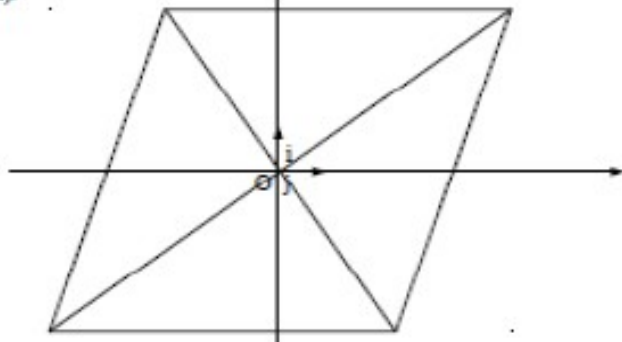
La distance totale à parcourir, sachant que l'entreprise est située à côté de Echo serait de 4334km.

II-Entreprise au milieu des diagonales formées par le parallélogramme de toutes les usines

1	En-F= 733km
2	2 * En-N= 1466km
3	F-T= 934km
4	En-N= 934km
5	T-En= 294km
6	2 * En-E= 2352km
7	1/2 * En-F= 366km

III - Autre tentative, face à nos résultats non concluants, qui ne nous permettaient de trouver qu'une place approximative :

Nous avons remarqué que chaque usine correspond à un sommet d'un parallélogramme. Nous avons décidé de créer un algorithme afin de trouver l'emplacement idéal de l'entrepôt. Dans cet algorithme, nous voulons rentrer les coordonnées en km de chaque usine, grâce à un repère O,I,J ayant pour origine le point formé par l'intersection des diagonales du parallélogramme (en leur milieu).



Milieu des diagonales du parallélogramme (origine du repère) : I(0 ; 0)

Tango : T(-206 ; 206)

November : N(261 ; 261)

Echo : E(206 ; -206)

Foxtrot : F(-261 ; -261)

Le nombre d'unités de marchandises nécessaires au total : 620

Le nb d'unités par camion : 120, Soit $620/120 = 6$ camions.

Tango 80

November 150

Foxtrot 150

Echo 240

Un algorithme

-demander à l'utilisateur : rentrer les coordonnées de l'entrepôt

-définir le nombre d'unités de marchandise pour chaque usine

Dans notre algorithme, nous allons entrer les coordonnées de chaque entreprise :

T=(-206,206)

N=(261,261)

Ec=(206,-206)

F=(-261,-261)

```
from math import*
```

```
T=(-206,206)
```

```
N=(261,261)
```

```
Ec=(206,-206)
```

```
F=(-261,-261)
```

```
def d(point1,point2):
```

```
(xA,yA)= point1
```

```
(xB,yB)= point2
```

```
X=(xB-xA)*(xB-xA)
```

```
Y=(yB-yA)*(yB-yA)
```

```
d=sqrt(X+Y)
```

```
return(d)
```

```
def trajet(X):
```

```
A= d(X,F)+d(F,T)+d(T,X)
```

```
B= d(X,F)+d(F,X)
```

```
C=(d(X, Ec)+d(Ec, X))2
```

```
D= (d(X, N)+d(N, X))2
```

```
S= A+B+C+D
```

```
return(S)
```

```
absX=int(input("saisir l'abscisse de l'entrepot"))
```

```
ordX=int(input("saisir l'ordonnee de l'entrepot"))
```

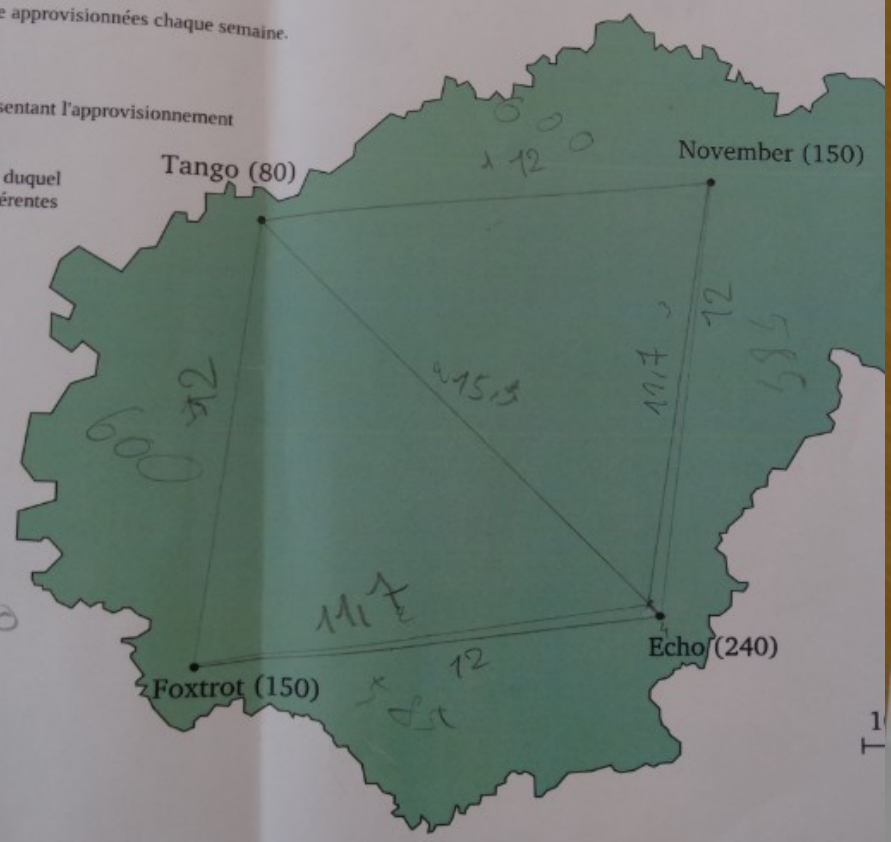
```
X=(absX,ordX)
```

```
resultat=trajet(X)
```

```
print("le nombre de km total parcouru est:",resultat)
```

Voici le test avec quelques valeurs : finalement, si on veut mettre l'entrepôt sur une des entreprises, c'est sur Echo qu'on fait le moins de km. En cherchant avec d'autres valeurs, on trouve qu'en plaçant l'entrepôt à un point de coordonnées (125,-125), le nombre de km est réduit. Après, pour obtenir un résultat exact sans chercher pendant des années, il aurait fallu créer un algorithme avec la boucle "while", qui se répète jusqu'à avoir trouvé la valeur la plus petite...

nes qui doivent être approvisionnées chaque semaine.
 rentes usines,
 nes,
 marchandise représentant l'approvisionnement
 esoin par semaine.
 un entrepôt à partir duquel
 ements vers les différentes
 ement du camion
 se.
 epôt soit
 onomique
 décider où



2370

L'entrepôt

① L'emplacement de l'entrepôt est à 0,3 km de Echo.

