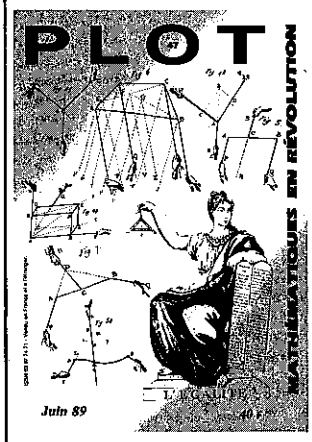


Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de rédaction
Jacques Borowczyk, Daniel Boutté, Gérard Chauvat, Jacqueline Collet, Roger Crépin, Luce Dossat, René Gauthier, Georges le Nezet, Ginette Mison, Serge Parpay, Raymond Torrent. Michel Mirault, René Metrégiste

Rédaction
Michel Darche, Michel Clinard

Secrétariat
Madeleine Schlienger

Diffusion - Ventes
Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité
Pascal Monsellier

Abonnements
PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cédex 2

Prix d'abonnement
100 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 80 F
Abonnement étranger : 120 F

Photocomposition et maquette
Techniques Graphiques du Futur

Photogravure et impression
Fabrègue - Limoges

Commission paritaire
63181 - ISSN 0397-7471

Éditeur
Associations régionales de l'APMEP de Poitiers, Limoges, Orléans-Tours, Nantes, Rennes, Rouen, Toulouse Brest, Caen et Clermont-Ferrand

Diffusion
Adecum (Association pour le développement de l'enseignement et de la culture mathématique). Publié avec le concours du Centre National des Lettres et du Ministère de la Coopération

SOMMAIRE

Éditorial 1
Mathématiciens de la Révolution :
de Sophie Germain à Claude Nicolas Ledoux 2
Stendhal et les mathématiques. Dominique Sels 9
Jouons avec des fractions. Michel Savourey 12
Au rythme des algorithmes. Rubrique Itérative 14
La pénurie des professeurs. Michel Faure 18
Quels professeurs pour demain ? Michel Dofal 20
Fiche pour la classe (suite) 22
Le toujours dernier théorème de Fermat. 25
Deux PAE-Collèges
— système métrique et Révolution 28
— la Révolution revue et corrigée 32
Géométrie et mesures de l'an Mil. Sylvestre II 35
Rallyes et Tournois 89. 42
A-Plot-Strophe : les maths dans le Monde 47

ÉDITORIAL

MATHÉMATIQUES ET RÉVOLUTIONS

Pourquoi faire original quand on peut plonger les lecteurs dans l'actualité ? Malgré tout, ce numéro a quelque chose de révolutionnaire : un tiers... des articles sont écrits par des élèves !!! Même si ce sont des élèves d'IUT qui préparent un diplôme de médiateur scientifique et qui se frottent ici à l'un de ses aspects : le journalisme. **Médiateur scientifique,** voilà une facette du métier d'enseignant qu'il faudrait approfondir pour les professeurs de demain. L'équipe du PLOT est prête à publier les articles des futurs stagiaires de maths. Qui relève le défi ?
Ce numéro, en cela aussi exceptionnel, comporte trois articles de lecteurs. Bravo ! Continuez !! L'équipe du journal n'a d'autre ambition que de communiquer les expériences, les réflexions de chacun, sur les mathématiques et l'enseignement, et de vous en faire profiter au gré de vos centres d'intérêt et de curiosité.

...ACTUALITÉS... ACTUALITÉS... ACTUALITÉS...

Le Bicentenaire de la Révolution c'est, bien sûr, nombres de PAE mais aussi d'expositions :
Celle du Palais de la Découverte sur «le système métrique»,
Celles de La Cité des Sciences sur «Savants et Révolution» et «1 pouce, 2 pieds, 3 mètres, le système en révolution »
et, aussi des livres, dont nous citerons les plus attrayant pour cet été :
- Les savants en Révolution. Nicole Dhombres, Calmann-Lévy Ed. 1989
- La Méridienne. Denis Guedj. Seguers Ed. 1989.
- La Révolution des savants. Denis Guedj. Découvertes Gallimard. 1989.

PROBLÈME-CHOC : Vive le système métrique ?
U.S.A. 1989 : Une voiture fait 20 miles au gallon. Est-ce une petite française ou une grosse américaine ? Pour vous aidez une voiture américaine fait environ 20 litres au 100 km !

MATHÉMATICIENS DE LA RÉVOLUTION

Sophie GERMAIN : LE GÉNIE NÉ DE LA TERREUR

Sophie Germain

Née en 1776, Sophie Germain a treize ans lorsque commence la Terreur. Ce vent de folie meurtrière lui fait peur. Elle n'ose sortir et demeure ainsi des heures entières dans la bibliothèque familiale. C'est là qu'elle découvre la science et en particulier l'histoire d'Archimède. Lors du siège de Syracuse par les Romains, Archimède imagina les machines de guerre pour défendre la ville. Après sa conquête, le consul Marcellus envoya ses hommes pour chercher ce génie. Archimède, concentré sur ses travaux, n'entendit pas les soldats qui lui demandaient de le suivre, et ils le tuèrent.

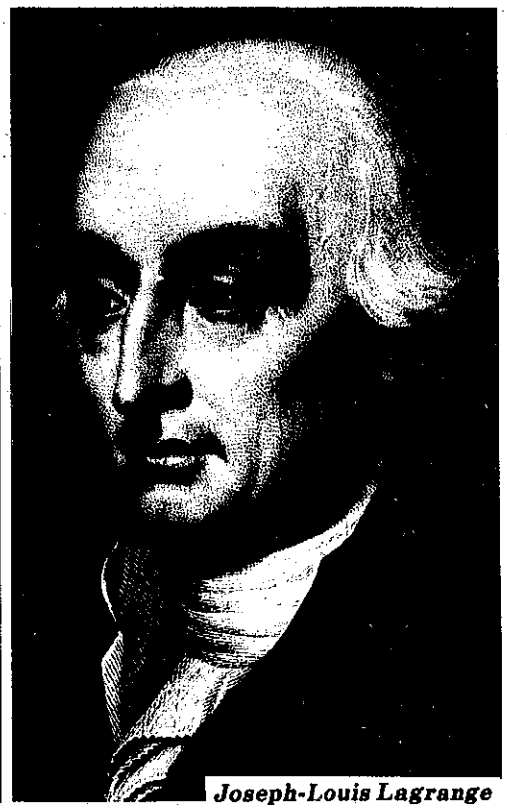
Sophie Germain est alors fascinée par la capacité des mathématiques à absorber l'attention, et se prend de passion pour cette discipline. Pour échapper à la surveillance paternelle, elle travaille la nuit, en cachette. On lui supprime la lumière. Elle use alors de stratagèmes pour réussir à travailler, et gagne finalement l'approbation de son père.

Mais la lutte n'est pas terminée. Elle voudrait entrer à l'École Polytechnique. Pour cela, elle correspond avec Lagrange, mais sous le pseudonyme de «élève Leblanc, de première année de Polytechnique», à cause de la mauvaise réputation qu'ont alors les «femmes savantes». Elle adresse à Lagrange un mémoire d'analyse dont la valeur incite celui-ci à vouloir connaître son élève. Bien que surpris, il la prend sous son aile et devient son conseiller. Elle est enfin reconnue.

Dès lors, elle s'attache à de nombreux travaux, notamment sur les surfaces électriques en vibration. Enfin, elle est l'auteur d'œuvres philosophiques : «Pensées diverses» et «Considérations générales sur l'état des sciences et des lettres», réunies après sa mort en un ouvrage, «Œuvres philosophiques».

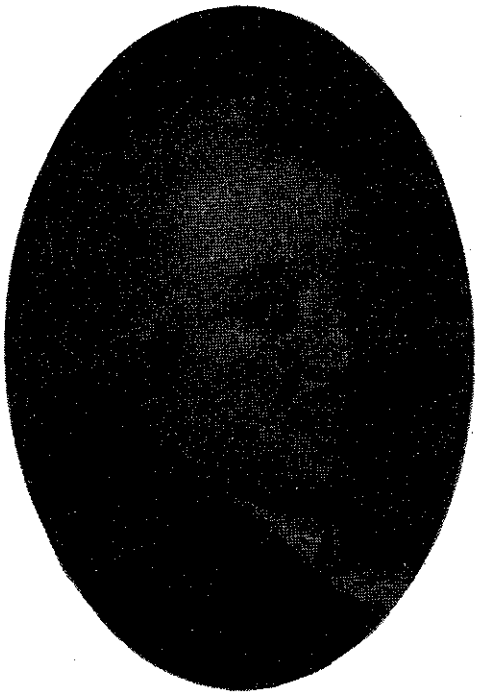
Sophie Germain mourra en 1831, après deux ans de souffrances dues à un cancer du sein, qu'elle supportera —dit-on— avec courage. Elle ne sera pas entrée à l'École Polytechnique. Bien que Condorcet ait prôné l'égalité d'instruction pour les deux sexes, ce n'est que deux siècles plus tard qu'une femme entra à cette école.

Frederika Van Ingen — Tours



Joseph-Louis Lagrange

CONDORCET : LES TROIS FACETTES DE L'IMMORTALITÉ



Mathématicien, il le fut. Mais le philosophe et l'homme politique qui l'habitaient en firent le père des mathématiques sociales et un penseur immortel.

Comme mathématicien, on lui doit, dès l'âge de seize ans, une thèse d'analyse mathématique, puis, plus tard, un essai sur le calcul intégral et un mémoire sur le «Problème des trois corps». Il entre en 1769 à l'Académie des Sciences et en devient secrétaire perpétuel en 1773.

En 1785, dans son «Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix», il pose les fondements de l'application de l'analyse mathématique aux problèmes sociaux. En fait, il construit un modèle de calcul de probabilités et de statistiques applicable, par exemple, aux élections. Au XIX^{e} siècle, Cournot et A. Comte s'inspireront de Condorcet. Et ses mathématiques «sociales» ne sont autres que nos mathématiques aujourd'hui «appliquées».

Mais on doit également reconnaître à Condorcet la paternité de certaines idées qui n'ont pas pris une ride. En économie, il reprend les idées de Turgot, notamment celle sur l'impôt progressif. Il est à l'origine d'un projet de caisse d'accumulation, ancêtre de notre sécurité sociale. Enfin, il s'inquiète —déjà— de la façon dont la terre pourrait nourrir les hommes, si la forte natalité persistait, et préconise une limitation du nombre des naissances.

Il s'inscrit par ailleurs dans la continuité, puisqu'il est reconnu, dès 1789, comme «l'héritier des penseurs du XVIII^{e} siècle et chef du parti philosophique». Il s'attache donc à définir les droits de l'homme. Mais aussi ceux de la femme : «tous n'ont-ils pas violé le principe de l'égalité des droits en privant tranquillement la moitié du genre humain de celui de concourir à la formation des lois», écrira-t-il.

Mais, ami des Girondins, Condorcet est décrété d'accusation en juillet 1793 et poursuivi. Il se cache jusqu'en mars 1794, où Saint-Just renforce la Terreur. Il ne veut pas faire courir de risques à ses protecteurs et sort au grand jour. Il est arrêté et meurt quelques mois plus tard en s'empoisonnant pour échapper à la guillotine.

Pendant les huit mois où il se terre, il travaille. Il écrit un traité destiné aux enfants : «Moyen d'apprendre à compter sûrement et avec facilité». Mais c'est son «Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain», qui perpétuera sa sagesse philosophique. Condorcet au-dessus de la Révolution ? Jaurès dira de ce dernier ouvrage que ses «rayonnantes paroles répandent sur toute la Révolution, sur ses égarements mêmes et sur ses crimes, une sérénité plus haute que le pardon».

Frederika Van Ingen — Tours

Claude NICOLAS LEDOUX OU L'ARCHITECTURE SOCIALE

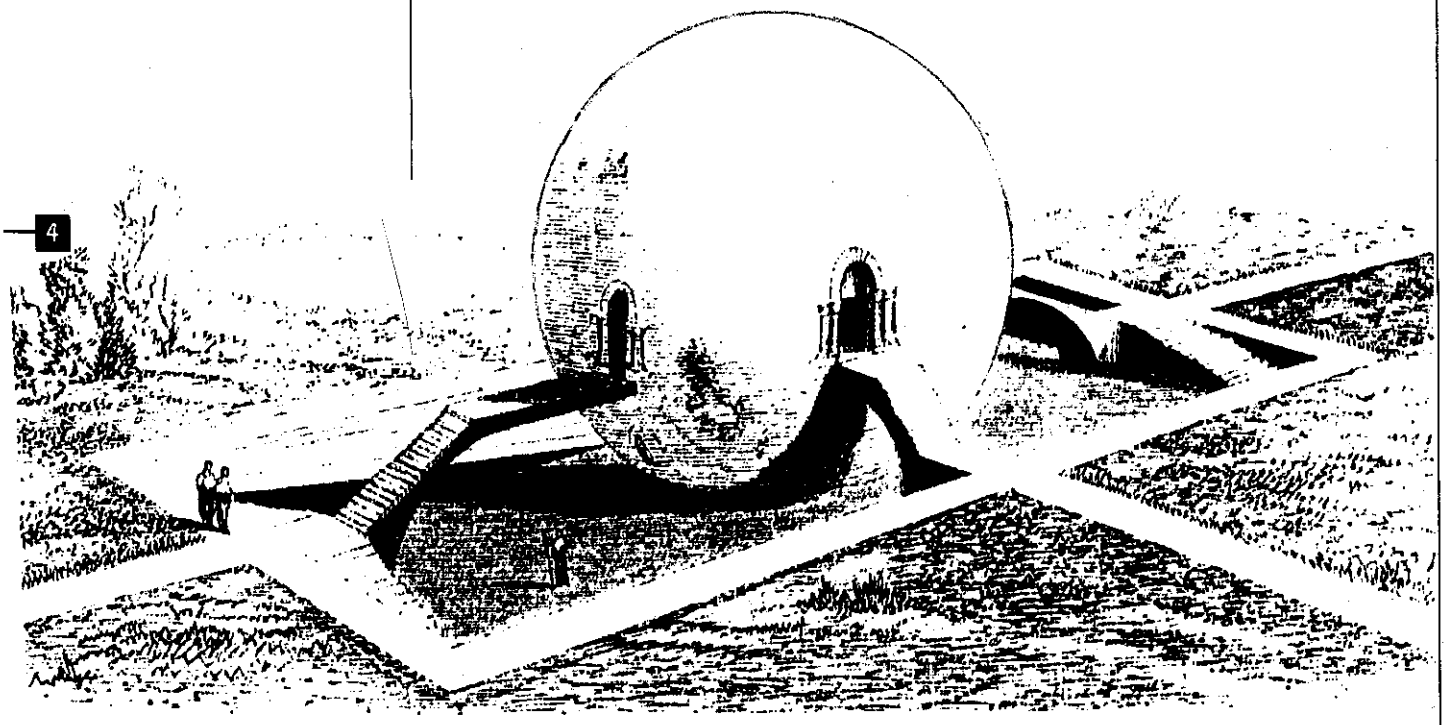
L'architecture française a été bouleversée par la révolution française. L'architecte Claude Nicolas Ledoux est un précurseur de notre époque : l'architecture a pour lui un langage social évident. La révolution de 1789 est un détonateur dans sa conception sociale de l'architecture. Ses principes sont clairs : l'emploi de formes géométriques simples. Il allie l'harmonie à une symétrie parfaite. Il reste de son œuvre presque anéantie un ouvrage exemplaire : la Saline Royale d'Arc-et-Senans (Doubs) qui a résisté au temps.

