

**Directrice de publication**  
Marie-Laure Darche-Giorgi

**Comité de rédaction**

Jacques Borowczyk,  
Daniel Boutté, Gérard Chauvat,  
Jacqueline Collet, Roger Crépin,  
Luce Dossat, René Gauthier,  
Georges le Nezet, Ginette Mison,  
Serge Parpay, Raymond Torrent,  
Michel Mirault, René Metrégeste

**Rédaction**

Michel Darche, Michel Clinard

**Secrétariat**

Madeleine Schlienger

**Diffusion - Ventes**

Patrick Marthe, Pierre Daudin

**Publicité**

Pascal Monsellier

**Abonnements**

PLOT APMEP  
Université, BP 6759  
45067 Orléans-Cédex 2

**Prix d'abonnement**

100 FF pour 4 numéros par an  
Adhérent APMEP : 80 F  
Abonnement étranger : 120 F

**Photocomposition  
et maquette**

Techniques Graphiques du Futur

**Photogravure et impression**

Fabrigue - Limoges

**Commission paritaire**

63181 - ISSN 0397-7471

**Éditeur**

Associations régionales  
de l'APMEP de Poitiers,  
Limoges, Orléans-Tours,  
Nantes, Rennes, Rouen, Toulouse,  
Brest, Caen et Clermont-Ferrand

**Diffusion**

Adecum (Association pour le  
développement de l'enseignement  
et de la culture mathématique).  
Publié avec le concours du  
Centre National des Lettres et du  
Ministère de la Coopération

# SOMMAIRE

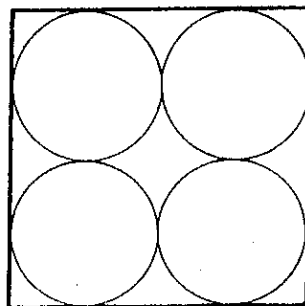
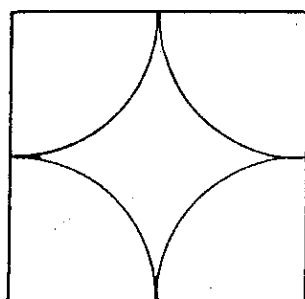
Éditorial.....	1
Popularisation des mathématiques : Howson, Kahane, Pollak.....	2
Du sucre dans les épinards : Michel Mendès France, Bordeaux.....	7
Itération au Collège : Claude Landré, Orléans.....	9
Quéneau, mathématicien : Jean-Luc Corcea, Tours.....	13
Frises en classe de CM : J. Sauvaget & R. Torrent, La Roche/Yon.....	17
L'axiome du choix en BD : Cécile Morillon, Issoire.....	19
Les mathématiciens de la Révolution : André Deledicq, Paris.....	20
Une expo au collège, Pythagore de Samos : Serge Ducloux, Chécy.....	29
Les mathématiques en Afrique,.....	35
au Togo : Ménelaüs : Claude Vautard. Thalès : M.O. Désécot.....	36
à Madagascar, culture et mathématiques.....	39
Structure de groupe sur une courbe : Claude Viale, Tananarive.....	41
Une nouvelle expo : L'esprit informatique R. Torrent.....	44
Réabonnement et bon de commande.....	48

# ÉDITORIAL

**E**t oui, dernier numéro de 1989, dernière occasion pour parler des mathématiciens de la révolution ? Oui pour cette année, d'autant plus que **Monge, Condorcet** (et l'abbé Gégroire) font leur entrée au Panthéon. Mais on reparlera encore de ces mathématiciens auquel le système éducatif français «doit» beaucoup.

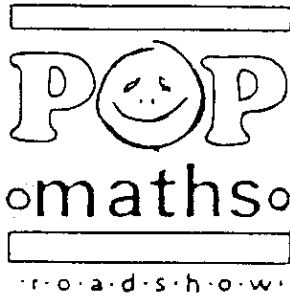
Ce numéro est aussi l'occasion de parler de **popularisation des mathématiques** qui préoccupe de nombreux pays : Royaume-Uni, Afrique, Inde, France, Espagne... et du rapport Dacunha-Castel qui propose d'alléger les programmes des classes scientifiques de Lycée. En cadeau de Noël, voici un petit **problème-choc** pour vos fêtes : Dans un champ carré, où placer 4 chèvres accrochées chacune à un piquet pour qu'elles broutent la même surface d'herbe ?

Les solutions les plus simples ne sont pas toujours les meilleures !!! Pour faire plus moderne on pourra remplacer les chèvres par des arroseurs à pivot !



# POPULARISATION DES MATHÉMATIQUES

HOWSON, KAHANE, POLLAK - CIEM



\*CIEM  
commission  
internationale sur  
l'enseignement des  
mathématiques.

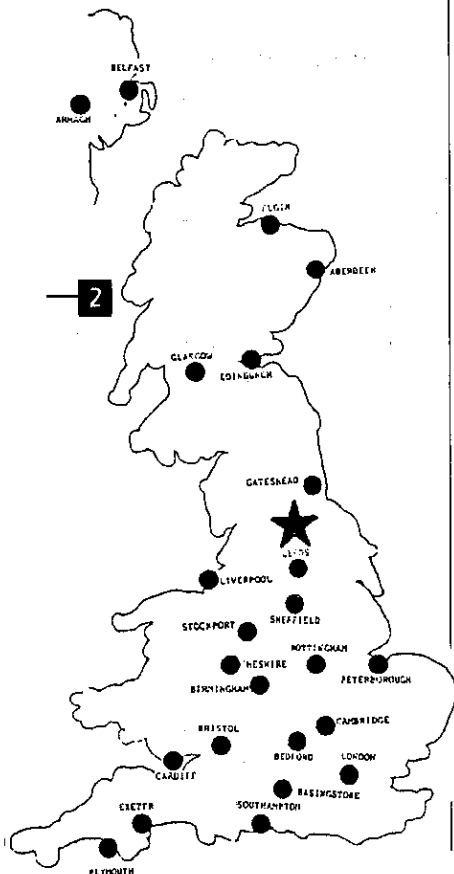
A.G. Howson (Southampton), J.P. Kahane (Orsay) et H. Pollak (USA) sont les organisateurs du séminaire de l'ICME organisé à Leeds en septembre 89. A cette occasion ils ont adressé un texte à tous ceux qui pouvaient participer à cette rencontre. Vous en trouverez, ci-après, de larges extraits. Notons aussi que cette rencontre est le point de départ d'un «Pop maths Roadshow» qui doit itinérer pendant 18 mois à travers plus de vingt villes universitaires du Royaume Uni. L'exposition «Horizons Mathématiques» y a, bien sûr, une place privilégiée.

## La popularisation des mathématiques, un problème international

**A**u contraire des autres sciences, les mathématiques, au moins en partie, sont enseignées à tous les élèves. C'est ce qui rend l'enseignement et l'éducation mathématiques si importants. D'un autre côté, il y a peu sinon aucune science qui provoque des réactions aussi négatives et sont aussi mal comprises que les mathématiques.

Beaucoup, par exemple, ne peuvent même pas croire que les mathématiques sont une science vivante. Comment améliorer l'image qu'ont, auprès du public, les mathématiques et les mathématiciens ? On cherche à identifier les moyens spécifiques et à suggérer les voies par lesquelles les maths peuvent être efficacement popularisées. Plusieurs de ces moyens ne sont pas spécifiques des maths, cependant la popularisation des maths a des caractéristiques spéciales : obstacles, contraintes et difficultés d'une part, importantes possibilités et opportunités de l'autre.

Cette étude réunit les expériences internationales majeures, présentes ou passées, et sera le point de départ d'une manifestation nationale et internationale (**Pop maths Roadshow**) faite d'une grande exposition itinérante, de films, de vidéos, de conférences, d'émissions de télévision et de radio.



## Un citoyen informé

Le développement des sciences et la vie quotidienne des hommes sont indirectement mais néanmoins intimement liés. Les choix stratégiques des états, choix économiques, militaires et d'environnement, sont façonnés par les changements technologiques et conduisent à de nouveaux changements technologiques. Des répercussions en chaîne apparaissent alors qui touchent tous les métiers, la santé, les communications, la vie personnelle et familiale...

Un citoyen informé, quelles que soient ses activités, doit avoir une connaissance des points cruciaux où sont faits ces choix. Une telle compréhension de la science est un besoin démocratique et économique dans toute société moderne et y contribuer est bien l'un des défis sociaux décisif dans le futur.

## Une divergence croissante

Pourtant, il y a aujourd'hui une divergence croissante entre le développement de la science et la compréhension générale qu'en a une large majorité des hommes et des femmes. Pensant que la science est universelle et peut aider à développer l'unité des personnes, nous constatons que la recherche et l'enseignement scientifique actuels accroissent les inégalités et les frustrations. Bien que les concepts scientifiques soient impliqués dans tous les plans de la vie quotidienne, trop de gens sont incapables de saisir des idées scientifiques, ne savent pas ce qu'est une pensée scientifique et, en fin de compte, sont très souvent poussés à des modes de pensée irrationnels. Même ceux qui ont reçu un bon enseignement, et sont pourvus de quelques connaissances scientifiques, n'ont pas le temps ou l'envie d'élargir leurs connaissances scientifiques et de garder le contact avec les développements modernes.

## Connaissance et culture

C'est la situation à laquelle la popularisation des sciences doit répondre. D'un côté une croissance exponentielle des connaissances scientifiques produites par et diffusées dans de petits groupes de spécialistes, de l'autre, un besoin général, social, d'une compréhension populaire des découvertes,

W. SOMERSET MAUGHAM

## MRS. CRADDOCK

Traduit de l'anglais par Paul Couturier



Collection • N.R.P./Littérature •  
ÉDITIONS DU ROCHER  
JEAN-PAUL BERTRAND  
Éditeur

des résultats, des idées et des modes de pensée scientifiques. Tout effort pour jeter un pont entre les deux fait partie de la popularisation dans son sens le plus large.

Dans un sens plus restrictif, celui que nous considérons ici, la popularisation des sciences implique tout effort fait ou qui doit être fait pour relier les développements scientifiques, la connaissance et l'information du public, abstraction faite de ceux qui prennent place dans le système scolaire et dans l'enseignement, même supérieur.

### Les facteurs de la popularisation mathématique

Les processus de popularisation impliquent 3 facteurs : les **sujets** à considérer, les **publics** qu'il est souhaitable d'intéresser à ces sujets et les **médias** à utiliser comme vecteurs de communication. Pour aider à faire ces choix, il y a un besoin évident d'identifier des objectifs spécifiques et des critères de choix.

**Aucun sujet ne peut être exclu a priori.** Chaque avancée réelle de la science doit être connue en dehors du petit cercle des spécialistes qui y ont participé sinon elle risque d'être perdue. Tout effort pour la faire connaître, pour expliquer sa signification à une large audience, fait partie du processus de popularisation qui peut se faire à plusieurs niveaux.

Au plus haut niveau, la divulgation des sujets de recherche (à travers, disons, des rapports écrits) est une ultime mais nécessaire étape du processus général. Cependant, il y a beaucoup d'autres approches des recherches actuelles : par exemple, l'histoire du sujet, ses applications particulières (toutes celles qui ont un aspect nouveau) et une compréhension des personnes impliquées dans ce travail et leurs motivations.

Parallèlement, **aucune couche de la population ne doit être exclue.** Enfants de tous âges, travailleurs, citoyens, tout type de profession, et aussi les autres scientifiques. Toutes les motivations doivent être prises en compte : intérêt professionnel, curiosité, connaissance générale... Mais aussi préjugés, craintes et peurs...

**Tous les médias** doivent pouvoir être exploités : livres, journaux, périodiques, films, expositions, TV et radio, logiciels... Formations initiale et continuée doivent jouer un rôle complémentaire décisif dans cette popularisation des mathématiques. Quel que soit le média, la popularisation doit être analogue à la traduction et ses qualités dépendront des habiletés et de l'expérience du traducteur. Certains d'entre eux sont des professionnels : journalistes ou écrivains scientifiques. Ils peuvent bien avoir un rôle catalyseur à jouer dans l'implication des mathématiciens, des enseignants et d'autres professionnels dans le processus général de popularisation.

### Caractéristiques de la popularisation des mathématiques

#### UNE IMAGE NÉGATIVE

Pour beaucoup, la relation aux mathématiques est dominée par ce qui leur est arrivé à l'école. Les conséquences affectives sont souvent considérables : amour, intérêt, aversion, haine et, trop souvent, crainte, peur. Cela conduit avec succès à l'école et dans l'esprit général, à penser que les mathématiques nécessitent une forme de pensée spéciale et qu'elles attirent uniquement ceux qui ont une disposition particulière.

Les mathématiciens renforcent cette impression soit en refusant de participer à la popularisation du sujet soit par la façon dont ils se comportent ou expliquent aux profanes.

«Remarquez comment tout grand mathématicien qui est entièrement et uniquement penché sur cette science est solitaire, incapable de vivre avec les autres, inapte à

« — Crénom ! s'exclama le docteur.

...Mais Miss Ley Craddock était déchaînée et elle l'interrompit :

« La fonction spécifique de la femme est de propager son espèce et si elle est sage, elle choisira un homme fort et sain comme père de ses enfants. Je n'éprouve aucune patience envers ces femmes qui épousent un homme pour son intelligence. A quoi sert un homme capable de procéder à des opérations mathématiques abstruses ? Une femme souhaite qu'un homme ait des bras solides et un estomac de bœuf ».

## And God Said,

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} = \rho$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 B_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (B_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} = 0$$

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (E_\phi \sin \theta) - \frac{\partial E_\theta}{\partial \phi} \right] = - \frac{\partial B_r}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r E_\phi) \right] = \frac{\partial B_\theta}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right] = \frac{\partial B_\phi}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (H_\phi \sin \theta) - \frac{\partial H_\theta}{\partial \phi} \right] = I_r + \frac{\partial D_r}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) \right] = I_\theta + \frac{\partial D_\theta}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r H_\theta) - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right] = I_\phi + \frac{\partial D_\phi}{\partial t}$$

and there was light.

servir le monde». Ce point de vue sur les mathématiciens, exprimé par R. Ascham, éducateur et tuteur de la Reine Elisabeth I d'Angleterre, est un de ceux qui apparaissent dans bien d'autres écrits ultérieurs.

### L'HONNÊTE HOMME

Blaise Pascal, qui fut lui-même concerné au premier chef par les mathématiques, avait l'habitude d'opposer «l'esprit de géométrie» (esprit mathématique) et «l'esprit de finesse». Ce dernier était un attribut des «honnêtes gens» (nobles et haute bourgeoisie) alors que le précédent était piétrement considéré.

Le contraste était sujet favori de dissertation dans les lycées et a contribué à donner du mathématicien une image d'homme étrange, détaché du monde réel. Les mathématiciens renforcent cette image quand ils parlent ou écrivent sur eux-mêmes et sur le monde mathématique. Comme l'écrit E. Robbins, lui-même vulgarisateur dans le livre sur Ulam, Aventures d'un mathématicien : «si les mathématiciens ressemblent à des «machines à penser», sans lien apparent avec des parents, épouses ou enfants, clairement détachés des affaires de notre temps... si l'intelligence mathématique est fortement associée à l'absence d'émotion et à l'aliénation sociale, alors... nous... allons vers des ennuis».

### QUESTIONS POUR DÉBATTRE

Quelle est l'image populaire des mathématiques ? Quelle est l'influence de cette image sur le désir de faire des mathématiques ou, si le besoin s'en fait sentir, sur le désir de soutenir les mathématiciens dans leur travail ?

Jusqu'à quel point les livres ou les films sur les mathématiques et les mathématiciens renforcent-ils des croyances malheureuses ?

Étant donnée l'importance des relations affectives avec les mathématiques, peut-on accepter qu'un des buts de la popularisation soit de créer une association mentale favorable avec les mathématiques chaque fois qu'elle peut surgir ?

### Une science abstraite

Un second trait spécifique des mathématiques, qui gêne sa popularisation, est dans les types de sujet sur lesquels travaillent les mathématiciens. Même la plus abstraite partie de la physique ou de la biologie a un lien direct avec quelque important sujet familier et pratique comme l'énergie, l'espace, l'environnement, la santé. La topologie en dimension 3 ou 4, les groupes finis ou les propriétés de (s) ne peuvent être reliés

aussi facilement avec des problèmes importants de la vie (et essayer de les relier à des situations sans importance de la vie devient une preuve à contre sens).

Comme L.A. Steen l'a montré («mathématiques : notre culture invisible»), il est vrai que les recherches de pointe en mathématiques sont bien d'un autre ordre de difficulté à communiquer que d'autres frontières de la science, et cela dans beaucoup de cas.

### L'IMPORTANCE D'UN NOUVEAU THÉORÈME

Ceci contredit apparemment notre règle préalable disant qu'aucun sujet ne doit être exclu a priori. Cela soulève la question : «dans l'état présent des mathématiques et de la recherche, y-a-t-il des sujets qui ne peuvent être expliqués qu'à des parterres de mathématiciens ? Même dans des articles pour mathématiciens, il y a des difficultés. La science n'est jamais une pure accumulation de résultats, mais c'est encore plus le cas des mathématiques.

Quand un théorème est produit, le résultat le plus important peut être le lemme. Quand un problème est résolu, il perd aussitôt de son intérêt. Le nouveau centre d'intérêt réside dans la méthode utilisée.

Théorèmes et problèmes ont, en général, pour un bref laps de temps les feux de l'actualité. Ce sont les lemmes et les méthodes qui donnent la matière pour de nouvelles théories, de nouveaux concepts, de nouvelles définitions.

Comment est-il possible de présenter la dynamique réelle des mathématiques comme une science vivante ?

L'image publique des mathématiques et des mathématiciens et le caractère ésotérique des sujets de recherche rendent cette popularisation extrêmement difficile.

### Stratégies pour les médias

#### LE ROLE DES PROBLÈMES

La résolution de problèmes est une part des mathématiques scolaires. Dans aucune autre activité scolaire, l'activité des mathématiciens professionnels ne peut être aussi bien reflétée. «Comment résoudre ce problème ?» est une introduction naturelle et puissante aux résultats et aux méthodes. La popularisation n'est pas alors seulement concernée par la transmission d'information, elle inclut aussi l'implication des publics dans l'activité mathématique.

#### LIENS CULTURELS ET HISTORIQUES.

Aucune autre science ne peut se venter

d'avoir une telle histoire et ne peut montrer autant de liens culturels. La première étude de la CIEM (l'influence de l'ordinateur et de l'informatique sur les mathématiques et leur enseignement) a montré comment ces liens historiques peuvent être renforcés par l'image des ordinateurs, et, sous leur influence, comment de nombreuses branches des mathématiques ont resurgi après une longue période d'oubli.

Retracer l'histoire d'un sujet peut être une approche facile et utile pour la popularisation à tout niveau. Alternativement, on peut montrer comment les mêmes besoins dans des sociétés différentes ont développé des idées mathématiques semblables donnant ainsi une base culturelle aux mathématiques.

### NOUVELLES APPLICATIONS

Dans les dernières années, les mathématiques ont été reconnues comme un outil utile et même essentiel dans beaucoup de disciplines et de technologies. La dernière étude de la CIEM (les mathématiques comme discipline de service) considère les implications de ce fait dans l'enseignement supérieur. Cependant, les implications sont également importantes pour la formation continuée et la popularisation. Maintenant, l'intérêt du public pour les applications des mathématiques — dans leur contribution au mieux être de la société — peut stimuler l'intérêt à «rentrer» à nouveau dans les mathématiques.

Quels autres points «positifs» y a-t-il à considérer ?

### Populariser ? Comment ?

Les méthodes utilisées devraient dépendre du type de public pour lesquels des efforts particuliers sont à faire. Nous voulons réunir les différentes façons dont le public peut vouloir regarder les mathématiques et leurs utilisations dans un grand nombre de circonstances.

S'il est jeune, il regardera les mathématiques par rapport à sa propre éducation, s'il est plus vieux, ce sera par rapport à leurs utilisations dans la vie quotidienne, dans son travail et ses responsabilités civiques, et dans la partie des mathématiques qui jouent un rôle dans l'éducation de ses enfants et de ses petits enfants.

### UNE RELATION MENTALE POSITIVE

Journaux, TV, musées, expositions itinérantes, films, jeux..., peuvent être utilisés s'ils créent cette relation mentale favorable aux mathématiques. Nous espérons qu'un des résultats de cette étude sera le rassemblement d'un ensemble de bons exem-

ples venant de différents endroits du monde. Nous pensons qu'il est possible de faire une évaluation critique de leur impact, leurs buts, leurs qualités, les réactions des publics visés.

Beaucoup, à travers leurs carrières et leurs professions, ont retrouvé une importante motivation pour renouer le contact avec certains domaines des mathématiques. La popularisation doit pouvoir donner «une seconde chance» à ceux pour qui l'expérience de l'école n'a pas été un succès. Beaucoup de «livres grand public» sur les mathématiques peuvent servir à cette fin. La popularisation doit permettre de faire le lien avec les nouvelles technologies (robotique, graphique d'ordinateur, DAO...), méthodes statistiques en sciences sociales... Elle peut faire partie de la formation continuée, par des logiciels d'autoformation, ou de l'information générale scientifique et technique que l'on trouve dans les journaux professionnels. Comment organiser au mieux ce type de popularisation ? Quels sont les pièges potentiels à éviter ? Comment estimer les besoins des utilisateurs et leurs réactions devant les livres qu'ils utilisent ?

### LE RUBIK'S CUBE

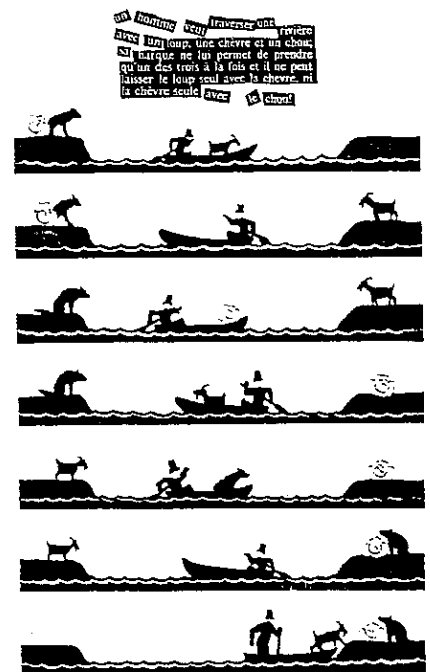
Impliquer les autres dans des activités mathématiques est une voie très spéciale de popularisation à certains domaines des mathématiques non reliés aux tendances actuelles. Quels liens peut-on faire entre les concepts classiques et les casses-têtes ?

Le problème du loup, de la chèvre et du chou a diverti un grand nombre de personnes depuis plus de cent ans et continue à le faire. Les coins mathématiques dans les journaux, les puzzles comme le Rubik's cube et beaucoup de jeux plus anciens, par exemple Wari et Solo en Afrique, ont excité l'intérêt et la curiosité de millions de personnes. Comment profiter au mieux de ces opportunités ?

Peut-on analyser la relation entre les «savoir-faire» dans les jeux et casses-têtes et les modes de pensée mathématiques ? Si nous utilisons de telles méthodes de popularisation, comment empêcher les mathématiques d'être associées à la solution de problèmes futiles ?

### LES OLYMPIADES

Récemment, les compétitions mathématiques ont développé et attiré l'attention du public dans beaucoup de pays. Quel est l'impact de telles compétitions comme les très sélectives olympiades internationales et les compétitions qui sont ouvertes à une plus large population d'enfants comme la compétition australienne ?



**ET L'HISTOIRE ?**

Les liens avec l'histoire et la culture ne sont pas toujours utilisés comme ils devraient l'être. L'histoire des mathématiques commence à être traitée comme faisant partie de l'histoire de l'humanité en général et des références mathématiques apparaissent maintenant dans des livres et des collections historiques.

**L'ASPECT INTERCULTUREL**

Un accent plus important commence à être donné à l'étude des mathématiques dans différentes cultures et sociétés. Comment exploiter ces nouvelles connaissances ?



Y a-t-il de bons exemples de popularisation qui peuvent être décrits et commentés là-dessus ? Dans quels sens les aspects multiculturels des mathématiques peuvent-ils être utilisés comme stimulants ?

**LES NOUVELLES TECHNOLOGIES**

Comme nous l'avons écrit plus haut, les nouvelles technologies fournissent de nouvelles stimulations et de nouveaux outils. **L'image graphique** a permis d'introduire de nouvelles mathématiques de pointe auprès d'un large public : pensez à l'intérêt suscité par la grande beauté des images graphiques associées aux ensembles de Julia et de Mandelbrot. Une nouvelle gamme d'activités mathématiques peut ainsi être introduite à travers l'ordinateur. Comment peut-il être utilisé au mieux dans la popularisation des mathématiques ? Quels logiciels existent pour cela ?

