

**Et si la didactique pouvait
aider les enseignants...**

Karine Millon-Fauré

Plan de l'intervention

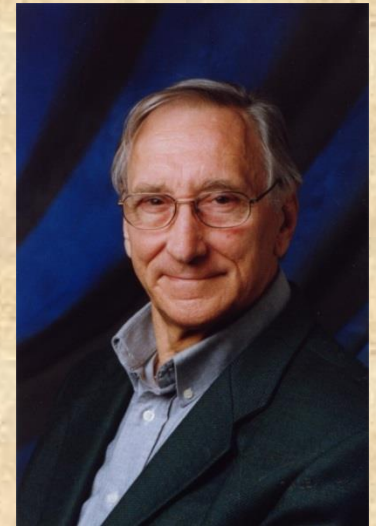
1. Comment élaborer une séquence d'enseignement?

*Appui sur les travaux de
Yves Chevallard*



2. Quelques pièges à éviter

*Appui sur les travaux de
Guy Brousseau*



3. Mes travaux de recherche

1. Comment élaborer une séquence d'enseignement ?



Mathématicien

Problème

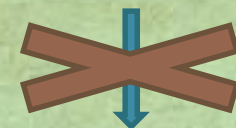
Connaissances,
techniques, etc.

Savoir
Savant



Enseignant

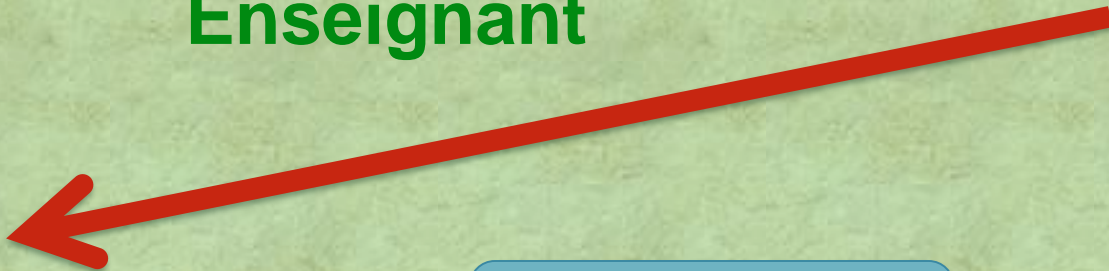
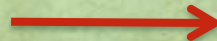
Savoir à
enseigner



Activité

Connaissances,
techniques, etc.

Savoir
enseigné



Elève

*Comment trouver
une activité
permettant cela ???*

Savoir
appris (et
compris!)



A. Quelle activité choisir ?

L'activité choisie doit vérifier plusieurs critères :

1) Elle doit permettre une recherche en autonomie de tous les élèves

- Tout élève doit pouvoir s'approprier la situation
- Tout élève doit pouvoir proposer une technique
- Les élèves doivent pouvoir essayer la technique qu'ils veulent

2) Elle doit montrer l'intérêt des savoirs visés

- Le savoir visé doit correspondre à la technique la plus pertinente

A. Quelle activité choisir ?

Par exemple : « **Utiliser le calcul littéral.** Mettre un problème en équation en vue de sa résolution. Développer et factoriser des expressions algébriques dans des cas simples. Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré etc...» *B.O cycle 4*

- **Type de tâches** : résoudre un problème qui peut être modélisé par une équation du 1^{er} degré.
- **Technique** : résolution d'une équation du 1^{er} degré.

A. Quelle activité choisir ?

1^e proposition d'activité :

Je pense à un nombre, je prends son triple, je retranche 30 et je trouve 3.
Quel est ce nombre ?

Il existe une technique plus pertinente que la technique attendue : « Remonter » le programme de calcul

$$3 + 30 = 33$$

$$33 : 3 = 11$$



Ce n'est pas une bonne activité pour montrer l'intérêt de la mise en équation

A. Quelle activité choisir ?

2^e proposition d'activité :

Une boulangère très joueuse demande à Louise de résoudre l'énigme suivante pour trouver le prix d'une baguette de pain.

« La moitié du prix de la baguette augmentée de 0,70€ est égale au double du prix de la baguette diminué de 0,65€ ».

Comment Louise doit-elle s'y prendre pour retrouver le prix de la baguette ?

Possibilité de résoudre ce problème par « essais et ajustements » ou par « essais systématiques » (*prix de la baguette compris entre 0,50 € et 1,50 €*)



Ce n'est pas une bonne activité pour montrer l'intérêt de la mise en équation

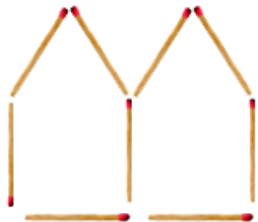
A. Quelle activité choisir ?

