ResCo:
Résolution Collaborative de Problème : l'entrepôt

Atelier-TP

Dimanche 21 octobre 2018 à 8h30

Journées Nationales de l'APMEP à Bordeaux
« Les racines du vingt »

Groupe ResCo de l'IREM de Montpellier

Sébastien DURAND - Julien LAVOLE

Simon Modeste
simon.modeste@umontpellier.fr

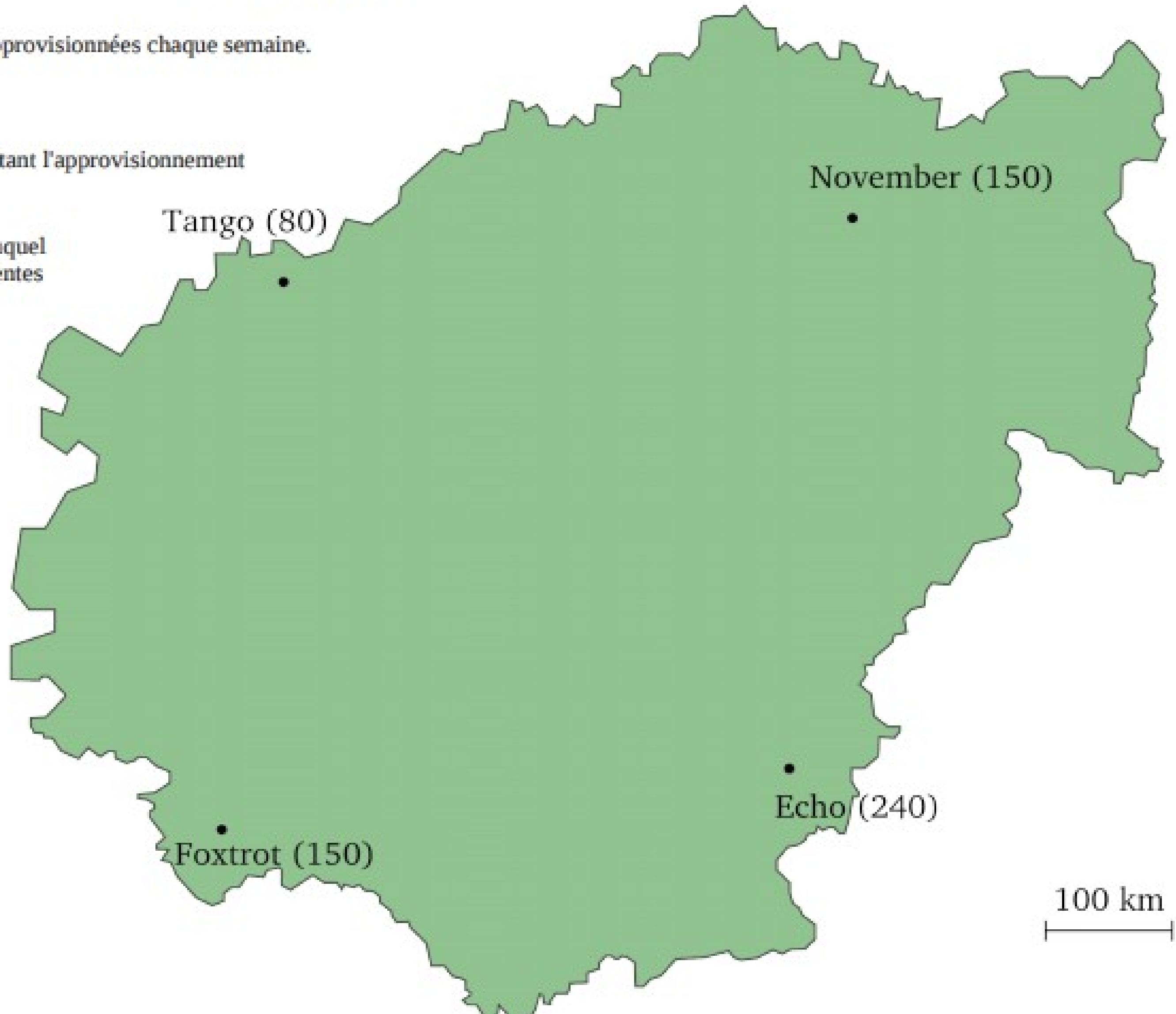
L'entrepôt

Une entreprise a plusieurs usines qui doivent être approvisionnées chaque semaine.
La carte ci-contre indique :

- les positions des différentes usines,
- le nom donné aux usines,
- le nombre d'unités de marchandise représentant l'approvisionnement dont chaque usine a besoin par semaine.

L'entreprise souhaite installer un entrepôt à partir duquel elle réalisera les approvisionnements vers les différentes usines en camion.
La capacité maximale de chargement du camion est de 120 unités de marchandise.

L'entreprise souhaite que l'entrepôt soit positionné de la façon la plus économique possible. Pouvez-vous l'aider à décider où installer cet entrepôt ?



Questionnement :

- Qu'est-ce qui différencie cet énoncé des énoncés de mathématiques que vous connaissez?

- Quelles compétences les élèves doivent-ils mettre en œuvre pour répondre à cet énoncé ?

- Quelles difficultés peuvent rencontrer des élèves face à ce type d'énoncé ?

- Dégager les caractéristiques propres à cet énoncé.

Le processus de modélisation dans ResCo :

« La mathématisation horizontale qui part du monde de la vie pour arriver au monde des symboles et la mathématisation verticale qui se déplace à l’intérieur de ce monde des symboles. ». (Treffers 1978)

Mathématisation horizontale :

L'élève va développer des compétences :

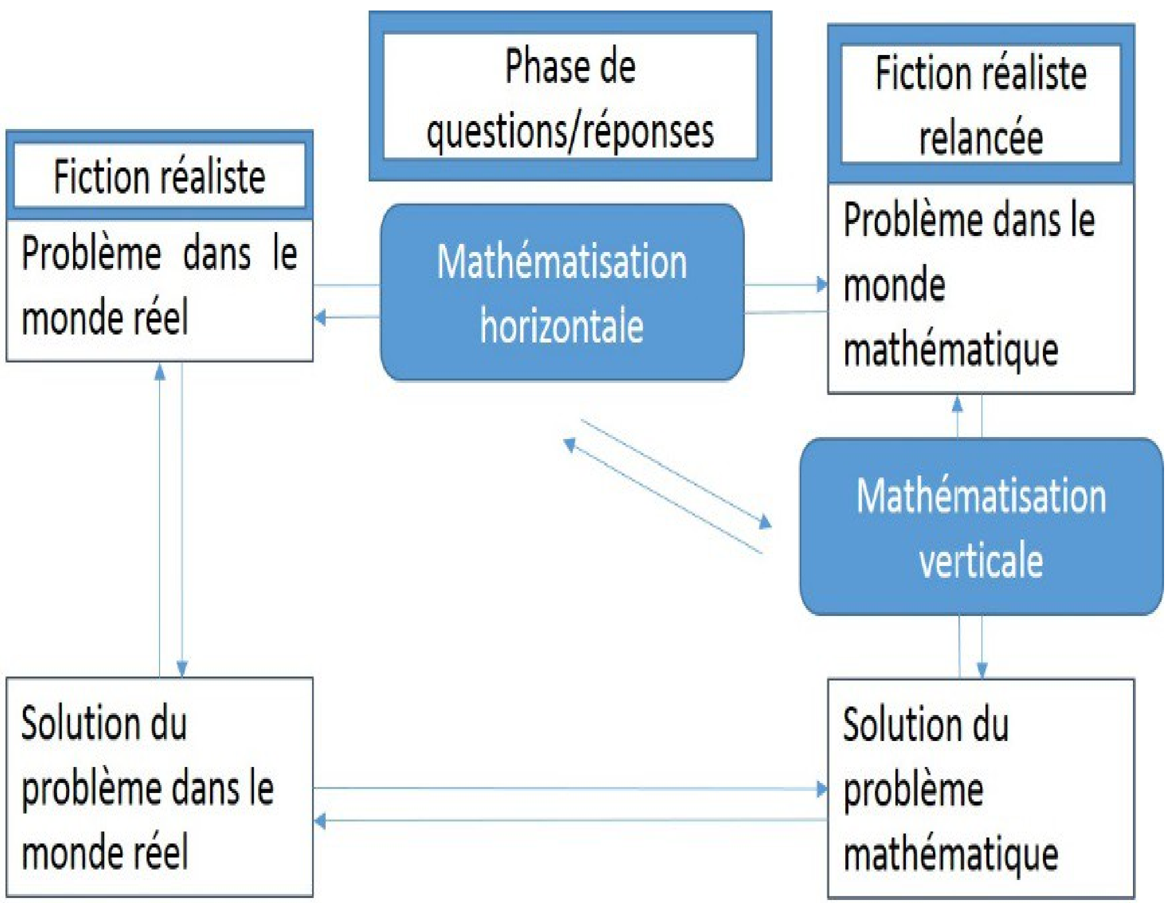
- pour sélectionner un fragment de réalité.
- pour identifier et choisir des grandeurs pertinentes au vu de la question posée.
- pour mettre en relation ces grandeurs pour élaborer un modèle mathématique.