**L'ETHNOMATHÉMATIQUE**

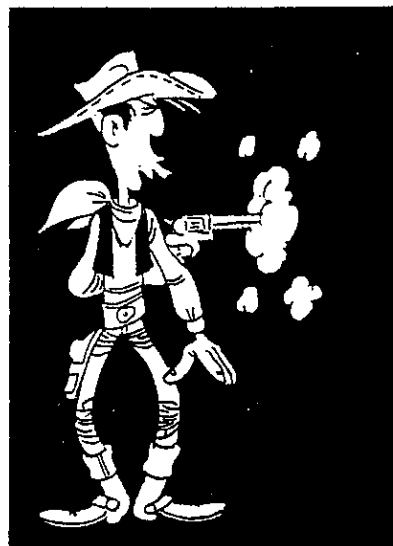
Ces questions ne sont pas toutes appropriées aux pays en voie de développement. Il y a un riche capital d'expériences mathématiques dans chaque groupe ethnique, souvent appelées ethnomathématiques. Comment utiliser ces expériences pour étendre l'image des mathématiques auprès du public et comment l'utiliser dans la popularisation du sujet ?

**MÉTHODE SANS PRATIQUE = RIEN**

Cette étude est l'occasion de rassembler les idées, les expériences nouvelles, d'apprécier le rôle spécifique de quelques talentueuses personnalités (vulgarisateurs ou figures populaires du monde mathématique) et pour stimuler la participation des mathématiciens et des enseignants dans le processus de popularisation.

En particulier, la responsabilité des mathématiciens professionnels dans cette popularisation doit être plus fortement engagée. Quelle part personnelle peut jouer chacun ? Comment les enseignants de mathématique peuvent-ils être mieux impliqués dans ce processus ?

Comment les écrivains et les dramaturges peuvent-ils être encouragés à développer des thèmes mathématiques ? Comment stimuler les publications et les lectures ? Comment construire de très bons exemples de popularisation que l'on puisse voir, lire, entendre ou vivre aujourd'hui ? ■



# DU SUCRE DANS LES ÉPINARDS

Michel MENDÈS-FRANCE - Bordeaux

La rencontre de Leeds a permis de développer pour la première fois un débat sur le thème : la popularisation des mathématiques par qui et comment ? Voici deux réactions d'éminents mathématiciens français qui reflètent en partie ce débat.

**H**owson, Kahane et Pollak ont écrit un intéressant article sur la popularisation des mathématiques. J'apprécie et partage leur souci pour les problèmes de développement des connaissances mathématiques et scientifiques. Cependant, je ne peux être d'accord avec certains points qu'ils soulèvent.

## LES JEUX

Les auteurs prétendent que pour promouvoir les mathématiques, on peut attirer les gens par les jeux. Peut-on réellement déguiser les mathématiques pour les rendre désirables ? Les parents mettent-ils du sucre dans les épinards pour les faire aimer par leurs enfants ?

Toutes les expositions de mathématiques que j'ai vues ces dernières années ressemblent à des parcours de jeux, quelque chose comme Disneyland ou peut-être Las Vegas ça c'est le sucre. Comme cela arrive, les jeunes lèchent le sucre et laissent les épinards. Ils avalent l'appât et évitent l'hameçon. Ils s'arrangent pour éviter les mathématiques. Non, je ne crois pas à l'enseignement des mathématiques par les jeux.

## RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ET COMPÉTITIONS

Je ne crois pas plus à la popularisation à travers les problèmes, les olympiades et autres concours. Les mathématiciens sont-ils des «résolveurs» de problèmes ? Oui, suivant les auteurs de l'article. Je ne partage pas ce point de vue. Mon opinion est que certains mathématiciens sont des «chercheurs de solutions» et d'autres non. Je connais beaucoup de mathématiciens qui ont horreur des puzzles et autres jeux et qui pourraient dire, paraphasant Goebels, «quand je vois un Rubik cube, je sors mon révolver». (Je pense que je suis l'un d'eux). Décrire les mathématiques est difficile. On peut se demander ce qui ne l'est pas.

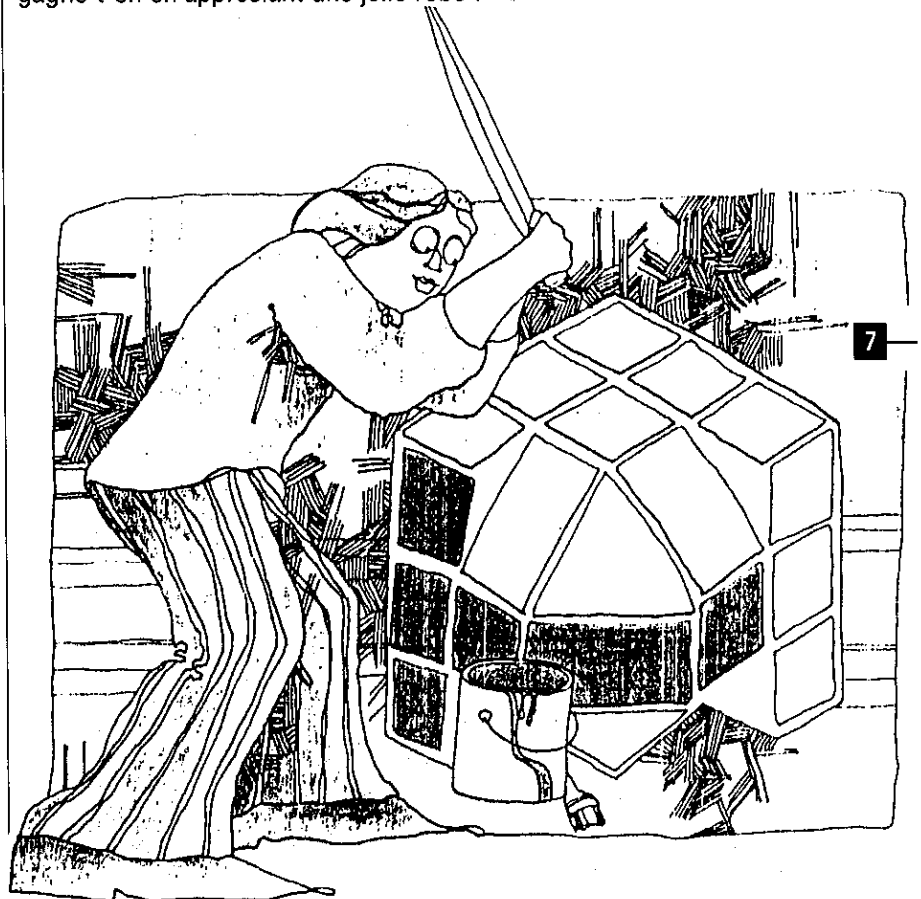
## MATHÉMATIQUES ET BEAUTÉ

Nous croyons tous à la composante esthétique des mathématiques. La question est où réside-t-elle ? Si l'on suit le mythe populaire, les mathématiques sont l'harmonie

et, par conséquent, les mathématiciens sont supposés être des musiciens ou des mélomanes... je ne vois pas la relation.

Le Ketchup va avec les hamburgers mais je ne vois pas le lien entre les deux. Qui a déjà entendu parler d'un musicien qui aime lire les mathématiques ? (j'en connais actuellement un... mais un seulement !). La beauté est donc ailleurs.

Je peux citer beaucoup de beaux résultats, de belles preuves (ma préférée est la démonstration par Cantor de l'inégalité  $x < 2^x$ ). Je me sens profondément ému par la beauté que le tends à confondre avec intelligence et profondeur. Je ne dirai certainement pas qu'un dessin d'ordinateur a plus à dire. La première fois que vous en voyez un, vous devez exprimer étonnement et plaisir, la seconde fois, vous dites «Ah oui, j'en ai déjà vu». Rien à voir avec Picasso. Revenons à la question, où est l'esthétisme ? Je ne peux répondre. Je sais juste où il n'est pas. Je dois ajouter que regarder un ensemble de Julia ou de Mandelbrot tout en couleur ne donne quasiment aucune idée des mathématiques sous-jacentes à moins d'être un mathématicien. Quelle connaissance de l'industrie du vêtement gagne-t-on en appréciant une jolie robe ?



**ET L'ENSEIGNEMENT ?**

Les mathématiques sont un sujet difficile qui doit de ce fait être envisagé à l'école dès le plus jeune âge. Il doit être bien enseigné par des gens qualifiés, et pour cela je crains qu'il n'y ait qu'une recette : L'ARGENT. Il faut plus d'enseignants, plus d'écoles, plus de bâtiments, plus de salles. La qualité coûte cher. Il n'y a pas deux chemins possibles.

Je ne dis pas que nous, mathématiciens, n'avons pas notre rôle à jouer. C'est à nous d'écrire plus de livres mathématiques populaires. C'est notre devoir de convaincre les journalistes de parler de nos découvertes, de décrire notre communauté et peut-être de révéler notre histoire. C'est de notre responsabilité de demander aux éditeurs de republier les écrits de mathématiciens célèbres (je pense à H. Weyl, E. Boffel...). C'est notre travail de rendre visite aux grandes écoles et de parler de nos propres recherches pour illustrer comment notre domaine est plein d'intérêt. Ceci peut être fait : beaucoup d'entres nous en ont fait l'expérience.

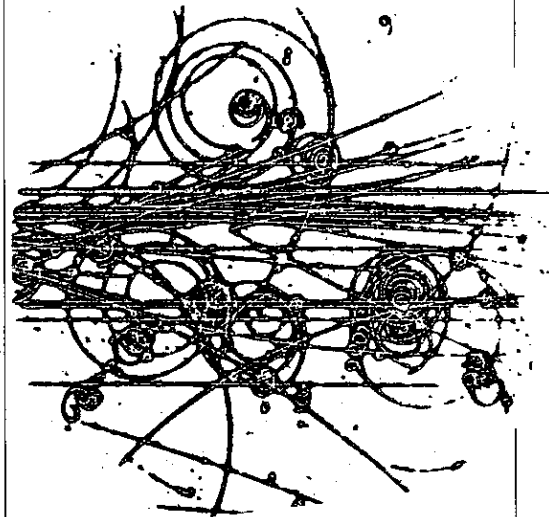
Mon approche des mathématiques peut être quelque peu différente de celle de beaucoup de mes collègues. Je considère les mathématiques comme un langage, pas comme un jeu ! Elles décrivent une certaine réalité simplifiée. Poètes et philosophes ne sont pas loin. Et en effet, comme un poète ou un philosophe, je souhaite être compris du public, et pas seulement par «happy few».

La communication est la charpente de l'humanité. Nous avons besoin de communiquer quel que soit le langage, Français, Bantou, Yiddish ou Mathématique. Tout langage a ses propres qualités, ses propres objectifs, sa propre personnalité, ses propres paradigmes. En particulier, mes Mathématiques ont leur propre beauté et j'ose dire leur propre humour.

Je souhaite aussi comme Howson, Kahane et Pollak voir les mathématiques promues et reconnues comme partie intégrante de la culture. Comme eux, j'appelle à l'aide.

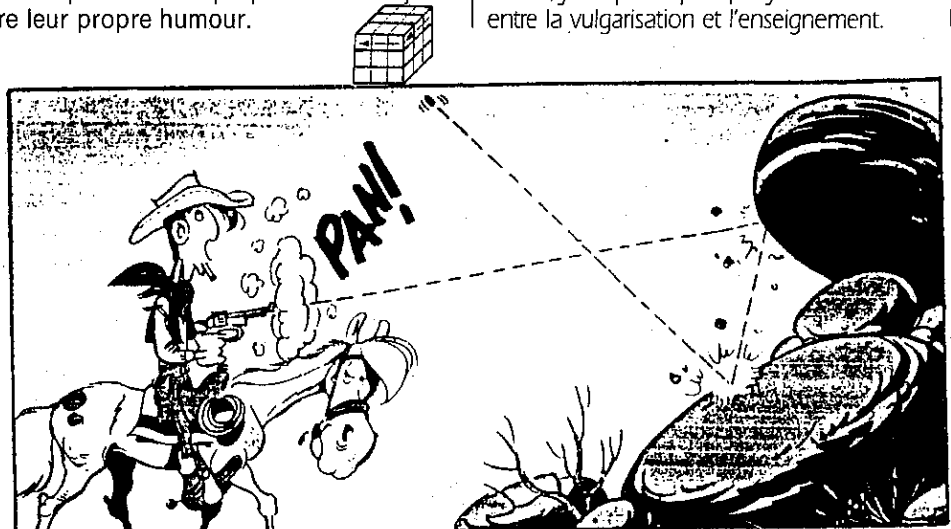
**UN COMMENTAIRE DE IVAR EKELAND**  
Paris

**P**our faire de la vulgarisation, il faut être capable de dire ce qu'on fait et pourquoi on le fait. Cela contraste avec une certaine pratique des mathématiques —combien de chercheurs ne s'élèvent pas à une vision globale, et se contentent de résoudre les problèmes qui passent à leur portée.



Une erreur commune parmi les mathématiciens est de croire qu'un résultat difficile est nécessairement important. Pour faire de la vulgarisation, il faut être capable de discerner ce qui est fondamental— c'est bien souvent décapant par rapport à la pratique courante de la recherche.

En fait, je ne pense pas qu'il y ait de discontinuité entre la vulgarisation et l'enseignement. ■



NDLR : Ivar Ekeland a écrit un très joli essai de vulgarisation : «Le calcul, l'imprévu» Le Seuil, dont vous trouverez un commentaire dans la rubrique A-Plot-Strophe du Plot n° 41.

# ITÉRATION AU COLLÈGE

Claude LANDRÉ - Orléans

Cet article fait suite à celui du même nom paru dans le Plot n° 46 de Janvier-Mars 89 sur les collèges.

Il s'agit d'une séquence de 3 leçons pour les classes de 5<sup>e</sup> et début de 4<sup>e</sup> : mêmes consignes mais rythme un peu plus rapide en 4<sup>e</sup>. Le but est de faire énoncer par les élèves un message, en français qui a, on le verra, la structure d'une itération.

Seront aussi utilisés : codage, algorithme et résolution de problème à l'aide d'un ordinateur.

## Première leçon

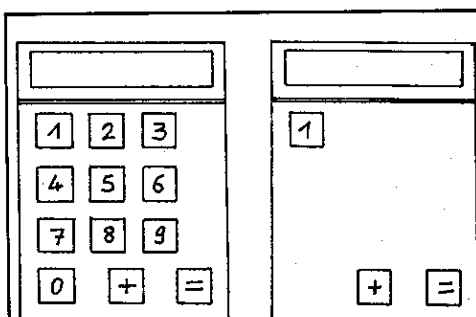
**D**ans la première leçon, il s'agit de faire construire par les élèves une boucle. Cette boucle apparaît dans un message qu'un groupe émetteur envoie à un groupe récepteur chargé d'exécuter le message.

Pour ce faire, chaque groupe dispose d'une feuille sur laquelle sont indiquées les opérations et actions permises.

Une deuxième feuille de papier précise les rôles des groupes émetteurs et des groupes récepteurs.

Chaque groupe est d'abord émetteur puis, après échange des messages, devient récepteur, et exécute, comme un robot, les consignes sans les interpréter.

Il y a 6 groupes. Chaque groupe émetteur reçoit une série de nombres. Le message doit contenir tous les renseignements nécessaires pour faire écrire par l'autre groupe la série de



Machine A.  
Peut additionner  
2 entiers naturels

Machine B.  
Ne peut additionner  
que le nombre 1

Le robot exécute les consignes qu'il reçoit :  
il sait

- Lire un nombre
- Taper sur les touches des machines A et B, à condition de lui préciser lesquelles.
- Comparer deux nombres entre eux.
- Écrire sur papier un résultat.

nombre reçue en n'utilisant que les machines A et B et les services du robot.

Toutes les suites de nombres sont différentes.

**ANNEXE I**

1<sup>ère</sup> partie : vous êtes émetteurs.  
 Votre groupe doit écrire un message pour un autre groupe.  
 Ce message doit contenir tous les renseignements nécessaires pour faire écrire par l'autre groupe (qui sera le robot) la série de nombres que vous avez reçue (dans le même ordre) en n'utilisant que les machines A et B. (Bien sûr, il ne faut pas nommer ou décrire directement cette série de nombres).

2<sup>e</sup> partie : vous êtes récepteurs.  
 Vous venez de recevoir le message.  
 Vous êtes le robot.  
 Vous devez exécuter les consignes telles qu'elles sont décrites dans le message, sans les modifier, en n'utilisant que les machines A et B.

C'est une situation d'action dans la mesure où les groupes ont à prendre des décisions quant aux consignes à faire figurer dans le message. L'exécution éventuelle du message à l'intérieur du groupe émetteur doit permettre de juger des choix faits.

Série n° 1 7 14 21 28 35 42 49 56 63 70 77
Série n° 2 10 17 24 31 38 45 52 59 66 73 80 87
Série n° 3 6 12 18 24 30 36 42 48 54 60 66 72 78 84
Série n° 4 2 5 8 11 14 17 20 23 26 29 32 35 38
Série n° 5 4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56
Série n° 6 3 8 13 18 23 28 33 38 43 48 53 58

C'est, dans le même temps, une situation de communication dans la mesure où la solution du problème passe par la construction d'un langage compris par l'autre groupe ; de la qualité de la formulation dépend l'activité du groupe récepteur. Une variable didactique im-

portante est le nombre d'éléments de la liste. Les listes comportant une douzaine d'éléments, on peut s'attendre à ce que certains messages comportent, dans un premier temps une douzaine de phrases. Un nombre suffisamment important d'éléments doit rendre impossible cette réponse et faire structurer le message sous forme de boucle.

Trois des listes sont constituées de multiples d'un naturel, les trois autres de nombres x tels que  $x \equiv a \text{ modulo } b \quad a \neq 0$   
 Ceci dans le but de déterminer si le deuxième cas favorise l'instruction d'initialisation.  
 Les messages produits auront des structures différentes, il n'y aura pas de mise en commun, ni d'institutionnalisation.

**Deuxième leçon**

Dans la deuxième leçon, les élèves ont encore à produire un message qui devra être exécuté par un robot. Le message doit indiquer comment utiliser les machines A et B pour résoudre le problème suivant :

Une mère a actuellement 42 ans. Ses trois enfants ont 13, 9 et 6 ans.  
 Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses 3 enfants ?

A la différence de la précédente situation, le message devra finalement faire écrire un nombre, un seul, inconnu (à priori) des élèves, dont la valeur sera calculée grâce aux indications fournies par le message.  
 Les élèves sont mis devant une double tâche :  
 — produire un message  
 — avoir une stratégie de résolution du problème mathématique posé.  
 Dans la précédente situation, l'itération avait pour fonction de parcourir toute la liste, du premier élément au dernier. (Fonction d'exhaustivité de l'itération). Ici, l'itération a pour fonction d'approcher une solution. (Fonction de convergence).  
 Dans la précédente situation, il n'est pas nécessaire d'utiliser la machine

B, c'est-à-dire de construire un compteur, dans la deuxième, c'est le compteur qui indiquera le nombre d'années cherché.

Il est signalé aux élèves que la séance prochaine se passera sur les ordinateurs qui fonctionneront comme les machines A et B et qu'on utilisera les messages produits.

Dans cette leçon, il est nécessaire d'utiliser plusieurs machines A. Cela est suggéré aux élèves dans la consigne. Il y a une mise en commun des messages produits. Un message type, institutionnalisé, est élaboré. Il servira pour la dernière leçon.

### Troisième leçon

Elle est l'aboutissement de la deuxième : faire fonctionner le système pour résoudre un problème. Ce sont les élèves qui jouent le rôle du robot.

Sur l'écran, apparaît dans la moitié supérieure, le dessin du système constitué de trois calculettes de type A (nommées MA1, MA2, MA3) et d'une calculette de type B.

Dans les messages produits apparaissent des instructions de désignation des machines à utiliser. Le mode d'emploi du logiciel respecte (presque) la syntaxe apparue dans le message type.

Par exemple pour travailler avec la machine MA1, l'élève tape au clavier :

SUR.MA1 > (entrée)  
TAPE 15 + 24 >  
(ou TAPE 15 + 24 < >)

alors sur la partie supérieure de l'écran, la machine MA1 affiche 39 si l'élève tape ensuite au clavier :

SUR.MA1 >  
TAPE 39 + 7 >

alors l'affichage de la machine MA1 devient 46.

40
1 2 3
4 5 6
7 8 9
0 + =

MA 1

SUR.MA1  
TAPE 39 + 1  
SUR.MA2  
TAPE 35 + 3  
SUR.MB  
TAPE 3 + 1  
POSTE 8

38
1 2 3
4 5 6
7 8 9
0 + =

MA 2

1 2 3
4 5 6
7 8 9
0 + =

MA 3

4
1
+ =

MB

41
1 2 3
4 5 6
7 8 9
0 + =

MA 1

SUR.MA1  
TAPE 40 + 1  
SUR.MA2  
TAPE 38 + 3  
SUR.MB  
TAPE 4 + 1  
POSTE 8

41
1 2 3
4 5 6
7 8 9
0 + =

MA 2

1 2 3
4 5 6
7 8 9
0 + =

MA 3

5
1
+ =

MB

Voici la fiche que les élèves ont reçue.

Pour commencer, Tape **PB** puis appuie sur la touche **ENTRÉE**.  
 Rappel des instructions :

- Indique bien la machine MA1, MA2, MA3 ou MB que tu utilises en écrivant :  
**SUR.MA1 SUR.MA2 SUR.MA3** ou **SUR.MB**  
 et tape **F** quand tu as fini.
- Pour écrire sur la machine MA1, tape sur le clavier :  
**SUR.MA1**  
**TAPE 15 + 24 =**  
 et fais bien attention de mettre des blancs entre les mots ou nombres.

Voici 3 problèmes à résoudre avec ces machines.  
 (Tu n'es pas obligé d'utiliser toutes les machines).

**PB1.**  
 Trois frères âgés de 7, 9 et 12 ans ont un père de 36 ans.  
 Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges des trois frères ?

**PB2.**  
 Reprends le PB1 avec un père âgé de 35 ans.

**PB3.**  
 Aujourd'hui, Pierre est deux fois plus âgé que Nathalie. Dans 4 ans, la somme des deux âges sera égale à 20.  
 Quel est l'âge de chacun actuellement ?

**Conclusion**

Pour conclure la présentation de ces leçons, on peut constater qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser la notion de variable. C'est une notion difficile en mathématique au niveau du collège, certainement encore plus difficile en informatique compte tenu des différentes formes d'occurrence que l'on peut rencontrer.

Néanmoins, la troisième leçon a aussi pour but de donner une idée de la notion de variable en informatique : les calculettes de l'écran jouent le rôle physique de «mémoires» ; à chaque instant on peut voir le contenu de chacune.

Ecrire à l'écran **SUR.MA1** c'est «activer» la mémoire, la machine MA1 qui s'apprête à recevoir un nouveau contenu, l'ancienne valeur est perdue.

Si la mise en forme syntaxique n'est pas directement calquable sur celle de l'affectation, elle peut néanmoins en suggérer certains aspects :

Si ← désigne le symbole d'affectation, on a :

x	SUR.MA1	Adresse
←	TAPE	Symbole d'affectation
x	39	Variable algébrique qui peut prendre une valeur
+ 7	+ 7	opération qui modifie le contenu de la variable et de la mémoire

Enfin ces leçons ont été construites pour des classes fin de 5<sup>e</sup> pour une initiation à l'itération à travers un système informatique. Elles sont transposables à un autre niveau du Collège. Toutefois, les élèves de 3<sup>e</sup> ayant une meilleure maîtrise de la notion de variable, une formalisation plus poussée au niveau des 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> leçons peut être envisagée. ■

Quand les élèves ont fini, ils tapent la touche F et le texte suivant apparaît à l'écran : «Si tu as fini, écris ta réponse sur la feuille de papier et explique pourquoi tu choisis ce résultat».  
 La tâche des élèves est donc :  
 Pour les deux premiers problèmes :

- de reconstruire un message du même modèle que le message type.
- d'exécuter les consignes de ce message avec l'ordinateur.
- de justifier la réponse.

Le problème n° 1 a une solution  
 Le problème n° 2 n'a pas de solution (en nombre entier).  
 Le problème n° 3, pour les élèves qui auraient fini avant les autres fait changer le type d'itération puisque c'est l'itération des essais qui peut mener au résultat. Mais ce n'est pas le problème important de la leçon (en 5<sup>e</sup>).

# QUENEAU, MATHÉMATICIEN

Jean-Luc CORCEA - Tours

**Raymond Queneau est un écrivain populaire. Une station de métro porte son nom à Paris, ses œuvres littéraires ont été en partie portées à l'écran. Le langage de ses romans est (apparemment) simple, la lecture en est légère. Quel lecteur non averti se douterait que derrière ce créateur humoristique se dissimule un intellectuel au savoir encyclopédique qui a la «bosse des maths» ?**

Queneau s'est intéressé aux mathématiques à deux titres : celui de consommateur et celui de producteur. Leur côté ludique l'attirait avant tout : il lisait chaque mois les «jeux mathématiques» proposés par Martin Gardner dans le «scientific American», et avait pratiqué la plupart des divertissements de ce genre. A côté des mathématiques récréatives, il aimait à percer les secrets de la théorie des nombres et ceux de la mathématique entendue comme un tout dont l'architecture se révèle progressivement. Un tel voyage à travers cette «unique combinaison de fantaisie délirante et d'implacable rigueur», lui procurait selon François Le Lionnais des émotions allant «d'un vagabondage à travers une collection de curiosités mineures, jusqu'à la contemplation d'une puissante unité»... en passant par la pêche miraculeuse de structures propres à rendre un texte divertissant. Les mathématiques réveillaient alternativement en Queneau l'humoriste, l'homme de science, et le joueur.