3^e proposition d'activité :

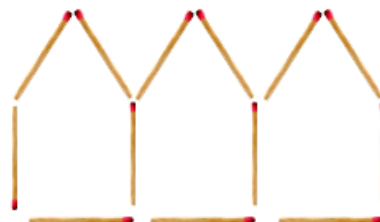
Problème : On représente des maisons avec des allumettes.



Etape 1



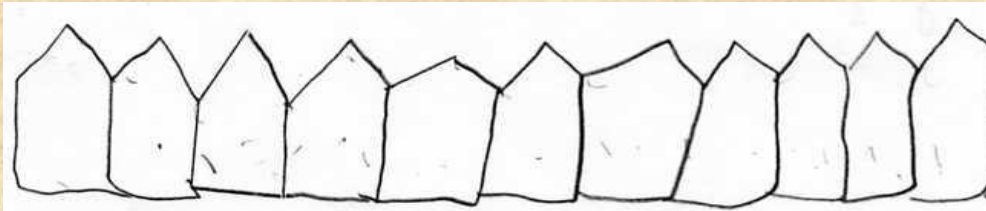
Etape 2



Etape 3

*J'ai utilisé 49
allumettes. Combien
de maisons ai-je
construites?*

Possibilité de résoudre ce problème en dénombrant



**➡ Ce n'est pas une bonne activité pour montrer
l'intérêt de la mise en équation**

A. Quelle activité choisir ?

Il faut réfléchir en amont aux différentes techniques permettant de réaliser le type de tâche choisi (résoudre un problème qui peut être modélisé par une équation du 1^{er} degré) :

- Remonter un programme de calcul
- Essais et ajustements ou essais systématiques
- Dénombrement

- Résolution d'une équation du 1^{er} d°

- Résolution graphique
- etc...

Trouver une situation abordable grâce aux anciennes techniques mais où la technique visée est clairement la plus pertinente

A. Quelle activité choisir ?

1^e proposition d'activité :

Je pense à un nombre, je prends son triple, je retranche 30 et je trouve 3.
Quel est ce nombre ?



On ne doit pas pouvoir remonter le programme de calcul

A. Quelle activité choisir ?

Exemple 1 : Voici un programme de calcul :

- a. Choisir un nombre
- b. Multiplier par 5
- c. Ajouter 2
- d. Enlever le nombre de départ

Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 13 à la fin?

Exemple 2 : Alice et Bertrand affichent un même nombre sur leur calculatrice. Alice multiplie le nombre affiché par 3, puis ajoute 4 au résultat obtenu.

Bertrand, lui, multiplie le nombre affiché par 2, puis ajoute 7 au résultat obtenu.

Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent exactement le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?


A. Quelle activité choisir ?

2^e proposition d'activité :

Une boulangère très joueuse demande à Louise de résoudre l'énigme suivante pour trouver le prix d'une baguette de pain.

« La moitié du prix de la baguette augmentée de 0,70€ est égale au double du prix de la baguette diminué de 0,65€ ».

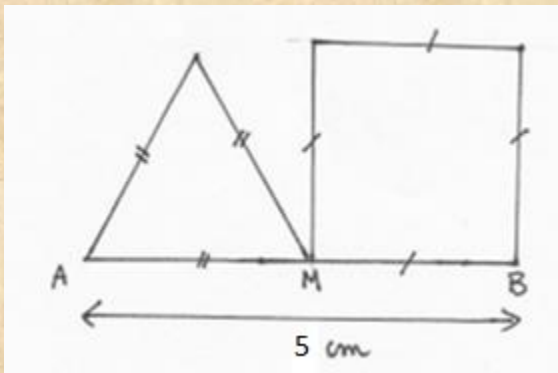
Comment Louise doit-elle s'y prendre pour retrouver le prix de la baguette ?

 **La technique par « essais » doit être fastidieuse, voire insuffisante.**

A. Quelle activité choisir ?

Exemple 1 : Zia demande le prix d'un livre au libraire. Celui-ci lui répond 'la moitié du prix du livre augmentée de 223 € est égale à 8 fois le prix du livre diminué de 200 €'. Quel est le prix du livre?

Exemple 2 :

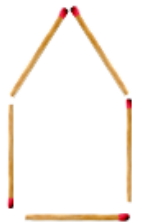


Le segment $[AB]$ mesure 5 cm. Trouver la distance $[AM]$ pour que le triangle équilatéral et le carré aient le même périmètre.