Mathématisation verticale :

L'élève va développer des compétences :

- pour résoudre les questions mathématiques à l’intérieur de modèle mathématique.

Cycle de modélisation dans le dispositif ResCo (Yvain, 2016)



En particulier :

- pour interpréter les résultats obtenus dans la situation réelle.
- pour valider la solution.

La fiction réaliste (RAY B., 2013)

- Une situation a priori non mathématique.
- Un contexte fictif mais réaliste.
- La nécessité d’une phase de modélisation pour une prise en charge efficace de la situation.
- La phase de modélisation peut renvoyer à plusieurs modèles mathématiques selon les choix qui sont faits.

Caractéristiques ajoutées par l'équipe ResCo depuis 2017 :

- La fiction réaliste est conçue comme une transposition d'une problématique de modélisation issue des pratiques scientifiques professionnelles.
- Les variables didactiques (Brousseau, 1998) de la fiction réaliste

Favoriser un travail de mathématisation horizontale

→ Une phase de questions-réponses entre pairs

Vivre la phase de questions-réponses entre pairs :

- En vu de résoudre la fiction réaliste, écrire les questions que vous vous posez à destination d’un autre groupe :
  - individuellement.
  - en groupe.

- Echangez vos questions et rédigez les réponses aux questions reçues.

Classification théorique des questions/réponses

Trois grandes familles de questions :

- Questions montrant la nécessité de modéliser la situation proposée.
- Questions montrant la nécessité de faire des choix à propos des grandeurs.
- Questions portant sur des éléments de contexte.

Les réponses associées montrent :

- la nécessité de modéliser la situation proposée.
- la nécessité de faire des choix.
- des choix ou hypothèses faits par les élèves.
- l’analyse par les élèves de la pertinence de la question reçue au regard de la question posée dans le problème.
- un travail mathématique par les élèves pour répondre à la question reçue.

Exemples de questions d'élèves lors de la session ResCo 2017/2018

montrant la nécessité de modéliser la situation proposée	montrant la nécessité de faire des choix à propos des grandeurs	portant sur des éléments de contexte.
Est-il possible de fournir les usines au-delà de leur demande ?	Que signifie le plus économique : économiser de l'essence ou économiser de l'argent ?	Quel est le type de route entre l'entrepôt et chaque usine ?
Est-ce que le camion a le droit d'apporter la marchandise à deux usines à la suite sans revenir à l'entrepôt ?	Est-ce qu'on veut que le camion fasse le moins de kilomètres possibles ?	Quel est le type de marchandise ?
Peut-on utiliser la symétrie centrale ou la symétrie axiale?	La distance sur la carte est elle importante, l'échelle ?	Dans quel pays ou ville se trouvent les différentes usines ?
L'entrepôt doit-il être placé plus près de ceux qui ont besoin de plus de marchandises ?	Est-ce que le nombre de marchandises demandé par les usines doit-être exact ?	Quelles sont les contraintes géographiques ?

Exemples de réponses d'élèves lors de la session ResCo 2017/2018

montrant un choix autour de la modélisation la situation proposée	montrant la nécessité d'identifier des grandeurs pertinentes	montrant des choix sur la prise en compte d'élements de contexte
Faut-il planifier le parcours du camion ? Il faut planifier le parcours des camions pour l'optimisation de l'organisation. Il faut trouver le parcours qui consomme le moins de carburant.	*Quels sont les types de route qu'il faut prendre ?* Les plus rapides !	*Y-a-t-il des emplacements où il n'est pas possible de placer cet entrepôt ? (montagne, lac ...)* Pour nous on a choisi de dire non. Mais c'est vrai qu'on se demande ce qui arrive quand il y a un lac.
Ne faudrait-il pas mettre l'entrepôt sur le lieu d'une usine pour économiser au moins un voyage ? Ça pourrait être une solution mais les autres trajets vont être plus long donc ce n'est pas plus économique.	*Y a-t-il une limite d'allers-retours?* Un camion ne peut pas parcourir plus de 800 km par jour.	*Combien de km peut faire un camion avec un plein d'essence et où se trouvent les stations service ?* Il peut faire 2000km et les stations-services sont à chaque 500km.
Faut-il que l'entrepôt soit positionné à égale distance des 4 usines ou plus proche de celles qui ont besoin le plus d'unités ? Plus proche de celles qui ont besoin de plus d'unités. Si Echo a besoin de 240 unités, il faut placer l'entrepôt plus près de lui pour faire le trajet plus vite car il faut 2 camions par semaine. Il faut aussi 2 camions pour November et Foxtrot qui ont besoin de 150 unités.	*Que veut dire le plus économique ?* Il faut payer le moins cher, on devra prendre en compte la consommation de carburant, les distances parcourues, …	*Combien d'essence le camion consomme-t-il ?* Pour un poids lourd la capacité moyenne des réservoirs est de 990 litres (1 200 litres maximum). Selon le chargement la consommation va de 30l/100km au 50l/100km.

Exemples de réponses d'élèves lors de la session ResCo 2017/2018

montrant l'analyse par les élèves de la pertinence de la question reçue au regard de la question posée dans le problème	montrant un travail mathématique par les élèves pour répondre à la question reçue.
Est-ce qu'il y a des stations-service ? Sûrement car ce sont de longs trajets mais on ne prend pas en compte cette information car rien n'est dit sur le sujet.	*Est-ce que l'entrepôt doit être à égale distance des usines ?* C'est impossible car le quadrilatère formé par les 4 usines n'est pas un rectangle.
Quelle est la taille de l'entrepôt ? On ne sait pas mais cela importe peu.	*En reliant toutes les usines entre elles, comment appelez vous ce polygone ?* Un quadrilatère qui peut être un losange.
Y-a-t-il plusieurs camions ? Non, on peut lire « du camion ».	*Quelle distance y-a-t-il entre Tango et Echo ?* La distance entre Tango et Echo est 568 km à vol d'oiseau (10,8 x 100 / 1,9).
Est-ce qu'il y a beaucoup de radars ? Cela nous aidera-t-il à positionner l'entrepôt ?	*Peut-on utiliser la symétrie centrale ?* Bonne idée, les 4 usines forment un losange avec un centre de symétrie, nous sommes en 4ème, nous n'avons pas pensé à la symétrie centrale.

La fiction relancée 2018 :

IREM de Montpellier – 2017-2018 Simon Modeste
Résolution Collaborative de Problèmes simon.modeste@umontpellier.fr

L'entrepôt - Relance

Félicitations !

Vous avez été plus de 60 classes à vous pencher sur le problème « L'entrepôt ». Je suis très content de voir que vous vous êtes engagés à fond dans notre problème ! Vous vous êtes tous posé beaucoup de questions très pertinentes, et vous avez proposé des réponses variées et très intéressantes permettant d'avancer dans la résolution du problème.

On voit que différentes pistes de travail sont envisageables pour traiter mathématiquement le problème. Pour continuer à chercher ensemble le même problème, nous devons faire des choix communs.

Comment interpréter « de la façon la plus économique possible » ?

On pourrait prendre en compte l'existence de péages, le prix de l'essence, les coûts de chargement/déchargement, d'entretien, de stockage, de l'installation de l'entrepôt.

Ne disposant pas de toutes ces informations et le coût dépendant principalement de la distance parcourue par le camion, nous faisons le choix de nous intéresser à la position de l'entrepôt qui permettra de minimiser la distance totale parcourue par le camion pour approvisionner toutes les usines.

Comment estimer cette distance?

On pourrait prendre en compte la nature des routes, le relief et les virages.

Ne disposant pas de toutes ces informations, on suppose que les distances sont celles que l'on peut obtenir à vol d'oiseau.

Quelques précisions :

Dans ce choix de modèle proposé :

- On ne tient pas compte des limitations de vitesse et les embouteillages.
- Il n'y a qu'un seul camion mais on ne connaît pas le nombre de chauffeurs. Aucun autre mode de transport de marchandises n'est possible.
- Le camion ne peut pas être en surcharge et ne peut transporter que 120 unités de marchandise au maximum. On suppose qu'il peut ne pas être complètement chargé et qu'il peut livrer plusieurs usines (dans une tournée).
- Une usine peut être livrée en plusieurs fois et peut stocker un peu de marchandises d'avance, d'une semaine à l'autre.

Le problème commun sur lequel vous allez tous « travailler » est donc celui de trouver où positionner l'entrepôt afin de minimiser la distance parcourue par le camion en effectuant tous les approvisionnements demandés par les usines.

J'attends avec impatience de lire vos recherches !

Simon Modeste

IREM de Montpellier – 2017-2018 Simon Modeste
ResCo simon.modeste@umontpellier.fr

L'entrepôt – Relance

fiche enseignant

Pourquoi une fiction réaliste relancée ?