Le camion passe par november 3x puis il passe à tango 1x qui retourne à l'entrepôt est qui retourne à tango de tango à foxtrot puis de l'entrepôt (12) est echo (14)

② Planification des trajets

- le camion fait 4 aller/retours à echo
- le camion fait 2 aller/retours à november
- le camion 1 aller/retours à tango
- le camion 2 aller/retours à foxtrot.

③ Mesures et calculs des distances

- la distance entre l'entrepôt et november est de 585 km
- // // // november et tango est de 600 km ^{795 km}
- // // // l'entrepôt et tango est de ~~3745~~
- // // // tango et foxtrot est de 600 km
- // // // l'entrepôt et foxtrot est de 585 km
- // // // l'entrepôt et echo est de ~~588~~ km

calcul de la distance totale :

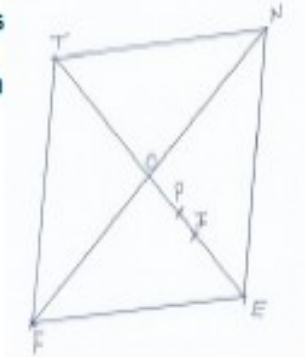
la distance est de 3743.

L'entrepôt

Lundi 9 avril : recherches des 6ème 5

Comme les distances sont à vol d'oiseau, nous avons choisi de travailler avec le schéma ci-contre et nous avons décidé que l'entrepôt devait se trouver sur un des segments tracés.

Le point O est le milieu de [TE] et [FN].
 Le point I est le milieu de [OE].
 Le point P appartient à [OE] avec $PE = 2 \times OP$.



On a remarqué que TNEF est un losange.

On a remarqué que pour livrer les usines, il faut une ou deux livraisons minimum car le camion ne peut livrer que 120 unités:

- Pour Tango (80), 1 livraison
- Pour November (150), 2 livraisons
- Pour Foxtrot (150), 2 livraisons
- Pour Echo (240), 2 livraisons.

Chaque groupe a décidé de placer l'entrepôt sur un point de la carte et a calculé le nombre de kilomètres parcourus par le camion et l'ordre de livraison des usines (schémas dans feuilles suivantes) avec les unités de marchandises.

Voici les résultats trouvés :

Groupe	Entrepôt	Kms parcourus
Lina	I	Calculs non aboutis
Kelly	E	3050 km
Jeanne	N	3150 km
Soren	P	4250 km
Paul	F	4450 km
Maël	O	3340 km

On a comparé nos résultats, mais on s'est aperçus que les distances entre deux usines étaient différentes d'un groupe à l'autre et que des outils de trajets avaient été faits par certains groupes !

Groupe de Kelly

E ⇒ 240
 ↓ = 400 km
 N ⇒ 120
 ↓ = 400 km
 T ⇒ 30
 ↓ = 690 km
 E
 ↓ = 400 km
 F ⇒ 120
 ↓ = 400 km
 E
 ↓ = 400 km
 F ⇒ 30
 ↓ = 400 km
 T ⇒ 80

Total : 3050 km

Groupe de Paul

groupe Paul
 F
 ↓
 E ⇒ 120 (80 km)
 ↓
 F
 ↓
 E ⇒ 120 (80 km)
 ↓
 F
 ↓
 N ⇒ 120 (100 km) (4450 km)
 ↓
 F
 ↓
 N ⇒ 30 (60 km)
 ↓
 T ⇒ 80 (40 km)
 ↓
 F ⇒ 120

Groupe de Jeanne

Calculs
 + 400
 + 400
 + 400
 + 650
 + 650
 + 650
 = 3750

Groupe de Maël

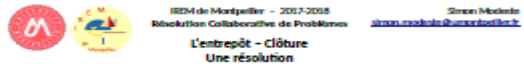
Maël
 ↓ 265 km
 E ⇒ 120
 ↓ 265 km
 O
 ↓ 265 km
 E ⇒ 120
 ↓ 265 km
 T ⇒ 80
 ↓ 425 km
 F ⇒ 10
 ↓ 265 km
 ↓ 265 km
 ↓ 265 km
 F ⇒ 110
 ↓ 265 km
 O
 ↓ 265 km
 N ⇒ 120
 ↓ 265 km
 ↓ 265 km
 N ⇒ 30
 Total : 2340 km

La clôture du dispositif ResCo

Intérêts :

- Accompagner les enseignants et les élèves pour conclure le dispositif en leur fournissant des documents utiles.
- Récapituler l'ensemble des procédures de modélisation mises en œuvre par les élèves.
- Récapituler l'ensemble des savoirs mathématiques mis en œuvre par les élèves.
- Proposer des prolongements possibles au dispositif.

Des résolutions possibles de L'entrepôt



Nous proposons ici une (ou plusieurs) résolution(s) possible(s) du problème de l'entrepôt. Ce texte s'adresse directement aux enseignants pour les accompagner dans l'organisation de la clôture dans leur classe de la session de résolution collaborative de problèmes.

1. Le problème vu à la modélisation
Le problème proposé à l'issue de la fiction relève de la suivante :

Où positionner l'entrepôt afin de minimiser la distance parcourue par le camion en effectuant tous les approvisionnements demandés par les usines ?

On peut imaginer deux façons de livrer les usines depuis l'entrepôt :
Livraison directe : un camion part livrer une usine et revient directement à l'entrepôt.
Livraison en tournée : un camion part livrer une ou plusieurs usines avant de retourner à l'entrepôt.

2. Livraisons directes, le problème mathématique associé
Le problème se reformule ainsi. Il faut effectuer un certain nombre de livraisons directes chaque semaine à chaque usine depuis l'entrepôt.

Un cas simplifié : une seule livraison par usine par semaine.

Supposons, dans un premier temps un cas où il faut livrer chaque usine une seule fois. Le problème mathématique est celui du point de Fermat : étant donné n points $\{A_i\}_{1 \leq i \leq n}$ dans le plan, on appelle point de Fermat un point P qui minimise la somme des distances $\sum_{i=1}^n PA_i$.