## Les suites de Queneau

Mais l'amateur de mathématiques fut aussi mathématicien, membre de la société mathématique de France (la SMF) à partir de 1948, et inventeur des suites «S-additives»,

connues sous le nom de «suites de Queneau». Leur principe est le suivant : on aligne un certain nombre (2S) d'entiers de telle sorte que chacun soit supérieur à celui qui le précède, et inférieur à celui qui le suit. Par exemple : 1, 2, 3, 4. On a quatre entiers (2S), donc S est égal à 2. Le terme suivant (5) sera le plus petit nombre supérieur au dernier terme qui s'obtiendra en additionnant deux entités distinctes parmi les précédentes ( $5 = 2 + 3$ ), ( $5 = 1 + 4$ ) de S façons (ici,  $S = 2$ ).

De même, Queneau a inventé les nombres hyper-premiers : nombre premier qui le reste si l'on retranche un ou plusieurs de ses chiffres en partant de la droite (hyper premier à droite) ou de la gauche (hyper premier à gauche).

**Emmenez vos élèves sur les pistes de Queneau :**

### LES SUITES «S-additives»

*Principe :*

On aligne un certain nombre (2S) d'entiers de telle sorte que chacun soit supérieur à celui qui le précède et inférieur à celui qui le suit.

Le terme suivant sera le plus petit nombre supérieur au dernier terme qui s'obtiendra en additionnant deux valeurs distinctes parmi les précédentes de S façons (à la commutativité près).

*Exemples :*

Pour  $S = 2$  :

1. Base : 1, 2, 3, 4 ; suivants : 5, 6, 8, 10, 12, 15...
2. Base : 1, 3, 5, 7 ; suivants : 8.
3. Base : 1, 2, 4, 6 ; suivant : aucun.

*Question :*

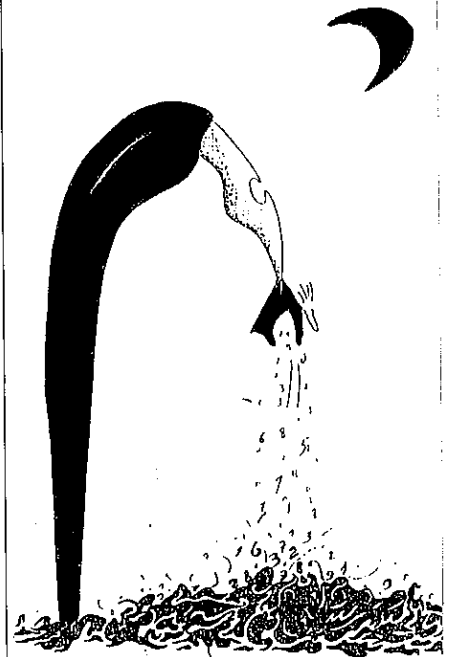
Combien d'éléments comporte une telle suite ?

Comment trouver le terme de rang n sans calculer les n-1 qui le précèdent ?... etc.

*Pour aller plus loin*

QUENEAU Raymond : *Sur les suites s-additives dans Journal of Combinatorial Theory, Vol. 12, n° 1, Janvier 1972.*

Jean-Luc CORCEA a écrit cet article dans le cadre d'une formation de journaliste scientifique à l'IUT de Tours.



13

Je suis tombé par terre  
C'est la faut' à Voltaire  
Le nez dans le ruisseau  
C'est la faut' à Rousseau  
Et me v'la tout penaud  
C'est la faut' à Queneau !...

La régularité des rimes de certains poèmes à six strophes (les sextines) dont les six derniers mots de la première strophe reviennent cycliquement (à la septième) lui inspirent un nouveau chapitre de la théorie des groupes de permutation : la N-inologie.

**Emmenez vos élèves sur les pistes de Queneau : «LES QUENINES»**

*Principe :*

Soit un entier  $n > 1$  et  $E = \{1, 2, \dots, n\}$   
On définit une permutation  $s$  de  $E$  de la façon suivante :  
pour tout  $k$  de  $\{1, 2, \dots, n\}$   
si  $k = 2p$  (pair),  $s(k) = k/2 = p$   
si  $k = 2p + 1$  (impair),  $s(k) = n - p$ .

*Exemples :*

1. La sextine ( $n = 6$ ) : poème de 6 strophes de 6 vers, plus un envoi, ou les mots-rimes sont identiques mais permu-tées selon la loi :

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

2. la neuvine ( $n = 9$ ) :

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 8 & 2 & 7 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

*Question :*

Pour quelles valeurs de  $n$  a-t-on :  
 $s^n = s \circ s \circ \dots \circ s = 1$  (l'identité) ?

*POUR ALLER PLUS LOIN*

ROUBAUD Jacques : — *Un problème combinatoire posé par la poésie lyrique des troubadours dans Mathématiques et Sciences Humaines*, n° 27 (Dans ce même numéro, on trouvera l'étude mathématique de la question ci-dessus résolue par Monique Bringer).  
— *L'enlèvement d'Hortense*, Ed. Ramsay (1987) (voir A-Plot-Strophe dans Plot n° 44).

Enfin, le mathématicien fait parfois place à l'épistémologue ou à l'historien des sciences. Queneau a écrit de nombreux articles sur des mathématiciens (Bourbaki, Hilbert...) et sur l'histoire de la discipline. Mais nous quittons déjà le passionné des maths pour rejoindre l'encyclopédiste... en oubliant que la passion première de Queneau reste celle des mots et de la langue. Les mathématiques n'en sont pas absentes.

**Nombres et littérature**

Le rapport de la littérature «quénienne» au nombre est issu d'une lutte permanente contre le hasard. L'écrivain soumet la rigidité structurelle de ses œuvres à la loi du nombre. Il se dégage ainsi de ses romans et de ses poèmes une harmonie formelle qui, mêlée au langage populaire, laisse au lecteur cette impression de légèreté, mais en même temps de rigueur. L'armature du «Chiendent», son premier roman, montre le souci de perfection du jeune littérateur. «L'ouvrage se compose de 91 ( $7 \times 13$ ) sections, 91 étant la somme des treize premiers nombres, et sa «somme» étant 1».

Ces chiffres ne sont pas employés au hasard, mais selon une symbolique précise : «(...) Je voyais dans 13 un nombre bénéfique parce qu'il niait le bonheur. Quant à 7, je le prends comme image numérique de soi-même, puisque mon nom et mes deux prénoms se composent chacun de sept lettres, et que je suis né un 21 ( $3 \times 7$ ). 91, c'est à la fois le nombre de la mort des êtres et celui de leur retour à l'existence, retour que je ne concevais alors que comme la perpétuité irrésoluble du malheur sans espoir». La plupart des œuvres de Queneau est ainsi bâtie selon une architecture déterminée par des considérations arithmétiques. L'accouplement des mots et des nombres est pour lui une obsession. Lorsqu'il s'aide des mathématiques pour faire de la littérature, il renoue avec un courant du seizième siècle de la poésie française. Selon Jacques Roubaud : «on trouve en ce siècle à la fois la mystique du nombre et son maniement versifié burlesque. Ces faces de l'émerveillement du nombre sont présentes chez Queneau. D'ailleurs Jacques Pelletier du Mans, mathématicien-poète de la Renaissance, est un de ses modèles».

L'usage du nombre en littérature est donc beaucoup plus qu'un jeu : il régit chez Queneau les rapports de la langue au monde selon une conception de l'harmonie que Roubaud qualifie de «seiziémiste et unitaire», mais que l'on peut aussi trouver platonicienne : «il y a des formes du roman qui imposent à la matière proposée toutes les vertus du nombre (...). Se développe une structure qui transmet aux œuvres les derniers reflets de la lumière universelle et les derniers échos de l'harmonie des mondes» (in *Bâtons*, chiffres et lettres, P.33). Si «les nombres naviguaient en leur solitude» avant que l'homme ne les emploie, Queneau leur livre la littérature. Ainsi, notre langue traduira une harmonie semblable à celle de l'âme du monde et des choses. Ne pres-

# QUEL POT, VL'A L'OULIPO

Perce, quel mec! Queneau, Robbaud, ah fessé là! Y'a aussi Jaulé l'enfoiré et Bessabou qui toucha à tout. Vingt-sept ans que ça dure, qu'ils ouvrent les mois pour voir ce qu'il y a dedans. Rédaction des grimoires oulipiens et invitation dans ces pages.

## Un peu d'histoire littéraire à la lumière de la Méthode S -I- 7



Les Oulipiens au moment de la publication de leur premier ouvrage, "Le Pot-Bouillotte", en 1961.

**Aphorismes de Libération**  
 Les aphorismes de libération sont des phrases courtes et percutantes qui visent à libérer l'esprit et à encourager la créativité. Ils sont souvent formulés de manière paradoxale ou humoristique.

**Ulcérations**  
 Les ulcérations sont des blessures ou des lésions qui se produisent sur la peau ou les muqueuses. Elles peuvent être causées par divers facteurs, tels que le stress, l'alimentation, ou des médicaments.

sent-on pas cela lorsqu'on lit Queneau ? Une impression de frivolité dont on pense d'abord qu'elle est éloignée de la réalité des choses. Mais cette distance représente en fin de compte le monde des apparences. Ses personnages s'y réfugient face à l'absurdité de la vie.

## OULIPO = Ouvroir de la Littérature Potentielle

L'Oulipo fut fondé en 1960-61 par R. Queneau et F. Le Lionnais. Le nom fut trouvé par Albert-Marie Schmidt, spécialiste de littérature du XVI<sup>e</sup> siècle.

Les fondements de cette «école littéraire» reposent sur l'argumentation suivante :

- Toutes poétique obéit à des règles et des contraintes :
  - l'alexandrin a douze pieds
  - le sonnet quatorze vers et des rimes précises
  - la tragédie classique est soumise à la règle des trois unités...
- Or toutes ces contraintes sont arbitraires.
- De plus, une fois adoptées, elles n'en-travent pas la création artistique (voir Racine, Corneille, Marot...).
- Le projet de l'Oulipo est donc de découvrir des structures nouvelles, c'est-à-dire des contraintes nouvelles : ce qui génère une double potentialité :
  - d'une part, ces structures nouvelles permettent de dégager une «littérature potentielle» du matériel déjà existant,
  - c'est-à-dire qu'en superposant une nouvelle structure à une œuvre ancienne on obtient un produit nouveau, qui peut avoir une valeur littéraire en soi ou qui peut servir à analyser cette œuvre.
  - d'autre part, cette structure nouvelle peut servir à créer une œuvre entièrement neuve...

Enfin Queneau a apporté une contribution capitale à l'ouvroir de littérature potentielle (OULIPO). Ses objectifs sont de fournir aux écrivains «de nouvelles structures de nature mathématique ou bien encore inventer de nouveaux procédés artificiels ou mécaniques, contribuant à l'activité littéraire : des soutiens de l'inspiration, ou bien, en quelque sorte, une aide à la créativité».

La langue devient un matériau que l'on forge selon différents procédés : écrire un texte sans une certaine voyelle (lipogramme), ou ne conserver des poèmes que leur section rimante (haï-kaisation), etc. Lorsqu'il effectue ces opérations, l'oulipien s'amuse, et obtient des écrits inattendus. Ainsi, l'haï-kaisation de la première strophe, du «cygne» de Mallarmé, donne :

Aujourd'hui  
 Ivre,  
 Le givre  
 Pas fui !

Mais cette restriction a aussi valeur d'exégèse : elle permet, dans le cas présent, de constater la «redondance» de Mallarmé : «Il y a presque autant dans le résultat-obtenu que dans le poème entier». Queneau fait donc remarquer que ces «jeux» ne sont pas moins fertiles en découvertes intéressantes, que l'activité du logicien par exemple, ou celle de certains mathématiciens. Plusieurs dizaines de «points d'intérêts» ont été passés en revue et développés par les oulipiens.

Queneau était un homme ouvert à la nouveauté. Il a su concilier dans sa littérature plusieurs tentations contradictoires qu'il portait en lui : le savoir, la quête d'une harmonie formelle par l'arithmétique, et la révolte du langage vivant et parlé. Il en résulte une œuvre qui semble parfois s'inspirer d'une philosophie de l'absurde... mais garde le sens de l'humour que l'on sait ! ■

## X prend Y pour Z

# L'

Oulipo (Queneau, Berge, Braffort, Perec...) s'est intéressé à la relation, fréquente en littérature (théâtre notamment). X prend Y pour Z. Cette relation peut être représentée par des graphes ou par une multiplication  $XY = Z$ , c'est-à-dire par une table de Pythagore sur l'ensemble des X, Y, Z possibles qui se trouve fini dans la plupart des cas étudiés. (On convient de poser  $XY = 0$  lorsque cette multiplication n'est pas définie...).

### Exemples :

*Situation normale*

	a	b	c
a	a	b	c
b	a	b	c
c	a	b	c

*Situation vaudeville*

	a	b	c
a	a	b	c
b	c	b	a
c	b	a	c

Asile d'aliénés : trois fous (a,b,c) se prenant pour Napoléon (n) et chacun d'eux prenant les deux autres pour ce qu'ils sont :

	a	b	c	n
a	n	b	c	a
b	a	n	c	b
c	a	b	n	c
n	o	o	o	o

Pour obtenir des propriétés intéressantes, d'un point de vue mathématique, de ces tables, on peut traduire  $XY = Z$  par :

X s'adressant à Y l'appelle Z

X estime que Y est Z (Perec)

X croit que Y aime Z (Perec)

### Exercices :

1. Démontrer que le table de composition d'un groupe (abélien ou non) correspond à la situation suivante : personne ne se prend pour ce qu'il est, ni ne prend les autres pour ce qu'ils sont à l'exception de l'élément unité qui se prend pour ce qu'il est et prend les autres pour ce qu'ils sont !

2. Démontrer que pour n personnages ( $n > 2$ ) tels que chacun se prend pour lui-même et ne prend personne d'autre pour lui-même, il n'existe que  $n(n-1)^{n-1}$  situations possibles.

3. Trouver des situations concrètes correspondant aux demi-groupes suivants étudiés par R. Croiset dans *Propriétés des complexes forts et symétriques des demi-groupes*. «Bulletin SMF tome 80 (1952), pp. 217-227 :

	a	b	c
a	a	b	c
b	a	c	c
c	c	c	c

	a	b	c
a	a	c	c
b	c	b	c
c	c	c	c

### Solution de 3 : (Georges Perec)

*La révolution toujours et encore :*

— Soyons clair, dit l'anarchiste. L'anarchie c'est l'anarchie, le babouvisme c'est le babouvisme et le castrisme c'est le castrisme !

— Tu est beaucoup trop simpliste, mon vieux, dit le babouviste. C'est ce que tu appelles anarchie qui est le vrai babouvisme ; le babouvisme tel que tu le conçois n'est que du castrisme...

— Et le castrisme...

— Là, tu as raison, le castrisme, c'est le castrisme !

— Vous me faites bien marrer, dit le castriste ! Anarchie, babouvisme, castrisme, tout ça c'est du kif : du castrisme, rien que du castrisme, encore du castrisme.

— Foutaise, dit l'anar. Que babouvisme et castrisme soient du kif castriste, je m'en balance. Mais l'anarchie, c'est l'anarchie.

— Mon œil, dit le babouviste : que tes petits copains anars aillent rejoindre les petits rigolos castristes, vous êtes bien tous les mêmes, mais les babouvistes, ça c'est des babouvistes !

— Vous me faites marrer, dit le castriste, derechef : tout ça c'est du castrisme.

### POUR ALLER PLUS LOIN

OULIPO - Atlas de la Littérature Potentielle - CNRS-GALLIMARD.

et : «La bibliothèque Oulipienne» 2. vol (376 p. et 391 p.) Ramsay éd. 1987.

# DES FRISES EN CLASSE DE CM

Joël SAUVAGET, Raymond TORRENT - La Roche-sur-Yon

**La valise de logiciels pour l'école élémentaire, distribuée lors du plan «IPT» contenait le logiciel «frises». Celui-ci était resté... au fond du sac, sans être utilisé...**

**L'idée nous est donc venue de l'exploiter dans la classe de CM2 et chemin faisant nous avons découvert des possibilités pédagogiques intéressantes pour :**

- mettre en évidence les concepts géométriques liés à l'objet «frise» (à savoir, un motif minimum sur lequel agit un certain nombre de transformations ou leur composition)
- construire des frises
- étudier des frises déjà réalisées (recherche du motif initial et des transformations opérantes)
- reproduire des frises.

**«Construire des frises»...**

ce fut la première utilisation.

Après un travail collectif préliminaire autour de l'idée de frise (objet familier pour les enfants mais dont les caractéristiques restent floues) l'activité sur les machines est organisée par groupes de deux. Seule l'option «construire les frises» est utilisée. Chacune des «machines à friser» est successivement étudiée : pour chacune d'elles, une frise est construite à partir d'un motif initial choisi par le groupe, et ses caractéristiques sont mises en évidence. A la fin, toutes les frises construites sont revues et conservées sur papier.

Tout le travail a été effectué sur la machine. Très vite nous nous sommes aperçus que le logiciel apportait une vision dynamique et évolutive de l'objet géométrique «frise» : une fois la «machine à friser» choisie, on dessine le motif et simultanément on voit

les effets de cette transformation. La possibilité de «voir» la frise dans sa globalité au cours de sa conception provoque des modifications du motif : on l'enrichit ou on le simplifie. Cette interaction n'est pas réalisable sur le papier ; d'autre part la qualité esthétique des frises produites augmente la motivation et semble stimuler la créativité. Cependant l'analyse détaillée de chaque transformation utilisée n'a pas été facile car l'attention des enfants est toute entière orientée vers la production d'une frise. D'où la nécessité, au cours d'une seconde séance, d'étudier des frises déjà réalisées.

## MACHINES A CONSTRUIRE LES FRISES UTILISÉES :

25 3 44

frise N° 1



frise N° 2



frise N° 3



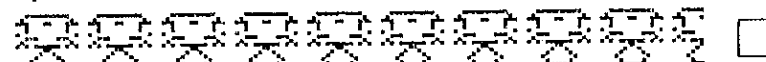
frise N° 4



frise N° 5



frise N° 6



frise N° 7



frise N° 8



frise N° 9

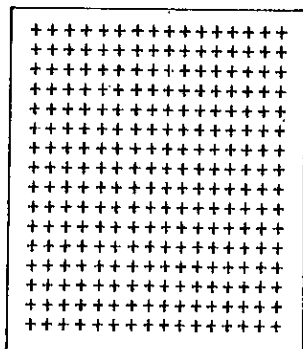


**«Étudier des frises»...**

Après un rappel collectif concernant les caractéristiques de chacune des transformations rencontrées au cours de la première séance, les élèves reprennent le travail sur machine : il s'agit de trouver là ou les transformations associées à chacune des frises qui leur sont proposées. On trouvera en annexe 1 quelques exemplaires.

Dans leur grande majorité les enfants ne répondent pas au hasard ; ils essaient d'analyser le dessin et dans chaque binôme les échanges sont importants. Quand la réponse apportée est incorrecte, l'aide fournie par la donnée du motif n'est pas déterminante. En effet, ils essaient de reconnaître une ressemblance entre le motif et l'un des pictogrammes utilisés pour désigner les transformations.

Cette phase d'étude nous a semblé moins intéressante. Ici, l'usage de l'ordinateur



provoque des réponses de choix entre différentes propositions, alors que le travail habituel par papier calque interposé nécessite une recherche plus fine que le simple choix d'un pictogramme. Aussi avons-nous décidé d'organiser une troisième séance construite autour d'un travail en parallèle : papier-crayon d'une part, ordinateur d'autre part, avec pour but essentiel la reproduction de frises dessinées sur papier.

**«Reproduire des frises»...**

ce fut l'étape la plus intéressante. Deux documents ont été distribués aux élèves : l'un avec neuf frises obtenues avec le logiciel (cf. annexe 2), l'autre avec des carrés «pointés» pour le dessin des motifs. Dans un premier temps, il s'agit d'étudier sur papier les frises proposées, de trouver les motifs et les transformations. Ce travail est effectué à l'aide des instruments usuels de dessin et du papier calque. Puis, les enfants utilisent le logiciel pour exploiter les résultats de leur recherche afin d'obtenir, avec la machine, une copie «conforme» de chacune des frises proposées.

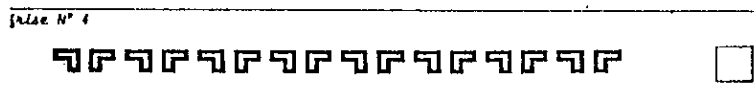
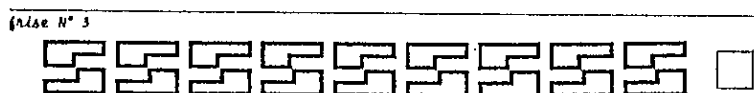
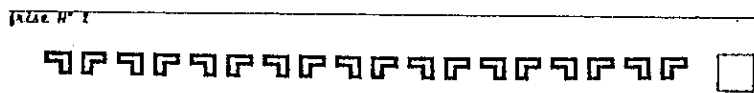
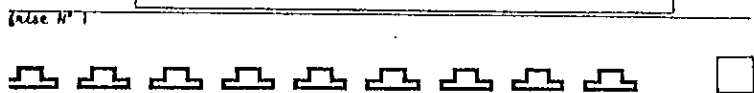
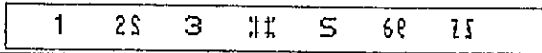
Le travail sur papier a été conséquent et sa finalité bien perçue par les enfants : il s'agit de préparer au mieux le travail pour être performant lors du passage sur machine et produire effectivement la frise demandée. Quelques difficultés ont été rencontrées :  
 — bien qu'agrandies, les frises proposées ont un format réduit et les points qui constituent le motif sont parfois difficiles à localiser  
 — le graphisme est plus ou moins complexe.  
 Tout cela a conduit à la production de frises ressemblantes mais pas tout à fait «copies conformes».

Cependant, nous pouvons dire qu'au cours de ce travail, l'utilisation de l'outil informatique nous a paru particulièrement pertinente ; en effet :  
 — il faut expliciter sans ambiguïté motif et transformation pour pouvoir reproduire une frise avec la machine ; celle-ci ne tolère pas l'à peu près et le logiciel exige l'identification de ces deux données.

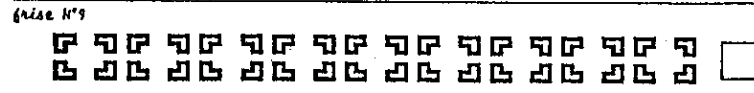
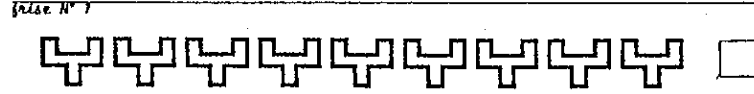
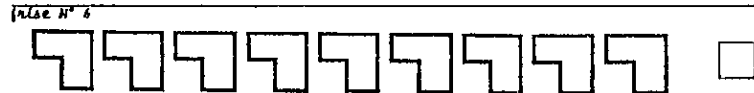
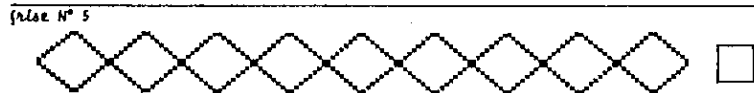
— La frise produite est visualisée pratiquement en temps réel, la comparaison avec le modèle est immédiate et l'analyse des erreurs est facile.