Prenant en compte les échanges de questions-réponses des élèves (accessibles sur le forum) et l'analyse préalable des choix de mathématisation possibles, la relance élaborée par les membres du groupe **fixe des choix en les motivant et vise à orienter la recherche**, d'après les productions des participants, vers un problème mathématique commun à l'ensemble des classes engagées.

Elle permet **d'expliciter les choix** faits parmi ceux envisagés par les élèves lors de la phase des questions-réponses. A l'issue de la relance, les élèves sont amenés à chercher un **même problème** mathématique, issu des choix de mathématisation fixés par l'équipe ResCo.

Cette relance est pensée pour être introduite **après** avoir pris le temps avec les élèves de prendre connaissance des réponses à leurs questions que les autres classes leur ont déposé sur le forum.

Ils prennent ainsi conscience qu'il est **nécessaire de faire des choix de modélisation** et que plusieurs choix sont possibles. La relance vient alors fixer des choix pour poursuivre la résolution collaborative. Certains choix faits par les autres groupes et/ou par ResCo peuvent déstabiliser vos élèves, il convient de les **accompagner** en prenant le temps d'en débattre : plusieurs choix sont possibles, il n'y a pas de bons ou de mauvais choix mais une nécessité de faire des choix communs pour poursuivre la collaboration.

Selon le temps passé à étudier les réponses, la relance peut être présentée lors de **la 3ème ou de la 4ème séance**. L'enseignant peut en profiter pour institutionnaliser cette nécessité de faire des choix dans une activité de modélisation.

Quelques éléments relatifs à la fiction de « L'entrepôt »

La fiction relancée doit rester un texte court pour que toutes les classes puissent se l'approprier. C'est pourquoi nous ajoutons quelques informations à destination des enseignants, issues de notre lecture des questions-réponses entre les classes.

Dans la relance, nous n'avons pas répondu à toutes les questions sur le contexte. Si les réponses des autres classes n'ont pas permis d'avancer, vous pouvez apporter des explications aux élèves sur l'interprétation du contexte ou la compréhension du texte (par exemple : que signifient les nombres entre parenthèses ? Pourquoi toutes les usines n'ont pas besoin du même approvisionnement? Pourquoi un approvisionnement à la semaine ?). La notion d'unité de marchandise a semblé difficile pour certains élèves, elle peut s'apparenter à une palette de marchandise par exemple.

Lors de la phase de relance, il faudra aussi bien accompagner les choix proposés: « nous faisons le choix de nous intéresser à la position de l'entrepôt qui permettra de minimiser la distance totale parcourue par le camion pour approvisionner toutes les usines» et « on suppose que les distances sont celles que l'on peut obtenir à vol d'oiseau».

Par exemple :

- Un spécialiste en logistique des transports nous a communiqué cette information : en moyenne, la distance réellement parcourue est supérieure de 15% à la distance la plus courte dite « à vol d'oiseau ».
- Pour minimiser les coûts de ce type de déplacements, les professionnels s'appuient généralement en priorité sur le temps de parcours. Néanmoins, minimiser le temps serait complexe et commence par le positionnement de l'entrepôt. Ainsi, nous faisons le choix de nous intéresser aux distances plutôt qu'au temps.
- Nous laissons libre le choix du nombre de chauffeurs. Ce choix n'intervient pas dans la modélisation mais on peut en tenir compte lors de la validation des solutions obtenues. Pour information, selon la Réglementation Sociale Européenne :
  - La distance moyenne parcourue par un chauffeur est de 2500 km par semaine.
  - Un chauffeur de marchandise peut rouler jusqu'à 9h par jour avec une pause de 45 minutes (sans compter le temps de charge/ décharge des marchandises estimé à 3h par jour) .
  - Le temps de travail d'un chauffeur est de 90h maximum réparties sur deux semaines.

Après avoir pris connaissance de la relance, il peut être utile de redistribuer aux élèves la fiction réaliste pour avoir une carte vierge.

Si les élèves veulent faire des choix supplémentaires dans le modèle proposé afin de résoudre le problème, vous pouvez les accompagner, en leur demandant d'expliciter ces choix.

Bonne poursuite !

La fiction réaliste relancée :

- Basée sur les productions lors de la phase de questions-réponses.

- Ses objectifs :

 - montrer la nécessité de faire des choix.

 - fixer des choix de mathématisation de certains éléments du problème initial pour permettre de poursuivre une résolution collaborative.

⇨ Collaboration enseignant-chercheur-groupe IREM-Enseignants-Elèves.

Exemples de résolution d'élèves

P2 solution entrepot position intermédiaire entre position centrale et echo

	Echo	November	Foxtrot	Tango
besoin hebdomadaires minimum	240	150	150	80

camion= 120 um — t= trajet aller

			aller	retour	km	reste unité
	entrepot-echo	130	2	2	520	0
	entrepot-nov	360	2	2	1440	90
	entrepot-foxt	360	2	2	1440	90
	entrepot-tango	400	1	1	800	40
	total km semaine 1				4200 km	

	Echo	November	Foxtrot	Tango
besoin hebdomadaires minimum	240	150	150	80

camion= 120 um — t= trajet aller

reste			aller	retour	km	reste unité
0	entrepot-e	130	2	2	520	0
90	entrepot-n	360	1	1	720	60
90	entrepot-fo	360	1	1	720	60
40	entrepot-ta	400	1	1	800	80
	total km semaine 2				2760 km	

	Echo	November	Foxtrot	Tango
besoin hebdomadaires minimum	240	150	150	80

camion= 120 um — t= trajet aller

reste			aller	retour	km	reste unité
0	entrepot-e	130	2	2	520	0
60	entrepot-n	360	1	1	720	30
60	entrepot-fo	360	1	1	720	30
80	entrepot-ta	400	0	0	0	0
	total km semaine 3				1960 km	

	Echo	November	Foxtrot	Tango
besoin hebdomadaires minimum	240	150	150	80

camion= 120 um — t= trajet aller

reste			aller	retour	km	reste unité
0	entrepot-echo	130	2	2	520	0
30	entrepot-nov	360	1	1	720	0
30	entrepot-foxt	360	1	1	720	0
0	entrepot-tango	400	1	1	800	40
	total km semaine 4				2760 km	

	Echo	November	Foxtrot	Tango
besoin hebdomadaires minimum	240	150	150	80

camion= 120 um — t= trajet aller

reste			aller	retour	km	reste unité
0	entrepot-e	130	2	2	520	0
0	entrepot-n	360	2	2	1440	90
0	entrepot-fo	360	2	2	1440	90
40	entrepot-ta	400	1	1	800	80
	total km semaine 5				4200 km	

	Echo	November	Foxtrot	Tango
besoin hebdomadaires minimum	240	150	150	80

camion= 120 um — t= trajet aller

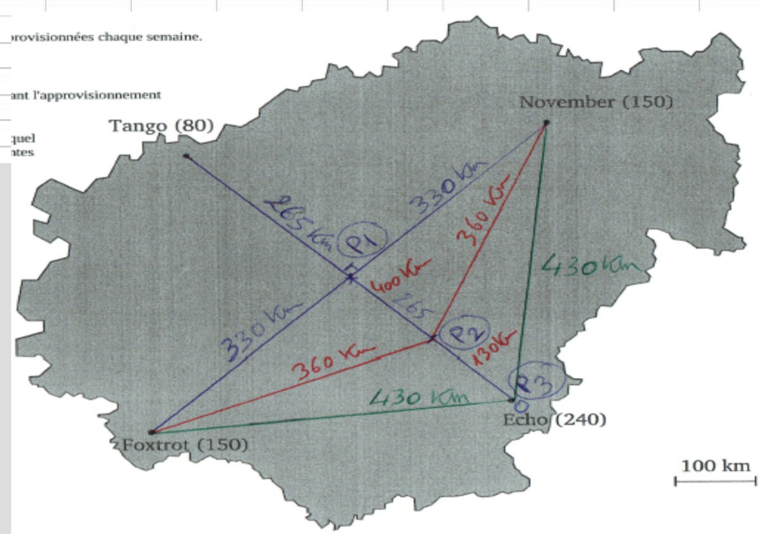
reste			aller	retour	km	reste unité
0	entrepot-e	130	2	2	520	0
90	entrepot-n	360	1	1	720	60
90	entrepot-fo	360	1	1	720	60
80	entrepot-ta	400	0	0	0	0
	total km semaine 6				1960 km	