Note : il n'y a pas unicité du point de Fermat (voir le cas de deux points).
Note : Le point de Fermat n'est pas avec l'isobarycentre des points. Le barycentre est un point qui annule une somme de vecteurs et le point de Fermat une somme de longueurs.

Comment trouver le point de Fermat dans notre cas ? Déterminer un point de Fermat n'est pas toujours simple. Dans le cas de trois points, il existe une construction géométrique qui est accessible au collège voire ailleurs en fin de documents). Pour 4 points, il existe des méthodes mais les choses restent complexes (voir références).

On peut aussi utiliser un logiciel de géométrie dynamique comme Géogebra. En faisant la carte en usage de fond, on peut placer les points correspondants aux usines (appeler-les T, N, E et F) et un point mobile M qui représente la position de l'entrepôt. On peut afficher le « coût » associé à la position de l'entrepôt en calculant la somme des distances $MT + MN + ME + MF$. En déplaçant le point M, on peut chercher quelle est la (ou une) position qui minimise cette somme.

Note : Pour avoir le coût exact, il faudrait prendre en compte l'échelle et prendre en compte chaque distance deux fois (aller-retour) : minimiser $2MT + 2MN + 2ME + 2MF$ revient au même et le point déterminé ne change pas.

Avec un traceur (image ci-dessus) ou avec un outil de calcul scientifique ou formel, on peut trouver que le minimum est atteint pour x proche de 110 km. La valeur de la fonction à ce minimum est d'environ 2205 km. Ce qui donne 4320 km à parcourir si l'on prend en compte les aller-retours.

Note : Ce résultat est très proche du résultat obtenu de manière expérimentale juste avant.
Et pourquoi ne pas prendre pour poids le nombre d'unités de marchandise nécessaire ?

On pourrait avoir envie de prendre pour poids des points T, E, E et N les valeurs en nombre de marchandise à livrer chaque semaine ou les quantités de ces nombres par les capacités d'un camion. Cela aurait du sens si l'on livrait avec des camions dont le coût est proportionnel à la quantité chargée ou des camions qui livrent tous une unité de marchandise. Ce n'est pas le cas ici, mais résoudre ce version du problème donnerait un éclairage sur la solution optimale avec une livraison directe. Cela donne en quelque sorte une « solution moyenne », qu'on peut mettre en lien avec la section 5 plus loin.

3. Livraisons en tournée, le problème mathématique associé
Une autre possibilité pour organiser les livraisons est de livrer en tournée. On peut penser qu'il est intéressant de faire une tournée lorsque l'on visite d'une un camion partiellement plein sur un trajet où que deux usines sont assez proches. Ici, la situation pose à vouloir livrer ensemble Tango et November, compte tenu du fait qu'à elles deux les usines nécessitent un peu moins de deux camions (230 unités).
On peut par exemple étudier le cas suivant : 1 livraison directe à Foxtrot, 2 livraisons directes à Echo, une livraison directe à November et une tournée Echo → November → Tango → Entrepôt. Cela permet bien d'apporter toutes les marchandises nécessaires hebdomadairement à chaque usine.

Si l'on nomme toujours M le point représentant l'entrepôt, il s'agit de chercher la position de M qui minimise $4ME + 4ME + 2MN + MN + NT + MT$ autrement dit $4ME + 4ME + 2MN + NT + MT$.

Note : Ici, comme tous les trajets ne sont pas des aller-retours, il faut faire attention au fait qu'il n'est pas possible de simplement prendre en compte l'aller pour trouver la position de l'entrepôt.

Note : NT étant fixe, la position optimale de M (pour cette distribution précisément) ne dépend pas de la distance NT. Elle entre cependant en compte dans le coût de la solution, ce qui est important pour comparer avec les autres solutions trouvées pour d'autres distributions.



Retour au cas de plusieurs livraisons pour certaines usines
La solution précédente n'est pas satisfaisante car nous avons mis de côté le fait que certaines usines ont besoin de plus d'une livraison par semaine. Si l'on reste en livraison directe, il faut envisager pour chaque usine le nombre de livraisons minimal qui couvre les besoins hebdomadaires.

Cela donne les nombres de livraisons suivants : Tango (1), November (2), Echo (2) et Foxtrot (2). Il s'agit alors de minimiser la somme des distances aux usines pondérées par le nombre de livraisons de chacune. On pourrait appeler cela problème du point de Fermat pondéré : étant donné n points $\{A_i\}_{1 \leq i \leq n}$ dans le plan et des réels positifs $\{h_i\}_{1 \leq i \leq n}$, on appelle point de Fermat pondéré un point P qui minimise la somme des distances pondérées $\sum_{i=1}^n h_i PA_i$.

Note : Le point de Fermat pondéré n'est pas le barycentre de la famille de points $\{(A_i, h_i)/1 \leq i \leq n\}$.
Note : rechercher le point de Fermat pondéré est un problème au moins aussi complexe que celui du point de Fermat. Il n'y a pas de méthode mathématique directe pour le déterminer simplement.

Dans notre cas, il est possible de résoudre le problème avec Géogebra (comme fait précédemment). La somme à minimiser est $MT + 2MN + 2ME + 2ME$ avec M un point mobile (ou le double si l'on compte les aller-retours).

De cette façon, on trouve une position pour le point M qui est celle ci :



On trouve alors que les livraisons hebdomadaires demandées de parcourir environ 4350 km en camion. L'entrepôt qui minimise la somme des distances se situe à environ 200 km de Echo en direction de Tango.

Il faut ensuite voir comment peuvent être organisés les livraisons sur la semaine (et si il faut envisager ou non plusieurs chauffeurs).

Une autre méthode dans cette situation : minimum d'une fonction

Une idée pour chercher la position du point M qui minimise la somme de distance choisie pourrait être de le placer dans un repère et d'étudier la valeur de la fonction de coût en fonction de la position de M donnée par ses coordonnées (x, y) . Cela donnerait une fonction à deux variables dont on pourrait essayer de déterminer un minimum.

On peut à nouveau travailler avec Géogebra et chercher la position d'un point mobile M qui minimise le coût de cette livraison avec tournée. On obtient la position ci-dessus pour M, avec un parcours de 4160 km (ce qui est mieux que ce que nous avons obtenu avec des livraisons directes).