CLAUDE NICOLAS LEDOUX ARCHITECTE DU ROI

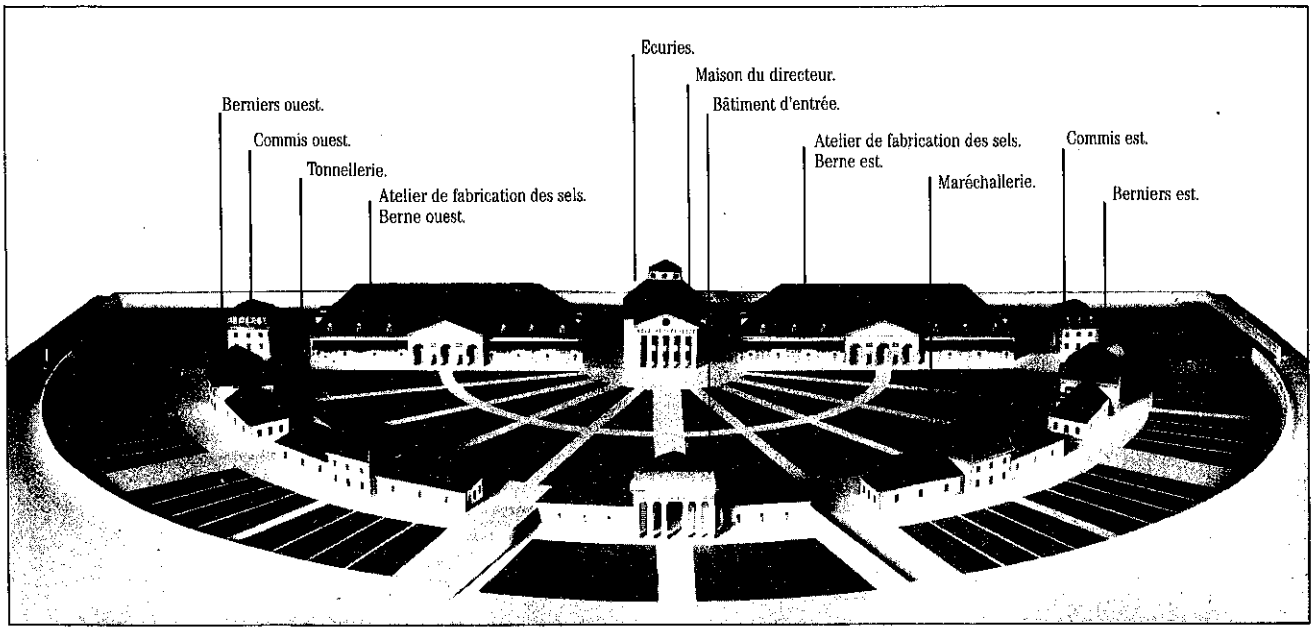
La Saline Royale d'Arc-et-Senans, construite de 1774 (fin du règne de Louis XV) à 1779 (sous Louis XVI), est le symbole du pouvoir royal. Le sel a sous l'Ancien Régime un rôle capital dans l'économie : la galette (impôt sur le sel) est la principale recette de la monarchie. Elle sera abolie en 1790. Claude Nicolas Ledoux, commissaire du roi aux salines de Lorraine et de Franche Comté, reçoit la commande de la nouvelle saline en 1774, le premier projet obéit à une stricte symétrie mais n'est pas retenu. Claude Nicolas Ledoux élabore un second projet, définitif, suite à un nouveau contrat avec l'entrepreneur parisien Jean Roux Monclar. Il allie avec grâce une géométrie simple et l'harmonie. On retrouve ici la science du XVIII[e] siècle fondée sur le rationalisme et qui justifie l'expression de Galilée : «la nature est écrite en langage mathématique».

Claude Nicolas Ledoux adopte le plan semi-circulaire. Le demi-cercle est selon lui «une forme pure comme celle décrite par le soleil dans sa course». Cinq bâtiments sont situés sur la courbe du demi-cercle : deux ateliers et les logements des ouvriers encadrent le pavillon d'entrée. Quatre autres bâtiments leur répondent sur le diamètre : deux pavillons des commis et deux ateliers de fabrication du sel (ou bernes), au centre desquels se trouve la Maison du Directeur qui domine le tout. Neuf allées de même dimension partaient autrefois de l'édifice directorial.

Claude Nicolas Ledoux a voulu aussi jouer sur la perspective et le jeu d'ombres et de lumières. La centralité do-



LE PROJET D'UNE MAISON DE GARDES AGRICOLES PAR LEDOUX



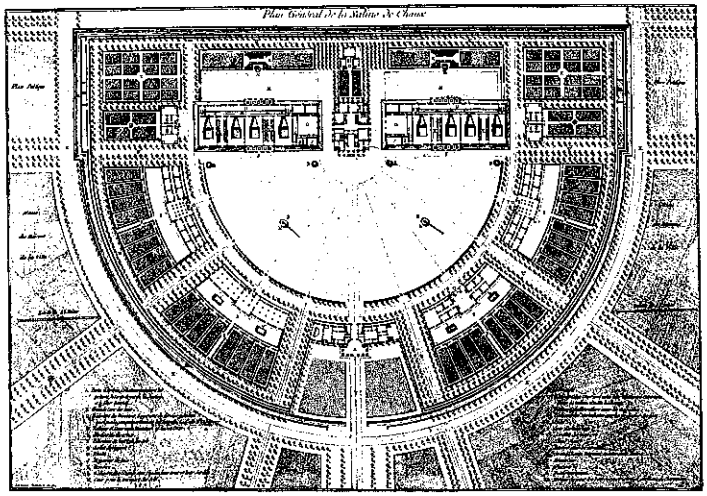
mine cet ensemble architectural, elle est l'expression de la toute puissance du monarque. La Maison du Directeur, carrée et symétrique, symbolise la puissance et la hiérarchie sociale, symbole de l'Ancien Régime. De ce point, il est possible de surveiller l'ensemble de la Saline. L'architecture de la Saline traduit les modèles sociaux : elle représente une cité industrielle et ouvrière dirigée par le directeur. La Saline conjugue des exigences pratiques à l'esthétique et représente une œuvre majeure du siècle des Lumières. On retrouve l'attrait de la figure du cercle sur les architectes du XVIII[e] soucieux d'attirer par des formes géométriques simples et rigoureuses. Comment ne pas penser au thème de la nature transformée par l'homme et l'opposition ombre/lumière caractérisée par l'entrée (qui rappelle l'image de la caverne). On retrouve ici les références de Ledoux que sont les propylées d'Athènes (propylée : portique d'entrée de l'Acropole) et l'œuvre de Palladio, architecte italien du XVI[e]. Claude Nicolas Ledoux est en quelque sorte un bâtisseur progressiste : il associe le beau au travail.

LA RÉVOLUTION FACE A LEDOUX

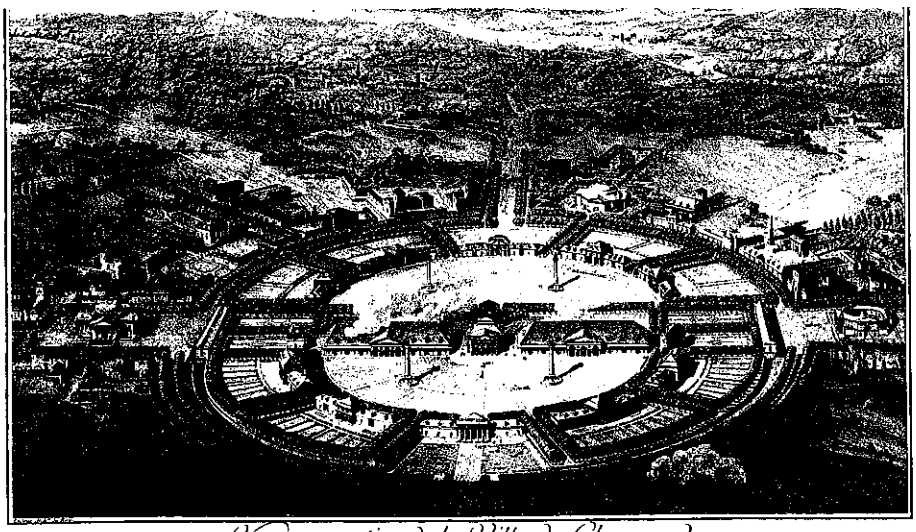
Le ministre Calonne, contrôleur des finances, confie à Claude Nicolas Ledoux un travail énorme en 1785 : la construction des bâtiments d'octroi aux nouvelles barrières de Paris. Il en fait un monument à la gloire de l'impôt. Le mot court alors dans Paris : «le mur murant Paris rend Paris murmurant». Necker, directeur général des finances, décide alors de congédier Ledoux. Ce dernier sera arrêté pour aristocratie en 1793 et emprisonné durant 14 mois.
Alors que l'inégalité sociale était pour lui une valeur, Claude Nicolas Ledoux établit en prison le lien entre son œuvre et le quotidien. Il prend conscience de l'existence d'un peuple. Comme le dit Michel Gallet dans son livre «Claude Nicolas Ledoux 1736-1806» «le prisonnier politique de 1794, le père de la ville utopique, le rêveur, font oublier le constructeur actif et fêté de 1780».
Après la révolution de 1789, Claude Nicolas Ledoux n'est plus architecte de France, il est celui des Français. Après avoir servi l'intérêt de l'Ancien Régime, Ledoux embrasse la cause du peuple. Quand il construit la Saline, l'architecture Ledoux est déjà le théoricien de l'urbanisme social : cette idée est à son apogée lors de la conception de la ville idéale de Chaux.

CLAUDE NICOLAS LEDOUX UN UTOPISTE RÉVOLUTIONNAIRE

Ledoux élabore une théorie de l'organisation urbaine : il rêve d'une ville qui rassemblerait une population dans une vie nouvelle et harmonieuse. Pour lui,



la production de l'espace doit être gérée grâce aux disciplines scientifiques et grâce au peuple. Bernard Stoloff, dans son livre «l'affaire Ledoux», dit que «l'architecture vécue comme pratique sociale est toujours marginale (...). L'actualité d'une telle réflexion est manifeste : c'est cela, l'affaire Ledoux»... Ledoux décrit son projet de la ville idéale de Chaux, du nom de la forêt voisine, dans son ouvrage sur l'architecture (1804). Ce projet, qui n'a jamais pris forme, allie la vie urbaine et le désir d'une société idéale guidée par les lois naturelles. On retrouve ici les références au siècle des lumières et particulièrement à Jean-Jacques Rousseau. Claude Nicolas Ledoux élabore «sa» cité idéale en forme de cercle, la Saline aurait été au centre. Il fait preuve d'un désir éperdu d'innovation. Il veut le changement, le sensationnel, comme ses contemporains Étienne Louis Boullée et Jean-Jacques Lequeu. Ceci est illustré par le «périfère», temple du bonheur, imaginé par Ledoux ou le cénotaphe pour Newton élaboré par Boullée.



Vue perspective de la Ville de Chaux

Ledoux est un utopiste révolutionnaire : sa volonté de lier le social à l'architecture est déjà présente dans la Saline d'Arc-et-Senans mais se trouve renforcée après le choc de la révolution de 1789. Ledoux a su allier la variété, l'esthétique et la simplification des volumes, credo des architectes du XVIII[e]. Claude Nicolas Ledoux, architecte encore trop méconnu, reste un pionnier de la théorie du rôle social de l'architecture et un précurseur : on retrouve dans son idée de ville idéale à plan circulaire des conceptions d'urbanistes du XX[e] siècle.