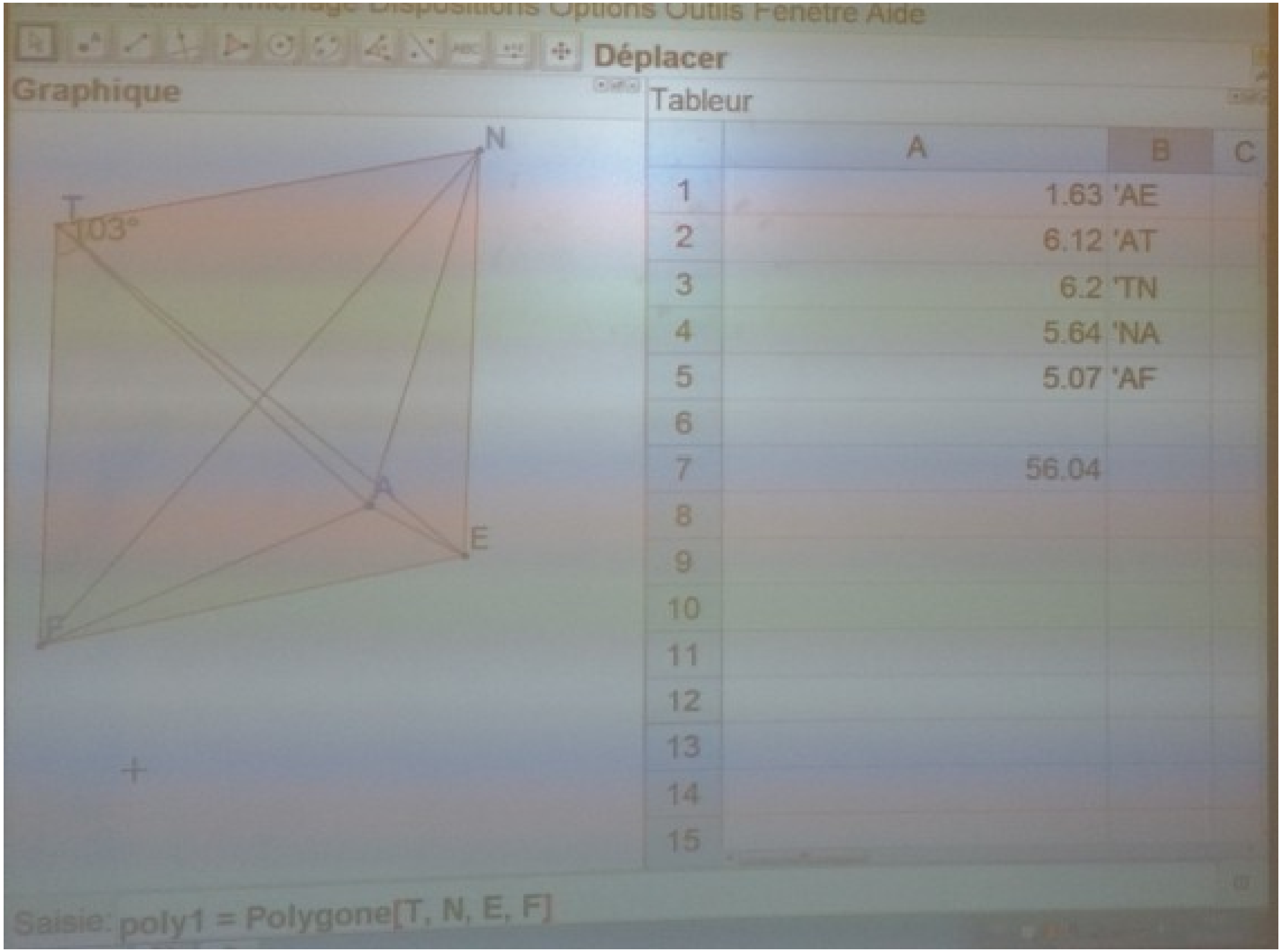
TOTAL 17840 km — sur 6 semaines

La position P2 semble être la position de l'entrepôt qui est la plus économique

P2 tango	400 km
P2 nov	360 km
P2 echo	130 km
P2 foxtrot	360 km

Le choix fait par les élèves est que le camion fait des allers-retours entre l'entrepôt et les usines.
Les élèves ont considéré que les usines stockent les unités de marchandises supplémentaires.





$T = AE \times 4 + AT + NT + NA \times 3 + AF \times 4$

$T = \underset{(120)}{A \to E} \to \underset{(120)}{A \to E} \to A \to \underset{(80)}{T} \to \underset{(40)}{N} \to A \to \underset{(110)}{N} \to A \to \underset{(75)}{F} \to A \to \underset{(75)}{F} \to A$

En utilisant Géogébra distance minimale

56,04 sur la carte

1,9 cm → 100 km
56,04 cm ≈ 2949,47 km

GROUPE BÉLINDA – COLINE - CHLOÉ

Au début, nous avons cherché la meilleure place de l'entrepôt en calculant la longueur du trajet à parcourir. On a convenu que **l'entrepôt serait placé sur Echo**.

On aurait donc : **A vol d'oiseau :**

I- Entreprise sur Echo

1 Echo-Echo = 0 km
2 E-F = 944 km
3 E-F-T = 1522 km
4 2 * E-N = 1868 km

Somme : ***4334 km***

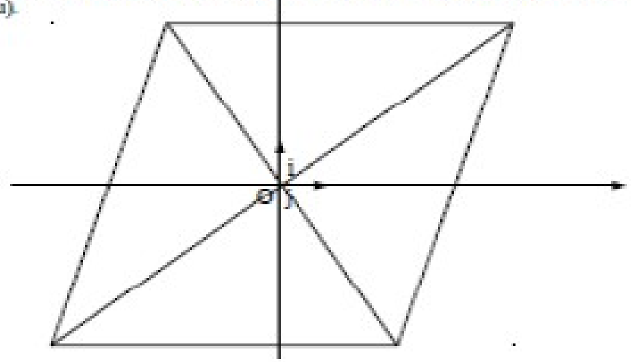
La distance totale à parcourir, sachant que l'entreprise est située à côté de Echo serait de 4334km.

II-Entreprise au milieu des diagonales formées par le parallélogramme de toutes les usines

1 En-F= 733km
2 2 * En-N= 1466km
3 F-T= 934km
4 En-N= 934km
5 T-En= 294km
6 2 * En-E= 2352km
7 1/2 * En-F= 366km

III - Autre tentative, face à nos résultats non concluants, qui ne nous permettaient de trouver qu'une place approximative :

Nous avons remarqué que chaque usine correspond à un sommet d'un parallélogramme.
Nous avons décidé de créer un algorithme afin de trouver l'emplacement idéal de l'entrepôt.
Dans cet algorithme, nous voulons rentrer les coordonnées en km de chaque usine, grâce à un repère O,I,J ayant pour origine le point formé par l'intersection des diagonales du parallélogramme (en leur milieu).



Milieu des diagonales du parallélogramme (origine du repère) : I(0 ; 0)
Tango : T(-206 ; 206)
November : N(261 ; 261)
Echo : E(206 ; -206)
Foxtrot : F(-261 ; -261)

Le nombre d'unités de marchandises nécessaires au total : 620

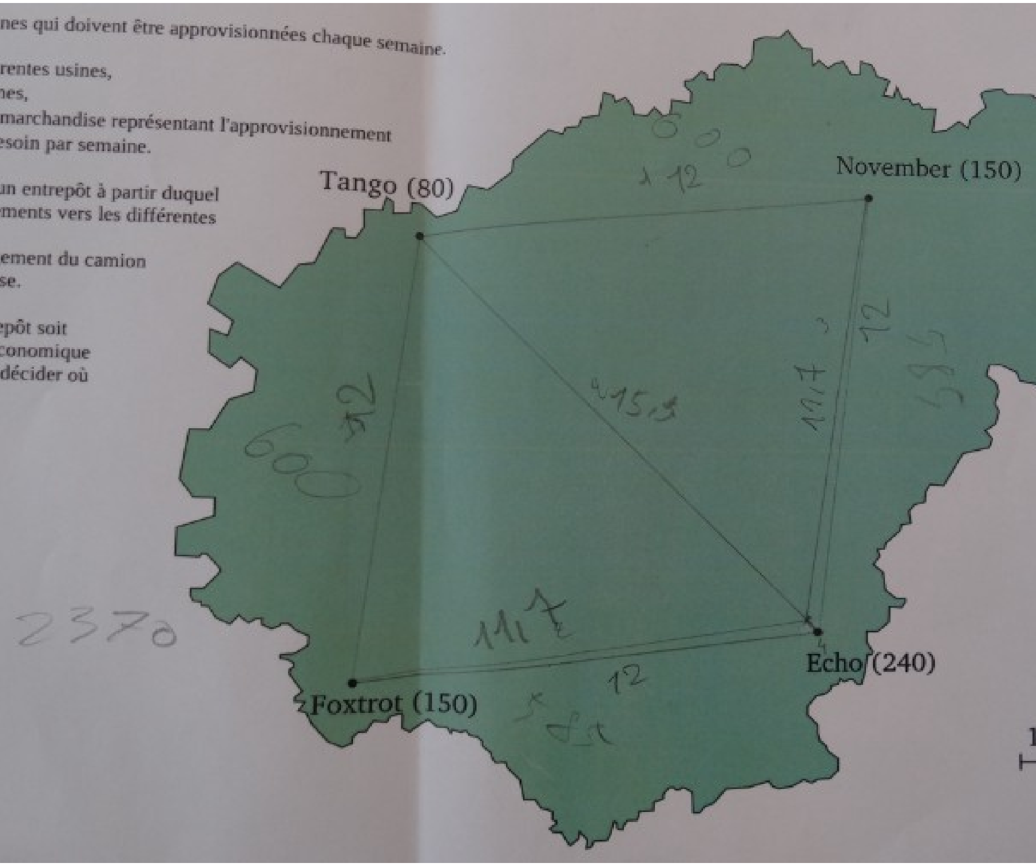
Le nb d'unités par camion : 120, Soit 620/120 = 6 camions.
Tango 80
November 150
Foxtrot 150
Echo 240