4. Retour sur la livraison directe : si l'on regarde sur plusieurs semaines...

On peut décider, comme proposé dans la fiction reformulée, d'avoir un certain stockage sur le site d'une usine. Cela permet d'envisager des livraisons par camions pleins certaines semaines, même s'il manque moins de 120 unités de marchandise à l'usine. Ainsi, on peut prendre de l'avance sur les livraisons de la semaine suivante et faire des économies. On peut aussi envisager d'organiser les livraisons non pas à la semaine mais par rapport à un besoin à plus long terme (15 jours, 1 mois, plusieurs mois, etc.).

Organisation sur deux semaines

Si l'on pense l'organisation des livraisons sur une période de quatre semaines, il faut livrer à chaque usine : Tango (320), November (900), Foxtrot (600) et Echo (900). On peut faire ce choix en se disant que les 30 unités qu'il faut livrer en plus d'un camion plein chaque semaine à Foxtrot et November peuvent être livrées en un camion plein une fois toutes les quatre semaines.

On choisit d'envisager des livraisons directes, c'est-à-dire que, pendant les quatre semaines, il faut faire les nombres de livraisons suivants : Tango (3), November (3), Foxtrot (3) et Echo (3).

On peut à nouveau utiliser les méthodes de résolution vues précédemment. On trouve que la meilleure position pour l'entrepôt est celle ci-dessous, où l'entrepôt est à 75 km de Echo et la distance parcourue en camion est d'environ 12 637 km pour quatre semaines, soit 3159 km chaque semaine.

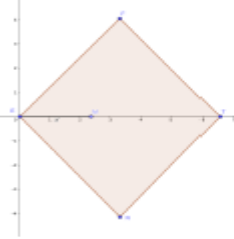


Cette solution est meilleure que celles précédemment trouvées. En pratique, il faudrait livrer Tango 1 fois les 3 premières semaines et ne pas la livrer la quatrième, et livrer Foxtrot et November 30 fois sur quatre semaines, soit par exemple 3 fois une semaine et 2 fois la suivante.

Note : Le point G est le barycentre des points T, N, E, F pondérés par la quantité de marchandise à livrer chaque semaine. On voit qu'il est assez éloigné de M ici. Depuis G, une livraison directe organisée de

Nous allons adapter cette idée en nous appuyant sur la symétrie du problème proposé. En effet, si l'on considère que TNES est un losange (qu'à la rigueur de toutes petites approximations), et comme les points associés à F et N sont les mêmes, on peut chercher la position de M qui minimise le coût sur le segment [TE]. (Note : cela semble assez raisonnable, mais nécessite une argumentation assez fine pour le justifier précisément).

Choisissons un repère orthonormal direct adapté à la résolution de notre problème, c'est-à-dire avec le face des abscisses orientée selon le vecteur \vec{ET} , comme ici.

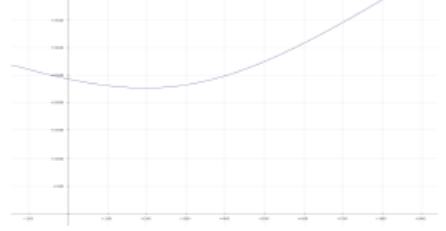


On pose x la distance EM.
On peut exprimer les coordonnées de points dans ce repère : $E(0,0)$, $T(x_T,0)$, $F(x_F,y_F)$, $N(x_N,-y_N)$.
On peut alors exprimer $2MT + 4MN + 4ME + 4MF$ en fonction de x et des coordonnées de E, F, T et N.
On obtient une fonction, qu'on nomme d :
$$d(x) = 2x + (x_T - x) + 4\sqrt{(x_F - x)^2 + y_F^2}$$

qu'on peut simplifier :
$$d(x) = x + x_T + 4\sqrt{(x_F - x)^2 + y_F^2}$$

Il s'agit maintenant de chercher un minimum à cette fonction.
On peut déterminer les valeurs des constantes mises en jeu (coordonnées des sommets du losange). En tenant compte de l'échelle, on a $x_T = 576$ km, $x_F = 288$ km et $y_F = 361$ km.

La fonction à étudier est donc : $d(x) = 2x + (576 - x) + 4\sqrt{(288 - x)^2 + 361^2}$.



manière identique sur 4 semaines nécessiterait un parcours d'environ 3250 km.

Organisation sur 12 semaines

Dans la solution précédente, on ne livre pas toujours des camions pleins à Tango (320 unités en 3 livraisons). Pour aller plus loin dans l'optimisation sur plusieurs semaines, on peut chercher à trouver la période pour laquelle chaque usine aura besoin d'un nombre exact de camions pleins.

On trouve que ce sera 12 semaines. Les livraisons, en nombre de camions pleins, sont alors : Tango (6), November (15), Foxtrot (15) et Echo (24). Cela permet de trouver une position de l'entrepôt qui minimise la distance parcourue à environ 36 900 km sur 12 semaines, soit 3075 km par semaine. Cela est encore mieux qu'aux solutions précédentes. L'entrepôt doit alors être placé ainsi :



L'entrepôt est situé à environ 65 km de Echo, ce qui n'est pas très différent de la solution précédente. C'est surtout l'économie de certaines livraisons qui semble faire la différence ici.

5. Retour à la situation réelle

Le travail réalisé à l'intérieur du modèle fait par la réforme peut maintenant être mis en perspective avec le problème initial posé dans la fiction reformulée. La solution de livraisons reformulées (livraisons directes ou tournées, sur une, quatre ou douze semaines) peut être quantifiée par rapport à un référentiel pratique (routes, chauffeurs, organisation de la gestion des stocks, etc.). Une fois une solution reformulée, on peut s'appuyer qu'on cherche un terrain adapté à l'entrepôt dans un certain rayon autour de la solution trouvée mathématiquement.

Compte-tenu de la faible distance entre la position suggérée de l'entrepôt et Echo dans les solutions, il est légitime de se demander si l'entrepôt ne pourrait pas être fait sur le site Echo (cela pourrait être avantageux sur certains aspects pour l'entrepôt).

Si l'on évalue la distance à parcourir en plaçant l'entrepôt en Echo, on trouve environ : 4322 km pour la solution en tournée, 3191 km pour la solution sur 4 semaines et 3095 km pour celle sur 12 semaines. La différence de coût est suffisamment faible pour se poser la question.

Une résolution d'un groupe d'élèves analysée

Résolution proposée par Marvin, Esteban et Amine en 2CAPMAV

Ce document est une analyse des compétences (notées sur la gauche du document) et des points du programme de CAP (notés sur la droite du document) mis en œuvre durant la résolution collaborative du problème de l'entrepôt.