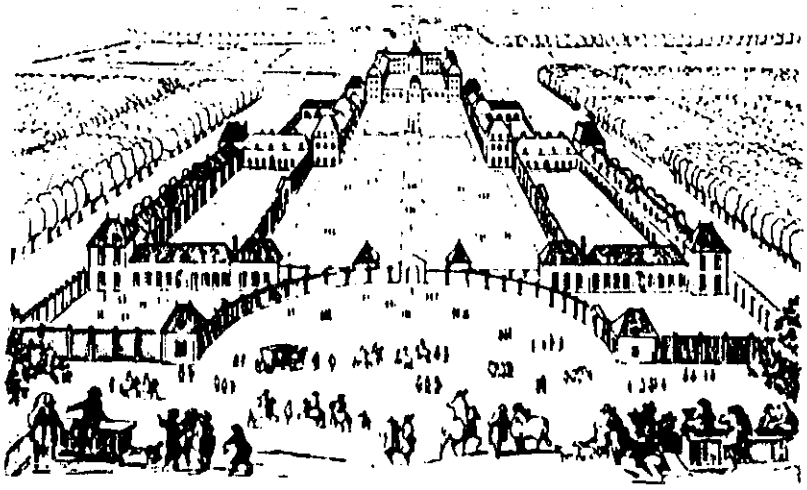
FONDATION LEDOUX : CAP VERS L'EUROPE

Réhabiliter la Saline Royale d'Arc-et-Senans, c'est le vœu du Conseil Général du Doubs quand il confie cette mission à la Fondation Claude Nicolas Ledoux en 1972. La Saline est inscrite au patrimoine mondial de l'UNESCO depuis 1983. «Il s'agit bien de «la» Saline et non «des» salines comme beaucoup la nomment», souligne Odile Taillard, documentaliste à la Fondation. Elle semble amoureuse de cet ensemble architectural, «l'aspect révolutionnaire réside dans l'association de l'architecture aux fonctions sociales (...) la cité idéale est révolutionnaire à elle seule», confie-t-elle.
80.000 visiteurs par an, tel est le bilan 1988 et l'objectif est d'atteindre la barre des 100.000 visiteurs.
Outre la promotion de la Saline vers le tourisme, la Fondation est aussi tournée vers l'édition, et d'autres pôles : le Centre International de Réflexion sur le Futur, et le Centre International sur l'Architecture. Elle organise également des expositions et bénéficie d'une structure lui permettant l'organisation de colloques, séminaires...
L'un de ses objectifs est le développement de la culture scientifique et technique. Odile Taillard annonce avec joie la création en janvier 1989 d'un «centre de ressources documentaires et d'information et la création d'une antenne permanente à Paris courant 1989».
La Fondation a les yeux tournés vers l'Europe de 1992. Elle prépare la création d'un musée Ledoux en 1990 et d'un musée sur le sel en 1991.
Souhaitons bon vent à la Fondation.

Pascale SANTI — Tours

RICHELIEU CARDINAL

Richelieu pense-t-il à une future révolution lorsqu'il conçoit la ville de Richelieu ? Plus d'un siècle avant 1789, il cristallise à Richelieu la représentation du pouvoir de l'Ancien Régime. Au moment où la nation française prend forme, où le pouvoir monarchique de droit divin s'épanouit le Cardinal crée la ville idéale.
Richelieu, aux confins du Poitou et de la Touraine, à l'architecture si particulière incarne la réalité sociologique et politique du dix-septième siècle, dans un quadrilatère de 300 (1) toises de longueur et de 200 toises de largeur.
Le Cardinal-Duc de Richelieu et l'architecte Jacques Lemercier ont organisé une véritable ville nouvelle, avant la lettre. Et ceci car sa conception et sa réalisation sont le fruit d'une planification totale, implantée sur un territoire non encore urbanisé.



(D'après une estampe, photo Combier, Mâcon)

Richelieu au 17e siècle.

LA VILLE DE RICHELIEU : UN JEU DE MIROIR

La cité, limitée par des murailles, donne l'impression, vue d'avion, d'être un damier. La Ville est constituée par une artère principale, la Grande Rue, longue de 140 toises et bordée par 14 hôtels de chaque côté. Cette Grande Rue relie deux places carrées rigoureusement identiques au centre desquelles se croisent perpendiculairement à l'axe de la voie centrale deux rues secondaires. Parallèlement à la Grande Rue, une série de rues de 4,7 toises sont coupées en leur milieu par la rue traversière. Une seconde série de rues d'environ 3 toises de long se prolongent autour de l'enceinte.
Christine Toulier, chercheur régional du centre estime que «toute la ville est conçue comme un jeu de miroir. L'épine dorsale de la Grande rue est l'axe de symétrie principal... Cette symétrie se retrouve au niveau des hôtels particuliers de la Grande Rue puisque ceux-ci sont en tout point semblables. Cette disposition géométrique de la ville de Richelieu illustre l'ordre et la rigueur du dix-septième siècle. Le dix-septième siècle est aussi et surtout celui des mathématiques et de la rationalité. Pascal invente la machine à calculer et Descartes dresse un mode d'emploi de la raison, la vie intellectuelle, artistique et... architecturale est influencée par ce mouvement. Cette nouvelle façon de penser est marquée par la rigueur, l'ordre et de la méthode. On ne peut s'empêcher de remarquer dans Richelieu l'influence de cette époque. Il y a un tel souci du détail dans la symétrie que d'autres paramètres ont dû jouer dans la construction. A qui de Jacques Lemercier ou du Cardinal revient ce mérite ?

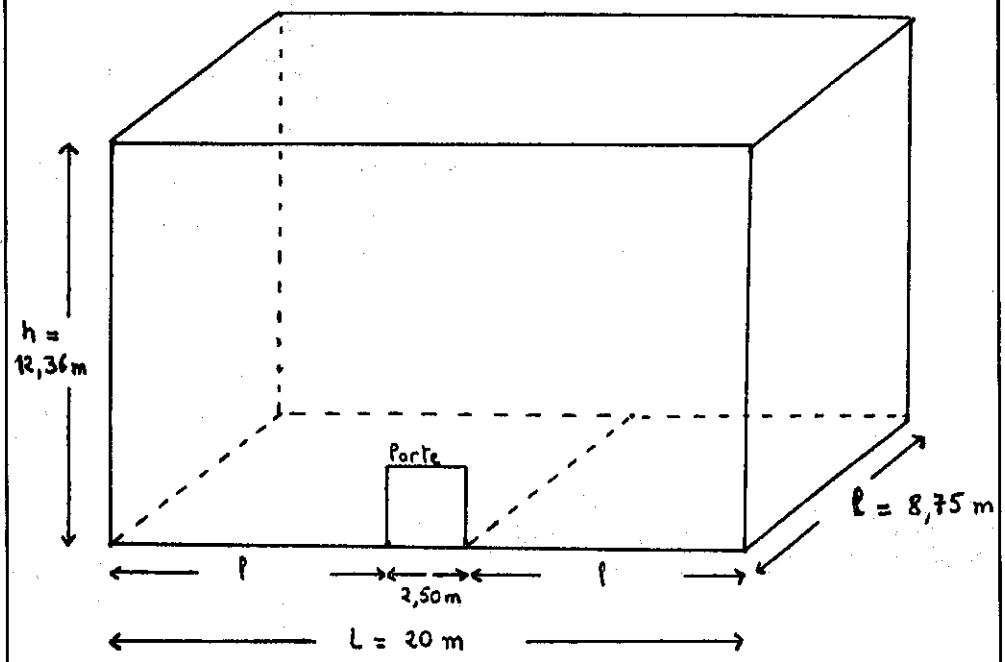
L'ENIGME RICHELIEU...

Il reste très peu de documents concernant l'origine de la ville. Le plan n'est plus en France et certains prétendent qu'il se trouve en Suède. Il n'y a donc pas pour l'instant de réponse à ce mystère. L'itinéraire de Jacques Lemercier, surnommé le Vitruve (2) français n'est sans doute pas étranger à cette conception. Après avoir passé 7 années en Italie, il revient en France empreint du classicisme grec qui allie harmonie et rationalité.
La personnalité du Cardinal et son rapport au pouvoir central peuvent également être à l'origine de cette disposition spatiale. Il a voulu que cette ville, sa ville, soit à son image. Non seulement elle porte son nom mais en plus elle est le symbole de sa force. L'hypothèse développée par Philippe Boudon (3) sur l'absence de centralité de cette ville va dans ce sens.
Richelieu est la première ville française à ne pas avoir une place centrale. Selon Philippe Boudon l'existence de deux places apparemment semblables exprime la dualité du pouvoir sous Louis XIII. Toutes les institutions importantes (Église, Justice, Commerce) sont situées sur la place ducale (actuelle place du marché), place du Car-

SI RICHELIEU M'ÉTAIT COMPTÉ...

Marc de Montgolgier, ébéniste, installé rue de la Galère à Richelieu est passionné par la ville et par les mathématiques. Il s'est armé d'un mètre, d'une machine à calculer et a entrepris des recherches intéressantes.
Pour l'instant ses études concernent les hôtels de la grande rue.

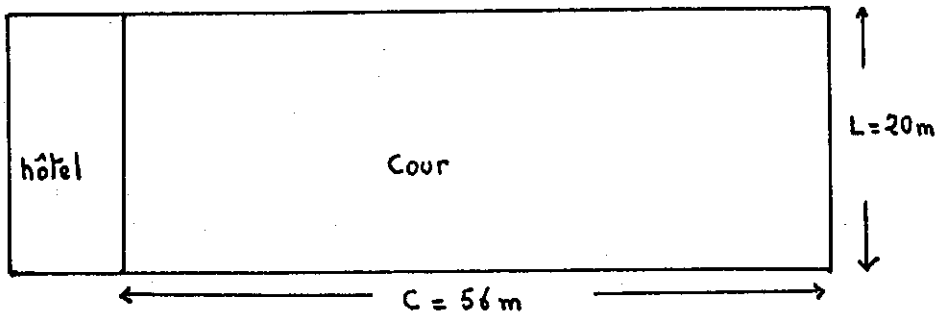
VOLUME D'UN HÔTEL



L/h ≈ 1,618 (le nombre d'Or)

h/p ≈ $\sqrt{2}$ ≈ 1,4 (le dixième du nombre d'hôtels sur un même côté de rue).

UN HÔTEL ET SA COUR



C/L = 2,8 (dixième du nombre total d'hôtels).

dinal, en un mot place de Richelieu. A l'autre extrémité de la Grande Rue, il y a la place des religieuses, autrefois baptisée place royale. En cet endroit on trouve le collège royal et celui des religieuses. Ces deux places délimiteraient donc les sphères d'influence des deux grands hommes de France de l'époque : Le Cardinal de Richelieu et Louis XIII. Cette représentation du pouvoir, même s'il faut garder à l'esprit qu'il s'agit là d'hypothèse, n'est pas en faveur du roi. Mégalomanie du Cardinal ou réalité historique, la ville de Richelieu reste une énigme...

Marie-Christine TABET — Tours

(1) 1 toise → 1,949 mètre.
(2) Ingénieur et architecte militaire romain du 1er siècle avant J.C.
(3) Philippe Boudon in Richelieu : ville nouvelle.

STENDHAL ET LES MATHÉMATIQUES

Dominique SELS - Paris

Henry Beyle fréquenta l'École centrale de l'Isère de 1796 à 1799, soit de l'âge de treize ans à l'âge de seize ans. «Je ne me souviens presque de rien pour les deux dernières années 1798 et 1799» ; écrit-il dans la Vie de Henry Brulard, son autobiographie. «La passion pour les mathématiques absorbait tellement mon temps que Félix Faure (1) m'a dit que je portais alors mes cheveux trop longs, tant je plaignais la demi-heure qu'il faudrait perdre pour les faire couper (...) «j'aime encore les mathématiques pour elles-mêmes, comme n'admettant pas l'hypocrisie et le vague, mes deux bêtes d'aversion (...) la société prolongée avec un hypocrite me donne un commencement de mal de mer (...) j'avais déjà un dégoût mortel pour les femmes honnêtes et l'hypocrisie qui leur est indispensable (...) l'hypocrisie à mes yeux, c'était ma tante Séraphie, M^me^ Vignon (l'amie intime de tante Séraphie) et leurs prêtres».

Alfred de Musset a croqué Stendhal dansant dans une auberge à Bourg-Saint-Andéol (Giraudon)

Des maths pour s'en sortir

Il fut un brillant élève. Plus que les belles-lettres, qui lui valurent toutefois un premier prix, ce sont donc les mathématiques qui par amour de la vérité et de la rigueur l'accaparèrent. Il apprit l'algèbre dans «l'ignoble Bezout», à qui il préféra Clairaut, moins dogmatique, dont les **Éléments d'algèbre** (parus pour la première fois en 1747) s'étendent jusqu'à la résolution des équations du quatrième degré.

Bientôt la haine qu'il vouait à son père s'étendit à la ville de Grenoble tout entière : «je commençais à me dire sérieusement : «il faut prendre un parti et me tirer de ce bourbier». Je n'avais qu'un moyen au monde : les mathématiques. Mais on me les expliquait si bêtement que je ne faisais aucun progrès (...) ce grand Dupuy nous expliquait les propositions comme une suite de recettes pour faire du vinaigre».

«Cependant Bezout était ma seule ressource pour sortir de Grenoble. Mais Bezout était si bête ! C'était une tête comme celle de M. Dupuy, notre emphatique professeur (...) cet homme si vide disait cependant une grande parole : «Mon enfant, étudie la **logique** de Condillac, c'est la base de tout (...). Le bon c'est que je crois que M. Dupuy ne comprenait pas le premier mot de cette logique de Condillac qu'il nous conseillait...»

«Mon grand-père connaissait un bourgeois à tête étroite, nommé Chabert, lequel montrait les **mathématiques en chambre** (...). Il avait Bossut, l'abbé Marie, et de temps à autre nous faisait étudier un théorème dans ces auteurs. Il avait même en manuscrits quelques petites choses de Lagrange, de ces choses bonnes pour notre petite portée».

La «vérité» contre «l'hypocrisie»

Si le rôle psychologique des mathématiques dans la vie de Beyle est très important, puisqu'il s'en servit comme d'un pivot pour quitter sa famille et Grenoble, si le lecteur de la **Vie de Henry Brulard** est frappé par la

vigueur répétée de l'expression de cette passion, si la pratique de l'écriture algébrique a pu influencer le style de l'écrivain, si en outre il sortit de l'École centrale premier en mathématiques, plus «fort» que «huit forts» qui, quelques semaines plus tard, furent admis à l'École polytechnique, Beyle ne berne personne sur l'étendue de ses capacités : «Il y a orgueuil peut-être dans la qualification d'excellent mathématicien à moi attribuée ci-dessus. Je n'ai jamais su le calcul différentiel et intégral».