Un algorithme
-demander à l'utilisateur : rentrer les coordonnée de l'entrepôt
-définir le nombre d'unités de marchandise pour chaque usine

Dans notre algorithme, nous allons entrer les coordonnées de chaque entreprise :
T=(-206,206)
N=(261,261)
Ec=(206,-206)
F=(-261,-261)

```
from math import*

T=(-206,206)
N=(261,261)
Ec=(206,-206)
F=(-261,-261)

def d(point1,point2):
    (xA,yA)= point1
    (xB,yB)= point2
    X=(xB-xA)*(xB-xA)
    Y=(yB-yA)*(yB-yA)
    d=sqrt(X+Y)
    return(d)


def trajet(X):
    A= d(X,F)+d(F,T)+d(T,X)
    B= d(X,F)+d(F,X)
    C=(d(X,Ec)+d(Ec,X))*2
    D= (d(X,N)+d(N,X))*2
    S= A+B+C+D
    return(S)


absX=int(input("saisir l'absisse de l'entrepot"))
ordX=int(input("saisir l'ordonnee de l'entrepot"))
X=(absX,ordX)
resultat=trajet(X)
print("le nombre de km total parcouru est:",resultat)
```

Voici le test avec quelques valeurs : finalement, si on veut mettre l'entrepôt sur une des entreprises, c'est sur Echo qu'on fait le moins de km. En cherchant avec d'autres valeurs, on trouve qu'**en plaçant l'entrepôt à un point de coordonnées (125,-125), le nombre de km est réduit.**
Après, pour obtenir un résultat exact sans chercher pendant des années, il aurait fallut créer un algorithme avec la boucle "while", qui se répète jusqu'à avoir trouvé la valeur la plus petite...



L'entrepôt

① L'emplacement de l'entrepôt est à 0,3 cm de Echo.

Le camion passe par november 3x puis il passe à tango ~~to~~ qui retourne à l'entrepôt est qui retourne à tango de tango à foxtrot puis de l'entrepôt (x2) est echo (x4)

② Panification des trajets

- Le camion fait 4 aller/retours à echo
- Le camion fait 2 aller/retours à November
- Le camion 1 aller/retours à Tango
- Le camion 2 aller/retours à Foxtrot

③ Mesures et calculs des distances

- La distance entre l'entrepôt et November est de 585 km

// // // November et Tango est de 600 km

// // // l'entrepôt et tango est de ~~[illegible]~~ 795 km

// // // Tango et foxtrot est de 600 km

// // // l'entrepôt et Foxtrot est de 585 km

// // // l'entrepôt et Echo est de 578 km

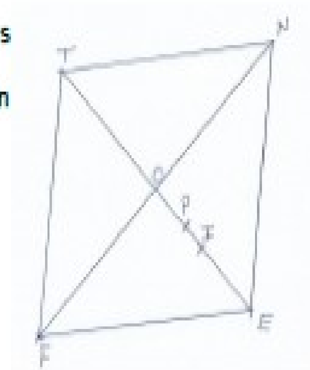
Calcul de la distance totale :

La distance est de 3743.

L'entrepôt

Lundi 9 avril : recherches des 6ème 5

Comme les distances sont à vol d'oiseau, nous avons choisi de travailler avec le schéma ci-contre et nous avons décidé que l'entrepôt devait se trouver sur un des segments tracés.



Le point O est le milieu de [TE] et [FN].
Le point I est le milieu de [OE].
Le point P appartient à [OE] avec PE = 2 × OP.

On a remarqué que TNEF est un losange.

On a remarqué que pour livrer les usines, il faut une ou deux livraisons minimum car le camion ne peut livrer que 120 unités:

Pour Tango (80), 1 livraison
Pour November (150), 2 livraisons
Pour Foxtrot (150) , 2 livraisons
Pour Echo (240) , 2 livraisons.

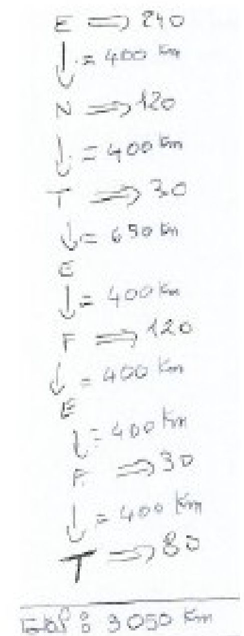
Chaque groupe a décidé de placer l'entrepôt sur un point de la carte et a calculé le nombre de kilomètres parcourus par le camion et l'ordre de livraison des usines (schémas dans feuilles suivantes) avec les unités de marchandises.

Voici les résultats trouvés :

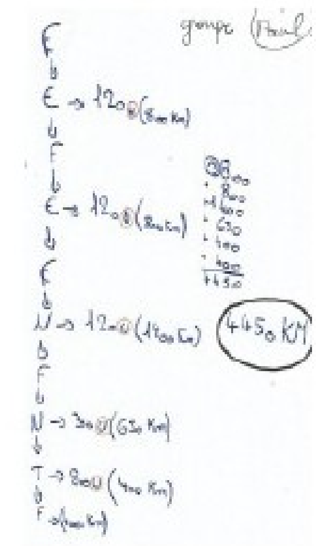
Groupe	Entrepôt	Kms parcourus
Lina	I	Calculs non aboutis
Kelly	E	3050 km
Jeanne	N	3150 km
Soren	P	4250 km
Paul	F	4450 km
Maël	O	3340 km

On a comparé nos résultats, mais on s'est aperçus que les distances entre deux usines étaient différentes d'un groupe à l'autre et que des oublis de trajets avaient été faits par certains groupes !

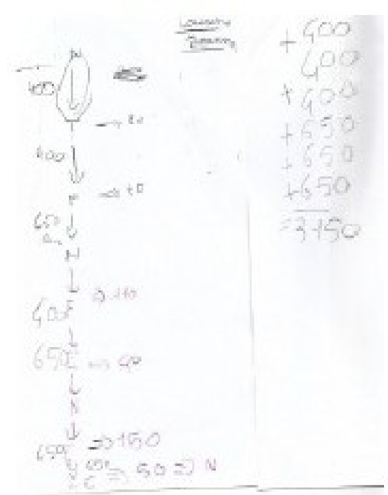
Groupe de Kelly



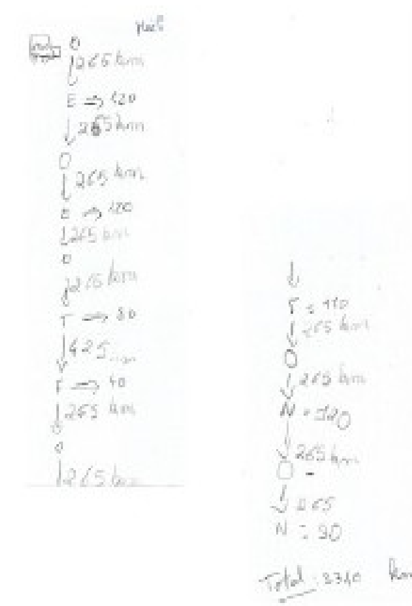
Groupe dePaul



Groupe de Jeanne



Groupe de Maël

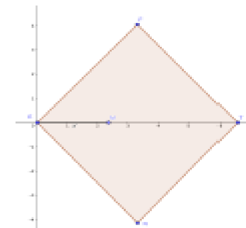


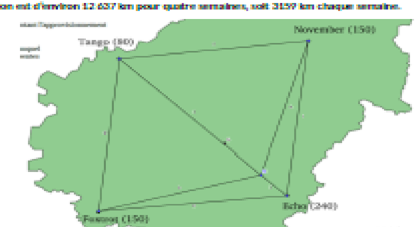
La clôture du dispositif ResCo

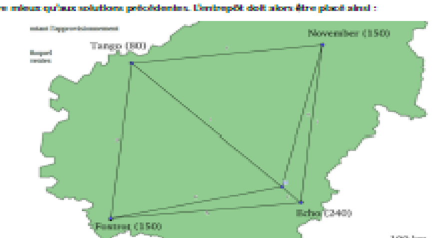
Intérêts :

- Accompagner les enseignants et les élèves pour conclure le dispositif en leur fournissant des documents utiles.
- Récapituler l'ensemble des procédures de modélisation mises en œuvre par les élèves.
- Récapituler l'ensemble des savoirs mathématiques mis en œuvre par les élèves.
- Proposer des prolongements possibles au dispositif.

Des résolutions possibles de L'entrepôt







Une résolution d'un groupe d'élèves analysée

Résolution proposée par Marvin, Esteban et Amine en 2CAPMAV

Ce document est une analyse des compétences (notées sur la gauche du document)et des points du programme de CAP (notés sur la droite du document) mis en œuvre durant la résolution collaborative du problème de l'entrepôt.