Analyser/Raisonner :
Émettre une conjecture, une hypothèse.
Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.

S'approprier :
Extraire l'information.

Réaliser :
Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental.

Communiquer :
Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Valider :
Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse.
Critiquer un résultat, argumenter.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.

Communiquer :
Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Analyser/Raisonner :
Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.

1. Planification des trajets

Les élèves ont fait le choix de considérer qu'on pouvait fournir aux usines une quantité d'unités de marchandises supérieure à l'approvisionnement dont elles ont besoin chaque semaine. Ils ont donc considéré que les usines pouvaient stocker des unités de marchandises.

Ensuite, ils ont pris en compte les unités de marchandises nécessaires pour chaque usine par semaine.

Puis, pour la première semaine, ils ont planifié les trajets nécessaires et les quantités de marchandises à fournir aux usines de la façon suivante :

- le camion fait un aller-retour de l'entrepôt à November et fournit à l'usine 120 unités de marchandises.

- le camion part avec 120 unités de marchandises, va à November où il dépose les 30 unités de marchandises manquantes, puis va à Tango où il dépose 90 unités de marchandises. Ainsi, Tango va stocker 10 unités de marchandises.

- le camion fait deux allers-retours de l'entrepôt à Fostrot et fournit à l'usine 120 unités de marchandises à chaque aller-retour. Ainsi, Fostrot va stocker 90 unités de marchandises.

- le camion fait deux allers-retours de l'entrepôt à Echo et fournit à l'usine 120 unités de marchandises à chaque aller-retour.

Ce choix de planification implique que pour les deuxième, troisième et quatrième semaines, le camion n'aura besoin de faire qu'un seul aller-retour entre l'entrepôt et Fostrot comme l'explique le tableau ci-dessous :

	Quantité de marchandises en stock au début de semaine	Quantité de marchandises reçues	Quantité de marchandises disponibles	Quantité de marchandises utilisées	Quantité de marchandises en stock en fin de semaine
1ère semaine	0	240	240	150	90
2ème semaine	90	120	210	150	60
3ème semaine	60	120	180	150	30
4ème semaine	30	120	150	150	0

Par contre, les élèves ont fait le choix que leur étude porterait sur 4 semaines ce qui n'implique aucune influence de la quantité de marchandises stockées à l'usine Tango. Pour que ce choix ait une influence, les élèves auraient dû faire une étude sur 9 semaines.

Opérations sur les nombres en écriture décimale / Calcul mental :
Effectuer soit mentalement soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations :
- addition,
- soustraction.

Communiquer :
Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Analyser/Raisonner :
Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.

Valider :
Critiquer un résultat, argumenter.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution.

S'approprier :
Rechercher, extraire et organiser l'information.

Valider :
Critiquer un résultat, argumenter.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution.

Valider :
Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution.

Communiquer :
Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution.

Communiquer :
Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution.

Communiquer :
Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Réaliser :
Exécuter une méthode de résolution.

Communiquer :
Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

2. Positionnement de l'entrepôt

Les élèves ont procédé par tâtonnement en testant l'emplacement de l'entrepôt à différents endroits. D'abord, ils ont positionné l'entrepôt à l'intersection des diagonales du losange. Puis, ils l'ont positionné à l'usine Echo. Enfin, ils ont fait des essais de positionnement entre les deux positions testées mais la complexité de leur planification de trajet les a finalement fait revenir sur le choix de positionner l'entrepôt à l'usine Echo. Ils ont justifié ce choix par le fait qu'il s'agit de l'usine qui a le plus grand besoin en unités de marchandises.

Symétrie centrale.
Symétrie orthogonale.
Axe de symétrie.
Centre de symétrie.
Polygones usuels :
Identifier dans une figure donnée :
- un losange
- un parallélogramme.

3. Mesures et calculs de la distance totale

Dans un premier temps, les élèves ont tracé les différents trajets effectués par le camion et ont mesuré leurs distances sur la carte, avec une règle graduée.

Echo - November : 12 cm

Echo - Fostrot : 12 cm

Echo - Tango : 15 cm

November - Tango : 12 cm

Ainsi, ils ont constaté que les quatre usines formaient un losange car les distances entre les usines sont égales.

Dans un second temps, ils ont calculé la distance totale parcourue par le camion pour la première semaine en effectuant le calcul suivant :

$$8 \times 12 + 15 = 111 \text{ cm}$$

Unité de longueur :
Déterminer la longueur d'un segment en utilisant une règle graduée.

Segment

Polygones usuels :
Identifier dans une figure donnée :
- un losange.

Opérations sur les nombres en écriture décimale / Calcul mental :
Effectuer soit mentalement soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations :
- addition, multiplication.

Unité de longueur :
Déterminer la longueur d'un segment en utilisant une règle graduée.

Suites de nombres Proportionnelles :
Traiter des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles.

Ensuite, ils ont mesuré la longueur de l'échelle proposée (2,7cm). Lors de la seconde séquence de l'année scolaire, les élèves ont étudié la proportionnalité et ont (re)appris que les échelles sur les cartes correspondaient à une situation de proportionnalité. Ainsi, ils ont décidé d'utiliser la technique du produit de proportionnalité afin de calculer la distance totale réelle : $111 \times 100 = 2,7 = 4111 \text{ km}$. Le résultat est arrondi à l'unité.

Ils ont conclu ce calcul en notant « La distance totale parcourue par le camion durant la première semaine est de 4111 km ».

Dans un troisième temps, ils ont calculé la distance totale parcourue par le camion pour les deuxième, troisième et quatrième semaines, en effectuant le calcul suivant : $6 \times 12 + 15 = 87 \text{ cm}$.

Opérations sur les nombres en écriture décimale / Calcul mental :
Effectuer soit mentalement soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations :
- addition, multiplication.

Suites de nombres Proportionnelles :
Traiter des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles.

Toujours en utilisant la technique du produit de proportionnalité, ils ont calculé la distance totale réelle : $87 \times 100 = 2,7 = 3222 \text{ km}$. Le résultat est arrondi à l'unité.

Ils ont conclu ce calcul en notant « La distance totale parcourue par le camion durant les deuxième, troisième et quatrième semaines est

de 3222 km ».

Dans un quatrième temps, les élèves ont calculé la somme des distances parcourues par le camion durant quatre semaines : $4111 + 3 \times 3222 = 13777 \text{ km}$.

Opérations sur les nombres en écriture décimale / Calcul mental :
Effectuer soit mentalement soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations :
- addition, multiplication.