Il n'est pas un mathématicien de valeur ; sa curiosité lui fait cependant consulter «les articles mathématiques d'Alembert dans l'Encyclopédie, leur ton de fatuité, l'absence de culte pour la vérité me choqua fort et d'ailleurs j'y compris peu».

Il est amusant de noter que c'est le facteur le plus littéraire de son attirance pour les mathématiques (son obsession morale et esthétique pour la «vérité» combattant «l'hypocrisie») qui l'amène à frôler une question essentielle : la validité du cinquième postulat d'Euclide.

Il dispose de la formulation suivante du cinquième postulat :

«On donne le nom de parallèles à deux lignes qui, prolongées à l'infini, ne se rencontreraient jamais».

«On peut penser quel noir s'empara de mon âme quand je commençai la Statique de Louis Monge, le frère de l'illustre Monge (2)... cet insigne animal de Louis Monge a mis à peu près ceci : «**Deux lignes parallèles peuvent être considérées comme se rencontrant, si on les prolonge à l'infini**».

«Je crus lire un catéchisme et encore un des plus maladroits. Ce fut en vain que je demandai des explications à M. Chabert.

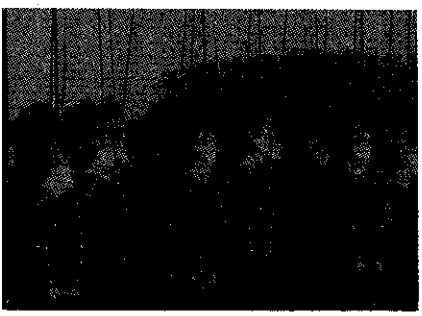
«Mon petit, dit-il en prenant cet air paterne qui va si mal au regard dauphinois, l'air d'Edouard Mounier (pair de France en 1836), mon petit, vous saurez cela plus tard» ; et le monstre, s'approchant de son tableau en toile cirée et traçant deux lignes parallèles et très voisines, me dit :

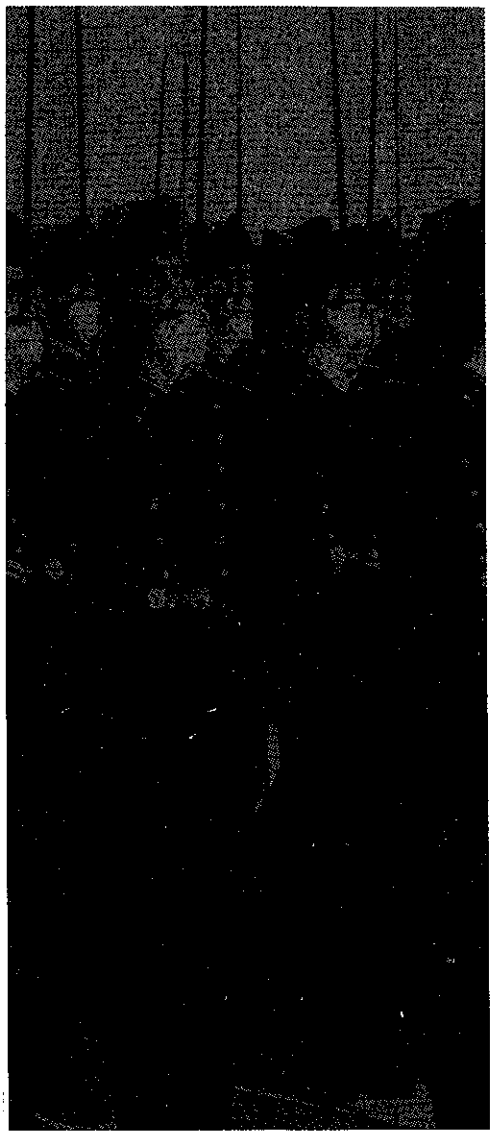
«Vous voyez bien qu'à l'infini on peut dire qu'elles se rencontrent».

«Je faillis tout quitter. Un confesseur, adroit et bon jésuite, aurait pu me convertir à ce moment en commentant cette maxime :

«Vous voyez que tout est erreur, ou plutôt qu'il n'y a rien de faux, rien de vrai, **tout est de convention».**

On le sait, le cinquième postulat, dont la démonstration avait depuis Euclide tracassé chroniquement tous les mathématiciens d'Europe et d'Islam, fut bientôt tenu pour indémontrable : c'est une convention (en 1832, avant donc que Beyle n'évoque ce souvenir en écrivant ces lignes, paraissent les premières publications de Bolyaï, qui avec Lobatchevski, fonde les géométries non euclidiennes ne respectant pas le cinquième postulat).





Paris et l'école polytechnique

En septembre 1799, Henri Beyle obtient à l'École centrale un premier prix de mathématiques. Ce couronnement succède à d'innombrables séances de travail partagées avec son compagnon d'études, Louis Crozet, futur ingénieur. Il écrit : «Ces séances ont été ma véritable éducation littéraire».

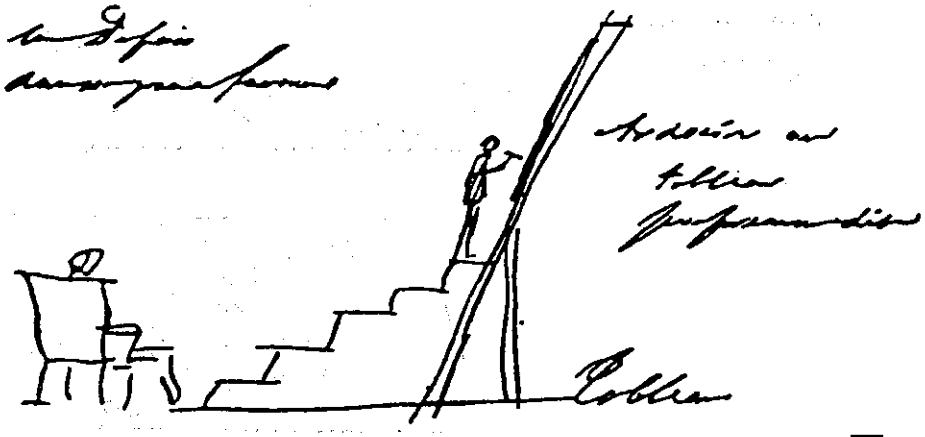
Afin de se présenter à l'examen d'admission à l'École polytechnique, il quitte Grenoble et gagne Paris en novembre, «dans un beau moment, le lendemain même du 18 brumaire. C'était peu le temps de pâlir sur des intégrales», commente Auguste Bussière, contempleur drôlatique et effréné de Beyle, et qui tâche de démontrer pendant cinquante pages de **La Revue des Deux Mondes** (3), que celui-ci n'était pas un écrivain. Bussière concède qu'«il doit (aux mathématiques) cette analyse exacte et pénétrante, cette netteté d'idées qui est certainement la partie la moins contestable de son talent (...). Le jeune Beyle était recommandé à M. le Comte Daru, son parent.

Cette protection ne tarde pas à faire sentir ses effets. On lui retira des mains ses livres et sa craie ; on les lui échangea contre un grand sabre».

Laissons plutôt la parole au protagoniste : «...à mon arrivée à Paris deux grands objets de désirs constants et passionnés tombèrent à rien tout à coup. J'avais adoré Paris et les mathématiques. Paris sans montagnes m'inspira un dégoût si profond qu'il allait presque jusqu'à la nostalgie. Les mathématiques ne furent plus pour moi que comme l'échafaudage du feu de joie de la veille (...) je les haïssais même un peu en novembre 1799 car je les craignais. J'étais résolu à ne pas me faire examiner (...) si mon père avait pris quelque soin, il m'eût forcé à cet examen, je serais entré à l'École, et je ne pouvais plus **vivre à Paris en faisant des comédies.**
«De toutes mes passions c'était la seule qui me restât».

De Beyle à Stendhal

L'exiguïté des appartements, l'étrange prononciation parisienne surprenaient autant le jeune provincial que l'absence de montagnes. Il regrettait aussi la cuisine familiale et toutes les choses auxquelles il n'avait jamais pensé, qui avaient toujours composé son existence. Son désenchantement persistait, mais comment aurait-il pu, sans perdre la raison, le mettre sur le compte du mal du pays, lui qui avait longtemps souhaité et préparé son départ du Dauphiné ? Refuser Paris, l'algèbre et la géométrie, c'était, l'espace de deux ou trois semaines, être comme suspendu dans le vide ; au plus fort de cette crise décisive, l'on ne s'étonne pas de voir Henri Beyle tomber malade. Quel effet produisit le fameux docteur Portal sur notre jeune malade en ces jours de fin de Révolution, en cette fin de siècle ? «Sa figure m'effraya. Elle avait l'air de se résigner en voyant un cadavre».
Beyle délira, risqua «l'hydropisie de poitrine», se rétablit ; Daru, qui ne devint comte qu'en 1809, venait d'être nommé secrétaire général aux armées. Henri Beyle fut rattaché à son ministère en qualité de surnuméraire.
Ainsi ne fut-il pas polytechnicien, mais il devint Stendhal. (Il prit ce pseudonyme en 1814). C'est un plaisir de relire **Henry Brulard,** pour ce regard d'enfant sur la Révolution, pour cet adolescent arrivé à Paris après-coup, qui nous dit en passant deux ou trois choses qu'il a vues d'elles.



Dessin de Stendhal représentant lui-même et son professeur de mathématiques : «M. Dupuis dans son grand fauteuil».

Le manuscrit de la **Vie de Henry Brulard** est illustré de plans et croquis de la main de l'auteur.

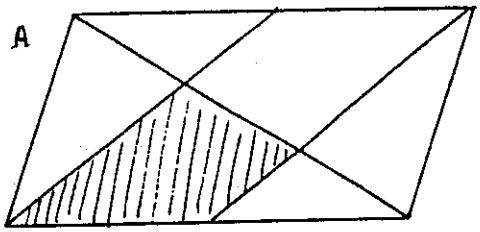
Monté au tableau, on écrivait en 0. La tête du démontrant était bien à huit pieds de haut. Moi, placé en évidence une fois par mois, nullement soutenu par M. Dupuy qui parlait à Monval ou à M. de Pina pendant que je démontrais, j'étais pénétré de timidité et je bredouillais. ■

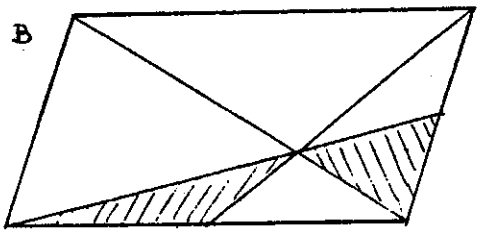
JOUONS AVEC LES FRACTIONS

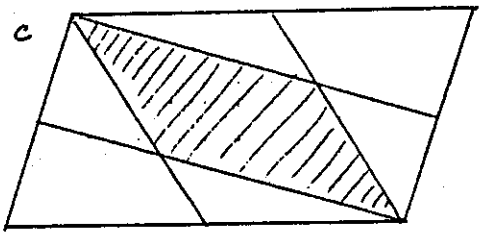
Michel SAVOUREY - Saint-Jean de Maurienne

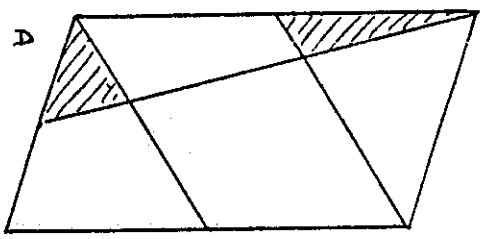
Trouvant à la lecture de votre excellente revue de fortes stimulations pour mes activités en classes (aidé en celà par vos Dossiers matériels !), je me permet de vous transmettre ce petit thème que j'ai moi-même utiisé en classe avec profit, et que je n'ai vu développé nulle part (serait-il quelque peu original ?).

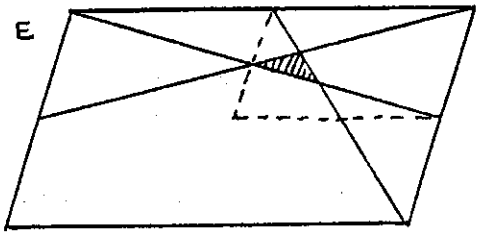
Quelle fraction de l'aire du parallèlogramme représentent les parties hachurées ?