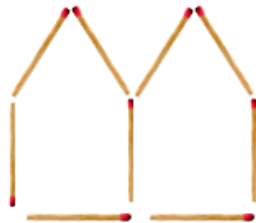
A. Quelle activité choisir ?

3^e proposition d'activité :

Problème : On représente des maisons avec des allumettes.



Etape 1



Etape 2



Etape 3

*J'ai utilisé 49
allumettes. Combien
de maisons ai-je
construites?*

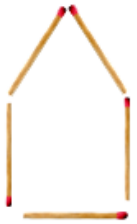


Il faut que le dénombrement à partir d'un schéma soit fastidieux

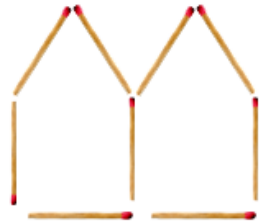
A. Quelle activité choisir ?

Exemple 1 :

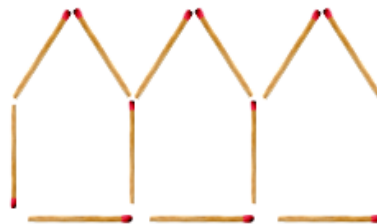
Problème : On représente des maisons avec des allumettes.



Etape 1



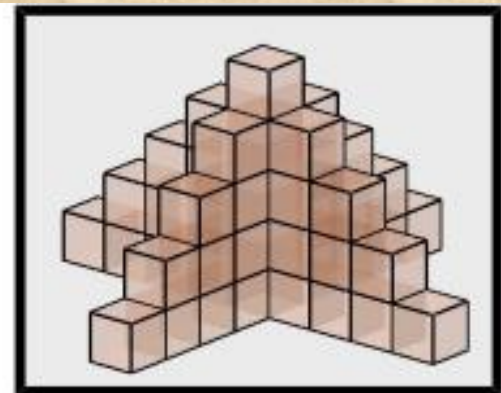
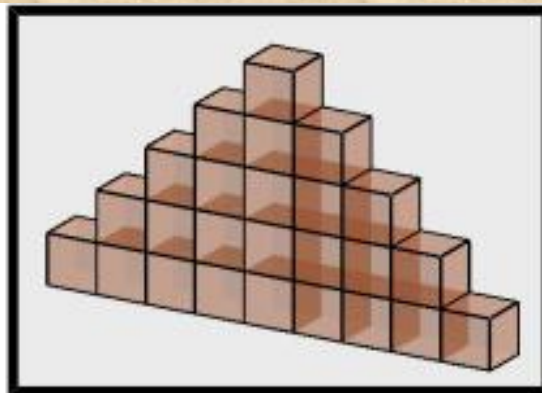
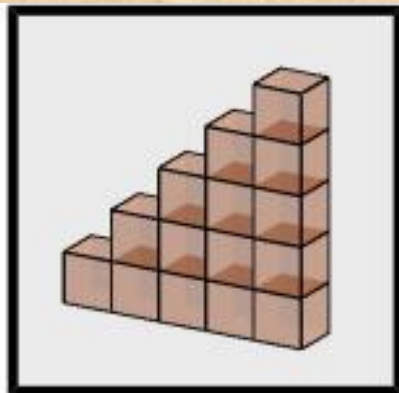
Etape 2



Etape 3

*J'ai utilisé **493** allumettes. Combien de maisons ai-je construites?*

Exemple 2 :



A. Quelle activité choisir ?

Bilan : Pour construire une séquence, il faut réfléchir

- Aux **types de tâche** que l'on souhaite faire rencontrer aux élèves
Résoudre un pb qui peut être modélisé par une équation du 1^{er} d°.
- Aux **techniques** qui permettent de le résoudre (celles qui sont déjà connues des élèves et celle que l'on souhaite leur faire acquérir)
Résolution d'une équation du 1^{er} degré.
- Aux **éléments technologiques ou théoriques** qui justifient ces techniques (parmi eux, ceux qui pourront être présentés aux élèves).
On peut ajouter ou enlever une même quantité aux deux membres d'une égalité.