— De plus, au moment de la reproduction, l'élève est libéré d'un certain nombre de tâches liées à l'exécution du tracé ce qui lui permet de fixer toute son attention sur l'analyse de sa production. ■

**MACHINES A CONSTRUIRE LES FRISES UTILISÉES :**

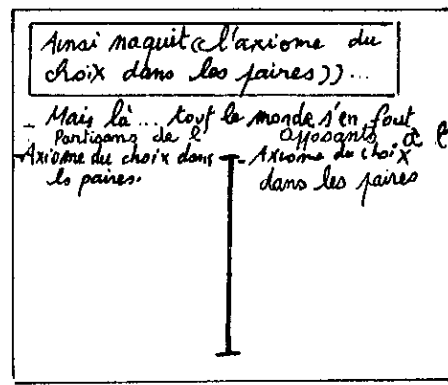
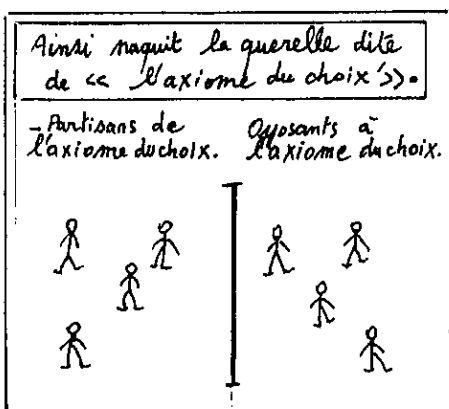
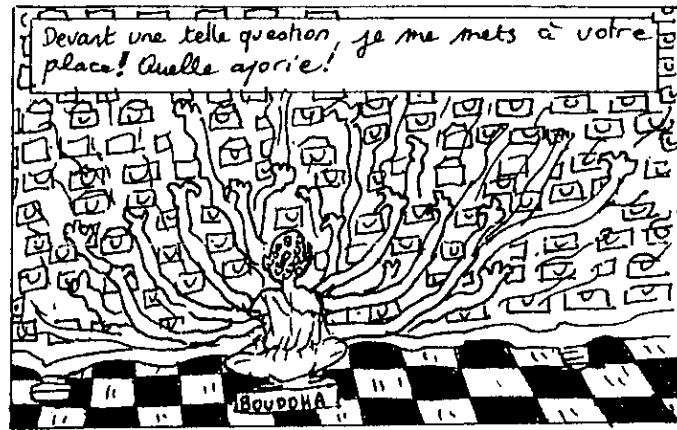
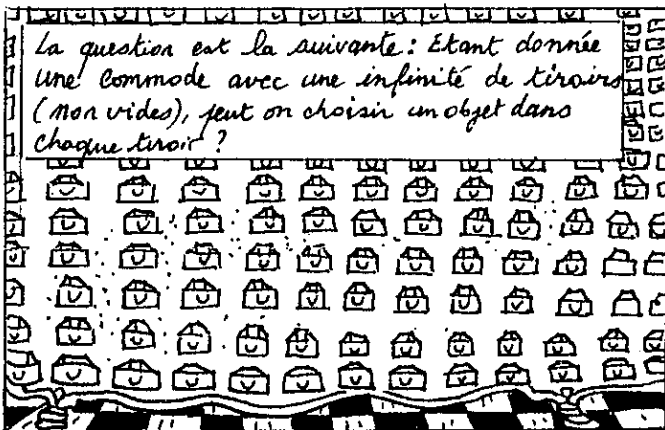
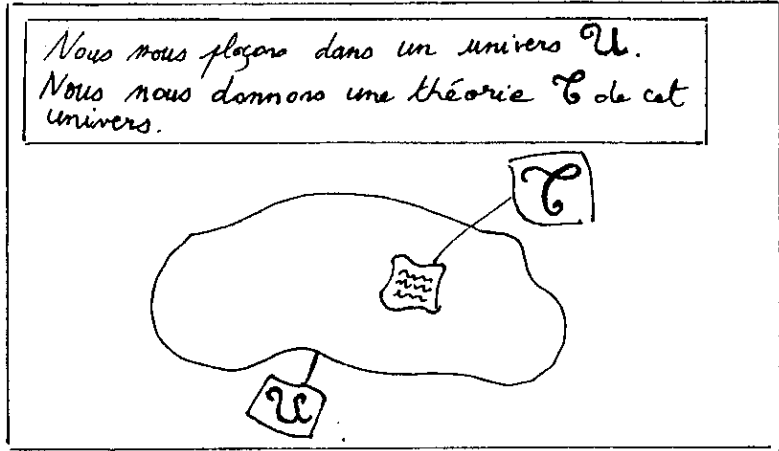


18



# L'AXIOME DU CHOIX

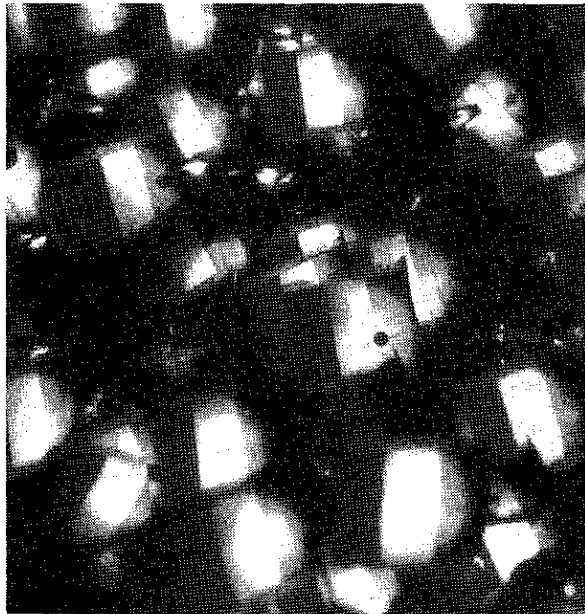
Cécile MORILLON - Issoire



# LES MATHÉMATIENS DE LA RÉVOLUTION

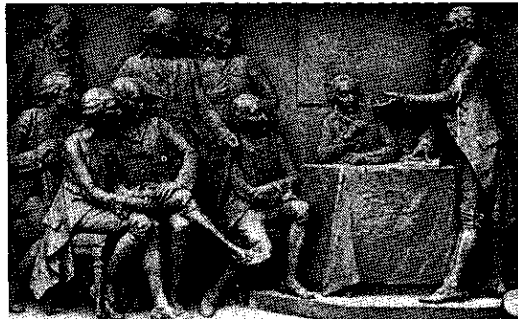
## Le rêve de l'année

André DELEDICO - Paris



En cet été 89, j'avais réuni quelques amis mathématiciens et nous écoutions claque les pétards lointains en nous émerveillant des éclaboussements de lumière qui emplissaient le ciel de multicolores et divergentes trajectoires ; le feu d'artifice de ce quatorze juillet se terminait par un spectaculaire bouquet bleu, blanc, rouge, particulièrement réussi ; je fermai alors les yeux et me pris à rêver à une soirée analogue, cent-quatre-vingt-dix-sept ans auparavant...

La Révolution française suivait son cours et le jeune citoyen François Sylvestre Lacroix avait, ce soir là, réuni chez lui tous ceux qui «comptaient» en mathématiques ; il voulait ainsi honorer son professeur devenu son ami Gaspard Monge, dont l'influence au club des Jacobins devenait chaque jour plus grande.

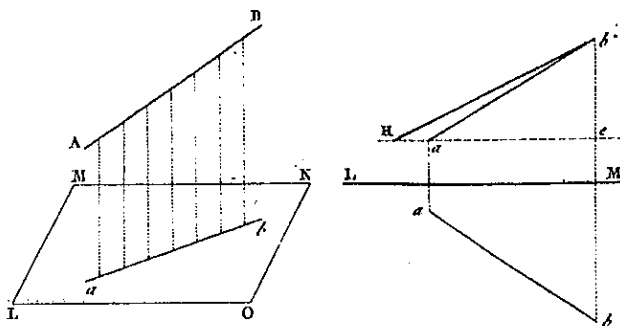


Monument place de la Madeleine, Paris : Le chimiste Antoine Laurent de Lavoisier (& droite) expliquant à un groupe de savants les résultats de ses recherches sur l'analyse de l'air.  
De gauche à droite : debout : Vioq-d'Azir, Laplace, Lamarck  
Assis : Guyton de Morveau, Monge, Berthollet, Lagrange, Condorcet.

**Lacroix** (1765-1843) se passionna toute sa vie pour l'enseignement des Mathématiques et fut d'ailleurs chargé de participer à sa réforme, tant sous la Convention que par Napoléon ; il écrivit le traité de Mathématiques certainement le plus utilisé de la première moitié du XIX<sup>e</sup> siècle : on trouve, en tête de ses sept gros volumes, un intéressant Essai sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier, lesquelles ont eu «au moins en grande partie l'honneur d'avoir dirigé la marche de l'esprit humain pendant le dix-huitième siècle».

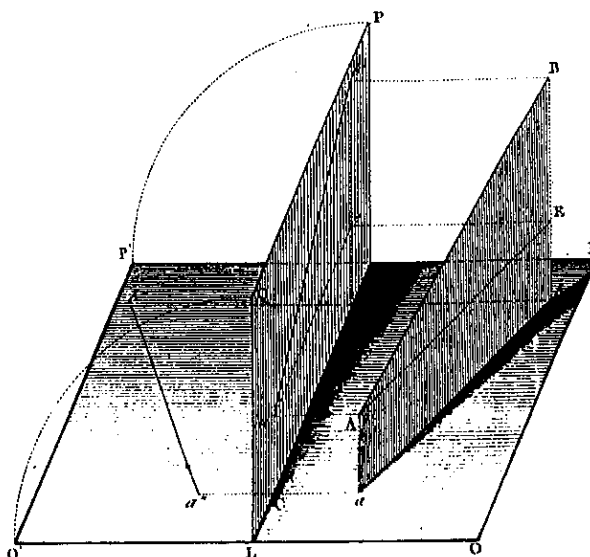
- Quand donc ferez-vous paraître, lui disait-il, votre merveilleuse méthode de *Géométrie Descriptive*, qui avait tant enthousiasmé vos élèves de l'École du Génie, à Mézières ?
- Figurez-vous que cette méthode fut classée «Secret Défense» sous prétexte qu'elle s'avérait très efficace dans l'étude des fortifications et le dessin des canons ! Heureusement, les principes républicains de propagation du savoir vont me permettre de la faire connaître au plus grand nombre ; vous pouvez compter sur moi pour saisir la première occasion de publication.

Fig. 1



**Monge** (1746-1818)\* profitera de l'organisation de l'École Normale de l'An III, dont il fut chargé en 1795, pour publier sa méthode de Géométrie Descriptive. Il jouera ensuite un rôle essentiel dans la création et le développement de l'École Polytechnique ; il y mettra au point, avec le jeune **Hachette**, un cours de Géométrie Analytique et de théorie des Surfaces qui fera autorité. Proche de Bonaparte puis de Napoléon, il animera les travaux de l'Institut jusqu'à ce qu'il en soit exclu en 1816. Voici une figure

extraite de son traité de *Géométrie Descriptive* : on y voit bien comment tout point de l'espace est projeté sur un plan horizontal et sur un plan vertical, ce dernier étant alors «rabattu» horizontalement sur la feuille de dessin (figure 1).



Monge : géométrie descriptive

**Lazare Carnot**, qui siégeait à l'Assemblée Législative et qui s'intéressait de plus en plus à la conduite des affaires guerrières, sourit au souvenir qui effleurait sa mémoire :

— Il est vrai, mon cher Monge, que vous avez enseigné à cette École du Génie au concours de laquelle nous avons été tous les deux reçus. Mais les privilèges de l'ancien régime n'y laissaient admettre que les fils de famille noble ou «vivant noblement», ce qui était le cas de la mienne ; votre origine vous aura interdit d'en être élève mais votre talent vous aura permis d'y être aussitôt professeur, c'est assez cocasse ! Tout cela est aujourd'hui bien fini : les écoles que nous allons créer seront ouvertes à tous, et l'on n'y rentrera que selon son mérite et son travail, au service de la France.

Un sage et vieil ami de Monge, académicien et révolutionnaire convaincu, Vandermonde s'amusait un peu de la fougue de Carnot :

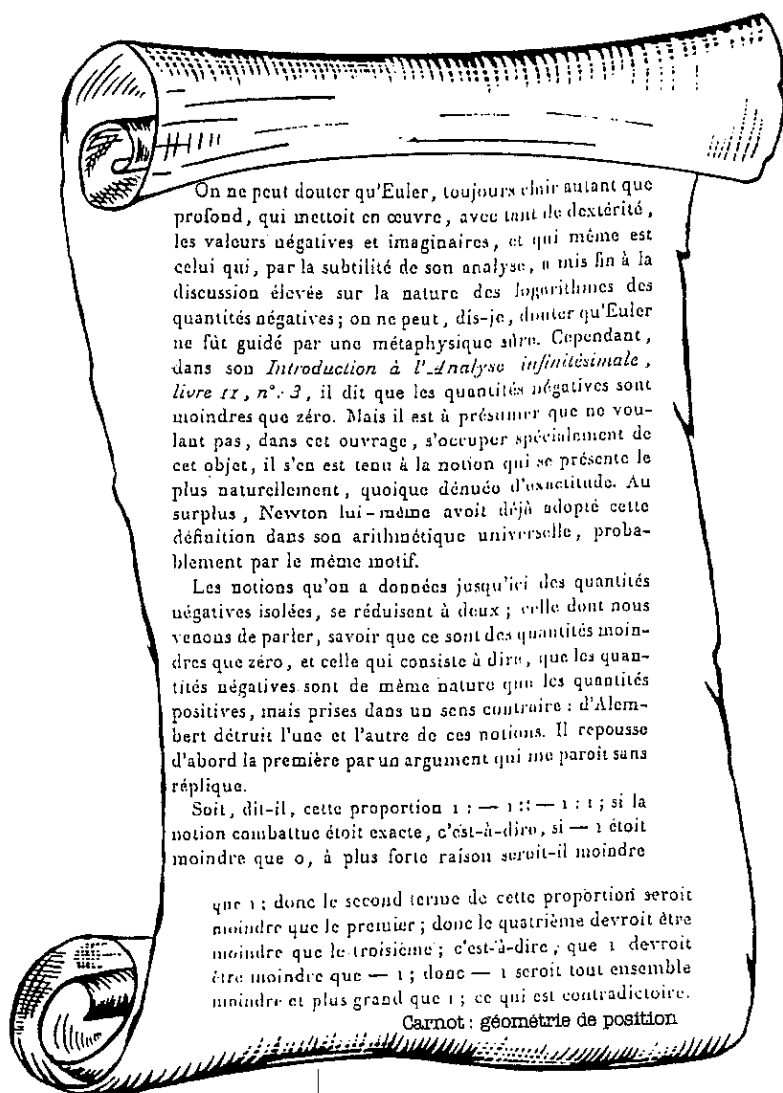
— Il m'a été rapporté, que vous n'aimiez pas beaucoup les habitudes de la noblesse française, et que cette animosité vous aurait même fait passer en prison les débuts de cette «révolution» que vous défendez tant.

**Vandermonde** (1735-1795) étudia, avec **Lagrange**, le problème de la résolution des équations algébriques et initia une théorie qui allait devenir celle des «déterminants». Il participa activement aux institutions républicains, en particulier lors de la création du Conservatoire National des Arts et Métiers.

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 9 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & 6 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} - 9 \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

— C'est mon affaire, répliqua Carnot, qui n'aimait pas que l'on rappelle cet épisode de sa vie privée. J'avais courtoisé Mademoiselle Ursule de Bouillet suffisamment longtemps et avec assez d'empressement pour espérer en faire mon épouse ; et voilà que le Chevalier de Duesme la voudrait en mariage et que sa famille, trouvant le parti plus avantageux que le mien, en accepte la demande. Je suis allé trouver ce chevalier pour l'instruire des véritables sentiments de ma chère Ursule... On a trouvé ma conduite «indigne d'un officier de sa majesté» et l'on m'a consigné à Béthune en avril et mai 1789.

Quitte à évoquer mes soucis pré-révolutionnaires, j'aurais préféré que vous mentionniez mes travaux scientifiques, par exemple mon *Essai sur les machines en général* de 1783, où je développe une idée que nos politiques pourraient méditer avec bonheur : «les changements brusques entraînent nécessairement de grandes déperditions de force et, tôt ou tard, amènent la dislocation du système» ; ou bien ma *Dissertation sur la théorie de l'infini mathématique* présentée à l'Académie des Sciences de Berlin en 1786. D'ailleurs je pense encore souvent aux fondements du Calcul Infinitésimal et je reprendrais ce sujet dès que j'en aurai le loisir.



**Lazare Carnot (1753-1823)** écrira ces *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal* en 1797; auparavant il aura été une importante figure de la Révolution, d'abord comme député, puis en 1793 comme membre du comité de Salut Public, reconnu l'«Organisateur de la victoire» au printemps 94, et membre du Directoire en 95. Il fut ensuite un membre actif de l'Institut et publia la *Géométrie de position* en 1803, où il se débat avec les problèmes épistémologiques concernant les nombres négatifs et la signification du signe moins dans les formules algébriques générales (voir l'extrait ici reproduit). Il finira sa vie exilé à Magdebourg où son fils, Sadi, pourra profiter de ses connaissances avant de fonder la Thermodynamique.

Le ci-devant marquis de **Condorcet** ne put s'empêcher de faire une de ces remarques qui lui tenaient à cœur et qui lui coûtèrent jusqu'à sa vie même :

— Ne devriez-vous pas dès maintenant prendre ce loisir et donner à la science un peu de ce temps que vous dépensez sans compter dans la politique quotidienne. Ne faut-il pas que nos savants apportent leurs connaissances à l'Éducation du peuple et à l'Instruction publique ?

Vous savez bien comment les ennemis des Lumières fustigent le savoir dès lors qu'il dépasse le simple apprentissage de la lecture, de l'écriture et du calcul et disent préférer aux savants «ceux qui manifestent leur amour de la liberté et de l'égalité autant que leur haine des tyrans»; alors que «les sciences sont contre les préjugés, contre la petitesse d'esprit, un remède sinon plus sûr, du moins plus universel, que la philosophie elle-même».

L'abbé Charles Bossut observait avec admiration celui qui, avec lui, avait aidé d'Alembert à réunir et à compléter les articles mathématiques de la Grande Encyclopédie, édités de 1784 à 1789 par le libraire Panckoucke.

Charles Bossut (1730-1814) écrit en particulier le *Discours Préliminaire* de l'Encyclopédie Méthodique Mathématique, dont les cent quatorze pages constituent un saisissant résumé de l'état des mathématiques en cette fin du siècle des Lumières.

— Marie-Jean-Antoine-Nicolas, vous êtes bien ici le meilleur défenseur de l'humanisme scientifique, dit-il d'une voix sonore et apaisante. Vos mémoires et vos rapports sur l'Instruction Publique sont très appréciés et serviront de modèles pour la mise en place de nos nouvelles institutions. Parlez-nous donc un peu du paradoxe de Monsieur Borda et de l'étonnante suite que vous en avez découverte.

— Je m'étais contenté, intervint Borda, de mettre en évidence une curiosité susceptible d'apparaître, dans un scrutin, lorsqu'il s'agit d'élire un président et que trois candidats au moins sollicitent les suffrages de l'assemblée. Il se peut alors que le vote par choix successifs entre deux candidats fasse élire celui des candidats qui aurait obtenu le moins de suffrages lors d'un vote entre tous les candidats.

Mais cela reste très explicable si l'on veut bien considérer qu'une assemblée, dont les membres sont sages et logiques, peut très bien préférer un «président de compromis» à un président ou un autre qui aurait plus de partisans mais aussi plus d'adversaires.

**Charles de Borda** (1753-1799), chevalier, marin de haute mer et mathématicien, est plus connu pour son invention du *Cercle répétiteur à réflexion* qui porte son nom et qui servit à la fois pour la navigation et pour la mesure du méridien terrestre par Delambre et Méchain.

#### Le paradoxe de Borda.

Voici une assemblée de soixante personnes dans laquelle la répartition des préférences entre trois candidats A,B,C donne lieu au «paradoxe» dont il est question dans le texte principal :

Pour  $A > B > C$  : 0

Pour  $A > C > B$  : 23

Pour  $B > A > C$  : 0

Pour  $B > C > A$  : 19

Pour  $C > A > B$  : 2

Pour  $C > B > A$  : 16.

Lorsque cette assemblée vote entre deux candidats, elle préfère C à B (par 41 voix contre 19), et elle préfère B à A (par 35 voix contre 25) ; «évidemment», elle préfère aussi C à A (par 37 voix contre 23). Lors d'un vote entre les trois candidats ensemble ce serait pourtant A qui aurait la préférence (avec 23 voix) devant B (avec 19 voix) et C (avec 18 voix) : les ordres sont inversés selon le mode de vote !

— Le citoyen **Condorcet** a, lui, mis le doigt sur un phénomène d'une bien plus grande gravité, poursuivit Borda : une assemblée pourrait en effet, à la majorité, préférer A à B et préférer B à C, mais préférer C à A, et cela malgré le comportement totalement logique des participants aux votes !

**Condorcet** (1743-1794), mathématicien et philosophe, a constamment essayé de traduire dans les institutions et les textes législatifs les idées de progrès et d'ouverture sociale qu'il a défendues jusqu'à la mort. Poursuivi par la Convention sous la Terreur, il rédigea, dans sa cachette, ses deux derniers ouvrages : la monumentale *Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain* qu'il écrit sans aucune documentation, et les *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*, manuel d'arithmétique destiné aux enfants des écoles publiques. C'est dans l'*Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, paru en 1785, que l'on trouve mention de l'«effet» qui porte aujourd'hui son nom.

Voici la répartition des préférences, qu'il donne en exemple dans une assemblée de 60 personnes devant choisir entre trois candidats A, B, C :

Pour  $A > B > C$  : 23

Pour  $A > C > B$  : 0

Pour  $B > A > C$  : 2

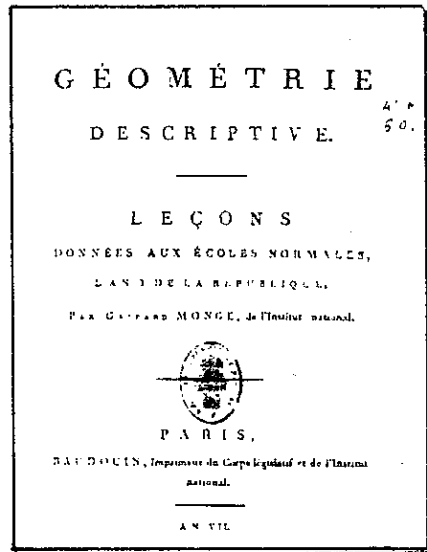
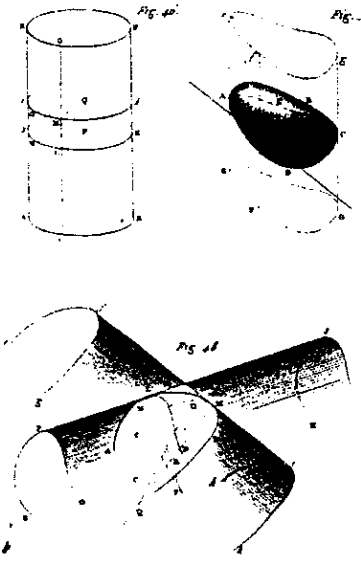
Pour  $B > C > A$  : 17

Pour  $C > A > B$  : 10

Pour  $C > B > A$  : 8.

Lorsque cette assemblée vote entre deux candidats, elle préfère C à A (par 35 voix contre 25), et elle préfère A à B (par 33 voix contre 27) ; mais, incroyablement, elle préfère pourtant B à C (par 42 voix contre 18). La cohérence des préférences disparaît dans une assemblée décidant à la majorité des voix ! (cf. aussi encadré page 40).

— Cela ne peut tout de même se produire que lorsque l'assemblée balance entre des solutions sur lesquelles les avis sont partagés, intervint Arbogast —lui aussi grand admirateur de Condorcet— et rien de tel n'est arrivé lorsque le Comité d'Instruction Publique a dû se prononcer sur votre Rapport au sujet de l'Organisation Générale de l'Instruction Publique ; quel enthousiasme alors avez-vous soulevé...



**Arbogast** (1759-1803), mathématicien et membre de l'Institut, soutint les idées de Condorcet sur l'enseignement public; il présenta en particulier à la Convention un Rapport et un projet de Décret sur la composition des livres élémentaires destinés à l'instruction publique devant inciter les savants de la République à écrire de tels ouvrages: «car il n'y a que les hommes supérieurs dans une science, dans un art, ceux qui en ont sondé toutes les profondeurs, ceux qui en ont reculé les bornes, qui soient capables de faire des éléments où il n'y ait plus rien à désirer; parce qu'eux seuls peuvent leur donner la précision, la clarté et la netteté nécessaires, et extraire de tout l'ensemble de la science les idées fondamentales, et les théories qui doivent entrer dans des éléments servant d'introduction à toutes les branches connues de la science elle-même».

Il essaya de développer une théorie du calcul symbolique qu'il exposa, en 1800, dans *Du calcul des dérivations*.

— Vous êtes très aimables et je voudrais bien que tous les députés soient de votre avis, car il me semble tellement nombreux contre nos idées que j'ai parfois envie de retourner à mes vieilles spéculations de mathématiques pures, dit Condorcet. Vous-même, Arbogast, où en sont vos «recherches sur la vraie théorie du calcul différentiel» que vous aviez présentées à l'Académie des Sciences au printemps 89 je crois? Lacroix et Lagrange en ont fait mention depuis.