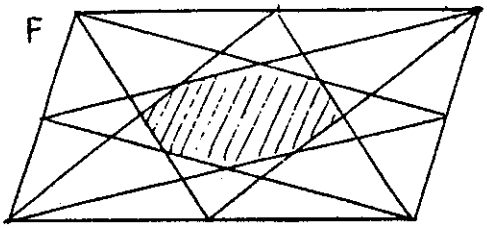


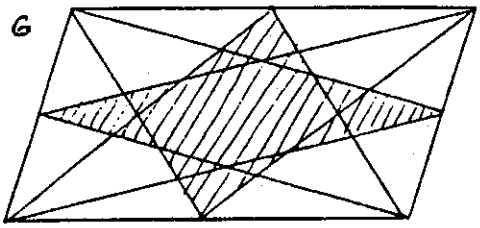


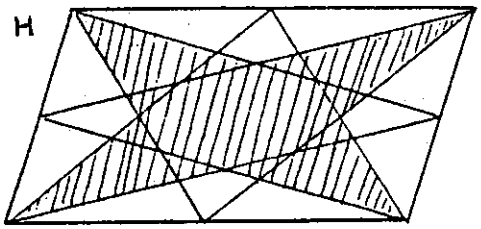


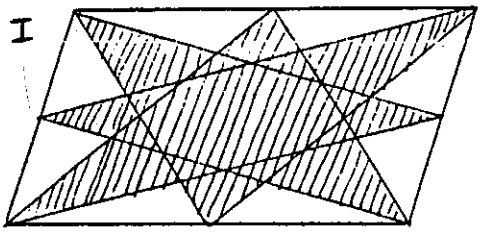


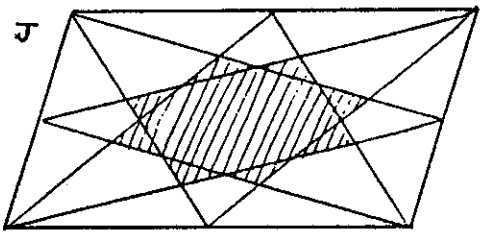










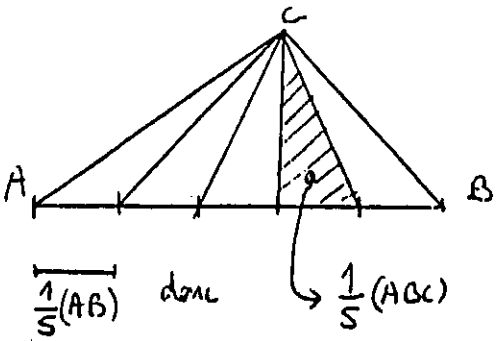


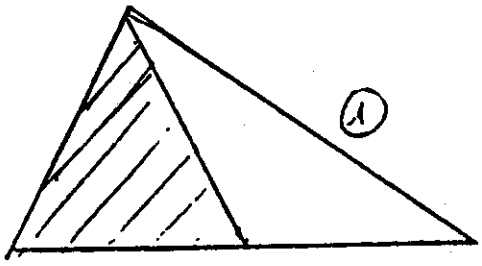
A - le trapèze : 1/4
B. 2 triangles : 1/12 chacun
C. Parallélogramme : 1/3
D. 2 triangles : 1/20 chacun
E. Triangle : 1/120
F. L'octogone : 1/6
G. Étoile des milieux : 1/3
H. Étoile des sommets : 1/2
I. Grande étoile : 3/5
J. Octogone étoile : 7/30

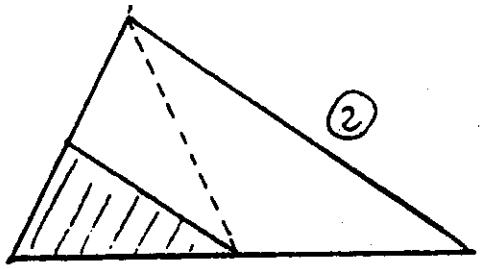
NB : *La recherche de (AGCDE) est indispensable pour les autres !*

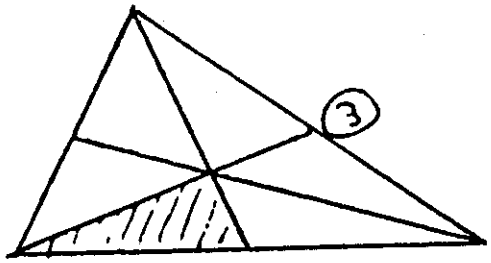
Cette activité est particulièrement riche en utilisation de propriétés variées et pas toujours très «remarquées» par les élèves.

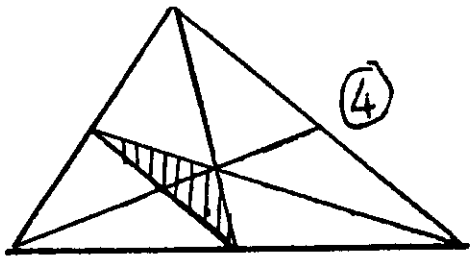
- utilisation des symétries (A et C)
- «droites des milieux» dans le triangle (B et C)
- Aires de triangles de même sommet, s'appuyant sur un segment divisé en parties proportionnelles (propriété facile, peu utilisée en général !) (utile dans D, E...).

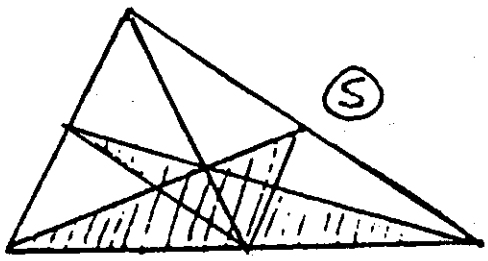












- Réinvestissement d'une situation connue dans une autre : par exemple, voir que la figure en pointillé dans E «reprend» la situation étudiée en B. Cet aspect du réinvestissement se retrouve évidemment dans d'autres cas et de différentes manières possibles (E et F dans J)...
- Simplification d'une situation par transformation en une autre (cf. par exemple C et H si on «coupe» le parallélogramme en 4).

Si ces exercices (du moins les plus difficiles) s'adressent à des collégiens avancés (3e) voire des lycéens.., les plus simples peuvent se préparer plus tôt avec des travaux du genre ci-contre qui peuvent être abordés vers la cinquième... ■

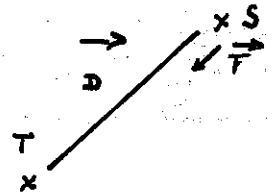
AU RYTHME DES ALGORITHMES

Tout un programme pour faire la révolution

Les révolutions sont rarement spontanées, mais sont plutôt le résultat :
a. d'événements antérieurs.
b. de conditions bien déterminées.
c. de quelques volontés marqués.

Quittons le domaine de l'histoire, des idées et la politique pour illustrer spatialement ces remarques.
Pour cela il nous faut :

1. Un objet T de grande masse M : terre, soleil...
2. Un objet S de petite masse m (par rapport à M) : satellite, planètes...
3. Une loi de Kepler par la suite mathématisée par Newton :
«Plus je m'approche et plus tu m'attires»
ou
«Plus je m'éloigne et moins tu m'attires»
ou
«Loin des yeux, loin du cœur»
ou
«$\vec{F} = (-\text{km } M/d^3)\ \vec{D}$»
avec k coefficient d'attraction universelle : $6{,}67.10^{-8}$ et avec $d = \| \vec{D} \|$



4. Un repère : un plan d'origine T (le centre de la Terre) conviendra parfaitement (grâce à la première loi de Kepler). On peut donc envisager une simulation simple avec l'ordinateur.

5. Quelques calculs pour illustrer a.
A l'instant t, le satellite S se trouve à la distance d de T, il est repéré par ses coordonnées (x, y) : $\vec{D}\ \binom{x}{y}$, et se déplace à la vitesse v $\binom{p}{q}$.

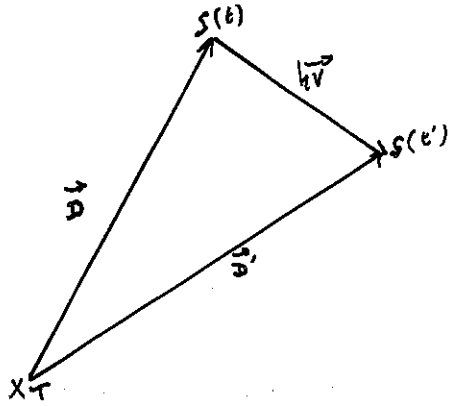
Si vous devez interrompre la lecture de cet article, c'est le moment, vous avez h secondes.

A l'instant t' = t + h, s se trouve maintenant en un point de coordonnées (x', y') : $\vec{D'}\ \binom{x'}{y'}$ et se déplace à la vitesse $\vec{V'}\ \binom{p'}{q'}$

On a alors : $\vec{D'} = \vec{D} + \vec{hv}$

De plus, $\vec{\gamma} = (\vec{v'} - \vec{v})h$ (accélération de S : on simule la révolution de S de façon discrète).
La loi fondamentale de la dynamique $\vec{F} = \gamma j$ permet d'obtenir
avec la relation de Kepler du 3 :

$$\vec{v'} = \vec{v} - (kMh/d^3)\ \vec{D}$$



On reconnaît une filiation linéaire de la cause à l'effet qui caractérise le déterminisme classique et qui permet à partir de l'instant t de connaître toutes les positions de S aux instants postérieurs, mais aussi aux instants antérieurs.

6. Un algorithme pour illustrer c.

```
ORBITE (x, y, p, q, h, r) → Points sur écran,
                            valeurs numériques
|
|     Dessin cercle centre T (O,O) rayon 6366
|
|     c ← 0
|     a ← 380 000
|     n ← 600
|
|  TANT QUE (c ⩽ r) FAIRE
|        si (c/n = partie entière c/n),
|              placer point (x, y)
|              afficher x, y, p, q, c.
|
|        c ← c + h
|        d ← √(x² + y²)
|        v ← √(p² + q²)
|        x' ← x + ph
|        y' ← y + qh
|        p ← p — ah x/d³
|        q ← q — ah y/d³
|        x ← x'
|        y ← y'
|
|  Fin tant que
|
FIN ORBITE
```

r durée de la Révolution

Représentation de la Terre

Compteur du temps
Valeur de km en km^3/s^2
impressions toutes les n unités de temps (n multiple de h)

distance centre terre/satellite S

nouvelle abscisse de S
Correction de la position
nouvelle ordonnée de S

nouvelle abscisse vitesse
Correction de la vitesse
nouvelle ordonnée vitesse

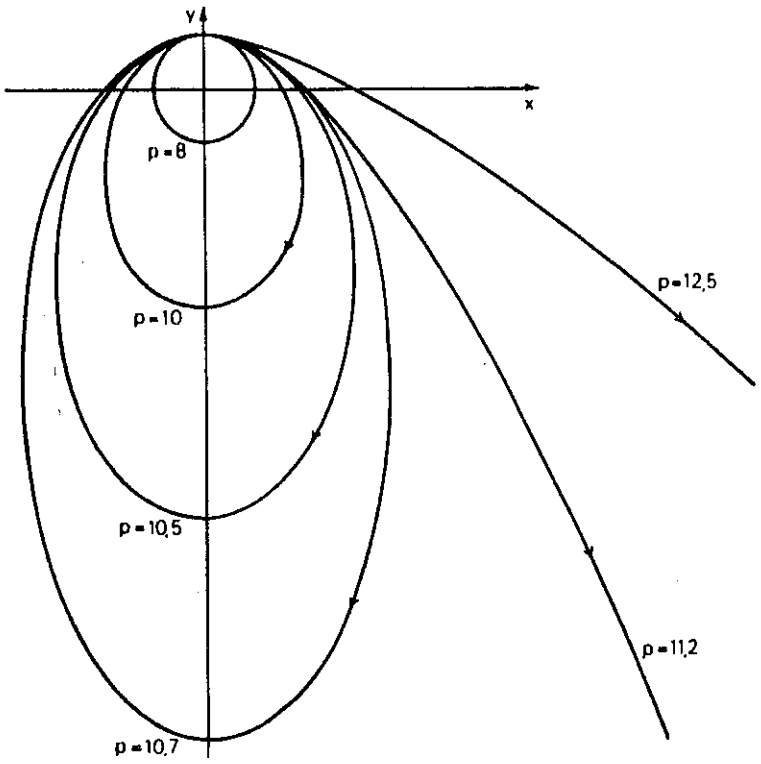
affectation des nouvelles coordonnées de S : il était nécessaire de garder les anciennes pour les calculs de p et q d'où les variables auxiliaires x' et y'.

15

7. Conditions initiales pour illustrer b
Le point K (0,6366) représentera la base de Kourou, on peut admettre qu'Ariane met sur orbite un satellite à la verticale de sa base à 5000 m (point (0,6371) avec une vitesse de 10 km/s : $\vec{v}$ (10,0) par exemple.

On peut prendre h = 5 comme dans l'ouvrage d'Arthur Engel : «Mathématique et informatique» Cedic Nathan 86 ou (autre titre pour le même livre) «Mathématique élémentaire d'un point de vue Algorithmique» Cédic Nathan 79.

Il nous fournit l'illustration suivante, où l'on remarque que p = 11,2 donne une parabole et que pour p > 11,2 les trajectoires sont hyperboliques.



MESSAGE PRÉ RÉVOLUTIONNAIRE :

Avant de vous placer sur orbite, n'oubliez pas vos élèves pour qui les apports algorithmiques de cette simulation sont susceptibles de corriger certaines orientations trop formalistes des mathématiques en rétablissant :
le contact mathématique - réalité extérieure,
l'équilibre abstrait - concret.

Dans tous les cas, cherchez votre tortue préférée ou appelez votre Pascal turbo-musclé et révolutionnez bien.

M.C.

Si un changement d'échelle est nécessaire pour obtenir une «bonne image-écran», il faut aussi modifier le rayon de la Terre, les coordonnées et vitesses initiales, la quantité **a** où intervient une **distance au cube.**

Enfin les collègues qui travaillent sur les MO5 et MO6 des nanoréseaux de collège ne seraient pas surpris des mauvaises simulations obtenues liées à la faible précision de calcul de ces ordinateurs. Alain Texier, dans son livre «Des ailes pour la tortue : simulation de mouvements en Logo» (CNDP 1985) solutionnent ces problèmes.