C'est ce que Chevallard appelle *l'organisation mathématique*

B. Comment organiser ma séquence ?

Chevallard distingue **6 moments** dans une séquence :

1. **La première rencontre** avec le type de tâche
2. **Le moment exploratoire** : les élèves testent leurs anciennes techniques, en construisent des nouvelles
3. **Le moment technologique** : la classe cherche à justifier les techniques utilisées.
4. **Le moment d'institutionnalisation** : la classe s'entend sur les savoirs à retenir, ce qui nécessite une décontextualisation et une dépersonnalisation

***Au cours
d'une ou
plusieurs
activités de
recherche***

B. Comment organiser ma séquence ?

5. **Le travail sur les techniques** : *exercices d'entraînement*

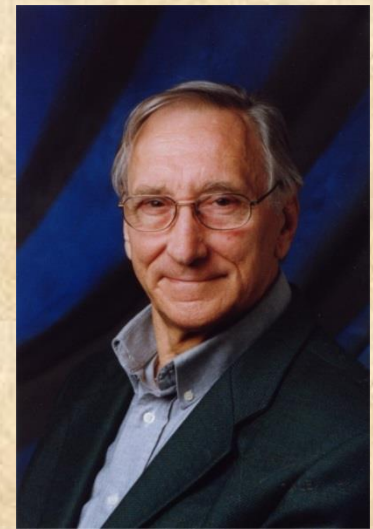
6. **L'évaluation**

C'est ce que Chevallard appelle **l'organisation didactique**

Remarques :

- *Certains moments peuvent se chevaucher*
- *Certains peuvent se produire plusieurs fois*
- *L'ordre peut être modifié*
- *Ces moments peuvent de longueurs très différentes*

2. Quelques pièges à éviter



A. Les effets de contrat

Le contrat didactique : ensemble des règles souvent tacites qui régissent la relation entre enseignant et élèves.

E cherche à répondre aux attentes de P telles qu'il les perçoit (et réciproquement)

Parfois au détriment des apprentissages

Exemples :

- Finalité des questions posées à l'école : *E cherche à répondre \neq P veut qu'il apprenne.*
- Consigne ambiguë (« Faire un dessin ») : *E est supposé comprendre les attentes de P.*

A. Les effets de contrat

L'Age du capitaine (Stella Baruk) :

Des enseignants proposent à 97 élèves de CE1 et CE2 le problème suivant :

Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres.

Quel est l'âge du capitaine ?

76 élèves sur les 97 ont donné l'âge du capitaine.

Face à un problème mathématique, les élèves s'attendent à devoir effectuer un calcul.

B. Les effets Topaze

Topaze, il dicte en se promenant.

« Des moutons... des moutons... étaient t-en sûreté... dans un parc ; dans un parc. (Il se penche sur l'épaule de l'élève et reprend.) Des moutons... moutonss... (l'élève le regarde, ahuri.)

Voyons, mon enfant, faites un effort. Je dis moutonsse. Etaient (*il reprend avec finesse*) étai-eunnt. C'est-à-dire qu'il n'y avait pas qu'un moutonne. Il y avait plusieurs moutonsse. »

Le maître surmonte la difficulté à la place de l'élève.

Piste de recherche

Combien y a-t-il de fenêtres sur la façade de ces l'immeubles.

Observe et **complète** les calculs de Théo et Djamila.

Utilise la table de Pythagore.



Calcule le nombre de fenêtres de la tour.



$$13 \times 7$$



$$13 = 10 + 3$$

$$14 = 10 + 4$$

Théo calcule 14×5 .

$$14 \times 5 = 10 \times 5 + 4 \times 5$$

$$14 \times 5 = \dots + \dots = \dots$$

Nombre de fenêtres :

Djamila calcule 13×7 .

$$13 \times 7 = 10 \times \dots + 3 \times \dots$$

$$13 \times 7 = \dots + \dots = \dots$$

Nombre de fenêtres :



C. Les effets Jourdain

Effet Jourdain :

« J : Quoi ? quand je dis : "Nicole, apportez-moi mes pantoufles, et me donner mon bonnet de nuit", c'est de la prose ?

P : Oui, Monsieur.

J : Par ma foi ! il y a plus de quarante ans que je dis de la prose sans que j'en susse rien, et je vous suis le plus obligé du monde de m'avoir appris cela. [...]

P : Voilà ce que c'est que d'être instruit, monsieur. »

Une réponse banale est interprétée comme la manifestation d'un savoir.