Analyser/Raisonner : Émettre une conjecture, une hypothèse. Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.

1. Planification des trajets

Les élèves ont fait le choix de considérer qu'on pouvait fournir aux usines une quantité d'unités de marchandises supérieure à l'approvisionnement dont elles ont besoin chaque semaine. Ils ont donc considéré que les usines pouvaient stocker des unités de marchandises.

S'approprier : Extraire l'information.

Ensuite, ils ont pris en compte les unités de marchandises nécessaires pour chaque usine par semaine.

Réaliser : Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental.

Communiquer : Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Puis, pour la première semaine, ils ont planifié les trajets nécessaires et les quantités de marchandises à fournir aux usines de la façon suivante :

- le camion fait un aller-retour de l'entrepôt à November et fournit à l'usine 120 unités de marchandises.
- le camion part avec 120 unités de marchandises, va à November où il dépose les 30 unités de marchandises manquantes, puis va à Tango où il dépose 90 unités de marchandises. Ainsi, Tango va stocker 10 unités de marchandises.
- le camion fait deux allers-retours de l'entrepôt à Foxtrot et fournit à l'usine 120 unités de marchandises à chaque aller-retour. Ainsi, Foxtrot va stocker 90 unités de marchandises.
- le camion fait deux allers-retours de l'entrepôt à Echo et fournit à l'usine 120 unités de marchandises à chaque aller-retour.

Valider: Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. Critiquer un résultat, argumenter.

Ce choix de planification implique que pour les deuxième, troisième et quatrième semaines, le camion n'aura besoin de faire qu'un seul aller-retour entre l'entrepôt et Foxtrot comme l'explique le tableau ci-dessous :

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.

Communiquer : Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

	Quantité de marchandises en stock en début de semaine	Quantité de marchandises reçue	Quantité de marchandises disponible	Quantité de marchandises utilisée	Quantité de marchandises en stock en fin de semaine
1ère semaine	0	240	240	150	90
2ème semaine	90	120	210	150	60
3ème semaine	60	120	180	150	30
4ème semaine	30	120	150	150	0

Opérations sur les nombres en écriture décimale / Calcul mental : Effectuer soit mentalement soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations :
- addition.
- soustraction.

Analyser/Raisonner : Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.

Par contre, les élèves ont fait le choix que leur étude porterait sur 4 semaines ce qui n'implique aucune influence de la quantité de marchandises stockées à l'usine Tango. Pour que ce choix ait une influence, les élèves auraient dû faire une étude sur 9 semaines.

Communiquer : Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Analyser/Raisonner : Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.

2. Positionnement de l'entrepôt

Les élèves ont procédé par tâtonnement en testant l'emplacement de l'entrepôt à différents endroits. D'abord, ils ont positionné l'entrepôt à l'intersection des diagonales du losange. Puis, ils l'ont positionné à l'usine Echo. Enfin, ils ont fait des essais de positionnement entre les deux positions testées mais la complexité de leur planification de trajet les a finalement fait revenir sur le choix de positionner l'entrepôt à l'usine Echo.

Symétrie centrale. Symétrie orthogonale. Axe de symétrie. Centre de symétrie. Polygone usuels : Identifier dans une figure donnée :
-un losange.
- un parallélogramme.

Valider: Critiquer un résultat, argumenter.

Ils ont justifié ce choix par le fait qu'il s'agit de l'usine qui a le plus grand besoin en unités de marchandises.

3. Mesures et calculs de la distance totale

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution.

S'approprier : Rechercher, extraire et organiser l'information.

Dans un premier temps, les élèves ont tracé les différents trajets effectués par le camion et ont mesuré leurs distances sur la carte, avec une règle graduée:

Segment

- Echo - November : 12 cm.
- Echo - Foxtrot: 12 cm.
- Echo - Tango: 15 cm.
- November - Tango: 12 cm.

Unité de longueur : Déterminer la longueur d'un segment En utilisant une règle graduée.

Valider: Critiquer un résultat, argumenter.

Ainsi, ils ont constaté que les quatre usines formaient un losange Car les distances entre les usines sont égales.

Polygones usuels : Identifier dans une figure donnée :
-un losange.

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution.

Dans un second temps, ils ont calculé la distance totale parcourue par le camion pour la première semaine en effectuant le calcul suivant :

$8 \times 12 + 15 = 111$cm.

Opérations sur les nombres en écriture décimale / Calcul mental : Effectuer soit mentalement soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations :
- addition, multiplication.

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution.

Unité de longueur : Déterminer la longueur d'un segment en utilisant une règle graduée.

Ensuite, ils ont mesuré la longueur de l'échelle proposée (2,7cm).

Valider: Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse.

Lors de la seconde séquence de l'année scolaire, les élèves ont étudié la proportionnalité et ont (re)appris que les échelles sur les cartes correspondaient à une situation de proportionnalité. Ainsi, ils ont décidé d'utiliser la technique du produit de proportionnalité afin de calculer la distance totale réelle : $111 \times 100 \div 2{,}7 = 4111$ km. Le résultat est arrondi à l'unité.

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution.

Suites de nombres Proportionnelles : Traiter des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles.

Communiquer : Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Ils ont conclu ce calcul en notant « La distance totale parcourue par le camion durant la première semaine est de 4111 km ».

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution.

Dans un troisième temps, ils ont calculé la distance totale parcourue par le camion pour les deuxième, troisième et quatrième semaines, en effectuant le calcul suivant : $6 \times 12 + 15 = 87$cm.

Opérations sur les nombres en écriture décimale / Calcul mental : Effectuer soit mentalement soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations :
- addition, multiplication.

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution.

Toujours en utilisant la technique du produit de proportionnalité, ils ont calculé la distance totale réelle : $87 \times 100 \div 2{,}7 = 3222$ km. Le résultat est arrondi à l'unité.

Suites de nombres Proportionnelles : Traiter des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles.

Communiquer : Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Ils ont conclu ce calcul en notant « La distance totale parcourue par le camion durant les deuxième, troisième et quatrième semaines est de 3222 km ».

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution.

Dans un quatrième temps, les élèves ont calculé la somme des distances parcourues par le camion durant quatre semaines :

$4111 + 3 \times 3222 = 13777$ km.

Opérations sur les nombres en écriture décimale / Calcul mental : Effectuer soit mentalement soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations : addition, multiplication.

Communiquer : Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Ils ont conclu ce calcul en notant « La distance totale parcourue par le camion durant quatre semaines est de 13777 km ».

Réaliser : Exécuter une méthode de résolution.

Dans un dernier temps, les élèves ont calculé la distance moyenne par semaine parcourue par le camion : $13777 \div 4 = 3444{,}25$ km.

Statistiques : Calcul de la moyenne.

Communiquer : Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.

Ils ont conclu ce calcul et la session ResCo 2018 en notant « La distance moyenne par semaine parcourue par le camion est de 3444,25 km ».

Les points du programme abordés durant le dispositif

Points du programme de Cycle 4 mis en jeu lors de «L'entrepôt»

Thèmes	Connaissances	Compétences associées
Thème A - Nombres et calculs	**Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes**	
	Utiliser diverses représentations d'un même nombre	Nombres décimaux.
	Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels.	Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire.
	Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée.	
	Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.	
	Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient).	
	Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.	
	Utiliser le calcul littéral	
	Mettre un problème en équation en vue de sa résolution.	
	Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.	
Thème B - Organisation et gestion de données, fonctions	**Interpréter, représenter et traiter des données**	
	Recueillir des données, les organiser.	
	Résoudre des problèmes de proportionnalité	
	Reconnaître une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité.	
	Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle.	

Thème C - Grandeurs et mesures	**Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées**	
	Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités.	
	Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.	»Notion de grandeur produit et de grandeur quotient.
Thème D - Espace et géométrie	**Représenter l'espace**	
	(Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal.	»»Abscisse, ordonnée, altitude. »» Latitude, longitude.
	Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	
	Coder une figure.	
	Comprendre l'effet [...] d'une symétrie (axiale, centrale) [...] sur une figure.	
	Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture.	»»Médiatrice d'un segment. »» Parallélogramme : propriétés relatives aux côtés et aux diagonales.

Points du programme de CAP abordables lors de «L'entrepôt»

Unités communes	Domaine de connaissances	Capacités
Calcul numérique	**Opérations sur les nombres en écriture décimale. Calcul mental.**	Effectuer soit mentalement, soit « à la main », soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale faisant intervenir l'une au moins des opérations : - addition. - soustraction. - multiplication.
		Déterminer rapidement un ordre de grandeur.
Proportionnalité	**Suites de nombres proportionnelles**	Traiter des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles
	Fonction linéaire	Vérifier qu'une situation est du type linéaire: - en calculant le coefficient de proportionnalité,
Géométrie plane	**Segment**	Construire un segment de même longueur qu'un segment donné.
	Angle	Déterminer une mesure d'un angle donné.
	Médiatrice d'un segment	Construire à la règle et au compas la médiatrice d'un segment donné.
	Symétrie centrale **Symétrie orthogonale**	Identifier dans une figure donnée : - la perpendicularité de deux droites, - le parallélisme de deux droites.
	Axe de symétrie	Identifier dans une figure donnée une droite comme axe de symétrie.
	Centre de symétrie	Identifier dans une figure donnée un point comme centre de symétrie.
	Polygones usuels	Identifier dans une figure donnée : - un losange, - un parallélogramme.
	Unités de longueur **Unités d'aire**	- Convertir, en utilisant les unités du système métrique, des longueurs. - Déterminer la longueur d'un segment en utilisant une règle graduée.