Lagrange, entendant son nom, interrompt Condorcet:

— Effectivement, j'ai apprécié ses développements de ma «Théorie des fonctions analytiques» que je vais bientôt mettre par écrit; chacun pourra ainsi voir comment «les principes du calcul différentiel» peuvent être «dégagés de toute considération d'infiniment petits, d'évanouissants, de limites et de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies».

**Joseph Louis Lagrange** (1736-1813) travailla d'abord à la suite d'Euler sur les problèmes de minimisation et fonda le «calcul des variations». Il sera ainsi le plus jeune collègue de **d'Alembert** et **Euler** à l'Académie de Berlin. Tout en faisant avancer ou en résolvant de nombreux problèmes (la vibration de la Lune, les inégalités des satellites de Jupiter, le problème des trois corps...) il élabore un formalisme général qui lui permettra l'unification de toutes les branches de la mécanique.

Son chef-d'œuvre, la *Mécanique analytique* paraît en 1788: «Les méthodes exposées ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques sur des formules générales, dont le développement donne toutes les équations nécessaires pour la solution de chaque problème. Ceux qui aiment l'Analyse verront avec plaisir la Mécanique en devenir une nouvelle branche, et me sauront gré d'en avoir étendu le domaine».



Bonaparte et Monge aux Pyramides du Caire, 1799

5. Nous étant ainsi assurés de la forme générale du développement de la fonction  $f(x+i)$ , voyons plus particulièrement en quoi ce développement consiste, et ce que signifie chacun de ses termes.

On voit d'abord que si on cherche dans cette fonction ce qui est indépendant de la quantité  $i$ , il n'y a qu'à faire  $i=0$ , ce qui la réduit à  $fx$ . Ainsi  $fx$  est la partie de  $f(x+i)$ , qui reste lorsque la quantité  $i$  devient nulle; de sorte que  $f(x+i)$  sera égale à  $fx$ , plus à une quantité qui doit disparaître en faisant  $i=0$ , et qui sera par conséquent, ou pourra être censée multipliée par une puissance positive de  $i$ : et comme nous venons de démontrer que dans le développement de  $f(x+i)$ , il ne peut entrer aucune puissance fractionnaire de  $i$ , il s'ensuit que la quantité dont il s'agit, ne pourra être multipliée que par une puissance positive et entière de  $i$ ; elle sera donc de la forme  $i^p$ ,  $p$  étant une fonction de  $x$  et  $i$ , qui ne deviendra point infinie lorsque  $i=0$ .

On aura donc ainsi

$$f(x+i) = fx + i^p;$$

donc  $f(x+i) - fx = i^p$ , et par conséquent divisible par  $i$ ; la division faite, on aura

$$p = \frac{f(x+i) - fx}{i}$$

[...]

Il présidera la commission du système métrique, puis le Bureau des Longitudes. Dans sa *Théorie des fonctions analytiques* (parue en 1797) et ses *Leçons sur le calcul des fonctions* à l'école Polytechnique (1801), il croit fonder le calcul différentiel sur des bases entièrement algébriques ; il a ainsi préparé le terrain pour **Cauchy** qui fera prospérer son travail sur la représentation des fonctions par des séries entières. L'extrait que nous donnons explicite sa nouvelle définition de la fonction «**dérivée d'une autre fonction**».

4. Soit, par exemple,  $fx = \frac{1}{x}$ , on aura

$$f(x+i) = \frac{1}{x+i};$$

donc

$$iP = \frac{1}{x+i} - \frac{1}{x} = -\frac{i}{x(x+i)}; \quad P = -\frac{1}{x(x+i)}; \quad p = -\frac{1}{x^2};$$

Prenons encore pour exemple, la fonction irrationnelle  $\sqrt{x}$ . On aura donc

$$fx = \sqrt{x}, \quad f(x+i) = \sqrt{x+i} = \sqrt{x} + iP;$$

donc

$$iP = \sqrt{x+i} - \sqrt{x} = \frac{i}{\sqrt{x+i} + \sqrt{x}};$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{x+i} + \sqrt{x}}; \quad p = \frac{1}{2\sqrt{x}};$$

Lagrange : théorie des fonctions analytiques

Un jeune libraire suisse de passage à Paris ne risquait rien à «charrier» un peu le grand mathématicien :

— Et dans cet ouvrage où l'Analyse sera reine, je suppose qu'on ne trouvera pas plus de figures que dans votre *Mécanique analytique*, ce qui l'a rendu encore plus remarquable et remarqué, s'il était possible ?

— Les figures, jeune homme, ne sont pas nécessaires à l'entendement que d'ailleurs elles contribuent souvent à troubler ! Et il m'étonnerait que...

— Il ne faut rien exagérer, coupa Monge, car si je reconnais que toute la géométrie pourrait se réduire à des formules et des calculs, je prétends aussi que les figures peuvent donner un sens à des opérations algébriques parfois bien mystérieuses ; ce jeune homme m'exposait justement tout à l'heure comment il imaginait une représentation géométrique de  $\sqrt{-1}$ . Enfin Legendre, vous qui préparez des *Éléments de Géométrie* révolutionnaires, faites donc entendre raison à notre maître à tous ! Qu'il soit un peu moins difficile avec ceux qui n'ont pas son génie.

Legendre ne voulut pas s'engager dans la polémique et préféra revenir à ses préoccupations du moment :

— En ce qui concerne la géométrie et ses figures, j'ai observé, en venant ici, les ornières laissées par un charriot sur la terre mouillée... je me demande parfois si nous ne pourrions pas imaginer autre chose que ce fameux «Postulat des parallèles» ; car, ce que l'on n'arrive pas à démontrer, on doit pouvoir le nier !

— Je dirai même plus, ajouta Labru, ce que l'on ne peut nier, n'en est-il pas moins démontrable ? Prenez par exemple ce théorème que le grand Fermat a négligemment écrit dans la marge de son Diophante, on ne l'a pas nié, mais vous-même sauriez-vous le démontrer ?

— Peut-être, peut-être... car j'ai cru entrevoir récemment une loi très générale entre deux nombres premiers quelconques et je vous avoue ne pas savoir jusqu'où elle pourra me mener...

La loi que découvrit **Adrien Marie Legendre** (1752-1833) est la «loi de réciprocité quadratique» que **Gauss** qualifia plus tard de «joyau de l'arithmétique». Il la publia dans *l'Essai sur la théorie des nombres* en 1798, qui fut lu et exploité pendant tout le XIX<sup>e</sup> siècle. On trouve dans sa préface la première mention dans l'histoire d'une conjecture correcte sur la loi de distribution des nombres premiers (voir l'extrait que nous en donnons).

S'il y a  $n$  nombres premiers compris dans la progression naturelle  $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ , il est remarquable que suivant les diverses valeurs de  $n$ , on ait à très-peu-près les rapports suivants :

$$a = 10^1, \quad 10^2, \quad 10^3, \quad 10^4, \quad 10^5, \dots$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{8}, \quad \frac{1}{10}, \dots$$

D'où il paraît qu'on peut conclure en général  $b = \frac{a}{21a}$ ,  $a$  désignant le logarithme de  $a$  pris dans les tables ordinaires; cette formule très-simple peut être regardée comme suffisamment approchée, au moins lorsque  $a$  n'excède pas 100000. Ainsi si on demande combien il y a de nombres premiers depuis 1 jusqu'à 100000, on trouvera que ce nombre est  $\frac{100000}{2 \times 3,802}$  ou 35700 à-peu-près.

Au reste, il est vraisemblable que la formule rigoureuse qui donne la valeur de  $b$  lorsque  $a$  est très-grand, est de la forme  $b = \frac{a}{A \log. a + B}$ ,  $A$  et  $B$  étant des coefficients constants, et  $\log. a$  désignant un logarithme hyperbolique. La détermination exacte de ces coefficients serait un problème curieux et digne d'exercer la sagacité des Analystes.

Membre de la Commission du système métrique et président de celle de l'Instruction Publique en 94, il sera membre de l'Académie des Sciences et remplacera Lagrange au Bureau des longitudes.

A côté de la *Théorie des nombres*, dont la dernière édition paraît en 1830, il travaillera toute sa vie sur les intégrales elliptiques qu'il traitera, en un ouvrage fondamental, en 1828 : *Traité des fonctions elliptiques et des intégrales eulériennes*.

Legende : Essai sur la théorie des nombres

- Qui sait où peuvent nous mener les mathématiques ? philosopha Laplace, dont les pensées semblaient toujours flotter dans l'espace au-dessus de lui. On est souvent surpris de ce que l'on trouve ; voyez comment Euler a fait voir le nombre qui mesure le rapport de la circonférence à son diamètre dans une formule où s'entrechoquait déjà le nombre de Néper, 2.718, et la racine carrée de -1 !
- Vous-même, rappela Lagrange, n'avez-vous pas trouvé comment ce même nombre apparaissait curieusement dans la solution du problème de l'aiguille, posé par Monsieur Buffon ?
- Il est en effet assez surprenant que ce nombre pi se glisse dans la probabilité pour qu'une aiguille tombant fortuitement sur un quadrillage en rencontre les lignes ou non.
- C'est peut-être la main de Dieu, risqua l'abbé Bossut.
- Je ne crois pas que nous ayons besoin d'une telle hypothèse, répliqua Laplace, qui n'hésiterait pas, plus tard, à replacer cette saillie dans les nouvelles cours de l'Europe.

LAPLACE

L'inégalité qui peut exister entre des choses que l'on suppose parfaitement semblables peut avoir sur les résultats du calcul des probabilités une influence sensible qui mérite une attention particulière. Considérons le jeu de croix et pile, et supposons qu'il soit également facile d'amener croix que pile; alors la probabilité d'amener croix au premier coup est  $1/2$ , et celle de l'amener deux fois de suite est  $1/4$ . Mais s'il existe dans la pièce une inégalité qui fasse paraître une des faces plutôt que l'autre, sans que l'on connaisse la face que cette inégalité favorise, la probabilité d'amener croix au premier coup restera toujours  $1/2$ , parce que, dans l'ignorance où l'on est de la face que cette inégalité favorise, autant la probabilité de l'événement simple est augmentée si cette inégalité lui est contraire. Mais la probabilité d'amener croix deux fois de suite est augmentée, malgré cette ignorance; car cette probabilité est égale à celle d'amener croix au premier coup, multipliée par la probabilité que, l'ayant amené au premier coup, on l'amènera au second; or, son arrivée au premier coup est un motif de croire que l'inégalité de la pièce le favorise; elle augmente donc la probabilité de l'amener au second: ainsi le produit des deux probabilités est accru par cette inégalité. Pour soumettre cet objet au calcul, supposons que l'inégalité de la pièce accroisse de la quantité  $x$  la probabilité de l'événement simple qu'elle favorise. Si cet événement est croix,

la probabilité sera  $\frac{1}{2} + x$ , et la probabilité de l'amener deux fois de suite sera  $(\frac{1}{2} + x)^2$ . Si l'événement favorisé est pile, la probabilité de croix sera  $(\frac{1}{2} - x)^2$ .

Comme on n'a d'avance aucune raison de croire que l'inégalité favorise plutôt l'un que l'autre des événements simples, il est clair que, pour avoir la probabilité de l'événement composé croix-croix, il faut ajouter les deux probabilités précédentes et prendre la moitié de leur somme, ce qui donne  $\frac{1}{4} + x^2$  pour cette probabilité: c'est aussi la probabilité de pile-pile. On trouvera par le même raisonnement que la probabilité de l'événement composé croix-pile ou pile-croix est  $\frac{1}{4} - x^2$ ; par conséquent, elle est moindre que celle de la répétition du même événement simple.

Leçons à l'École normale. 1795.

Pierre Simon de Laplace (1749-1827) a donné de nombreux résultats sur le calcul intégral tout en poursuivant la théorisation de certains domaines d'application comme la mécanique céleste et le calcul des probabilités. Son œuvre la plus connue fut l'*Exposition du système du monde*, parue en 1796, où l'on trouve sa célèbre hypothèse concernant la formation du système solaire à partir d'un noyau tournant autour d'un axe, le refroidissement de la matière périphérique provoquant la condensation en anneau puis en planètes.

Nous donnons un extrait de ses travaux en probabilités qu'il couronna par l'*Essai philosophique sur le fondement des probabilités* (1812), deuxième édition de la *Théorie analytique des probabilités* parue deux ans avant...

Habile opportuniste, il réussit dans tous les régimes qu'il a traversés : académicien et professeur à l'École Royale, membre de la commission des poids et mesures et professeur à l'École Normale de l'an III puis à l'École Polytechnique, marquis de l'Empire et ministre sous Napoléon (qu'il avait d'ailleurs interrogé à son entrée à l'École Royale Militaire), il sera encore en faveur à la Restauration.

— Que voilà une bonne parole avant de nous séparer, conclut Lacroix. J'ai demandé que cette soirée soit prise en «sténographie», cette science de l'écriture rapide inventée récemment par le citoyen Bertin. Elle pourra ainsi être publiée, dans deux cents ans peut-être, par quelque revue éditée pour l'éducation des jeunes...

— Ces derniers mots me parurent tout de même peu vraisemblables, car dans ce rêve toute ressemblance avec des faits ou des personnes ayant existé avaient été jusque-là soigneusement voulue et vérifiée, et cela me réveilla.

Nous n'avons fait parler, dans cette soirée, que des mathématiciens qui auraient effectivement pu se connaître à Paris à cette époque. C'est ce qui explique l'absence de **Parseval** (1755-1836), excusé, et surtout de **Fourier** (1768-1830) qui, envoyé par sa ville Auxerre, devait venir comme élève à l'École Normale de l'an III.

A propos, qui était donc le jeune libraire suisse dont nous avons supposé la présence ? Écrivez-moi son nom, à ACL-Éditions BP 111 - 75223 PARIS, et je me ferais un plaisir de vous communiquer un extrait de son travail !

Et je remercie Jean-Luc Verley, dont la bibliothèque a fourni la matière première de cet article.

## LA LEÇON DE DIDACTIQUE DE CONDORCET

*extraite des moyens d'apprendre à compter  
sûrement et avec facilité (1799-posthume)*

ACL-Éditions - 1989



Il m'a paru qu'en général on ne devrait rien enseigner aux enfants, sans leur en avoir expliqué et fait sentir les motifs. Ce principe me semble très essentiel dans l'instruction, mais je le crois surtout fort avantageux en arithmétique et en géométrie. Ainsi des éléments de ces sciences ne doivent pas seulement avoir pour but de mettre les enfants en état d'exécuter sûrement et facilement par la suite, les calculs dont ils peuvent avoir besoin, mais doivent encore leur tenir lieu d'éléments de logique, et servir à développer en eux la faculté d'analyser leurs idées, de raisonner avec justesse.

p. 19

Il est important de ne laisser voir dans l'enseignement que le moins possible de *dénominations*, et de *méthodes arbitraires*. J'ai entendu un très grand philosophe reprocher à l'algèbre de vouloir le conduire à la vérité d'une manière despotique, sans lui dire pourquoi on lui faisoit suivre telle ou telle route, et comment on étoit parvenu à savoir qu'elle le meneroit au résultat désiré ; il avouoit que ce défaut, non de la méthode en elle-même, mais des livres, lui inspiroit une sorte de dégoût involontaire pour cette étude.

p. 100

Il ne faut pas s'effrayer de la difficulté d'arrêter, sur ces analyses, l'attention d'enfants encore très jeunes ; ils n'en seront pas rebutés, pourvu que, suivant la marche naturelle de l'esprit humain, on ne leur montre les propositions, les observations générales, qu'après leur avoir présenté plusieurs exemples, sur lesquels ils aient répété les mêmes opérations ; alors ils verront d'eux-mêmes ce qu'il y a de commun entre ces exemples, et par conséquent ils auront les idées générales qu'on veut leur donner.

p. 108

On pourra leur en faire écrire et dresser des tables pour eux-mêmes. Mais il est bon d'éviter autant qu'il est possible les tables imprimées dans les premiers éléments : plus elles sont commodes, plus elles rendent l'esprit paresseux ; et dans une instruction qu'on est obligé d'arrêter après le premier pas, il est bon au contraire de l'exercer le plus qu'il est possible.

p. 117

Mais on peut tirer de ces erreurs où tombent les Commencants des leçons très importantes, en leur faisant analyser les procédés qui les y conduisent.

p. 136

On exercera les Élèves sur la multiplication aussi longtemps qu'il sera nécessaire, pour les familiariser avec les trente-six produits de nombres simples dont ils doivent se souvenir, pour exécuter promptement cette opération.

On ne leur fera point apprendre par cœur la table de ces produits ; on ne leur donnera point cette table toute formée ; parce qu'il est beaucoup plus important de fortifier par l'exercice leur intelligence et leur mémoire, que de leur indiquer les moyens de s'épargner la peine de s'en servir.

p. 145

Or, un livre élémentaire ne peut être bien fait que par ceux qui ont appris beaucoup au-delà de ce qu'il renferme ; on expose mal ce que l'on sait, lorsqu'on est arrêté à chaque pas par les bornes de ses connaissances.

p. 233

Aussi, dans l'étude de ces sciences on a moins besoin d'un maître que d'un guide. Ce n'est point la science même qu'on peut apprendre de lui, mais la méthode pour l'étudier. Il ne faut pas qu'il vous montre les vérités que vous voulez connaître, mais seulement qu'il vous indique la route qui y conduit, et qu'il aplanise devant vous les obstacles qui retarderaient votre marche.

p. 235

Il ne peut y avoir de bonne méthode d'enseigner des éléments sans un livre mis à la portée des enfants, et auquel ils puissent toujours recourir ; mais il ne peut y en avoir non plus sans un autre livre qui apprenne aux maîtres les moyens de suppléer à ce que le premier ne peut contenir.

p. 236

Enfin, un maître qui ne se bornerait pas à la simple explication d'un ouvrage, et qui paraîtrait aux enfants savoir quelque chose au-delà du livre qu'ils étudient, leur inspirerait plus de confiance ; or, cette confiance est nécessaire aux succès de toute éducation, et les enfants ont besoin d'estimer la science d'un maître pour profiter de ses leçons.

p. 236

Voir aussi la publicité des éditions ACL  
page 43

# NOMBRES ET FIGURES

Serge DUCLOUX - Chécy

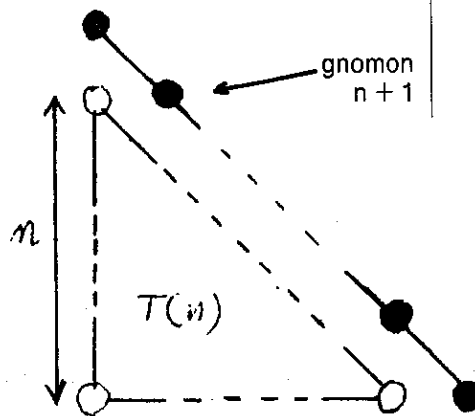
L'annonce de l'exposition **Horizons Mathématiques** était accompagnée dans les Collèges du Loiret, d'une offre de prêt de l'exposition «Pythagore de Samos». Cette dernière réalisée par G. Pradalier et M. Mirault, auteurs de la BD «Pythagore de Samos». (Ed. Magnard), retrace en 12 panneaux quelques unes des découvertes mathématiques attribuées à Pythagore, à son école.

**L**e succès de cette offre fût tel que d'octobre 1988 à fin juin 89, cette exposition a circulé sans temps mort dans les collèges du Loiret. Dans chaque établissement un responsable prenait en charge l'exposition, son information et son exploitation locale sur la base d'un planning établi en fonction de l'ordre des demandes et leur situation géographique.

Cette exposition a suscité plusieurs réactions ; Serge Ducroux, professeur au collège de Chécy, nous transmet quelques uns des outils qu'il s'est fabriqué à la suite des réactions de ses élèves.

### Généralisation

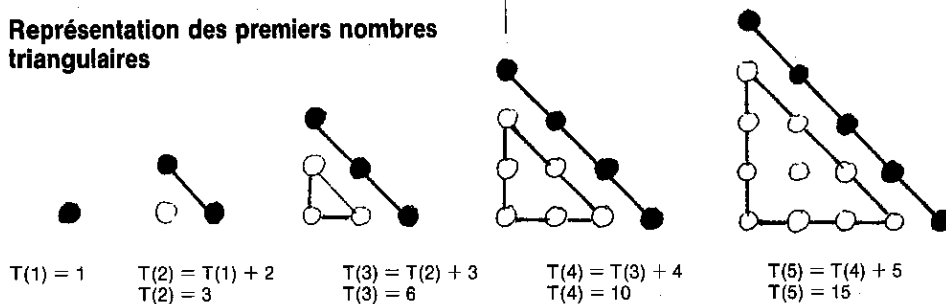
- $T(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$
- Le nombre triangulaire de rang n est la somme des n premiers entiers non nuls.  
ex.  $T(5) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$
- La suite des gnomons est la suite des entiers naturels non nuls.



$$T(n) + (n + 1) = T(n + 1)$$

## Les nombres triangulaires T(n)

### Représentation des premiers nombres triangulaires



### Tableau de valeurs

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	etc
gnomon	1+	2+	3+	4+	5+	6+	7+	8+	9+	10+	11+	12+	...
T(n)	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	...

**Théorème**

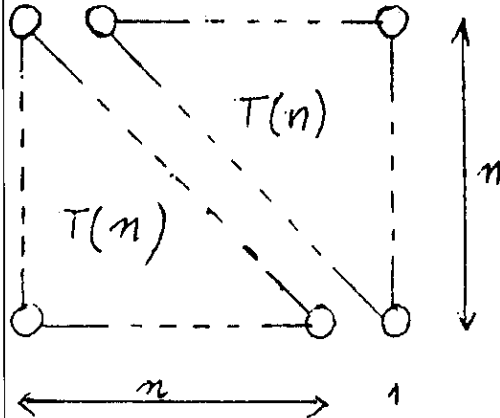
$$2. T(n) = n(n+1)$$

$$T(n) = n(n+1)/2$$

$$1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$$

ex.  $T(99) = 1 + 2 + \dots + 99$

$$= (99 \times 100)/2 = 4950$$



**Les nombres carrés C(n)**

Représentation des premiers nombres carrés

**Généralisation**

**C(n) est la somme des n premiers nombres impairs**

- $C(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$

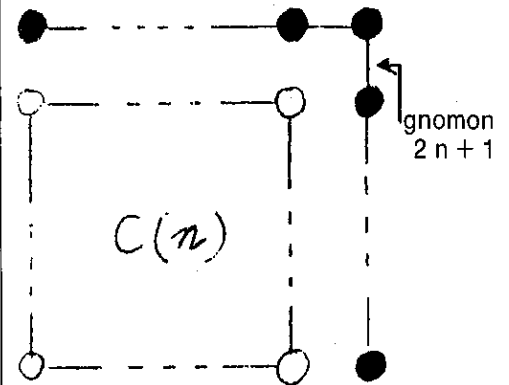
- $C(n) = n^2$

$$43^2 = 1 + 3 + 5 + \dots + 83 + 85$$

- $C(n+1) - C(n) = 2n + 1$

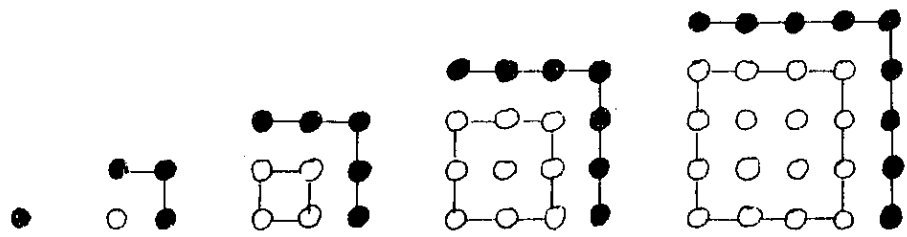
la différence de 2 carrés consécutifs est un nombre impair, égal à la somme des 2 entiers consécutifs.

$$100^2 - 99^2 = 100 + 99 = 199$$



$$C(n) + (2n + 1) = C(n + 1)$$

$$n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$$

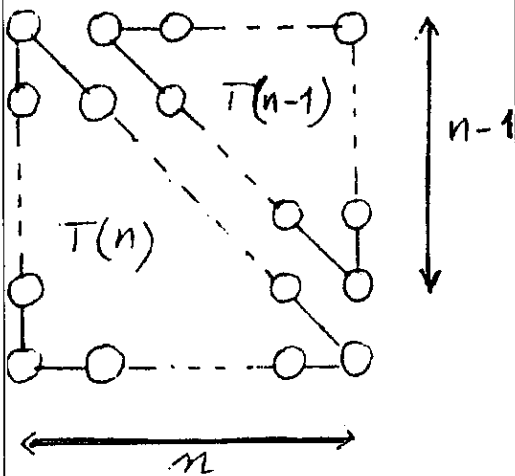


$C(1) = 1$     
  $C(2) = C(1) + 3$   
 $C(2) = 1 + 3 = 4$     
  $C(3) = C(2) + 5$   
 $C(3) = 1 + 3 + 5 = 9$     
  $C(4) = C(3) + 7$   
 $C(4) = 1 + 3 + 5 + 7 = 16$     
  $C(5) = C(4) + 9$   
 $C(5) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

**Tableau de valeurs:** la suite des gnomons est la suite des nombres impairs.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
gnomon	1+	3+	5+	7+	9+	11+	13+	15+	17+	19+	21+	23+	25+	...
C(n)	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	...