INIT : initialise la postion X, Y du satellite.

```
POUR INIT :X :Y
LC FCAP 270 FPOS LISTE :X :Y MT
FIN
```

ORBITE : calcule la trajectoire et déplace le satellite.

```
POUR ORBITE :PX :PY
FPOS LISTE XCOR + :PX YCOR + :PY TRACE
SI TOUCHEP [MOTEUR]
DONNE "DIST3 DIST3 DIST2
SI SOL [EC "BOUM! STOP]
ORBITE :PX - (:K * XCOR / :DIST3) :PY - (:K * YCOR / :DIST3)
FIN
```

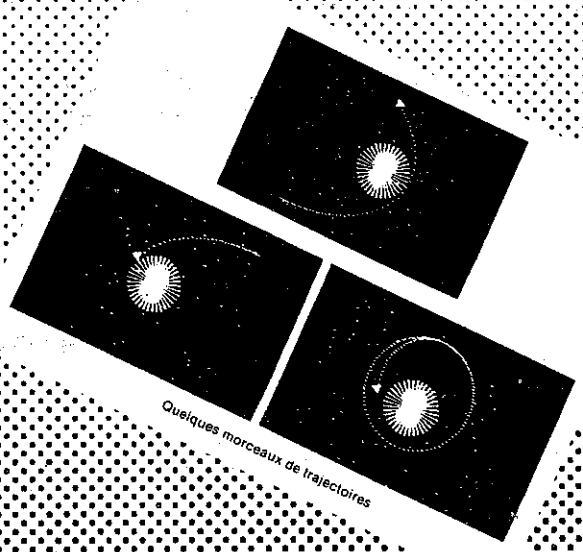
DEMO : procédure qui permet d'exécuter automatiquement cette simulation après avoir initialisé les paramètres. Il ne faut pas oublier d'y introduire la primitive FENETRE.

```
POUR DEMO
 FENETRE
 FIXECHELLE 1
 TERRA
 CIEL 0
 INIT 0 60
 PRE -4 0 1000
 FIN

POUR PRE :VITX :VITY :K
 ORBITE :VITX :VITY
 FIN

POUR CIEL :N
 SI :N = 50 [STOP]
 BC POINT LISTE 120 - HASARD 240 100 - HASARD 200 LC
 CIEL :N + 1
 FIN
```

ATTENTION : Sur TO7, l'orbite du satellite présente une anomalie: elle ne se referme pas. On se reportera à l'**Appendice** pour y remédier.

MOTEUR POUR PILOTER LA TORTUE DANS L'ESPACE

Cette procédure est un outil qui pourra être utilisé dans d'autres simulations de pilotage spatial. Il s'inspire de procédures déjà utilisées dans des exemples précédents.



Quelques morceaux de trajectoires

```
POUR MOTEUR
 DONNE "EFFET LISCAR
 SI :EFFET = "A [DONNE "PX :PX + 1]
 SI :EFFET = "S [DONNE "PX :PX - 1]
 SI :EFFET = "D [DONNE "PY :PY - 1]
 SI :EFFET = "F [DONNE "PY :PY + 1]
 FIN
```

SOL

La procédure SOL teste si la fusée a touché le sol : « *Si la distance de la tortue (satellite/fusée) au centre (centre de la terre) est inférieure au RAYON de la TERRE, alors afficher « BOUM » sur l'écran et arrêter (STOP) la procédure.* »

```
POUR DIST
RT RAC DIST2
FIN

POUR SOL
RT DIST < 20
FIN
```

Remarque sur l'orbite qui ne se referme pas :

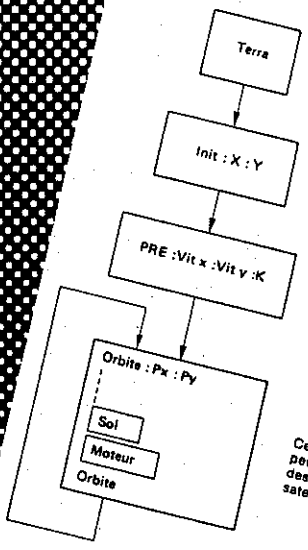
Cette anomalie constatée au pragraphe VII-2, est due à la faible précision des valeurs renvoyées par XCOR et YCOR : soit un seul chiffre après la virgule.

Pour y remédier, nous ferons appel à deux variables intermédiaires de position DX et DY, qui remplaceront les primitives XCOR et YCOR.

Il faudra donc modifier les procédures PRE et ORBITE :

```
POUR PRE :X :Y :K
ORBITE :X :Y XCOR YCOR
FIN

POUR ORBITE :PX :PY :DX :DY
FPOS LISTE :DX :DY
SI TOUCHE? [MOTEUR]
DONNE "DX :DX + :PX
DONNE "DY :DY + :PY
DONNE "D2 :DX * :DX + :DY * :DY
DONNE "D RC :D2
Si :D < 30 [Ec "BOUM! STOP]
ORBITE :PX + (:K * :DX/(:D2 * :D)) :PY + (:K * :DY/(:D2 * :D)) :DX :DY
FIN
```

Dessinons schématiquement l'ensemble des procédures que nous allons utiliser :



Cette procédure dessine la planète au centre de l'écran

Cette procédure initialise la position en X et Y de la tortue

Cette procédure initialise les vitesses verticales et horizontales de la tortue, ainsi que le facteur K

Cette procédure fait bouger la tortue. On peut lui adjoindre la possibilités d'utiliser des MOTEURS, et celle de tester si le satellite touche la planète (SOL)

Détails des procédures :

TERRA :

On fait un cercle en « étoile » et la tortue dessine les rayons d'une roue :

```
POUR TERRA
 LC CENTRE CT BC REPETE 36 [AV 30 RE 30 DR 10]
FIN
```

POUR UN DÉBAT DE SALUT PUBLIC ET HORS COMITÉ, UN TEXTE POLÉMIQUE

Michel FAURE - Vierzon

I - LA PÉNURIE : SES CAUSES

Nous avons déjà dit qu'il y a de grandes difficultés à recruter des enseignants scientifiques. Mais cette difficulté de recrutement ne touche pas que les matières scientifiques. Elle est simplement plus importante dans les matières scientifiques du fait des mutations de notre société. D'ores et déjà, la pénurie se fait sentir concernant le recrutement des professeurs de lettres classiques ou d'éducation physique, de même que le recrutement d'instituteurs dans nombre de départements.

Maintenant, même les médias découvrent la pénurie de professeurs et MM. Monory et Jospin reconnaissent qu'il faudra embaucher 300.000 enseignants d'ici l'an 2000. Mais peut-on véritablement augmenter l'embauche sans analyser les causes de cette pénurie.

Une des premières causes a été le coup de frein brutal donné au recrutement entre 1975 et 1980 : par exemple en mathématiques le nombre de postes au CAPES est passé de plus de 1000 à moins de 200.

On parle beaucoup également de la dévalorisation de l'image de l'enseignant. Mais cette dévalorisation, indépendamment des faits de société, repose pour beaucoup sur des faits matériels et objectifs, comme la désindexation des salaires bruts, tandis que le retard pris en six ans par le traitement net est encore plus important et avoisine les 15 %.

Durant la même période, les salaires d'embauche des entreprises à niveau de qualification équivalent ont crû beaucoup plus vite, augmentant ainsi le déséquilibre de la concurrence entre la fonction publique et le secteur privé, surtout pour des étudiants ayant dû financer entièrement leurs études.

Il est à remarquer que la plupart des enseignants actuellement en exercice ont eu leurs études payées (École Normale et centre PEGC à partir du Bac, IPES à Bac +1, École Normale Supérieure, poste de MI-SE). Mais depuis une dizaine d'années, l'État a renoncé au prérecrutement, sans doute pour des raisons économiques, un prérecruté coûtant entre 200.000 et 300.000 francs.

Nous assistons ainsi à un transfert des charges d'études de l'État vers les familles, transfert qui pénalise fortement les milieux modestes et/ou les familles nombreuses. Il est à craindre que le changement d'origine sociale des enseignants ainsi induit se traduise par une auto-dévalorisation de ces nouveaux enseignants : en effet, alors qu'autrefois l'accès aux carrières d'enseignants représentait bien souvent une promotion sociale pour les meilleurs éléments des classes modestes, cet accès serait maintenant le plus souvent vécu comme un échec scolaire, professionnel et social pour les enfants les moins brillants de la bourgeoisie.

II. LE RECRUTEMENT ACTUEL

En tout état de cause, même si de réelles conditions de revalorisation étaient créées dès maintenant, le problème ne subsisterait pas moins pour plusieurs années dans les matières scientifiques.

En effet, il y a actuellement deux à trois fois moins d'étudiants en licence de mathématiques qu'il n'y aura de places aux concours internes et externes exigeants la licence, et ceci en comptant même les étudiants déjà enseignants (MA et PEGC).

L'Éducation Nationale sera donc contrainte d'embaucher de nombreux M.A. n'ayant pas la licence ou ne parlant pas notre langue.

Mais ce qui est peut-être encore plus grave, c'est la conversion de professeurs d'autres matières (sciences naturelles, PEGC voie XIII) en enseignants de mathématiques. Peut-on penser un instant que des stages, respectivement de trois mois et un an, sans évaluation, ni préalable, ni finale, puissent apporter à des enseignants même chevronnés, la spécificité technique nécessaire s'ils n'ont plus fait de mathématiques depuis de nombreuses années ? Et que penser de leur motivation à cette reconversion quand on sait qu'ils y sont souvent contraints ?

III. EFFETS PERVERS DE LA PÉNURIE

Cette difficulté à recruter entraîne des effets pervers pour les enseignants déjà en poste :

— pression de la hiérarchie :

- pour faire accepter plus d'heures supplémentaires,
- pour que des collègues se reconvertissent en professeurs de mathématiques,
- pour que des collègues renoncent à un temps partiel ou à enseigner de l'informatique,

● difficultés pour des collègues de mathématiques à pouvoir suivre des stages lourds (impossibilité de trouver un remplaçant) ou à obtenir un emploi administratif (poste de censeur par exemple).
● Et surtout généralisation des classes surchargées.
Tout cela entraîne l'aggravation de nos conditions de travail et de ce fait, non seulement ne motive pas les jeunes diplômés à choisir cette carrière, mais incite même quelquefois les professeurs déjà en poste à quitter l'Éducation Nationale.
Il est à noter que la création de classes scientifiques supplémentaires participera à court terme à cette aggravation par l'augmentation des effectifs et le déplacement autoritaire d'enseignants de collège vers le lycée.
A plus long terme, va s'installer une contradiction entre le souhait de faire accéder plus d'élèves aux classes scientifiques et leur réelle possibilité d'acquérir une compétence suffisante pour cet accès car les suppressions de postes en collège risquent d'entraîner une diminution de l'horaire élève en mathématiques.

IV - QUELQUES PROPOSITIONS

Il faut :
— prérecruter les futurs professeurs au niveau Bac de façon à permettre à des élèves de milieu modeste d'accéder au professorat, ce qui leur est actuellement très difficile pour des raisons financières,
— prendre en compte les années d'études dans l'avancement, ce qui permettrait au nouveau capétien ou au nouvel agrégé de débuter à l'échelon 3 et cela sans sortir du cadre de la fonction publique,
— accorder une prime importante aux nouveaux recrutés contre un engagement de 10 ans.

V - CONCLUSION

Ce qui me paraît essentiel est de s'opposer à toute solution à court terme risquant de dévaloriser le métier d'enseignant tant que des solutions à long terme ne sont pas trouvées et appliquées.
(Exemples de mesures dangereuses :
— le transfert systématique des collègues certifiés des collèges vers les lycées,
— diminuer le niveau de formation initiale des professeurs alors que partout ailleurs, a emploi équivalent, l'exigence augmente.
Ce qu'il faut bien comprendre, c'est qu'il faut longtemps pour former un professeur de mathématiques, et que dans 10 ans une grande partie des professeurs partiront en retraite, ce qui fait que les problèmes de recrutement seront encore plus ardus si des mesures ne sont pas prises très vite.
Ce dont il faut prendre conscience également, c'est de la formidable mutation qui est en train de se produire dans notre système éducatif. En effet, l'objectif, annoncé aussi bien par M. Monory que par M. Jospin, est de doubler en une décennie la proportion d'élèves d'une classe d'âge atteignant le niveau baccalauréat, mais aussi doubler le nombre d'étudiants, alors que notre enseignement supérieur est déjà plus que surchargé (file d'attente aux amphithéâtres car il y a plus d'étudiants inscrits que de places, voire le cas de Lille avec un tirage au sort pour savoir qui assistera aux TD).
On a effectivement commencé à construire des lycées supplémentaires, mais bientôt ce sont des facultés qu'il faudra construire. Il se posera bien entendu le problème du recrutement des personnels enseignants dans le Supérieur.

LA TERMINALE C EST-ELLE UNE CLASSE SCIENTIFIQUE ?

Un mot enfin concernant la Terminale C. Cette classe est de plus en plus mise en cause. En effet les élèves de Sup Lettres viennent avant tout d'un Bac C, comme ceux de Sup Bio ou ceux de Sup commerciale.
Cela vient du caractère fortement élitiste de la terminale C. Ce caractère élitiste ne serait pas vraiment grave s'il existait parallèlement une véritable section scientifique. Actuellement, il y a confusion entre élève «scientifique» et «élève d'élite».
Il faudrait connaître les exigences réelles de formation des élèves : a-t-on besoin d'élèves ayant des connaissances importantes dans les matières scientifiques ? Ou a-t-on besoin d'élèves ayant de grandes capacités d'analyse et de synthèse et devant les prouver dans tous les domaines.
Alors que ces dernières années on a constaté une diminution salutaire des exigences en mathématiques, cela n'a pas été encore le cas pour les matières littéraires qui se présentent, hormis les oraux de langues, sous la forme de dissertations, forme qui peut bloquer certains élèves, par ailleurs bons scientifiques. D'ailleurs, les enseignants de français reconnaissent attendre «autre chose» d'un élève de première S que d'un élève de B ou de G tant sur le plan de l'expression que sur celui des idées.
Une solution pour augmenter le nombre d'élèves scientifiques serait sans doute la création d'une section supplémentaire, véritablement scientifique, mais sans finalité élitiste.
Il suffirait dans un premier temps de diminuer fortement pour cette nouvelle section, les coefficients des matières littéraires, mais sans toucher aux programmes, ce qui permettrait de «récupérer» des élèves moyens (bons en maths, mais trop faibles dans les matières littéraires), et qui, dans l'optique actuelle sont orientés en fin de seconde indifférenciée vers d'autres sections. ■

...ÉVOLUTION SANS EN AVOIR L'«R»

Michel DOFAL-Orléans

1989 :

Quels professeurs de mathématiques pour demain ?