Ils ont conclu ce calcul en notant « La distance totale parcourue par le camion durant quatre semaines est de 13777 km ».

Dans un dernier temps, les élèves ont calculé la distance moyenne par semaine parcourue par le camion : $13777 \div 4 = 3444,25 \text{ km}$. Ils ont conclu ce calcul et la session ResCo 2018 en notant « La distance moyenne par semaine parcourue par le camion est de 3444,25 km ».

Statistiques :
Calcul de la moyenne.

Les points du programme abordés durant le dispositif

Points du programme de Cycle 4 mis en jeu lors de «L'entrepôt»

Thèmes	Connaissances	Compétences associées
Thème A - Nombres et calculs	Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes	
	Utiliser diverses représentations d'un même nombre	Nombres décimaux.
	Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels.	Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire.
	Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée.	
	Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.	
	Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient).	
	Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.	
	Utiliser le calcul littéral	
	Mettre un problème en équation en vue de sa résolution.	
	Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.	
Thème B - Organisation et gestion de données, fonctions	Interpréter, représenter et traiter des données	
	Recueillir des données, les organiser.	
	Résoudre des problèmes de proportionnalité	
	Reconnaître une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité.	
	Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle.	

Thème C - Grandeurs et mesures	Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées	
	Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités.	
	Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.	» Notion de grandeur produit et de grandeur quotient.

Thème D - Espace et géométrie	Représenter l'espace	
	(Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal.	» Abscisse, ordonnée, altitude. » Latitude, longitude.
	Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	
	Coder une figure.	
	Comprendre l'effet [...] d'une symétrie (axiale, centrale) [...] sur une figure.	
	Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture.	» Médiatrice d'un segment. » Parallélogramme : propriétés relatives aux côtés et aux diagonales.

Points du programme de CAP abordables lors de «L'entrepôt»

Unités communes	Domaine de connaissances	Capacités
Calcul numérique	Opérations sur les nombres en écriture décimale. Calcul mental.	Effectuer soit mentalement, soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations : - addition. - soustraction. - multiplication. Déterminer rapidement un ordre de grandeur.
	Proportionnalité	Suites de nombres proportionnelles Fonction linéaire
Géométrie plane	Segment	Construire un segment de même longueur qu'un segment donné.
	Angle	Déterminer une mesure d'un angle donné.
	Médiatrice d'un segment	Construire à la règle et au compas la médiatrice d'un segment donné.
	Symétrie centrale Symétrie orthogonale	Identifier dans une figure donnée : - la perpendicularité de deux droites, - le parallélisme de deux droites.
	Axe de symétrie	Identifier dans une figure donnée une droite comme axe de symétrie.
	Centre de symétrie	Identifier dans une figure donnée un point comme centre de symétrie.
	Polygones usuels	Identifier dans une figure donnée : - un losange, - un parallélogramme.
Unités de longueur Unités d'aire	- Convertir, en utilisant les unités du système métrique, des longueurs. - Déterminer la longueur d'un segment en utilisant une règle graduée.	

Points du programme de Seconde BAC Pro mis en oeuvre lors de «L'entrepôt»

Domaines	Capacités	Connaissances
Information chiffrée, proportionnalité	Reconnaître que deux suites de nombres sont proportionnelles. Résoudre un problème dans une situation de proportionnalité clairement identifiée. Utiliser les TIC pour traiter des problèmes de proportionnalité.	Proportionnalité : - ecclésiastes ;
Résolution d'un problème du premier degré	Dans des situations issues de la géométrie, d'autres disciplines, de la vie professionnelle ou de la vie courante, rechercher et organiser l'information, traduire le problème pose à l'aide d'équations ou d'inéquations, le résoudre, critiquer le résultat, rendre compte.	Méthodes de résolution : - d'une équation du premier degré à une inconnue ; - d'une inéquation du premier degré à une inconnue ;
De la géométrie dans l'espace à la géométrie plane	Construire et reproduire une figure plane à l'aide des instruments de construction usuels ou d'un logiciel de géométrie dynamique. Isoler, reconnaître et construire en vraie grandeur une figure plane.	Figures planes considérées : triangle, carré, rectangle, losange, parallélogramme et cercle. Droites parallèles, droites perpendiculaires, droites particulières dans le triangle.
Notion de fonction	Utiliser une calculatrice ou un tableur graphique pour obtenir, sur une intervalle : - l'image d'un nombre réel par une fonction donnée (valeur exacte ou arrondie) ; - un tableau de valeurs d'une fonction donnée (valeurs exactes ou arrondies) ;	Vocabulaire élémentaire sur les fonctions : - image ; - antécédent ;

Points du programme de Première et Terminale BAC Pro mis en oeuvre lors de «L'entrepôt»

Domaines	Capacités	Connaissances
Statistique à une variable	Interpréter des indicateurs de tendance centrale et de dispersion, calculés à l'aide des TIC, pour différentes séries statistiques quantitatives.	Indicateurs de tendance centrale : mode, classe modale, moyenne.
Suites numériques 1	Générer expérimentalement des suites numériques à l'aide d'un tableur.	Suites numériques : - détermination de termes particuliers.
Vecteurs 1	Reconnaître des vecteurs égaux, des vecteurs opposés. Construire un vecteur à partir de ses caractéristiques.	Éléments caractéristiques d'un vecteur \vec{u} : direction, sens et norme. Vecteurs égaux, vecteurs opposés, vecteur nul.
	Lire sur un graphique les coordonnées d'un vecteur. Représenter, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, un vecteur dont les coordonnées sont données. Calculer les coordonnées d'un vecteur connaissant les coordonnées des extrémités de l'un quelconque de ses représentants.	Coordonnées d'un vecteur dans le plan rapporté à un repère.
	Calculer la norme d'un vecteur dans le plan rapporté à un repère orthonormal. Reconnaître, à l'aide de leurs coordonnées, des vecteurs égaux, des vecteurs colinéaires.	Norme d'un vecteur dans le plan rapporté à un repère orthonormal. Vecteurs colinéaires.
Suites numériques 2	Appliquer les formules donnant le terme de rang n en fonction du premier terme et de la raison de la suite.	Expression du terme de rang n d'une suite arithmétique. Expression du terme de rang n d'une suite géométrique.
Géométrie dans le plan et dans l'espace : consolidation	Utiliser les définitions, propriétés et théorèmes mis en place dans les classes précédentes pour identifier, représenter et étudier les figures planes et les solides cités dans ce paragraphe.	