**Théorème de Théon de Smyrne (1<sup>er</sup> siècle de notre ère)**



$$T(n) + T(n-1) = C(n)$$

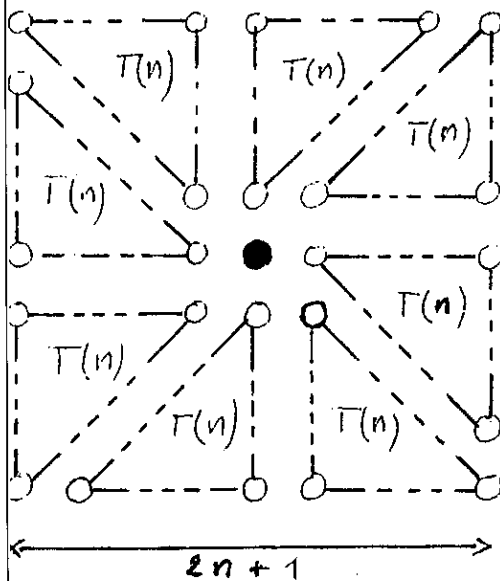
$$(1 + 2 + 3 + \dots + n) + (1 + 2 + \dots + (n-1)) = n^2$$

**Conséquence :**  $2 T(n-1) + n = C(n)$

$$2 [1 + \dots + (n-1)] + n = n^2$$

ex :  $2 (1 + 2 + 3) + 4 = 16$

**Théorème de Plutarque**



$$8.T(n) + 1 = C(2n+1)$$

$$8 (1 + 2 + \dots + n) + 1 = (2n+1)^2$$

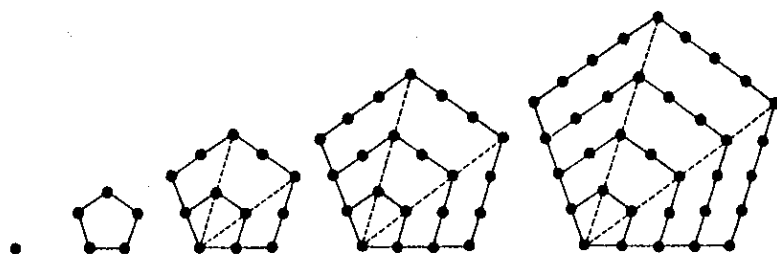
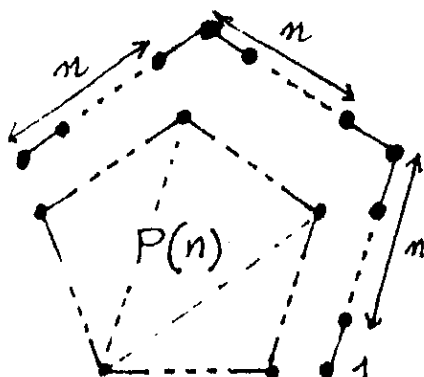
ex.  $8 (1 + 2 + 3) + 1 = 7^2$   
en effet  $8 \times 6 + 1 = 49$

$$8. (1 + 2 + 3 + \dots + 49) + 1 = 99^2$$

**Les nombres pentagonaux P(n)**

Les premiers nombres pentagonaux

Généralisation



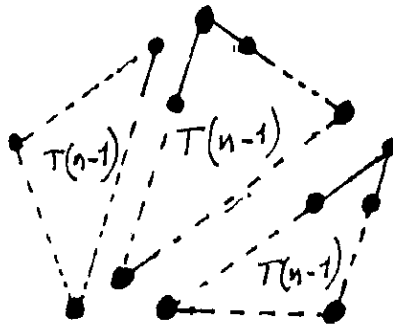
$P(1) = 1$	$P(2) = 5$	$P(3) = 12$	$P(4) = 22$	$P(5) = 35$
	$P(2) = P(1) + 4$	$P(3) = P(2) + 7$	$P(4) = P(3) + 10$	$P(5) = P(4) + 13$

●  $P(n+1) = P(n) + 3n + 1$

● la suite des gnomons est une progression arithmétique de raison 3 (elle va de 3 en 3) le premier terme est 1

●  $P(n) = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + (3n-2)$

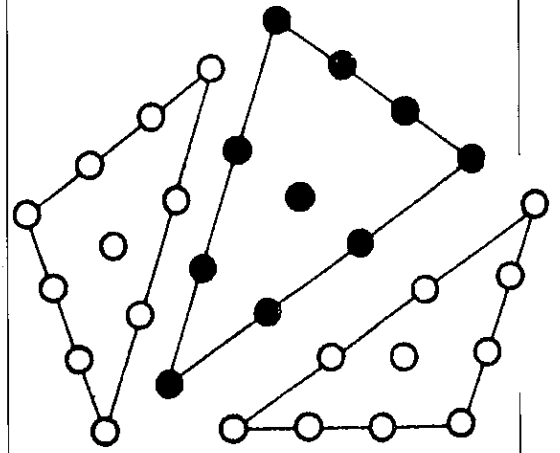
**Décomposition en nombres triangulaires**



$$P(n) = 3 T(n-1) + n$$

$$P(n) = 3 (n-1)n/2 + n$$

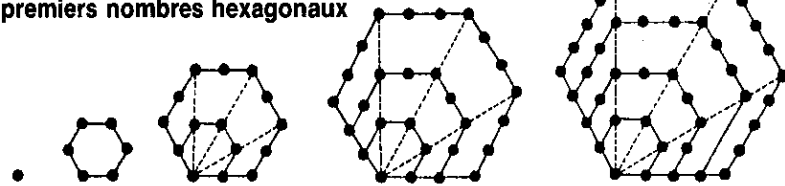
$$P(n) = n (3n-1)/2$$



$$P(5) = 3 T(4) + 5$$

**Les nombres hexagonaux H(n)**

**Les premiers nombres hexagonaux**



$$H(1) = 1$$

$$H(2) = 6$$

$$H(2) = H(1) + 5$$

$$H(3) = 15$$

$$H(3) = H(2) + 9$$

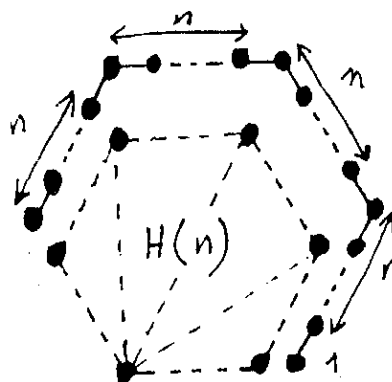
$$H(4) = 28$$

$$H(4) = H(3) + 13$$

$$H(5) = 45$$

$$H(5) = H(4) + 17$$

**Généralisation**



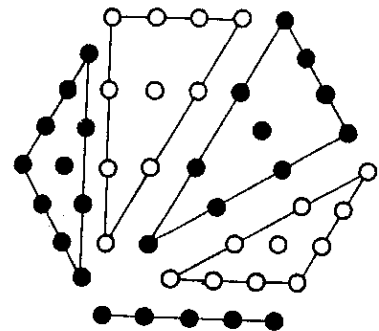
- $H(n + 1) = H(n) + 4n + 1$
- la suite des gnomons est une progression arithmétique de raison 4 (elle va de 4 en 4) le premier terme est 1
- $H(n) = 1 + 5 + 9 + 13 + \dots + (4n-3)$

**Décomposition en nombres triangulaires**

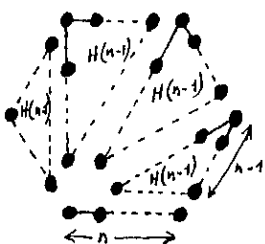
$$H(n) = 4 T(n-1) + n$$

$$H(n) = 4(n-1)n/2 + n$$

$$H(n) = n (2n-1)$$



$$P(5) = 4 T(4) + 5$$



**GÉNÉRALISATION SUR LES NOMBRES POLYGONAUX K(n)**

Nom	Nombre de côtés	Progression du gnomon	Obtention du suivant	Décomposition du nombre	Décomposition triangulaire
Triangle	3	de 1 en 1	$T(n+1) = T(n) + n+1$	$T(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$	$T(n)$
Carré	4	de 2 en 2	$C(n+1) = C(n) + 2n+1$	$C(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$	$C(n) = 2 T(n-1) + n$
Pentagone	5	de 3 en 3	$P(n+1) = P(n) + 3n+1$	$P(n) = 1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2)$	$P(n) = 3 T(n-1) + n$
Hexagone	6	de 4 en 4	$H(n+1) = H(n) + 4n+1$	$H(n) = 1 + 5 + 9 + \dots + (4n-3)$	$H(n) = 4T(n-1) + n$
k. gone	k	de (k-2) en (k-2)	$= K(n) + (k-2) n + 1$	$K(n) = 1 + \dots + [(k-2)n - (k-3)]$ différence de (k-2) entre chaque terme	$K(n) = (k-2) T(n-1) + n$

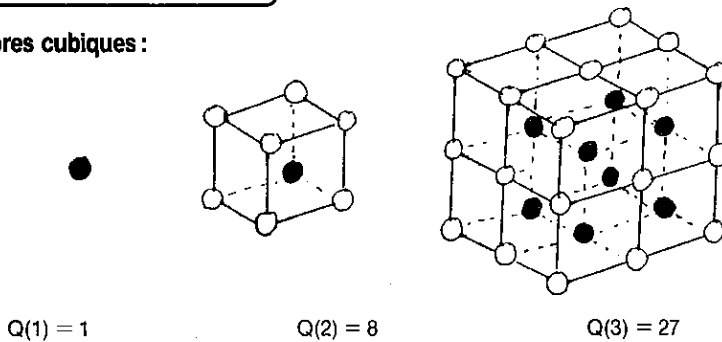
Sachant que  $T(n) = n(n+1)/2$  on obtient les polygonaux suivants :

$C(n) = n^2$  (que l'on a directement)  
 $P(n) = n(3n-1)/2$

$H(n) = n(2n-1)$   
 $K(n) = (k-2) n (n-1)/2 + n = \dots = n[(k-2)n - (k-4)]/2$

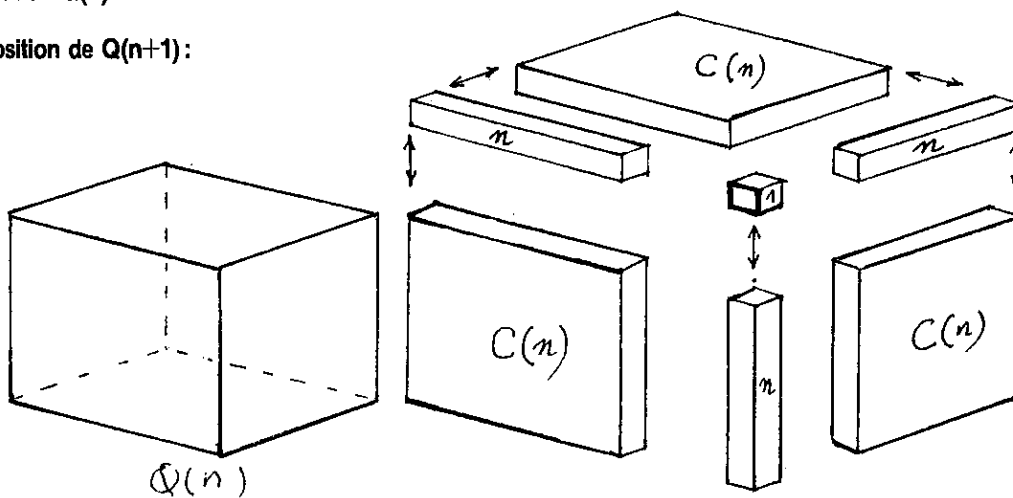
**Les nombres cubiques Q (n)**

Les premiers nombres cubiques :



Généralisation  $Q(n) = n^3$

Décomposition de  $Q(n+1)$  :



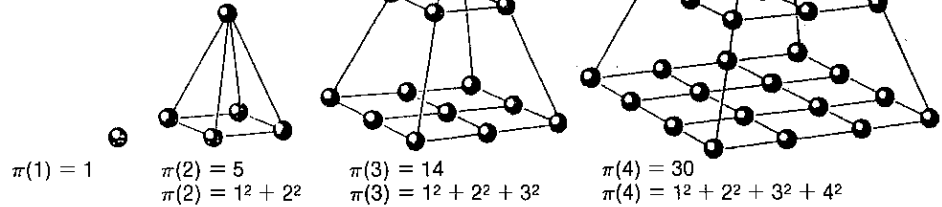
gnomon =  $3 C(n) + 3n + 1$

$Q(n+1) = Q(n) + 3 C(n) + 3n+1$

$(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n+1$

## Les nombres pyramidaux $\pi(n)$

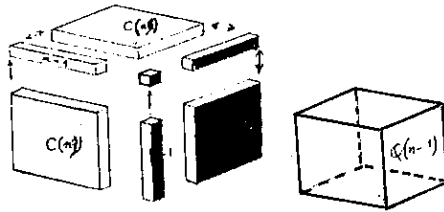
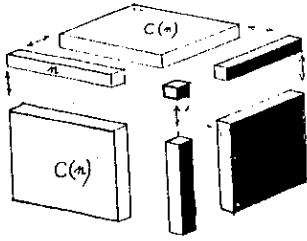
Les premiers nombres pyramidaux



**Généralisation**  $\pi(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

**Nombres cubiques et nombres pyramidaux :**  
Décomposons  $Q(n+1)$

$$Q(n+1) = 3 C(n) + 3n + 1 + Q(n)$$



décomposons  $Q(n)$  de la même façon :  
 $Q(n) = 3 C(n-1) + 3(n-1) + 1 + Q(n-1)$

décomposons  $Q(n-1), \dots$  jusqu'à :  
 $Q(2) = 3 C(1) + 3 \times 1 + 1 + Q(1)$

recollons ensemble ce qui est de la même couleur nous obtiendrons

$$Q(n+1) = 3\pi(n) + 3T(n) + n + Q(1)$$

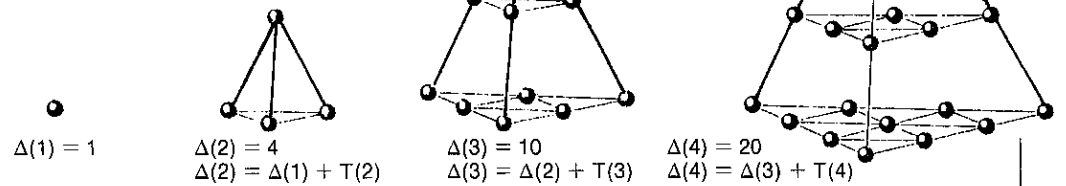
sachant que  $Q(n+1) = (n+1)^3$ ;

que  $T(n) = n(n+1)/2$  et que  $Q(1) = 1$

on obtient  $\pi(n) = n(n+1)(2n+1)/6$

## Les nombres tétraédriques $\Delta(n)$

Les premiers nombres tétraédriques



**Généralisation :**

$$\Delta(n+1) = \Delta(n) + T(n+1)$$

ou encore  $\Delta(n) = \Delta(n-1) + T(n)$

**Nombres Pyramidaux et Tétraédriques**  
d'après le théorème de Théon de Smyrne

$$C(n) = T(n) + T(n-1)$$

● Si on juxtapose  $\Delta(n-1)$  avec  $\Delta(n)$  de telle sorte que les bases soient au même niveau on obtiendra à chaque niveau un carré ( $C(n)$  à la base)

● donc  $\Delta(n) + \Delta(n-1) = \Delta(n)$

or  $\Delta(n-1) = \Delta(n) - T(n)$

d'où  $2 \Delta(n) = \pi(n) + T(n)$

$$\Delta(n) = (\pi(n) + T(n))/2$$

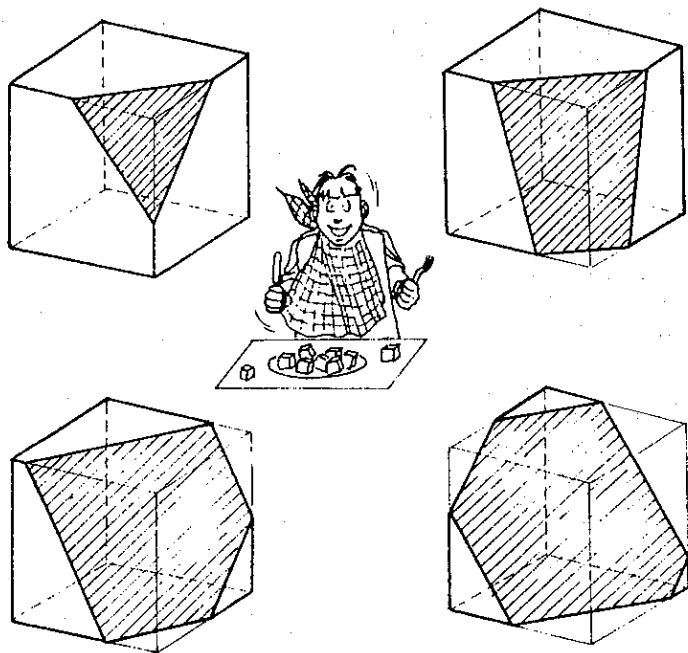
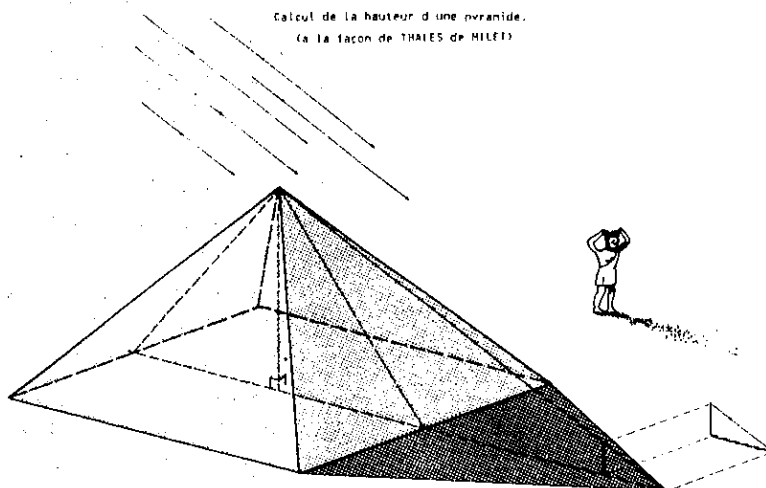
$$\Delta(n) = \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right) / 2$$

$$\Delta(n) = n(n+1)(n+2)/6$$

*à suivre dans un prochain numéro*

# L'ENSEIGNEMENT DES MATHS EN AFRIQUE

L'enseignement des mathématiques, en Afrique et à Madagascar, bouge. C'est le résultat d'une action de longue haleine des responsables africains et d'une participation plus militante des coopérants français souvent insérés dans des projets éducatifs de soutien à l'enseignement mathématique. Le coopérant y a de plus en plus un rôle de conseiller pédagogique et de formateur de formateurs. Ces projets touchent déjà la Mauritanie, le Mali, Haïti, la Guinée, le Bénin, le Burkina-Faso, le Congo, le Sénégal, le Niger et bientôt Madagascar, la Côte d'Ivoire, le Cameroun.



Ainsi, à Madagascar, l'exposition Horizons Mathématiques a fait un tabac grâce à l'initiative de quelques professeurs qui, avec l'aide d'entreprises locales et des organismes culturels, ont «malgachisé» l'exposition et les mathématiques. Notons que l'exposition, après avoir passé 3 mois aux Seychelles (on l'envie !), sera aux Comores, au Burkina en janvier, puis au Bénin, au Togo et au Congo.

35

Nous aurons ici une rubrique qui, nous l'espérons, sera alimentée régulièrement de réalisations caractéristiques et exemplaires. Ainsi, au Togo, vient de se créer une Association des professeurs de mathématiques du Togo, l'Apromat, dont le président est Yawo Kwadzo. Son dynamisme se concrétise dès le départ par la diffusion d'un bulletin et la réalisation d'un rallye mathématique qui s'adresse aux élèves de 3<sup>e</sup> et de Terminale C et D. Vous en trouverez ci-après quelques éléments.



# MENELAÛS A PLAT ET EN COURBES

Claude VAUTARD - Lomé

**Ménélaüs (ou Ménélaos) vécut à Alexandrie au premier siècle de notre ère. Etudiant, puis membre de l'Université jusqu'au moment où il fut appelé à Rome à titre d'astronome, il aurait écrit six livres sur les «cordes dans un cercle», aujourd'hui disparus. Il semble avoir été le premier à définir le triangle sphérique et à développer un bon nombre de théorèmes sur la trigonométrie sphérique. Le seul ouvrage qui nous est parvenu est «Sphoerica» portant sur les figures sphériques.**

**L**e livre I de cet ouvrage traite de théorèmes de congruence, de théorèmes sur les triangles isocèles. On y rencontre également le théorème qui dit que «**la somme des angles dans un triangle sphérique est plus grande que 180°**». Le livre II applique la géométrie sphérique à l'astronomie. Le livre III contient la trigonométrie sphérique connue du temps, largement déduite du «théorème de Ménélaüs». En langage moderne, ce théorème s'énonce :  
Soit un triangle ABC et soit A', B', C' trois points pris respectivement sur les droites (BC), (AC), (AB) et distincts des sommets du triangle ABC.  
Les points A', B', C' sont alignés si et seulement si :

$$(R) \quad \frac{A'B}{A'C} \times \frac{B'C}{B'A} \times \frac{C'A}{C'B} = 1$$

Voici une démonstration de ce théorème qui utilise les homothéties. Dans toute cette démonstration on désigne par :

h1 : l'homothétie de centre A' et de rapport

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}}$$

h2 : l'homothétie de centre C' et de rapport

$$\frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}}$$

h3 : l'homothétie de centre B' et de rapport

$$\frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}}$$

**Démonstration :**

Supposons que les points A', B', C' sont alignés.

Étudions la transformation h2 o h1 qui est la composée de deux homothéties.

Le produit

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \times \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}}$$

étant différent de 1 (car sinon, on démontre que les droites (A'C') et (AC) sont parallèles), on en déduit que l'application

h2 o h1 est une homothétie de rapport

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \times \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}}$$

Le centre de l'homothétie h2 o h1 appartient à la droite (A'C') (car les homothéties h1, h2 h2 o h1 ont leurs centres alignés) et à la droite (AC) (car elle transforme C en A ; (h2 o h1) (C) = h2 (B) = A).

Ce centre est donc le point B'.

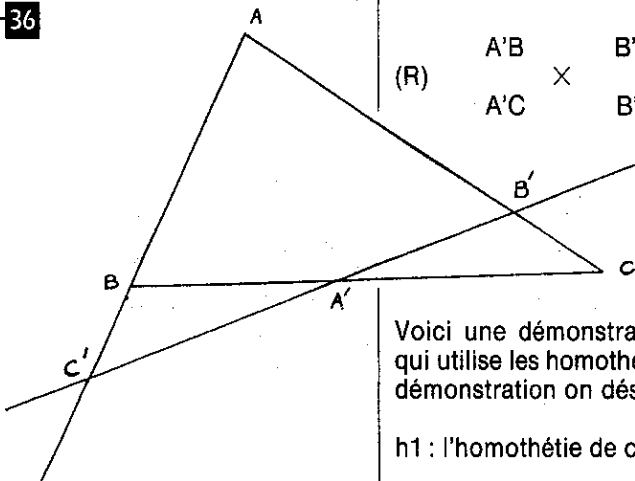
h2 o h1 est donc une homothétie de centre B' et de rapport

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \times \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}}$$

Ce rapport est encore égal à

$$\frac{\overline{B'A}}{\overline{B'C}}$$

(car h2 o h1 a pour centre B' et transforme C en A)



$$\text{d'où : } \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \times \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = \frac{\overline{B'A}}{\overline{B'C}}$$

$$\text{d'où : } \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \times \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \times \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = 1.$$

Supposons que les points A', B', C' vérifient la relation (R).

Étudions l'application  $h_3 \circ h_2 \circ h_1$ .

$$\text{On a : } (h_3 \circ h_2 \circ h_1)(C) = (h_3 \circ h_2)(B) \\ = h_3(A) = C$$

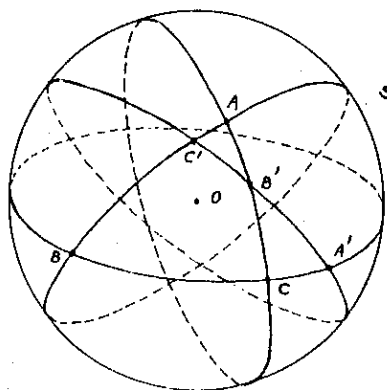
De plus, le produit des rapports des homothéties  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$  est égal à 1 (la relation (R) est vérifiée par hypothèse).