D. Les obstacles épistémologique

« a. Un obstacle épistémologique est une connaissance, un savoir ou une conception [...]

b. Cette connaissance procure des réponses « adaptées » à un certain contexte assez familier

c. Mais hors de ce contexte elle engendre des erreurs, des réponses « évidentes » mais fausses... »

Exemples :

-« Quand on multiplie par 10, on met un zéro à la fin »


Donc $4,5 \times 10 = 4,50$ ()*

-« Un rectangle a 2 grands côtés et 2 petits côtés »

Donc un carré n'est pas un rectangle ()*

D. Les obstacles épistémologique

- « d. La seule solution doit être l'abandon de la connaissance [...] et son remplacement par une autre plus appropriée.*
- e. Ce remplacement est difficile à cause de la persistance des avantages de l'obstacle.*
- f. Il ne suffit pas de posséder une connaissance meilleure pour que celle qui faisait obstacle disparaisse, il faut l'identifier, la renier explicitement » (Brousseau, 2010)*

 *E doit prendre conscience des limites de sa connaissance : il doit rencontrer l'obstacle.*

P doit accompagner cette rencontre.

3. Mes propres recherches...

A. Élèves non francophones

Les difficultés dans la maîtrise de la langue peuvent-elles impacter l'activité mathématique des élèves migrants ?

Évaluation commune dans 5 collèges :

- *Résultats très hétérogènes chez les élèves migrants !*
- *Meilleure note obtenue par une élève arrivée en France un an auparavant.*

Pas de lien entre la maîtrise de la langue et l'activité mathématique ??

Questionnaire sur le lexique spécifique aux mathématiques :

- *Une grande hétérogénéité dans la maîtrise du lexique mathématique*
- ***Pas de corrélation entre la maîtrise de la langue usuelle et la maîtrise du lexique spécifique aux mathématiques***

A. Élèves non francophones

Extrait d'entretien avec un élève migrant :

- *Moi : et après 'parallèles' / qu'est-ce que c'est*
- *C : des lignes qui ne // qui ne mettent pas*
- *Moi : qui ne m'aident pas // des lignes qui ne m'aident pas / c'est ça que tu veux dire?*
- *C : heu // mettre // qui ne mettre pas*
- *Moi : qui ne mettre pas // je comprends pas trop ce que tu veux dire*
- *C : ah / Qui rencontrent*
- *Moi : aaah / parce que c'est to meet / c'est ça que tu voulais dire / en anglais c'est to meet // d'accord*

A. Élèves non francophones

Les difficultés dans la maîtrise de la langue peuvent-elles impacter l'activité mathématique des élèves migrants ?

Évaluation commune dans 5 collèges :

- *Résultats très hétérogènes chez les élèves migrants !*
- *Meilleure note obtenue par une élève arrivée en France un an auparavant.*

Pas de lien entre la maîtrise de la langue et l'activité mathématique ??

Questionnaire sur le lexique spécifique aux mathématiques :

- *Une grande hétérogénéité dans la maîtrise du lexique mathématique*
- ***Pas de corrélation entre la maîtrise de la langue usuelle et la maîtrise du lexique spécifique aux mathématiques***



Malentendu chez les enseignants

Enseignement de la langue spécifique aux mathématiques

A. Élèves non francophones

Participation au projet Evascol (*évaluation de la scolarisation des élèves allophones*).

Axe 2 : évaluer les apprentissages scolaires en français et en mathématiques

A l'arrivée : un test de mathématiques **en langue d'origine**



Évaluer les savoirs mathématiques par rapport aux attendus du système scolaire français

Au bout d'un an : le même test en **français**.



Évaluer la compréhension des consignes en français

Perspectives : une formation pour les enseignants de mathématiques

B. Élèves en difficulté en mathématiques

- Recherche collaborative franco-québécoise sur la résolution de problèmes à l'école primaire
- Élaboration d'un dispositif d'aide **pour certains élèves** :
 - **en amont de la séance en classe** (*présentation de la situation... sans aller trop loin...*)
 - **après la séance de classe** (*discussion sur ce qu'il faut retenir de la séance*)
- Éléments de conclusion : le dispositif d'aide semble permettre aux élèves ciblés **de prendre une véritable position d'élèves** (*notamment en début de séance*).

• Et ensuite ?

Expérimentations : en France; en collège; sur un temps long...

Comme outil de **formation** pour les enseignants.

C. Élèves sourds

Observation d'une ULIS pour élèves sourds au collège Pasteur → **Présence d'un interprète**

Pas de communication directe :

- Avec l'enseignant
- Avec les autres élèves

Problèmes dus à la traduction :

- Reformulations
- Sélection d'informations

Problème spécifique à la langue des signes :

- Impossible d'écrire et de communiquer
- Lacunes dans les langues de spécialité

En conclusion

Cet exposé avait pour objectif de vous montrer que la **didactique** :

- peut vous apporter **des outils pour construire vos séquences et pour les mettre en œuvre.**
- peut vous aider à **remettre en question votre manière d'enseigner** afin de l'améliorer.

*Merci pour
votre
attention...*