Points du programme de Seconde BAC Pro mis en oeuvre lors de «L'entrepôt»

Domaines	Capacités	Connaissances
Information chiffrée, proportionnalité	Reconnaitre que deux suites de nombres sont proportionnelles. Resoudre un probleme dans une situation de proportionnalite clairement identifiee. Utiliser les TIC pour traiter des problemes de proportionnalite.	Proportionnalite : - echelles ;
Résolution d'un problème du premier degré	Dans des situations issues de la geometrie, d'autres disciplines, de la vie professionnelle ou de la vie courante, rechercher et organiser l'information, traduire le probleme pose a l'aide d'equations ou d'inequations, le resoudre, critiquer le resultat, rendre compte.	Methodes de resolution : – d'une equation du premier degre a une inconnue ; – d'une inequation du premier degre a une inconnue ;
De la géométrie dans l'espace à la géométrie plane	Construire et reproduire une figure plane a l'aide des instruments de construction usuels ou d'un logiciel de geometrie dynamique.	Figures planes considerees : triangle, carre, rectangle, losange, parallelogramme et cercle. Droites paralleles, droites perpendiculaires, droites particulieres dans le triangle.
	Isoler, reconnaitre et construire en vraie grandeur une figure plane.	
Notion de fonction	Utiliser une calculatrice ou un tableur grapheur pour obtenir, sur un intervalle : - l'image d'un nombre reel par une fonction donnee (valeur exacte ou arrondie) ; - un tableau de valeurs d'une fonction donnee (valeurs exactes ou arrondies) ;	Vocabulaire elementaire sur les fonctions : - image ; - antecedent ;

Points du programme de Première et Terminale BAC Pro mis en oeuvre lors de «L'entrepôt»

Domaines	Capacités	Connaissances
Statistique à une variable	Interpreter des indicateurs de tendance centrale et de dispersion, calcules a l'aide des TIC, pour differentes series statistiques quantitatives.	Indicateurs de tendance centrale : mode, classe modale, moyenne.
Suites numériques 1	Generer experimentalement des suites numeriques a l'aide d'un tableur.	Suites numeriques : - determination de termes particuliers.
Vecteurs 1	Reconnaitre des vecteurs egaux, des vecteurs opposes. Construire un vecteur a partir de ses caracteristiques.	Elements caracteristiques d'un vecteur $\vec{u}$: direction, sens et norme. Vecteurs egaux, vecteurs opposes, vecteur nul.
	Lire sur un graphique les coordonnees d'un vecteur. Representer, dans le plan rapporte a un repere orthogonal, un vecteur dont les coordonnees sont donnees. Calculer les coordonnees d'un vecteur connaissant les coordonnees des extremites de l'un quelconque de ses representants.	Coordonnees d'un vecteur dans le plan muni d'un repere.
	Calculer la norme d'un vecteur dans le plan rapporte a un repere orthonormal.	Norme d'un vecteur dans le plan rapporte a un repere orthonormal
	Reconnaitre, a l'aide de leurs coordonnees, des vecteurs egaux, des vecteurs colineaires.	Vecteurs colineaires.
Suites numériques 2	Appliquer les formules donnant le terme de rang n en fonction du premier terme et de la raison de la suite.	Expression du terme de rang n d'une suite arithmetique. Expression du terme de rang n d'une suite geometrique.
Géométrie dans le plan et dans l'espace : consolidation	Utiliser les definitions, proprietes et theoremes mis en place dans les classes precedentes pour identifier, representer et etudier les figures planes et les solides cites dans ce paragraphe.	

Points du programme de Seconde générale mis en oeuvre lors de «L'entrepôt»

Partie	Contenus	Capacités attendues
Fonctions	**Fonctions** Image, antécédent, courbe représentative.	Pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule : - identifier la variable et, éventuellement, l'ensemble de définition ; - rechercher des antécédents d'un nombre.
	Étude qualitative de fonctions Fonction croissante, fonction décroissante ; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.	- Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe. - Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations. Lorsque le sens de variation est donné, par une phrase ou un tableau de variations : - comparer les images de deux nombres d'un intervalle ; - déterminer tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée.
	Expressions algébriques Transformations d'expressions algébriques en vue d'une résolution de problème.	- Associer à un problème une expression algébrique. - Identifier la forme la plus adéquate (développée, factorisée) d'une expression en vue de la résolution du problème donné.
	Équations Résolution graphique et algébrique d'équations.	Mettre un problème en équation.
Géométrie	**Coordonnées d'un point du plan** Abscisse et ordonnée d'un point dans le plan rapporté à un repère orthonormé. Distance de deux points du plan.	Calculer la distance de deux points connaissant leurs coordonnées.
	Configurations du plan Triangles, quadrilatères, cercles.	Pour résoudre des problèmes : - Utiliser les propriétés des triangles, des quadrilatères, des cercles. - Utiliser les propriétés des symétries axiale ou centrale.

Des liens pour poursuivre la réflexion

- Le point de Fermat (P. GAMBLIN et D. PERRIN) :

  htps://www.math.u-psud.fr/pperrin/CAPES/geometrie/PointFermat.pdf

- Le point de Fermat-Toricelli (S.MEHL) :

  htp://serge.mehl.free.fr/anx/ptffermat.html

- Solving the Fermat-Weber problem, a numerical and geometric approach (B. TRACHSLER and M. GUGGISBERG) :

  numericalhtps://mgje.github.io/presentatons/Buudapest2014/slidesfFermat-eeber.pdf

- Somme des distances d'un point à un ensemble fini de points:

  htps://nanopdf.com/downloadFile/bo-somme-des-distances-dun-point-a-un-ensemble-fni-defpdf

- Balade autour de trois points remarquables du triangle (D. GRENIER):

  htp://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/squeletes/fcfx.php?num=79rrang=6

- C'est quoi le milieu de trois points? Du point de Fermat aux problèmes de transport, de la géométrie à l'informatiques (C.GOGA):

  htp://goga.perso.math.cnrs.fr/presentatonfsemfmathf2015fanimaton.pdf

Un questionnaire d'évaluation du dispositif

Accessible par un lien publié sur le forum :

Questionnaire enseignants 2018
Merci de remplir en ligne le questionnaire suivant :
https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIp ... sp=sf_link

Questionnaire en ligne :

QUESTIONS   RÉPONSES 19

Rubrique 1 sur 9

Questionnaire destiné aux enseignants: L'entrepôt.

Vous avez fait chercher « L'entrepôt » par une ou plusieurs classes dans le cadre d'une session de résolution collaborative de problème proposée par le groupe ResCo de l'IREM de Montpellier.
Afin d'évaluer le dispositif de recherche, nous souhaitons recueillir vos réponses au questionnaire ci-dessous. Merci pour votre collaboration.