Points du programme de Seconde générale mis en oeuvre lors de «L'entrepôt»

Partie	Contenus	Capacités attendues
Fonctions	Fonctions Image, antécédent, courbe représentative.	Pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule : - identifier la variable et, éventuellement, l'ensemble de définition ; - rechercher des antécédents d'un nombre.
	Étude qualitative de fonctions Fonction croissante, fonction décroissante, maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.	- Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe. - Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations.
	Expressions algébriques Transformations d'expressions algébriques en vue d'une résolution de problème.	Lorsque le sens de variation est donné, par une phrase ou un tableau de variations : - comparer les images de deux nombres d'un intervalle ; - déterminer tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée. - Associer à un problème une expression algébrique. - Identifier la forme la plus adéquate (développée, factorisée) d'une expression en vue de la résolution du problème donné.
	Equations Résolution graphique et algébrique d'équations.	Mettre un problème en équation.
Géométrie	Coordonnées d'un point du plan Abscisse et ordonnée d'un point dans le plan rapporté à un repère orthonormal. Distance de deux points du plan.	Calculer la distance de deux points connaissant leurs coordonnées.
	Configurations du plan Triangles, quadrilatères, cercles.	Pour résoudre des problèmes : - Utiliser les propriétés des triangles, des quadrilatères, des cercles. - Utiliser les propriétés des symétries axiale ou centrale.

Des liens pour poursuivre la réflexion

- Le point de Fermat (P. GAMBLIN et D. PERRIN) :
<https://www.math.u-psud.fr/pperrin/CAPES/geometrie/PointFermat.pdf>
- Le point de Fermat-Toricelli (S.MEHL) :
<http://serge.mehl.free.fr/anx/ptffermat.html>
- Solving the Fermat-Weber problem, a numerical and geometric approach (B. TRACHSLER and M. GUGGISBERG) :
numerical<https://mgje.github.io/presentatons/Buudapest2014/slidesfFermat-eeber.pdf>
- Somme des distances d'un point à un ensemble fini de points:
<https://nanopdf.com/downloadFile/bo-somme-des-distances-dun-point-a-un-ensemble-fni-defpdf>
- Balade autour de trois points remarquables du triangle (D. GRENIER):
<http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/squeletes/fcfx.php?num=79rrang=6>
- C'est quoi le milieu de trois points? Du point de Fermat aux problèmes de transport, de la géométrie à l'informatiques (C.GOGA):
<http://goga.perso.math.cnrs.fr/presentationfsemfmathf2015fanimaton.pdf>

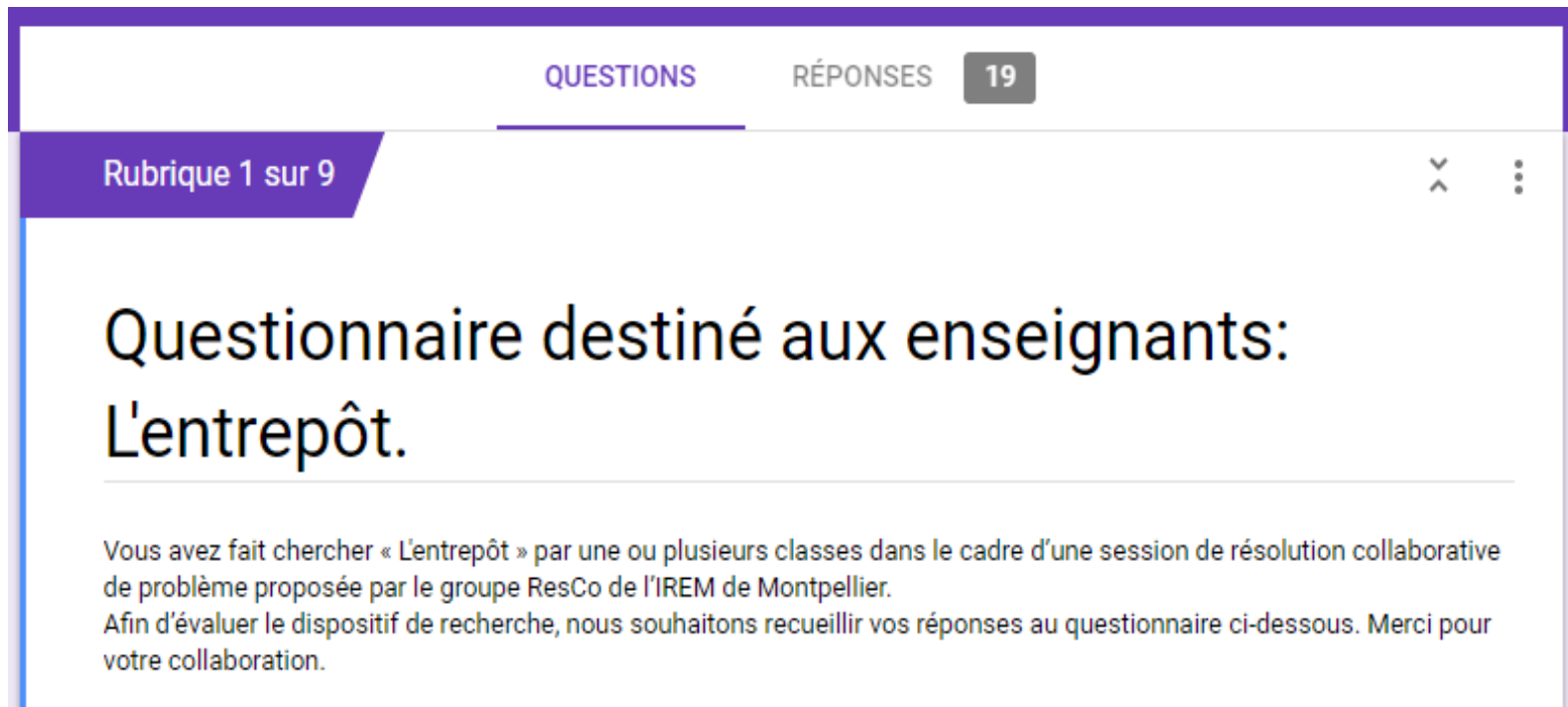
Un questionnaire d'évaluation du dispositif

Accessible par un lien publié sur le forum :



Questionnaire enseignants 2018
Merci de remplir en ligne le questionnaire suivant :
[https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIp ... sp=sf_link](https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIp... sp=sf_link)

Questionnaire en ligne :



QUESTIONNES RÉPONSES 19

Rubrique 1 sur 9

Questionnaire destiné aux enseignants: L'entrepôt.