A l'aube de ce 21e siècle le système éducatif dans son ensemble est, et restera encore longtemps, soumis à des poussées très fortes :
1. Tout d'abord la poussée démographique.
(En 7 ans nous serons passés de 295.000 à 430.000 élèves en seconde, tout en visant à augmenter les taux d'admission).
2. Une demande accrue de la société en étudiants ayant une formation scientifique solide.
3. Une demande accrue de la société technicienne en nouvelles mathématiques.
4. L'existence et la généralisation de nouveaux outils performants constituent une poussée «à l'intérieur». Ces outils sont par exemple, pour le domaine qui nous concerne :
- des outils de communication, d'usage aisé.
- des outils permettant des traitements mathématiques puissants de questions en nombre de plus en plus important.

Le professeur de mathématiques de l'enseignement secondaire est au premier chef sollicité par ces poussées auxquelles il se doit de répondre, compte tenu des rôles intégrés qui lui sont traditionnellement dévolus et qui consistent à contribuer à deux projets :
1. **Un projet éducatif :** formation de la personne et du citoyen dont les objectifs sont orientés par les valeurs de la société ambiante.

2. **Un projet (plus étroit peut-être) de formation dans une discipline fixée** (parmi d'autres) débouchant sur une acquisition d'outils dont la maîtrise semble imposée par l'état d'avancement des sciences et techniques du moment, mais aussi par d'autres facteurs plus difficiles à cerner.
Il est à noter qu'aucun de ces deux projets n'a vocation de sélection des meilleurs et concerne à priori tous les élèves, avec différents niveaux d'exigence quant au projet 2.
Le cadre de plus en plus étroit de ce projet 2 et sa coupure du projet 1 ne sont sans doute pas étrangers à la sectarisation de notre discipline, à son relatif isolement culturel et au rôle de sélection qu'on lui fait jouer, conjugués avec la perte de ses racines dramatiquement vécue au cours des années 70.
Relativement aux quatre poussées que j'é-

1789-1799 :

75 % d'élèves en moins mais le niveau monte

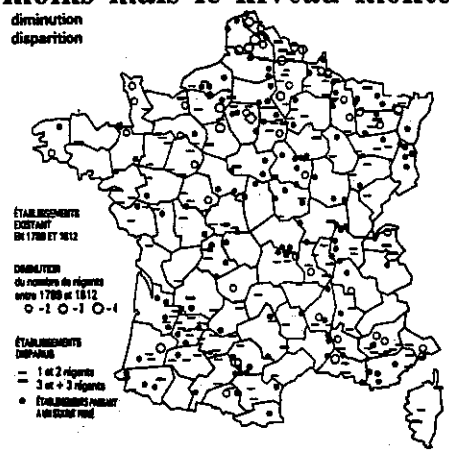
Les écoles centrales – qui dérivent directement du projet d'instituts présenté par Condorcet à l'Assemblée législative les 20 et 21 avril 1792 – ont été instituées par la Convention le 25 octobre 1795. A raison d'un établissement pour trois cent mille habitants, la loi leur donnait un rôle : remplacer les collèges d'Ancien Régime supprimés. Surtout, la République tenait à y promouvoir un nouvel enseignement. Les écoles centrales font ainsi une part essentielle aux sciences exactes et symbolisent, dans leur ambition même, l'éclatement du consensus qui, de la Renaissance aux années 1750, avait régné autour d'une éducation tout imprégnée de classicisme.

La novation consiste aussi dans la distribution géographique des établissements du fait de la disparition quasi totale des anciens collèges, une carte scolaire volontaire, fondée sur le principe d'égalité des citoyens, à raison d'une école centrale par département, généralement sise au chef-lieu.

Constatons seulement que par la réduction brutale de l'offre scolaire publique qu'elles représentent – le nombre des élèves est divisé par quatre, passant de cinquante mille dans les collèges en 1789 à douze mille ou quatorze mille dans les écoles centrales, dix ans plus tard (an VII-1799) – et par leur niveau d'enseignement plus élevé, qui crée un hiatus par rapport à celui des écoles primaires, les écoles centrales ont laissé le champ libre à l'initiative privée qui s'est engouffrée dans cette brèche majeure du dispositif scolaire établi par la loi du 3 brumaire an IV (25 octobre 1795).

Dominique JULIA.

Documents extraits de l'*Atlas de la Révolution française*, fasc. 2 (D. Julia, H. Bertrand, S. Bonin, A. Laclau), 1987, EHESS



La carte scolaire (1789-1812) : évolutions négatives

Trois phénomènes se dégagent de l'analyse des évolutions négatives repérées entre 1789 et 1812. Tout d'abord, s'il y a eu dans le Nord des disparitions de collèges, ce sont surtout les régents qui ont souffert, les établissements scolaires étant ramenés à des dimensions beaucoup plus modestes. En second lieu, dans les provinces où existait en 1789 une hiérarchie entre gros et petits collèges ou régences latines, ces derniers ont purement et simplement disparu. Trois régions sont symptomatiques à cet égard : les pays de la Garonne, la Provence et le Lyonnais. Dans certains cas – et c'est le troisième phénomène, – la perte a pu être partiellement compensée par l'ouverture sur le même site d'un établissement privé : institution ou pension.

Dans les grandes villes, les pensions gravitent autour du lycée, dans les bourgs ruraux, elles forment un réseau intermédiaire entre les écoles primaires et les établissements secondaires. Ce passage du public au privé vaut pour des régions déjà fortement affectées par les disparitions (Aquitaine, Provence), mais est en fait assez général.

(*) Dans nombre de régions la carte scolaire se restitue au contraire peu à peu : l'ampleur des similitudes qui s'établissent entre la fin de l'Ancien Régime et l'Empire est d'ailleurs frappante. Globalement, la trame du réseau secondaire s'est reconstituée presque à l'identique. Quelques gains importants sont même intervenus dans des régions qui étaient particulièrement sous-équipées : le Morbihan, par exemple, et la Bretagne en général, ainsi que le Centre-Ouest et le Massif central.

voquais d'entrée, on peut estimer que les professeurs actuels sont en état d'échec quant à la cohérence des réponses qu'ils essaient d'apporter.

● Le point 3 (production de nouvelles mathématiques) par exemple, auquel ils savent bien répondre qualitativement, débouche sur un échec au plan quantitatif.

En effet : les objectifs de l'enseignement des maths —ceux qui sont retenus par la communauté des mathématiciens— restent souvent trop internes aux mathématiques. L'enseignement a été longtemps et reste encore souvent conçu comme s'il s'agissait de former uniquement des mathématiciens et des utilisateurs performants des mathématiques, avec toutes les séquelles que l'on sait et qui sont :

— une sélection sévère à tous les niveaux,
— un rejet progressif de cette discipline par nombre d'élèves ou d'étudiants, ce qui entre manifestement en contradiction avec le point 2 relatif à l'accroissement de la demande de la société —mais aussi avec le projet éducatif. A tel point que certains nient à notre discipline toute valeur culturelle, ce qui relève soit d'une basse vengeance ou de l'ignorance feinte. Mais il est vrai aussi que les exigences excessives de technicité froide et la sélection qui peut s'ensuivre ne sont pas étrangères au divorce entre la grosse majorité de la population et notre discipline, malgré diverses tentatives (Rallye mathématique du Centre, l'Exposition «Horizons Mathématiques») de réconciliation, dont l'impact est malheureusement trop limité !

● Le point 1, relatif à la poussée démographique, pose des problèmes pédagogiques et didactiques délicats. Les professeurs apportent, avec tout leur cœur, des solutions qui ne peuvent être que des solutions sans cesse provisoires et précaires, compte tenu de l'incroyable complexité du système-classe qu'ils ont à gérer, soumis à des déterminants psychologiques, physiologiques, et sociaux inextricables. Cependant certaines tendances s'ébauchent empiriquement, esquissant des transformations profondes de la pédagogie : c'est ainsi que peu à peu le modèle dogmatique d'exposition, en rapport avec l'idée de «transmission des connaissances» s'estompe au profit de méthodes plus actives, plus impliquantes pour les élèves. La contrepartie est alors d'arriver à une clarification et une explication nécessaires —pour tous les protagonistes— des objectifs poursuivis.

Le professeur devient plutôt un «pourvoyeur» de situations, un facilitateur d'émergence des intuitions, et peu à peu fait réintégrer les mathématiques dans le champ de la culture. Mais cette voie ne pourra être entretenue sans le secours des recherches en épistémologie et la mise à disposition des professeurs par les didacticiens, d'études et de produits d'application dont le volume est encore bien maigre actuellement.

● Le point 4, quant à lui, est susceptible d'apporter les bouleversements les plus importants dans la pratique pédagogique. Les questions qui y touchent n'en sont qu'à leurs balbutiements. Nous devons bien nous rendre compte que nos conceptions actuelles relativement à la formation mathématique reposent sur le fait que pour résoudre les problèmes qui se posent à lui l'élève ne dispose pour toute ressource que de son cerveau, d'un papier, d'un crayon, éventuellement de livres. Or de nouveaux outils, déjà prêts ou en voie de l'être, seront disponibles. Les calculatrices électroniques ont par exemple déjà effectué une percée fort importante permettant des investigations plus larges au sujet de certaines questions numériques, mais sans changer fondamentalement les objectifs ni les méthodes.

Par contre l'ordinateur, aux multiples fonctions, pouvant être à la fois l'auxiliaire pédagogique, mais aussi l'outil pour résoudre des problèmes grâce aux logiciels spécialisés et très performants qu'il permet d'utiliser, ou encore l'instrument d'accès à une véritable bibliothèque (CD-ROM), peut changer à court terme nombre de nos objectifs spécifiques de formation. Les notions de preuve, de démonstration trouvent de nouvelles acceptions dans ce cadre. Les concepts de l'intelligence artificielle ne peuvent-ils pas, par ailleurs, servir d'aide à la formation du raisonnement ? On peut s'attendre à très court terme à ce qu'un enseignement spécifiquement conçu pour aller dans ces directions se généralise.

D'ailleurs, dans nombre de classes, les ressources des équipements individuels des élèves ou de leurs familles permettent d'ouvrir des voies nouvelles. Il n'est pas rare de voir revenir, en réponse à des travaux demandés, des réalisations personnelles mettant en jeu ces outils avec une technicité qui dépasse parfois les compétences du professeur lui-même.

Ces quelques évocations mettent en évidence la multiplicité des savoirs, des savoir-faire et des techniques qui devront être maîtrisés par le professeur de mathématiques dans un avenir très proche.

Je relèverai plus particulièrement les aspects généraux suivant qui me semblent devoir s'imposer à court terme comme objectifs de formation au Professeur de Mathématiques :

— Être capable d'insuffler des dynamiques d'apprentissage, qu'elles concernent des individus ou des groupes, et ceci, avec des perspectives non ségrégatives.

— Maîtriser les concepts fondamentaux des mathématiques dans leurs perspectives historiques et épistémologiques plus que par leurs aspects techniques, afin de les réintégrer comme composante essentielle de la culture du XXIe siècle.
— Évoluer dans la maîtrise indispensable des outils de communication et de traitement mathématique et s'adapter rapidement à ces nouveaux outils.

Aussi, afin de préparer cet avenir proche, l'institution serait bien avisée de mettre en place rapidement des cursus permettant de viser de tels objectifs de formation initiale, sous peine d'être condamnée à redoubler l'intensité et le volume d'actions ultérieures de formation continue.

■

LES FICHES DU PLOT

FICHES POUR LA CLASSE

Cette fiche fait suite à l'article de Métrégiste-Fages -Plot 46- à propos des transformations».

Symétrie centrale

Encore un moyen de faire une révolution !

Le problème abordé

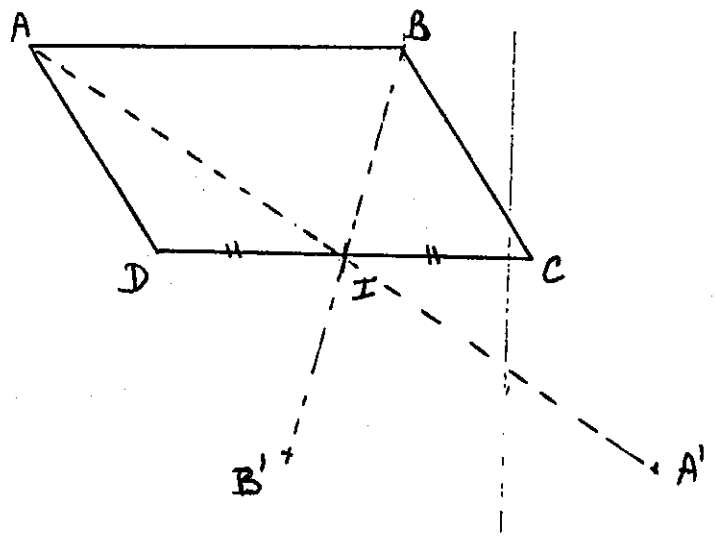
Soit *ABCD* un parallélogramme, et soit *I* le milieu de $[D,C]$.
Dans la symétrie S de centre *I*, $S(A) = A'$ et $S(B) = B'$.

a) Montrer que le quadrilatère *DCA'B'* est un parallélogramme.

b) Montrer que le quadrilatère *ACA'D* est un parallélogramme.

c) Montrer que le quadrilatère *DBCB'* est un parallélogramme.

La configuration



Propriétés à démontrer

DCA'B'
ACA'D
DBCB'
} sont des parallélogrammes

POINTS DE MÉTHODE ET DIRECTION DE RECHERCHE

- Propriétés élémentaires de la symétrie centrale, parallélisme d'une droite et de son image.
- Propriétés du parallélogramme reliées à celles de la symétrie centrale.

à suivre...