Organisation du dispositif ResCo

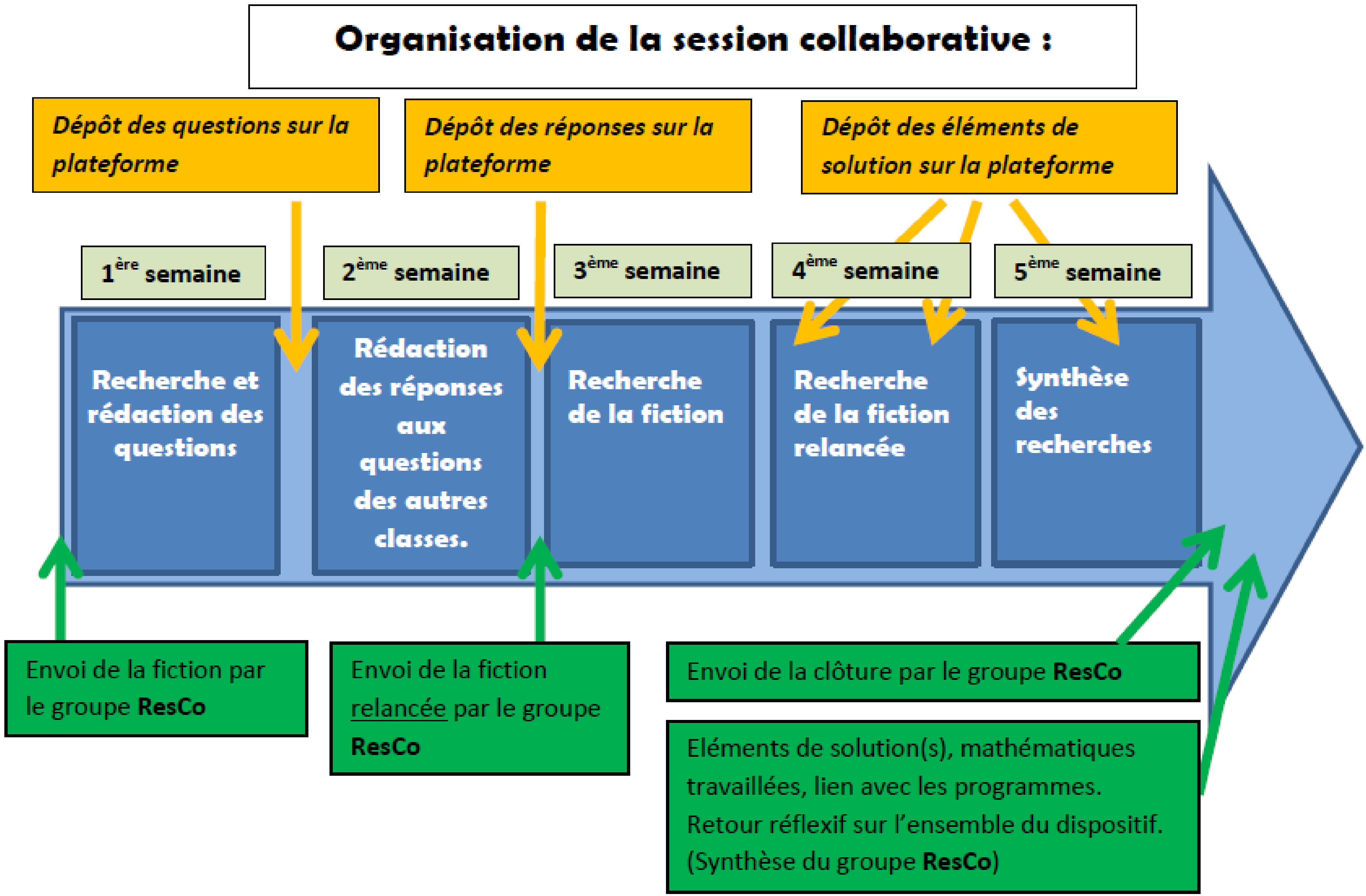
Le dispositif ResCo :

- Une fiction réaliste élaborée par le groupe ResCo.

- Plus de 60 classes de la sixième à la terminale (Lycées général et professionnel) engagées. (par groupes de 3 classes contitués par ResCo)

- Une recherche qui se déroule sur 5 semaines (à raison d'une séance/semaine) selon un calendrier fixé par ResCo (début du dispostif le lundi 14 janvier 2019).

- Une plateforme : lieu d'échanges des travaux de recherche entre élèves, entre classes (gérée par l'enseignant).


Organisation de la session collaborative :
Dépôt des questions sur la plateforme
Dépôt des réponses sur la plateforme
Dépôt des éléments de solution sur la plateforme
1ère semaine
2ème semaine
3ème semaine
4ème semaine
5ème semaine
Recherche et rédaction des questions
Rédaction des réponses aux questions des autres classes.
Recherche de la fiction
Recherche de la fiction relancée
Synthèse des recherches
Envoi de la fiction par le groupe ResCo
Envoi de la fiction relancée par le groupe ResCo
Envoi de la clôture par le groupe ResCo
Eléments de solution(s), mathématiques travaillées, lien avec les programmes.
Retour réflexif sur l'ensemble du dispositif.
(Synthèse du groupe ResCo)

Comment nous contacter ?

- Adresse électronique:

resco@math.univ-montp2.fr

- S'inscrire pour visiter le forum et/ou participer au dispositif 2018/2019 :

http://forum.math.univ-montp2.fr

Bibliographie

Modeste, S., Yvain S. (2017) Faire entrer les élèves dans la mathématisation horizontale – Des « fictions réalistes » et un dispositif de « résolution collaborative » *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics), n° 27, supplemento 2 -Actes de la 69e CIEAEM*, p.291-297, 15-19 Juillet 2017 Berlin.

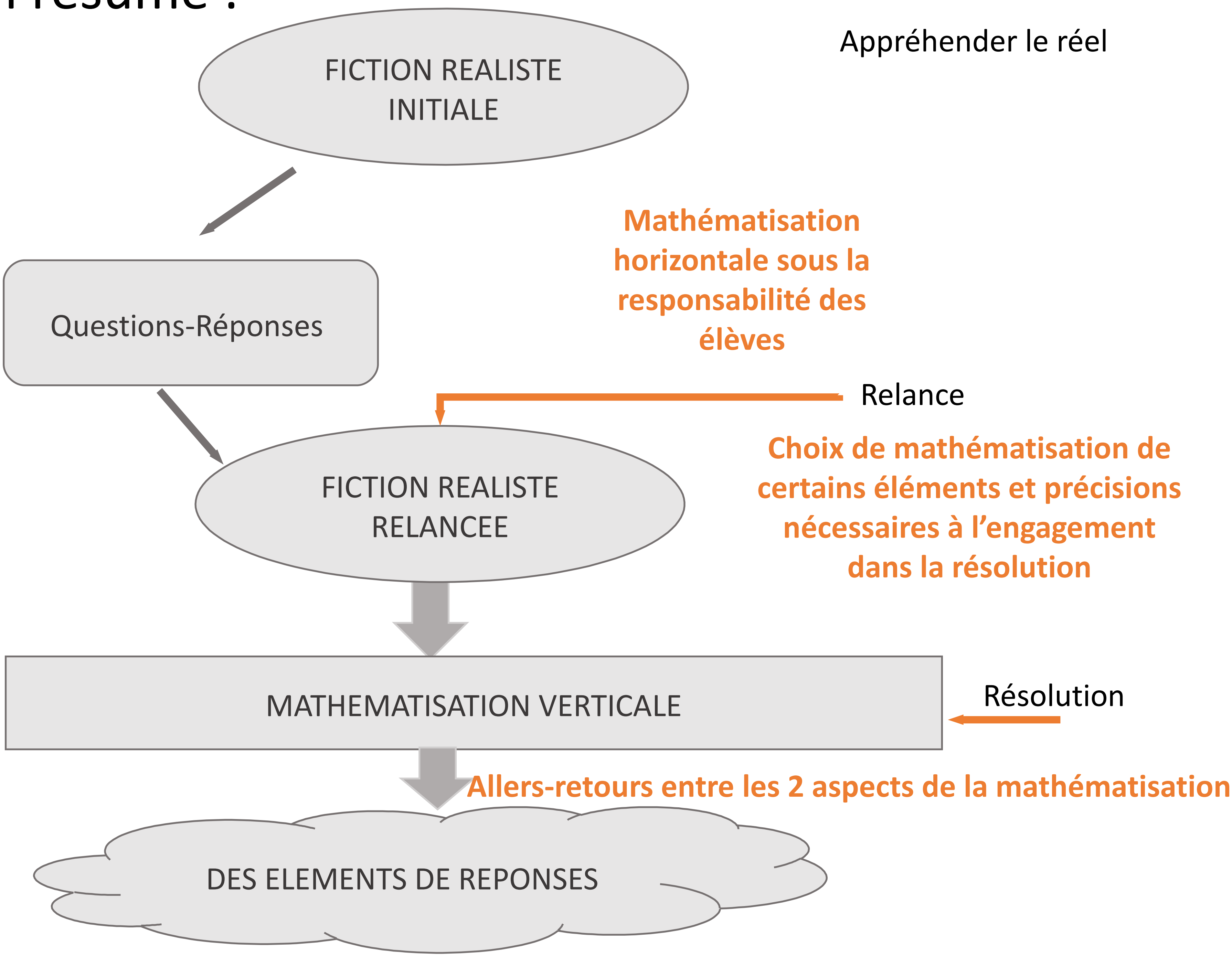
ResCo, IREM de Montpellier (2014) La résolution collaborative de problèmes comme modalité de la démarche d'investigation. *Repères IREM 96*, p. 73-96.

Ray, B. (2013). Les fictions réalistes : un outil pour favoriser la dévolution du processus de modélisation mathématique ? Une étude de cas dans le cadre de la résolution collaborative de problème. Mémoire de Master 2 Recherche Histoire, Philosophie et didactique des Sciences, Universités Lyon 1 et Montpellier 2. p.39

Sauter, M. (2008). Une communauté d’enseignants pour une recherche collaborative de problèmes. repères irem, n° 72, p. 25-45.

Yvain, S. (2016) Vers une possible dévolution de la mathématisation aux élèves dans un processus de modélisation In Actes de la 18ème école d’été de didactiques des mathématiques. Brest.

En résumé :


Appréhender le réel
FICTION REALISTE INITIALE
Mathématisation horizontale sous la responsabilité des élèves
Questions-Réponses
Relance
FICTION REALISTE RELANCEE
Choix de mathématisation de certains éléments et précisions nécessaires à l'engagement dans la résolution
MATHEMATISATION VERTICALE
Résolution
Allers-retours entre les 2 aspects de la mathématisation
DES ELEMENTS DE REPONSES