On en déduit donc que  $h_3 \circ h_2 \circ h_1$  est l'application identique,

d'où :  $h_2 \circ h_1 = h_3^{-1}$

Les centres des homothéties  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3^{-1}$  étant alignés, les points A', C' et B' sont alignés ( $h_3^{-1}$  a pour centre B').

Ménélaüs démontra un résultat analogue pour une sphère S où les grands cercles remplacent les droites (un grand cercle est la trace, sur la sphère S, d'un plan conte-



nant le centre). Trois points de S définissent un triangle sphérique dont les côtés sont les grands cercles associés à deux de ces points.

Pour tout grand cercle rencontrant les côtés d'un triangle sphérique ABC en A', B', C' (A' sur la droite (BC), B' sur la droite (AC) et C' sur la droite (AB)), Ménélaüs a montré que :

$$\frac{\sin \widehat{A'OB}}{\sin \widehat{A'OC}} \times \frac{\sin \widehat{B'OC}}{\sin \widehat{B'OA}} = \frac{\sin \widehat{C'OB}}{\sin \widehat{C'OA}}$$

O étant le centre de la sphère S.

Ce résultat fut pendant plusieurs siècles la base de la trigonométrie sphérique.

## QUI ÉTAIT... THALÈS

Marie-Odile DESECOT - Lomé

Dans cette rubrique nous donnerons quelques éléments sur la vie et l'œuvre des mathématiciens dont nous rencontrons le nom dans les programmes de Mathématiques.

L'histoire des mathématiques peut nous permettre d'agrémenter nos cours et d'augmenter l'intérêt de nos élèves pour cette discipline (nous pensons plus particulièrement à ceux des sections littéraires).

Thalès, appelé aussi Thalès de Milet, du nom de la cité située sur la mer Egée où il fonda une école de philosophie, vécut au 6<sup>e</sup> siècle avant J.-C. (vers 624 av. J.-C., vers 547 av. J.-C.). Il fait partie des sept sages de la Grèce Antique.

Il était à la fois homme d'état, commerçant, ingénieur, astronome, philosophe et bien sûr mathématicien.

Nous avons assez peu de renseignements certains, sur sa vie. Un livre écrit au 6<sup>e</sup> siècle après J.-C. nous affirme que Thalès aurait acquis ses connaissances mathématiques au cours de voyages, effectués pour son commerce, en Egypte.

On attribue à Thalès les résultats suivants :

- Tout diamètre partage le cercle en deux.
- Dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés égaux sont semblables.
- Deux angles opposés par le sommet sont égaux.
- L'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit.

Ces propriétés peuvent, de nos jours, paraître évidentes. Le grand mérite de Thalès est d'avoir vu qu'une démonstration de celles-ci était nécessaire.



Thalès aurait étonné le pharaon d'Egypte en mesurant la hauteur d'une pyramide à l'aide d'un baton vertical et de leurs ombres (ceci en utilisant des triangles semblables).

Thalès aurait également indiqué comment mesurer la distance d'un bateau en mer au rivage. On lui attribue aussi la prédiction d'une éclipse de soleil.

De nombreuses légendes circulent sur la vie de Thalès. La plus célèbre est celle de l'âne chargé de sel.

Un jour que Thalès conduisait une caravane, un mulet chargé de sel tomba à l'eau au passage d'un gué. Sorti de l'eau, le mulet sentit sa charge plus légère puisqu'une part du sel avait fondu. Aussi au gué suivant se jeta-t-il volontairement à l'eau afin d'être soulagé en partie de sa charge. Thalès, pour éviter au mulet de prendre cette mauvaise habitude, chargea, au voyage suivant, le mulet d'éponges. A premier gué, celui-ci se jeta à l'eau, et sa charge au lieu de s'alléger devint plus pesante...

Signalons aussi que Thalès est l'auteur d'une théorie sur la structure de l'univers (cosmologie). Pour lui l'eau est la source de tout.

Pour terminer, il faut dire que malheureusement, le théorème de Thalès tel que nous le connaissons ne lui doit pas grand chose. Ce théorème était utilisé bien avant Thalès par les Egyptiens et les Babyloniens (sans preuve bien sûr).

### ...POUR ALLER PLUS LOIN...

*Voici quelques ouvrages qui m'ont aidée à rédiger cet article et qui sont de lecture aisée.*

— *Histoire des Mathématiques pour les collégiés (Éditions CEDIC).*

*C'est un ouvrage très simple avec de nombreuses activités pour les élèves.*

— *Histoire des Mathématiques de J.P. Colette en 2 tomes (Diffusion Vuibert).*

*C'est un ouvrage de lecture assez facile avec de nombreux exercices à chaque fin de chapitre.*

— *Mathématiques et Mathématiciens de Dedron et Itard (Éditions Magnard).*

*Un grand classique.*

— *Une histoire des Mathématiques de Dahan et Peiffer (Éditions du Seuil - Collection Points-Sciences).*

*C'est un petit livre de poche très complet.*

— *Thalès en B.D. Mirault & Pradalier - Magnard Éd. une histoire en bande dessinée.*

— *Thalès au rétroprojecteur-Irem d'Orléans, voir bon de commande p. 48.*

## CONCOURS MATHÉMATIQUE DU TOGO

### Épreuve de sélection (4h)

#### PROBLÈME N° 1

Démontrer que quels que soient les réels  $x$ ,  $y$ ,  $z$  :

$$A = 10x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 10xy - 2xz - 8yz$$

est toujours positif ou nul.

Trouver l'ensemble des triplets  $(x, y, z)$  tels que  $A = 0$

#### PROBLÈME N° 2

Déterminer tous les couples d'entiers naturels  $(n, p)$  tels que

$$n + (n + 1) + (n + 2) + \dots + (n + p) = 1988$$

#### PROBLÈME N° 3

Soit  $p$  un réel strictement positif.

Parmi tous les triangles isocèles ayant un périmètre donné  $p$ , déterminer ceux qui ont une aire maximale.

### Épreuve de la «Finale» (4h)

#### PROBLÈME N° 1

On considère  $95823/10647 = 9$

Cette division a ceci de remarquable : 9 est le quotient de deux nombres de 5 chiffres utilisant tous les chiffres de 0 à 9.

Déterminer tous les couples de nombres de 5 chiffres, utilisant tous les chiffres de 0 à 9 tels que leur quotient soit égal à 9.

**Remarque :** Un nombre commençant par 0 n'est pas un nombre de 5 chiffres.

#### PROBLÈME N° 2

Donner un exemple d'application de  $Z$  dans  $Z$  telle que pour tout couple d'entiers relatifs  $(a, b)$ , on ait :

$$f(a + b) + 1 = f(a) + f(b) + 2ab$$

Déterminer toutes les applications de  $Z$  dans  $Z$  telles que pour tout couple d'entiers relatifs  $(a, b)$ , on ait :

$$f(a + b) + 1 = f(a) + f(b) + 2ab$$

#### PROBLÈME N° 3

Soit  $P(x) = x^2 + 4x + 1988$ .

Déterminer toutes les valeurs de  $a$ , entier naturel, telles que  $P(a)$  soit le carré d'un entier.

# CULTURE ET MATHÉMATIQUE A MADAGASCAR

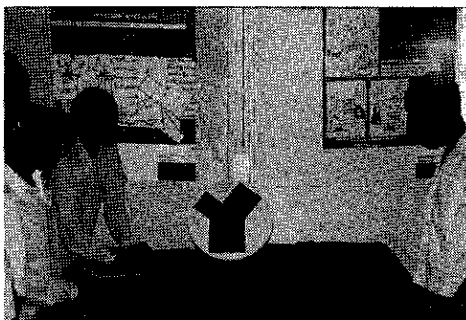
Claude VIALE - Tananarive

L'Exposition «Horizons Mathématiques» a été présentée dans 3 villes de Madagascar ; partout l'étonnement fut suivi d'une ambiance de fête. La réaction des élèves et du public en général fut identique à celle rapportée dans les comptes rendus relatant le passage de cette exposition en d'autres endroits : préférence pour certains kiosques par rapport aux autres (la formule  $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$ , l'anamorphose, les bulles de savon...); comportement des enseignants également : pour animer les kiosques, beaucoup de questions se sont posées.



## A TAMATAVE

Un jeudi : l'accueil réservé aux 3 cantines laissait présager le succès que rencontra par la suite l'exposition ; cela malgré une pluie torrentielle qui nous a fait craindre le cyclone, on était en décembre. Mais après la pluie, le beau temps. Les élus locaux ont mis à notre disposition la salle des fêtes d'une mairie d'arrondissement ainsi que des panneaux ; la sonorisation fut fournie par l'Alliance Française de Tamatave ; en 2 jours tout fut monté.



Le lundi suivant les discours d'inauguration étaient tous empreints d'humour ; à cette occasion notons que nous avons bénéficié de la présence de l'Inspecteur Pédagogique Régional, Daniel Boutté, qui connaissait bien l'exposition.

— Un programme de visite des différents établissements de Tamatave fut élaboré avec le concours de la D.P.E.S.E.B. (Direction Provinciale de l'Enseignement Secondaire et de l'Éducation de Base).

— Pendant les visites les élèves prenaient des notes à chaque manipulation.

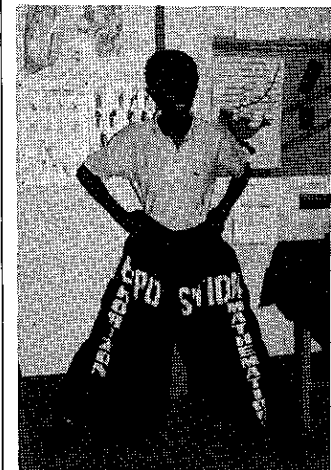


— Des petits groupes s'amusaient à organiser des concours (tel que chronométrer le temps de réalisation du  $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$ ).

— Le problème du veilleur de nuit de l'exposition n'a pas de solution si on lui demande de revenir dans sa chambre ! Pourquoi ?

## A MAJUNGA

D'un grand port de la côte Est nous sommes passés à un port de la côte Ouest. La Société Textile de Majunga (SO.TE.MA) nous a confectionné une centaine de rubans de Moebius (qui ont été découpés par les visiteurs) ; la SOTEMA nous a même confectionné le pantalon de Tintin (\*) (cf. Plot n° 45) ; bien que le sujet (la Topologie) n'ait pas pu être développé devant le grand



(\*) Ce pantalon et cette carte ont été laissés à l'Exposition «Horizons Mathématiques» et sont partis dans les cantines vers l'île Maurice.

public, les élèves se sont bien amusés lorsque, parmi eux, les moins gros nous ont fait des démonstrations ; l'École Maritime de Majunga a bien voulu nous prêter un grand tableau mural avec différents types de nœuds. Des questions sur le paradoxe de Condorcet, par exemple : «quels sont les résultats possibles lorsque les 3 roulettes sont utilisées ?» (Cf. encadré ci-contre). Quelques résultats sur les puzzles ont été retenus.

### A TANANARIVE

Dans la capitale l'exposition est restée 5 semaines au Centre d'Information Technique et Économique (dépendant de la mission Française de Coopération). Un emploi du temps méticuleux a été établi, à cause de l'effectif scolaire important de la ville : environ 15.000 visites pour cette seule ville.



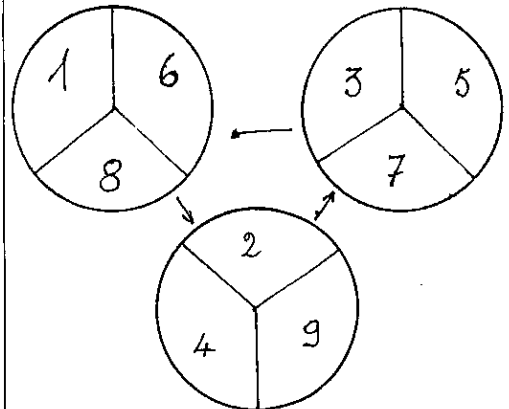
— Une carafe remplie de riz nous a permis, dans le kiosque des empilements, de vérifier le tour de magie du fakir.

— Pour les bulles de savon, la C.N.A.P.-M.A.D. nous a fabriqué une carte de Madagascar avec 2 plaques transparentes (\*) ; nous avons alors voulu trouver le chemin le plus court entre 6 grandes villes de Madagascar.

— un kiosque supplémentaire a été monté sur les images du Musée de la Villette.

— pour le théorème des 4 couleurs une carte des 110 divisions administratives de Madagascar a été coloriée. Essayez vous-même !

L'exposition fut clôturée le 17 avril 1989 après plus de 3 mois d'itinérance et plus de 25000 visiteurs !



### Les 3 roulettes de Condorcet

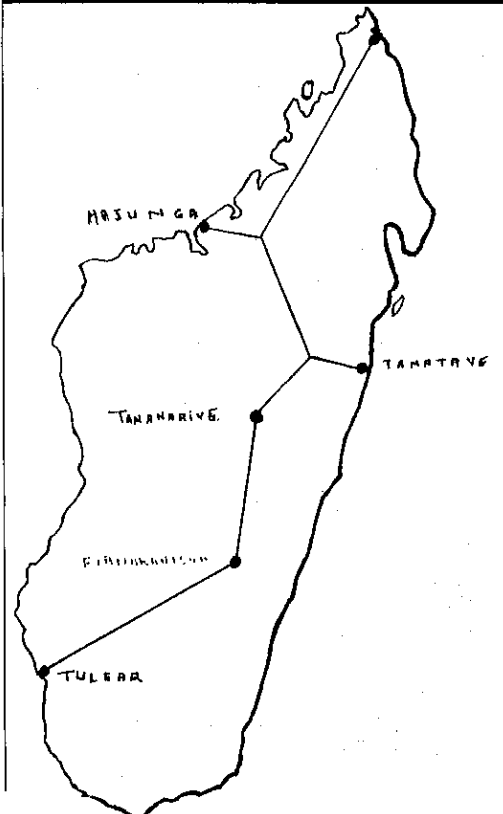
- Si deux joueurs jouent, le second, s'il sait jouer, gagne toujours plus souvent que le premier ! (Il lui suffit de choisir la roulette suivante !!)

- Si trois joueurs jouent ? quelles sont les meilleures stratégies ?

Réponses :

- pour 2 joueurs et pour chaque couple de roulettes on a :  
probabilité de gagner avec la première : 4/9  
Probabilité de gagner avec la suivante : 5/9

- pour 3 joueurs, tout change et tout se complique :  
 $P(R) = 10/27$ ,  $P(B) = 10/27$  et...  $P(J) = 7/27$



# STRUCTURE DE GROUPE SUR UNE COURBE

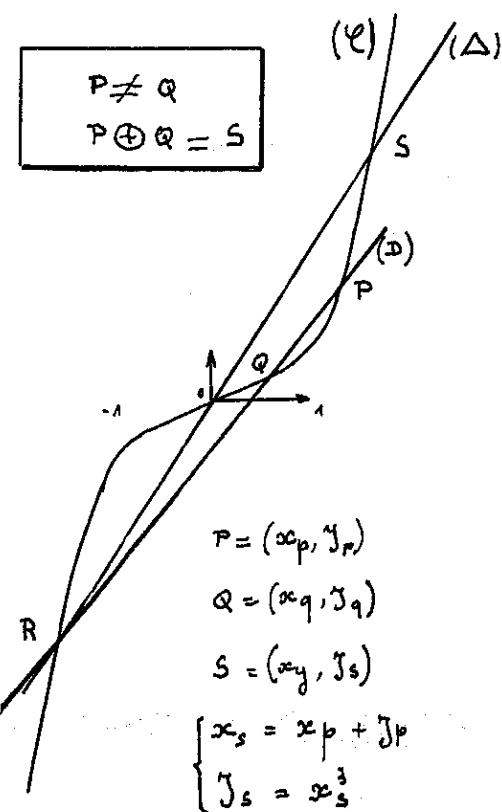
Claude VIALE

**Certaines courbes possèdent une structure de groupe ; deux notions, la notion algébrique (celle de groupe) et la notion géométrique (celle de courbe) s'interfèrent ici sous le même thème.**

Structure de groupe sur la courbe  $y = x^3$ .

## LA LOI INTERNE

Soient P et Q deux points de C ; on suppose  $P \neq Q$ . Appelons D la droite passant par P et Q ; cette droite D coupe obligatoirement C en un autre point R. Soit alors S le point d'intersection de  $\Delta$  avec C,  $\Delta$  étant la droite passant par R et O. On pose alors  $P + Q = S$



### DÉFINITION DE $P + P$ (cas où $P = Q$ )

Soit  $P \in C$  ; Traçons la tangente T à C au point P.

T coupe obligatoirement C en un autre point K.

On pose alors  $P + P = H$ , H étant le symétrique de K par rapport à O.

La loi interne

$$C \times C \rightarrow C$$

$$(P, Q) \rightarrow P + Q$$

ainsi définie est associative, possède un élément neutre O ; tout point P possède un symétrique P', et la loi est commutative.

### 1. Associativité de la loi interne.

Soient  $P = (x_p, y_p)$ ,  $Q = (x_q, y_q)$ ,  $R = (x_r, y_r)$

$$(P + Q) + R =$$

$$((x_p + x_q) + x_r, ((x_p + x_q) + x_r)^3) =$$

$$(x_p + (x_q + x_r), (x_p + (x_q + x_r))^3) =$$

$$P + (Q + R).$$

### O est élément neutre

$$P + 0 = (x_{p+0}, (x_{p+0})^3)$$

$$= (x_p, x_p^3) = O + P = P.$$

**Le symétrique P' de P est le symétrique de P par rapport à O.**

### 2. Prouvons l'existence du point R.

Considérons l'équation générale  $x^3 = ax + b$ . Montrons que si  $x'$  et  $x''$  sont des racines différentes, alors  $x''' = -(x' + x'')$  est aussi une racine (nous vérifions un résultat connu).

(\*)  $x'^3 = ax' + b$ ,  $x''^3 = ax'' + b$ , par hypothèse. Calculons  $x'''^3$ .

$$\begin{aligned} x'''^3 &= -(x' + x'')^3 \\ &= -(x'^3 + 3x'^2x'' + 3x'x''^2 + x''^3) \end{aligned}$$

$$= -(ax' + b + 3x'^2x'' + 3x'x''^2 + ax'' + b).$$

$$= a(-(x' + x'')) + b = ax''' + b$$

(car (\*) nous donne  $b = -x'^2x'' - x'x''^2$ ) : donc  $x'''$  est aussi racine de :  $x^3 = ax + b$ .

Soient maintenant les points P et Q appartenant à  $C \cap D$ ,  $P \neq Q$ .

Les abscisses  $x_p$  et  $x_q$  vérifient le système d'équations :

$$\begin{cases} y = x^3 \text{ équation de C :} \\ y = ax + b \text{ équation de D avec :} \end{cases}$$

$$a = (y_p - y_q)/(x_p - x_q)$$

$$\text{et } b = y_p - [(y_p - y_q)/(x_p - x_q)] \cdot x_p$$

Autrement dit  $x_p$  et  $x_q$  sont 2 racines différentes de  $x^3 = ax + b$ ; et nous venons de voir qu'il existe une 3<sup>e</sup> racine  $x_r$ . Notons R le point  $(x_r, x_r^3)$ : il appartient à C. Il suffit de montrer que  $R \in D$ .

$$y_r = x_r^3 = -(x_p + x_q)^3;$$

$$ax_r + b = -[(x_p^3 - x_q^3)/(x_p - x_q)](x_p + x_q)$$

$$+ x_p^3 - [(x_p^3 - x_q^3)/(x_p - x_q)] x_p$$

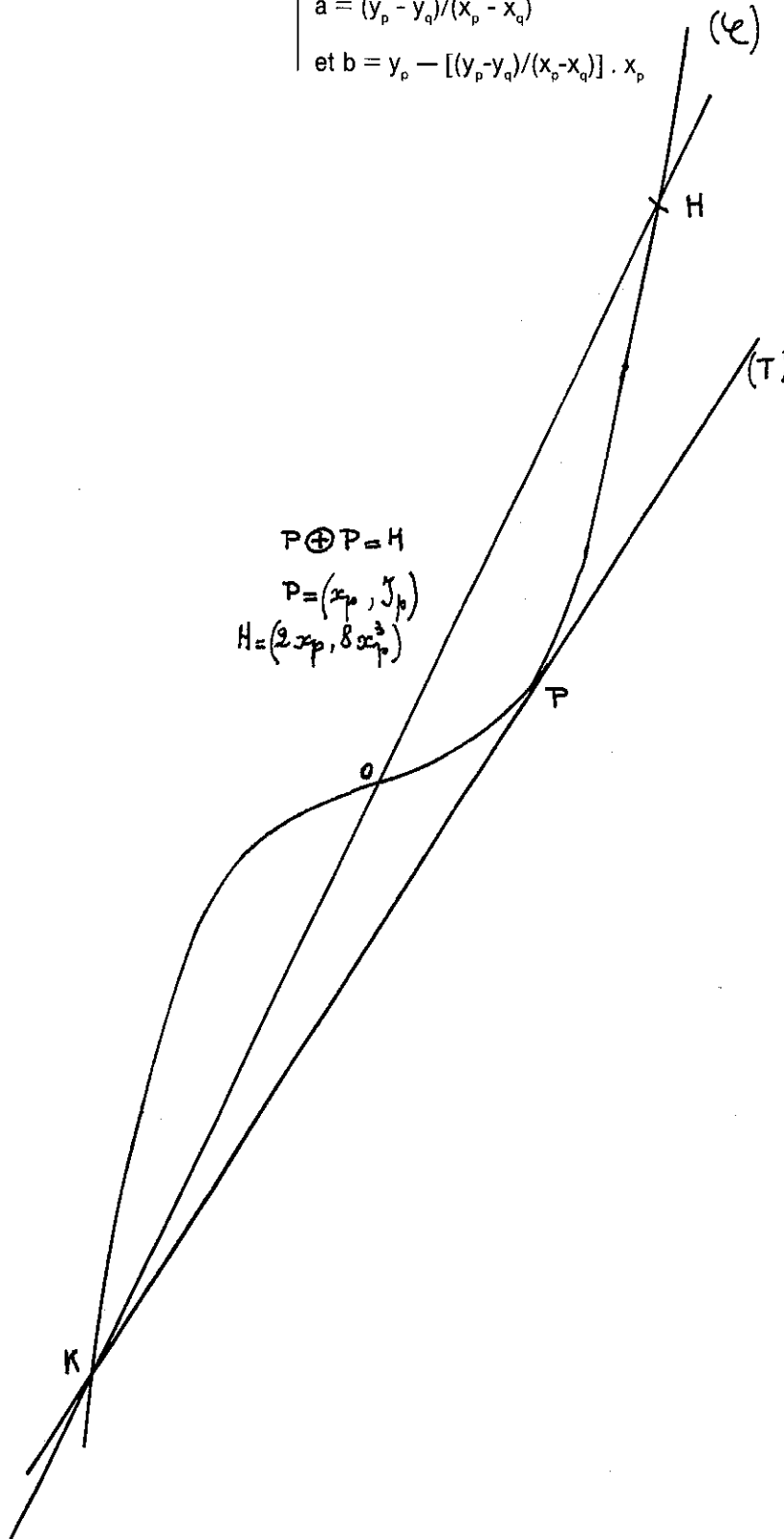
$$= -(x_p^2 + x_p x_q + x_q^2)(x_p + x_q)$$

$$+ x_p^3 - (x_p^2 + x_p x_q + x_q^2) \cdot x_p$$

$$= -(x_p^2 + x_p x_q + x_q^2)(2x_p + x_q) + x_p^3$$

$$= -(x_p^3 + 3x_p^2 x_q + 3x_p x_q^2 + x_q^3)$$

$$\begin{aligned} P \oplus P &= H \\ P &= (x_p, y_p) \\ H &= (2x_p, 8x_p^3) \end{aligned}$$



**3. Montrons que la tangente T à C en P coupe C en un autre point : K.**

Ici encore est vérifié un résultat connu.

L'équation de T est :  $y = 3x_p^2(x - x_p) + y_p$ .

$$P = (x_p, y_p) \in T \cap C.$$

Montrons dans ce cas que :

$K(-2x_p, -8x_p^3) \in T \cap C$ ; par définition  $K \in C$ .

Montrons que  $K \in T$ :

$$3x_p^2(-2x_p - x_p) + y_p = -9x_p^3 + y_p$$

$$= -9x_p^3 + x_p^3 = -8x_p^3$$

**EXERCICES**

A. Pourquoi n'a-t-on pas pris

$P + Q = R$  comme loi interne ?