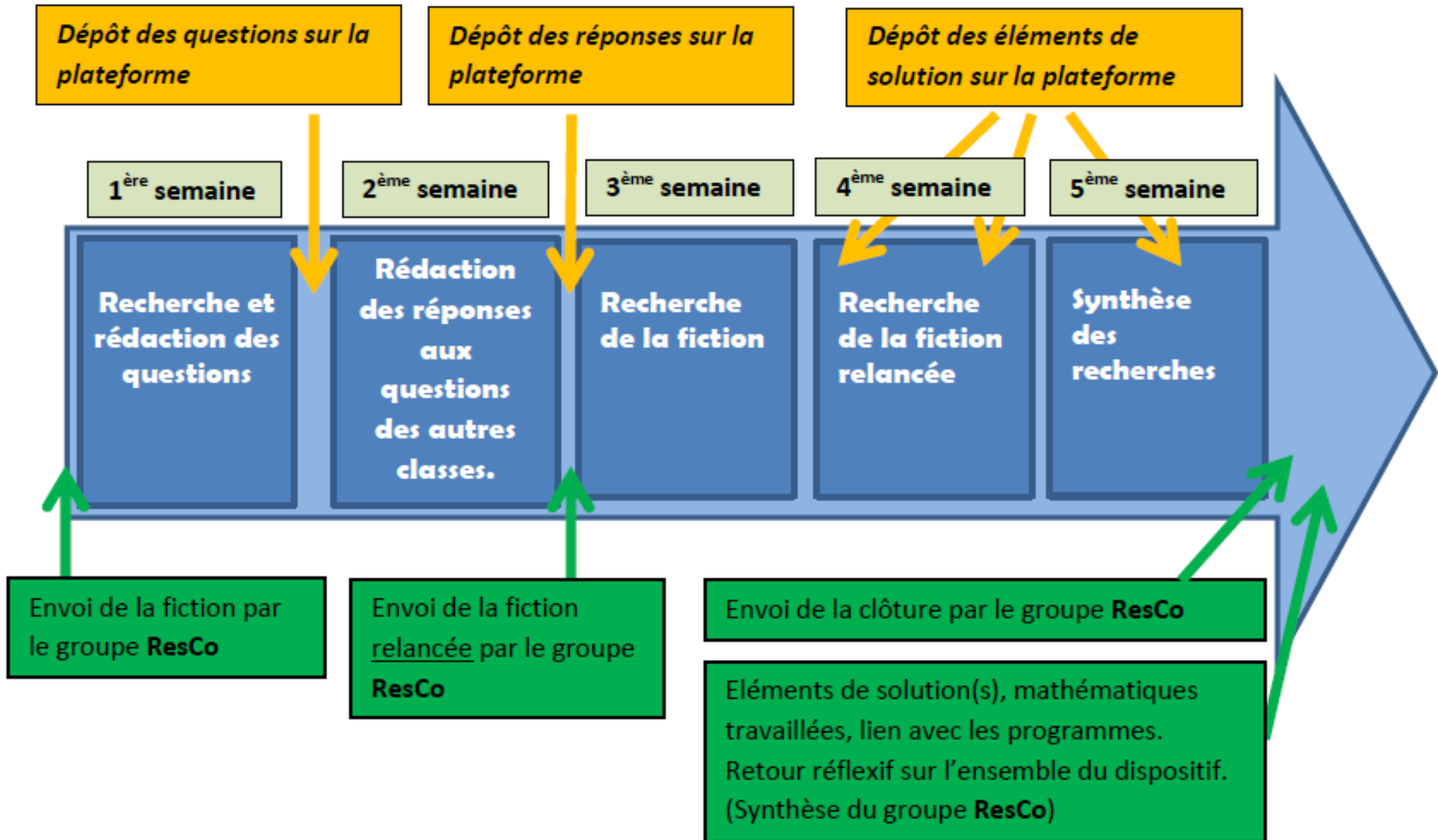
Vous avez fait chercher « L'entrepôt » par une ou plusieurs classes dans le cadre d'une session de résolution collaborative de problème proposée par le groupe ResCo de l'IREM de Montpellier.
Afin d'évaluer le dispositif de recherche, nous souhaitons recueillir vos réponses au questionnaire ci-dessous. Merci pour votre collaboration.

Organisation du dispositif ResCo

Le dispositif ResCo :

- Une fiction réaliste élaborée par le groupe ResCo.
- Plus de 60 classes de la sixième à la terminale (Lycées général et professionnel) engagées. (par groupes de 3 classes constitués par ResCo)
 - Une recherche qui se déroule sur 5 semaines (à raison d'une séance/semaine) selon un calendrier fixé par ResCo (début du dispositif le lundi 14 janvier 2019).
- Une plateforme : lieu d'échanges des travaux de recherche entre élèves, entre classes (gérée par l'enseignant).

Organisation de la session collaborative :



Comment nous contacter ?

- Adresse électronique:

resco@math.univ-montp2.fr

**- S'inscrire pour visiter le forum et/ou
participer au dispositif 2018/2019 :**

<http://forum.math.univ-montp2.fr>

Bibliographie

Modeste, S., Yvain S. (2017) Faire entrer les élèves dans la mathématisation horizontale – Des « fictions réalistes » et un dispositif de « résolution collaborative » *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, n° 27, *supplemento 2 -Attes de la 69e CIEAEM*, p.291-297, 15-19 Juillet 2017 Berlin.

ResCo, IREM de Montpellier (2014) La résolution collaborative de problèmes comme modalité de la démarche d'investigation. *Repères IREM 96*, p. 73-96.

Ray, B. (2013). Les fictions réalistes : un outil pour favoriser la dévolution du processus de modélisation mathématique ? Une étude de cas dans le cadre de la résolution collaborative de problème. Mémoire de Master 2 Recherche Histoire, Philosophie et didactique des Sciences, Universités Lyon 1 et Montpellier 2. p.39

Sauter, M. (2008). Une communauté d'enseignants pour une recherche collaborative de problèmes. *repères irem*, n° 72, p. 25-45.

Yvain, S. (2016) Vers une possible dévolution de la mathématisation aux élèves dans un processus de modélisation In *Actes de la 18ème école d'été de didactiques des mathématiques*. Brest.

En résumé :