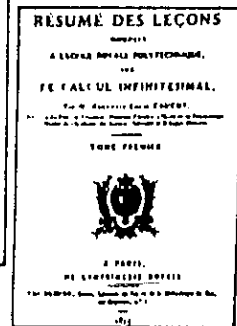
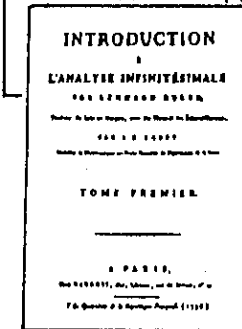
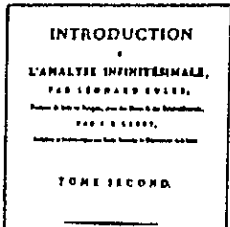
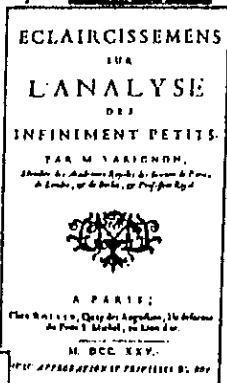
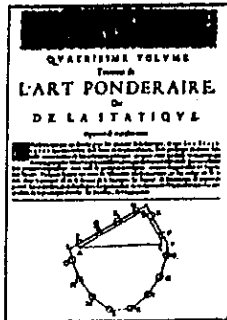
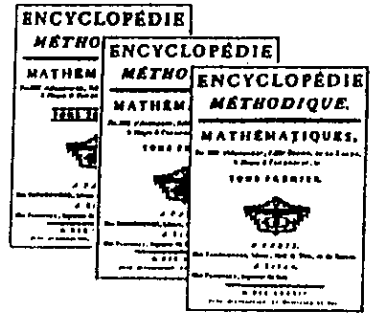
B. Munir le cercle  $C(x^2 + y^2 = 1)$  d'une structure de groupe. ■

**Encyclopédie Méthodique - Mathématiques**

Réédition des articles de *Grande Encyclopédie de Diderot-d'Alembert*, largement complétée par d'Alembert, Bossut, DeLalande, Condorcet... et publiée par «orde de matières» par le libraire Panckouke de 1784 à 1789.

Tome premier : 800 pages, tome deuxième : 788 pages, tome troisième : 512 pages + 108 planches.

Les trois volumes, sous coffret, fac-similé de l'édition originale, sur centaure ivoiré, format 18 x 24, reliure toilée, dorée au fer. 1080 F



**L'Art pondéral ou De la statique**

Livre IV des œuvres mathématiques de *Simon Stevin*, revues, corrigées et augmentées par *Albert Girard* - 1634 - 96 pages.

Belle iconographie, sur centaure ivoiré, format 18 x 24, reliure toilée, dorée au fer. 110 F.

**Analyse des Infiniment petits pour l'Intelligence des lignes courbes**

du *Marquis de l'HOSPITAL* - 1696 - 218 pages, 11 planches,

**Éclaircissements sur l'analyse des Infiniment petits** du *Pierre Varignon* - 1725 - 116 pages, 6 planches. Les deux ouvrages, reliés ensemble, sur centaure ivoiré, format 18 x 24, reliure toilée, dorée au fer. 230 F

**Introduction à l'analyse Infinitésimale**

de *Léonard EULER* - 1748 - traduit du latin en français et annoté par *J.B. Labey* - 1796 - deux tomes.

Sur centaure ivoiré, format 18 x 24, reliure toilée, dorée au fer.

Tome I, 388 pages. 240 F  
Tome II, 424 pages, 16 planches. 280 F

**Résumé des leçons données à l'école royale polytechnique sur le calcul infinitésimal**

de *Augustin Louis Cauchy* - 1823 - 180 pages,

**Mémoire sur les Intégrales définies prises entre des limites imaginaires**

de *Augustin Louis Cauchy* - 1825 - 72 pages.

Les deux ouvrages, reliés ensemble, sur centaure ivoiré, format 18 x 24, reliure toilée, dorée au fer. 190 F.

**La collection «ANALAYSE»**

L'HOSPITAL + VARIGNON + EULER I et II + CAUCHY. 846 F.

► Pour en savoir plus, relisez le PLOT N° 47, un numéro révolutionnaire.

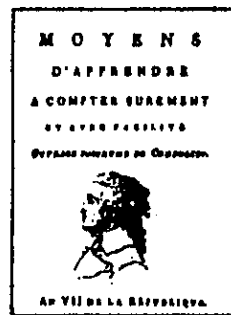
**Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité**

du *Marquis de CONDORCET* (édition posthume, An VII - 136 pages)

**Appareil critique** (études, notes, commentaires, bibliographie) de *Charles Coutel, Nicole Picard et Gert Schubing*, 104 pages.

Dernier écrit du philosophe mathématicien, rédigé à l'occasion du concours décrété par la Convention sur la *Composition des livres élémentaires destinés à l'Instruction Publique*, c'est le premier livre didactique destiné à un enseignement donné collectivement.

240 pages, sur centaure ivoiré, format 12 x 18, reliure toilée, dorée au fer. 138 F



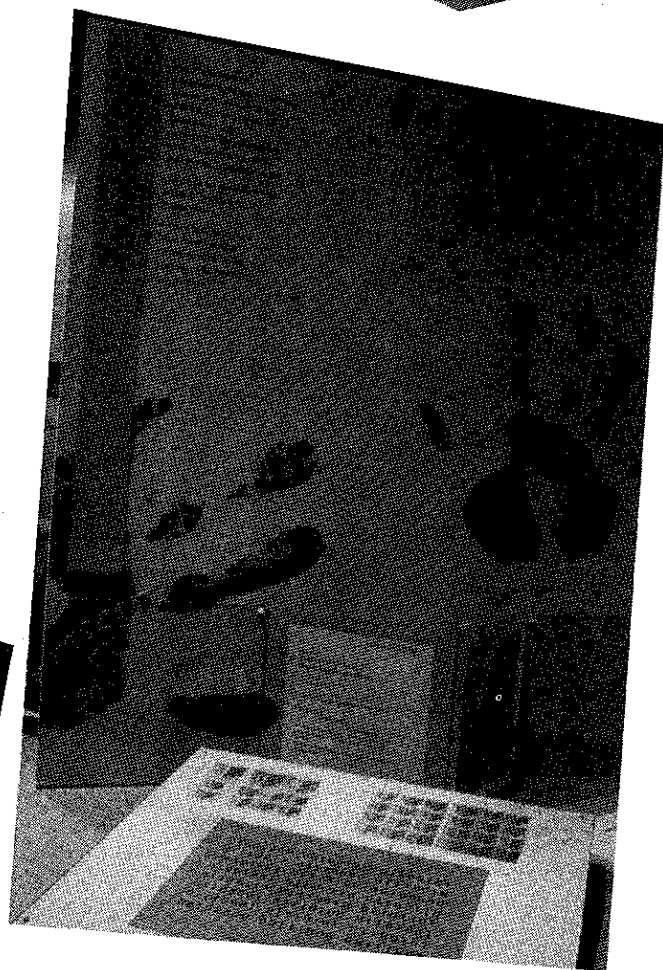
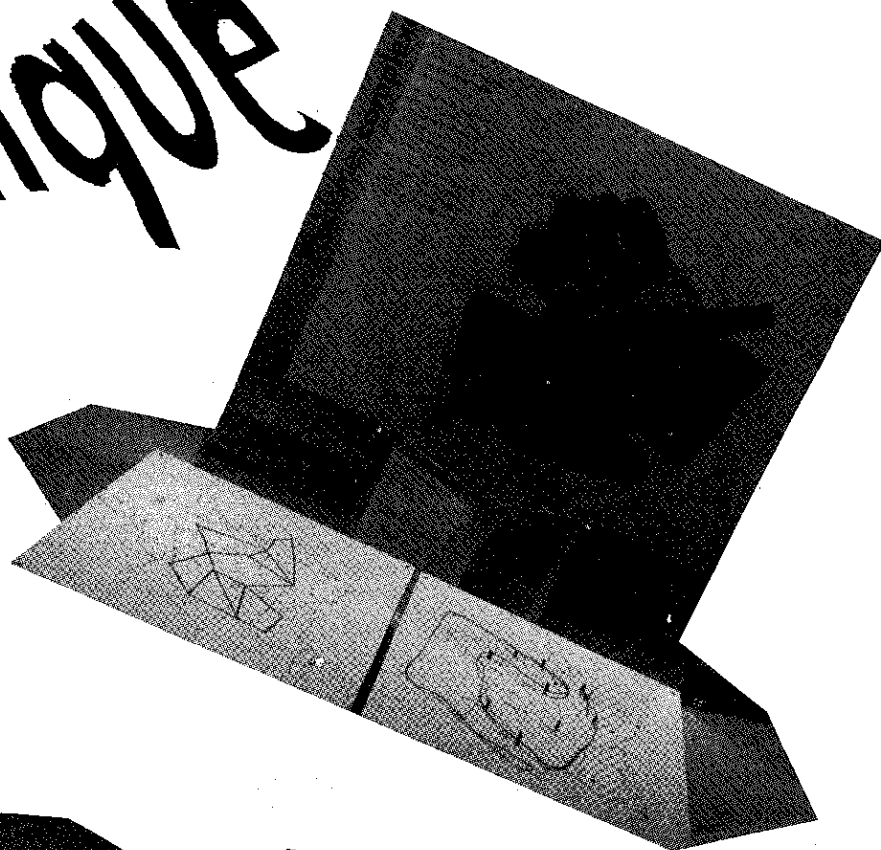
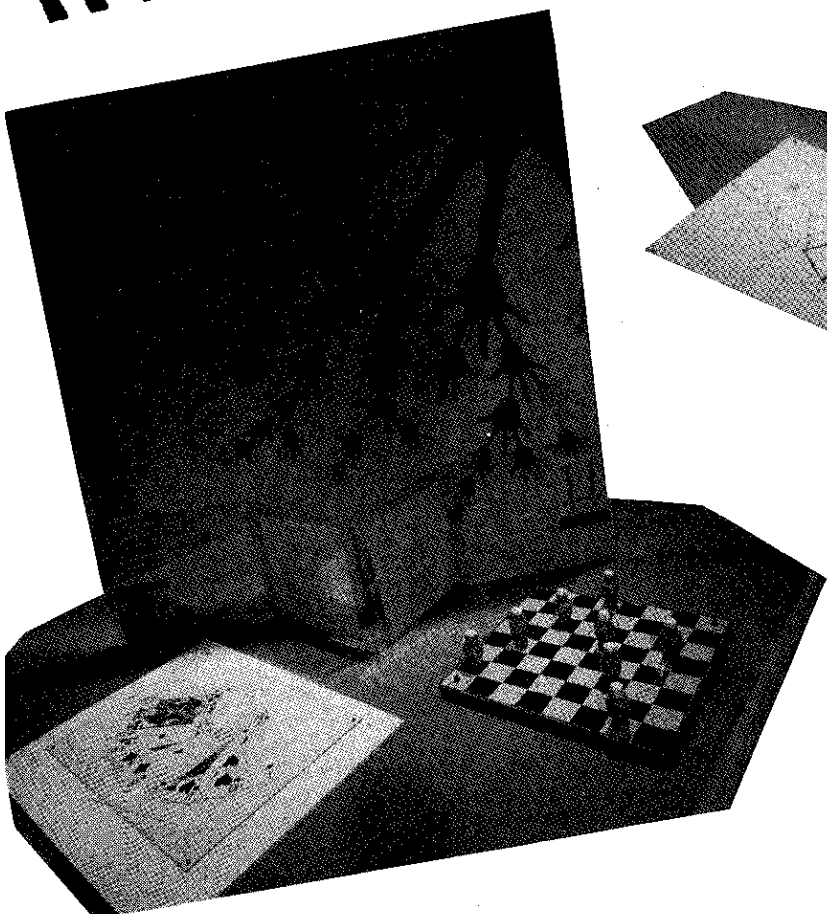
Bon à découper ou à photocopier et à renvoyer à :  
A.C.L. Éditions, B.P. 40. 75221 Paris cedex 05

**Offre spéciale «PLOT» : -20 %**

- Le coffret Encyclopédie ..... 864 F
- La collection «Analyse» : L'HOSPITAL, EULER 1 et 2, CAUCHY ..... 752 F
- Moyens d'apprendre à compter ..... 110 F

Nom et adresse : ..... Signature :  
..... (chèque joint)

# L'esprit informatique



# ...L'ESPRIT, ES-TU LA ?...

Raymond TORRENT - La Roche-sur-Yon

**Nombreux sont les lecteurs du PLOT qui ont pu apprécier l'exposition «Horizons Mathématiques» au cours de ses passages en France et dans les cinq continents... Aussi, seront-ils heureux d'apprendre la naissance et déjà les premiers pas d'une petite sœur, pleine de promesses : «l'Esprit Informatique», qui pendant un mois a été présentée au Musée Municipal de la Roche-sur-Yon. Tous nos lecteurs n'ont pas le privilège d'habiter le chef-lieu du département de la Vendée... Aussi, tout spécialement pour eux, voici un avant-goût de visite guidée...\***

**Encore une exposition sur l'informatique ?  
oui... et... non !**

**L**i ne s'agit pas d'un mini-sicob, ni d'une manifestation où sont présentés les derniers matériels ou logiciels mais plutôt d'une rencontre avec l'Informatique, science à la fois proche et différente des mathématiques. Conçue comme l'exposition «Horizons Mathématiques», elle s'adresse à tous les publics et fait appel à la participation active des visiteurs par des manipulations interactives destinées à développer la curiosité, les interrogations, le désir d'en savoir plus et cultiver l'Esprit Informatique.

A l'origine de ce projet, une équipe d'enseignants et de chercheurs, mathématiciens et/ou informaticiens de plusieurs régions françaises (Orléans, Rouen, Nantes, Toulouse, Paris...) ont participé à sa conception. La réalisation a été possible dans le cadre d'une co-production : l'ADECUM (Association

pour le développement de la culture mathématique) et la Cité des Sciences et de l'Industrie, avec le concours de la ville de la Roche/Yon et du Crédit Mutuel. Faite pour itinérer, cette exposition a donc été présentée en avant-première à La Roche/Yon au cours de ce mois de janvier puis à La Villette en avril.

Un exemplaire itinère depuis mars en Afrique de l'Ouest. Un autre a été présenté cet été au Brésil puis au Luxembourg, à Melsinki et en région centre.

**L'informatique s'expose au musée...**

Du 7 janvier au 5 février 1989, le Musée Municipal de La Roche/Yon a été habité par l'Esprit Informatique et par le passage de plusieurs centaines de visiteurs : 1166 élèves ont visité avec leurs classes l'exposition (du CM2 à la classe Terminale) et 1200 visiteurs individuels ont été dénombrés. Parallèlement, des animations et des conférences ont été organisées en collaboration avec l'Université pour tous et la ville : l'une de Marcel Bonvalet, Professeur d'Université et ancien Recteur de l'Académie de Nantes sur le développement de l'informatique et les enjeux économique, l'autre de Jacques Fauvet, Président de la Commission Nationale Informatique et Libertés, sur le problème des libertés individuelles et collectives face à l'informatisation de la société.

Il est encore trop tôt pour dresser un bilan détaillé des retombées d'une telle exposition. Un questionnaire a été distribué aux visiteurs et est actuellement en cours de dépouillement. Déjà, il est possible d'affirmer que le succès est indéniable. Les personnes non encore concernées par l'informatique ont été surprises et intéressées de pouvoir bénéficier d'une approche nouvelle de l'informatique par le biais de manipulations simples et de jeux. Le public déjà sensibilisé ou utilisateur de l'informatique, a apprécié son aspect cul-

\* Cette exposition était à Helsinki et Abidjan en Novembre, Décembre. Elle sera au Burkina-Faso en Janvier et à Nantes en Février. (manifestation organisée par l'IREM et l'APMEP de Nantes)



turel et scientifique ; lors du passage de FR3. Nantes, un jeune élève de 3<sup>e</sup>, «mordu», d'informatique a répondu aux journalistes qui l'interrogeaient : «Ça me donne plein d'idées!». Enfin les classes et les enseignants ont trouvé dans l'exposition, matière à de nombreuses activités numériques et algorithmiques : je connais bon nombre de classes où l'on a mis en forme la stratégie gagnante de la «course à vingt», étudié des suites numériques ou travaillé sur des algorithmes de tris. Voilà la réaction d'un élève de 1<sup>ère</sup> année de BEP-mécanique : «Cette exposition était, dans l'ensemble, bien, mais je ne l'imaginais pas comme cela. Avant d'y aller j'aurais cru ne voir que des ordinateurs mais je me suis aperçu qu'à partir d'objets et de papier (de choses simples) on raisonnait comme un ordinateur». Enfin tous les visiteurs ont été séduits par la qualité et la beauté de l'iconographie des différents panneaux. Mais il est temps maintenant de parler du contenu de l'expo...

**Douze tables, pour douze thèmes :**

**1. TOUT EST CODAGE  
TOUT EST NOMBRE**

Codages et traitements de l'information ; grâce à une balance binaire, on découvre que tout entier peut s'écrire sous la forme d'une somme de «poids» binaires ; le «chenillard» permet de visualiser le codage binaire d'un nombre entier inférieur à 255.

**2. LES PREMIERS ALGORITHMES,  
SAVEZ-VOUS CALCULER ?**

**ALGORITHME ANCIEN**

**Multiplication à «la russe»**

89	×	92
<del>44</del>		<del>184</del>
<del>22</del>		<del>368</del>
11		736
5		1472
<del>2</del>		<del>2944</del>
1		5888
=		8188

Sauriez-vous expliquer cette technique de multiplication appelée aussi par «médiation» ?

...où l'on (re) découvre deux techniques multiplicatives, celle dite par «Gélosia» et celle dite à «la Russe», où l'on tente de trouver en moins de coups possibles un nombre caché dans une calculette, où l'on s'exerce à passer du «Coq» à «l'Ane», et à relever le défi d'un algorithme diabolique...

**3. VITESSE DES ALGORITHMES  
COMPLEXITE DES PROBLEMES  
TRAITES PAR LES ORDINATEURS**

Sauriez-vous calculer  $2^{13}$ , avec une calculette, en essayant de faire le moins de multiplications possible, ou multiplier deux nombres de six chiffres avec une calculette 4 opérations, ou résoudre le problème du voyageur de commerce ?

**CALCULEZ, VITE ET BIEN,  $2^{13}$**

A l'aide d'une calculette «quatre opérations» pouvez-vous calculer  $2^{13}$ , en effectuant le moins de multiplications possible ?

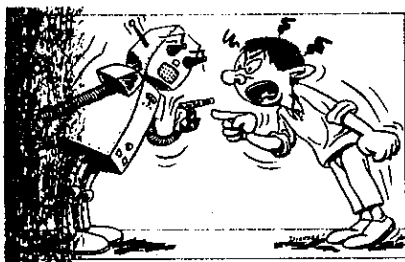
(ce nombre d'opérations peut-être ramené à au plus 6 seulement, qui est le nombre de chiffres de treize écrit en base deux, augmenté du nombre de «1» moins un).

**4. EMPILEZ DÉPILEZ ET FAITES  
APPEL A LA RÉCURSIVITÉ**

Jouez à l'Awélé (jeu ancestral africain), aux tours de Hanoï, trouvez, à l'aide d'une balance de Röverval, par simples pesées, parmi 8 boules identiques en apparence, celle qui est différente et montez l'escalier de Fibonacci.

**5. EST-CE BIEN LOGIQUE ?  
VRAI OU FAUX ?**

Ne perdez pas la tête ni votre esprit logique avec le cube à paradoxes autoréférents et faites fonctionner un système expert et un moteur d'inférence en basculant de simples dominos !



Dans ce cadre, il y a :

- ... fois le nombre 1,
- ... fois le nombre 2,
- ... fois le nombre 3,
- ... fois le nombre 4.

Pouvez-vous compléter le cadre ci-dessus ?

**LAQUELLE EST VRAIE ?  
LAQUELLE EST FAUSSE ?**

Cette phrase contient sept mots.  
Cette phrase ne contient pas sept mots.

**6. DES ARBRES ET DES TRIS...  
TOUT EST NOMBRE**

...pour trier des tiges de différentes longueurs, ou pour placer sur un échiquier des «Incorruptibles» afin de contrôler tout le territoire, sachant que chacun d'eux tire sur tout ce qui se trouve sur la même ligne, la même colonne ou la même diagonale.

**7. L'HOMME ET LA NATURE  
SONT-ILS PROGRAMMÉS ?**

...où l'on retrouve la suite de Fibonacci et où l'on s'interroge sur les rapports homme/machine.

**8. AUTOMATES ET ROBOTS  
AUTOMATES ET SIMULATIONS**

...De l'utilisation d'un boulier chinois, à la conduite d'un bras manipulateur articulé, en passant par le moulin à musique.

**9. CALCULS ET STRATÉGIES  
TOUT EST-IL CALCULABLE ?**

Jouer à la «course à vingt», au jeu de Gale, au morpion en trois dimensions, ou réussir une fin de partie aux échecs : quand l'intelligence artificielle s'en mêle.

**10. LANGAGES : DE L'HOMME  
À LA MACHINE**

Qu'est-ce qu'un langage formel ? C'est simple avec le langage «MIA»...  
Qu'est-ce qu'un langage informatique?... Encore plus simple avec le langage «Tortue»...

**11. L'ORDINATEUR... UN OUTIL...**

... Pour écrire, pour fabriquer des images,  
... et pour produire automatiquement des poèmes...

**12. L'ORDINATEUR  
ET SES MÉMOIRES...**

...où l'on retrouve des 0 et des 1,  
...où l'on mesure sa propre mémoire vive, sa propre mémoire fixe,...

**En complément** à ces douze tables, des matériels, à trouver sur place, peuvent permettre de découvrir des logiciels à l'aide de démonstrations : Traitement de Texte, système de base de données, tableur, grapheur, un logiciel de PAO et Hypercard...

Et encore des panneaux pour savoir comment l'informatique transforme les métiers d'hier et crée de nouvelles qualifications : de la secrétaire à l'aiguilleur du ciel, du «PAO-iste» à l'infographiste.

Dans l'attente de pouvoir, eux aussi, manipuler, s'interroger et comprendre, les lecteurs du PLOT peuvent patienter en s'attaquant à quelques problèmes tirés de l'Expo : L'Esprit Informatique... et préparer ainsi son passage futur dans leur région !



Pour toute information sur l'exposition, s'adresser à Nicole Charloiseau ou Michel Darche, Cité des Sciences - 75930 Paris Cédex 19.

# Le journal PLOT - ABONNEMENTS - Tarifs 1990

Nom et prénom ou établissement \_\_\_\_\_  
 Adresse complète \_\_\_\_\_  
 Code postal et ville \_\_\_\_\_

Pour les 4 numéros de :  
 1983  1988   
 1984  1989   
 1985  1990   
 1986  1991   
 1987  1992

École élémentaire  Collège  Lycée  Supérieur  Autre

payé par chèque   
 désire facture   
 nouvel abonné

	Tarif normal et établissement	Membre Apmep	Supplément avion	Total à payer
Pour un an	100 F	80 F	+ 40 F	[ ]
Par année supplémentaire	+ 80 F	+ 60 F	+ 40 F	

**Co-abonnement :** Si vous vous abonnez en même temps à PLOT et à :

	Tangente	Jeune Archimède	Tangente & J.A.	Suppl. Avion	TOTAL
Pour un an	200 F	120 F	240 F	+ 80 F	[ ]
Par année supplémentaire	160 F	100 F	200 F		

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours - BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 - CCP La Source 144009X

## Les Dossiers et Matériels du PLOT - Tarifs 90 -

### RÉDUCTIONS 10% pour les abonnés au Plot pour plus de 600 F d'achat

Prix unitaire	Matériel (Nombre)	Dossier (Nombre)	Coût Total
40 F			
40 F			
40 F			
40 F			
40 F			
80 F			
40 F	n° 3	n° 4	
50 F			
<b>Affiches pour la classe :</b> Format minimum 40 + 60 cm.			n°
10 F	1. Horizons Mathématique.	2. L'esprit informatique.	
10 F	3. Surfaces minimales.	4. Polyèdres dans l'espace.	
10 F	5. Pavage hyperbolique.	6. Pavage hyperbolique 2.	
20 F	7. Triangles 1 (20 F).	8. Triangles 2 (20 F).	
30 F	Pour envoi des affiches roulées dans un tube (en option)		
40 F	Pochettes pour rétroprojecteur. n° 1 à 14 (n° 4 ou 5 : 20 F)		
80 F	Pochettes de diapositives n° 2 à 6 (n° 1 : 100 F)		n°
80 F	Géode de Raoul Raba en kit (cf. Plot n° 39)		
<b>sous-total</b>			
-10 % pour les abonnés au PLOT -10% pour plus de 600 F d'achat			
Frais d'envoi forfaitaire			15 F
<b>TOTAL à Payer</b>			[ ]

Nom : \_\_\_\_\_

Adresse : \_\_\_\_\_

Facture

\* Plot n° 39  ou Géométrie dédéeiste (Rouen)

Règlement à envoyer à l'AMPEP Orléans-Tours - BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 - CCP La Source 144009X

**Réabonnez-vous dès aujourd'hui !  
 Prenez-en pour plusieurs années !  
 Remplissez le bulletin ci-dessus  
 et renvoyez-le avant la fin du mois**