LA MÉDIATRICE, OUTIL DE LA RÉVOLUTION

Le découpage de la France en départements est un produit de la Révolution : adieu Comté, Duché et Marquisat !... une page d'histoire est tournée.
L'activité ci-dessous, extraite du Rallye Mathématique de l'Académie d'Orléans-Tours illustre l'ancien principe : *«De l'avantage de la médiatrice pour tourner la page !»*

****

RÉAMÉNAGEZ VOTRE RÉGION

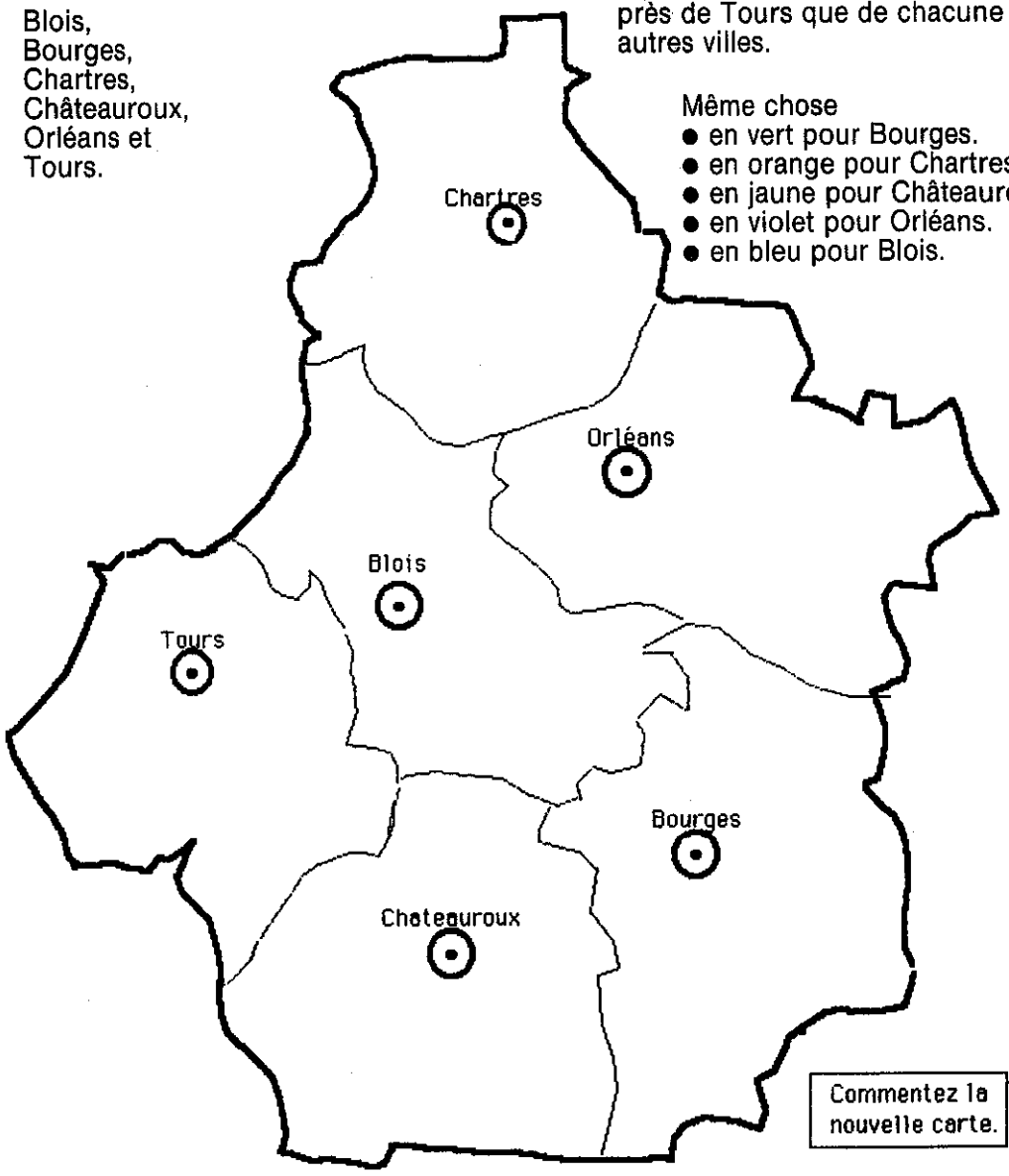
Rallye du Centre 88

Sur cette carte de la Région Centre sont placés les six chefs-lieux :

Blois,
Bourges,
Chartres,
Châteauroux,
Orléans et
Tours.

Coloriez en rouge la partie de la feuille représentant les lieux de la région, plus près de Tours que de chacune des cinq autres villes.

Même chose
- en vert pour Bourges.
- en orange pour Chartres.
- en jaune pour Châteauroux.
- en violet pour Orléans.
- en bleu pour Blois.



Commentez la nouvelle carte.

MÉDIATRICE

entre A et B

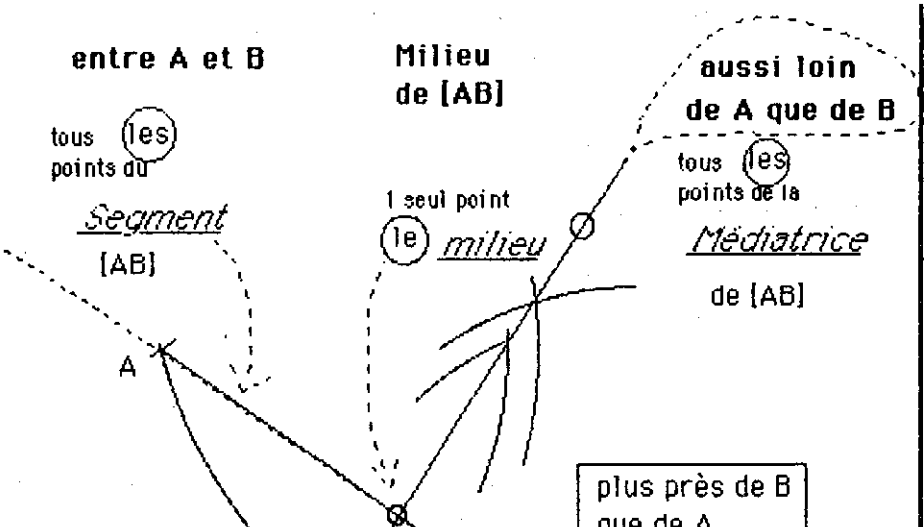
tous les points du *Segment* [AB]

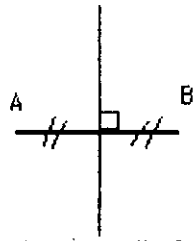
Milieu de [AB]

1 seul point le *milieu*

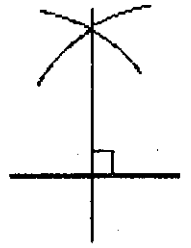
aussi loin de A que de B

tous les points de la *Médiatrice* de [AB]

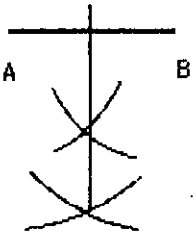




La perpendiculaire passant par le milieu

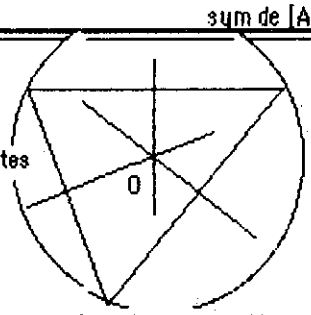


La perpendiculaire passant par un point équidistant des extrémités



La droite passant par deux points quelconques équidistants de A et de B

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point aussi loin des trois sommets qui est donc



le centre du cercle circonscrit

O est { intérieur pour trois angles aigus / extérieur pour un angle obtus / sur un coté pour tout triangle rectangle

Si M est sur [AB] Alors AM + MB = AB

et réciproquement

Si MA + MB = AB Alors M est sur [AB]

$\overrightarrow{AM} = k\ \overrightarrow{AB}$ avec $0 \leq k \leq 1$

voir inégalité triangulaire

M est le milieu de [AB]

peut s'écrire

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

ou $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$

ou $\overrightarrow{AM} = 1/2\ \overrightarrow{AB}$

k= 0,5

M est sur la droite (AB)

(ET) signifie que la médiatrice coupe le segment en son milieu

Tout point M de la médiatrice de [AB] vérifie MA = MB

et, (réciproquement)

si MA = MB alors, M est sur la médiatrice de [AB]

à suivre...

LE DERNIER THÉORÈME DE FERMAT

Raymond LEBOIS - Compiègne

Une piste d'étude du «dernier théorème» de Fermat proposée par un lecteur du journal qui répond ainsi ouvertement à notre demande d'articles.

Un rappel avant d'entamer cette lecture : Fermat, vers 1637, énonce la conjecture connue sous le nom de «dernier théorème» : l'équation diophantienne
$x^n + y^n = z^n$ n'a pas de solutions entières pour $n \geqslant 3$.

Depuis, cette conjecture n'a pas encore été démontrée. On sait pourtant maintenant, grâce à Gert Faltings (1983) que, s'il y a des solutions, il n'y a qu'un nombre fini de solutions, premières entre elles.

Les noyaux générateurs

On sait que les suites de puissances entières d'exposant n sont des progressions de degré n, dérivant d'un **noyau générateur** constitué par des nombres entiers disposés de façon symétrique. Exemples :

Puissance 2 :

Noyau générateur →	1	1							
/ 0	1	2	2	2	2	2	2	2	.....
degrés → 1	1	3	5	7	9	11	13	15	.....
\ 2	1	4	9	16	25	36	49	64	.....

Puissance 3 :

Noyau générateur →	1	4	1						
0	1	5	6	6	6	6	6	6	.....
degrés 1	1	6	12	18	24	30	36	42	.....
2	1	7	19	37	61	91	127	169	.....
3	1	8	27	64	125	216	343	512	.....

Pour les puissances suivantes, voici les noyaux générateurs :

Puissances	Noyaux - Générateurs						
4	1,	11,	11,	1,			
5	1,	26,	66,	26,	1,		
6	1,	57,	302,	302,	57,	1,	
7	1,	120,	1191,	2416,	1191,	120,	1,
							etc.

Dans chaque cas, le total des éléments du noyau générateur est égal à n !. Il existe une formule déterminant chaque élément du noyau générateur. noté r_i, de rang i, en fonction de la puissance n.
La voici :

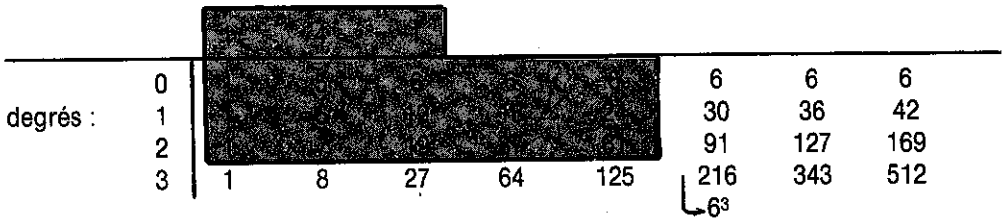
$$r_i = i^n - \frac{1}{n!}\left[r_1\frac{(n+i-1)!}{(i-1)!} + r_2\frac{(n+i-2)!}{(i-2)!} + r_3\frac{(n+i-3)!}{(i-3)!}\ldots\ldots\right.$$

$$\left.\ldots\ldots + r_{(i-1)}\frac{(n+1)!}{1}\right]$$

Cette formule comporte dans la parenthèse le nombre fini (i-1) d'éléments. Il s'ensuit que le premier élément du noyau générateur, pour lequel il n'y a pas de parenthèse possible, donc pas de terme soustractif, est toujours égal à 1. Par conséquent, de proche en proche, on peut trouver tous les autres éléments.

Nous appelerons **troncature** x^n la partie initiale de l'algorithme déterminant x^n.

Exemple : pour la puissance 3, la partie hachurée est la troncature 6^3.



La somme des éléments de cette troncature est égale à 6^3.

Et la conjecture de Fermat ?

En quoi les algorithmes ci-dessus peuvent-ils être utiles pour l'étude de la conjecture de Fermat ? Fermat recherche une équation homogène vérifiée, en nombres entiers, d'un degré quelconque, 3 par exemple :

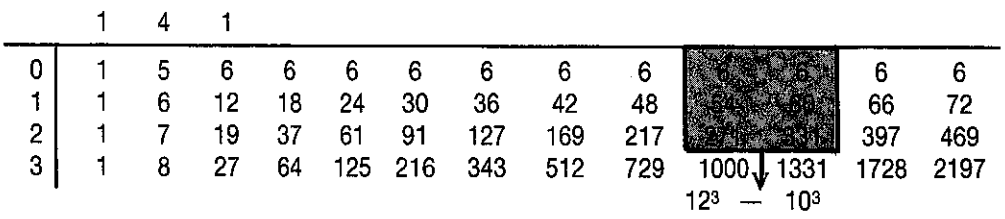
$$x^3 + y^3 = z^3 \quad (1)$$

qu'on peut écrire :

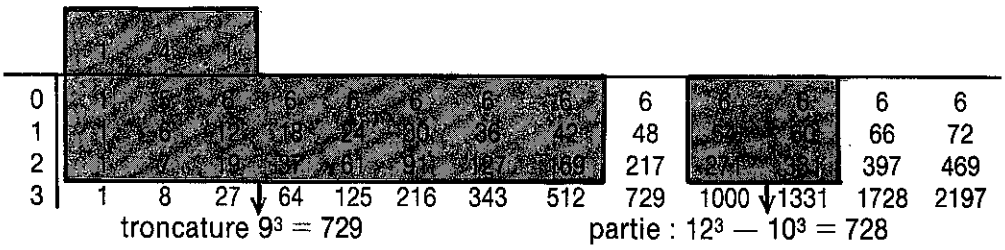
$$x^3 = z^3 - y^3 \quad (2)$$

Arbitrairement, choisissons : x = 9 et y = 10

L'inconnue z est souhaitée égale à n'importe quel nombre entier supérieur à 10, par exemple 12. Mettons en relations les troncatures 9^3, 10^3 et 12^3. Si nous retranchons y^3 de z^3, il reste la partie hachurée ci-dessous :



La somme des éléments de la partie hachurée doit être égale à x^3, d'après l'équation (2). Ce qui donne l'algorithme suivant :



La conjecture de Fermat affirme l'impossibilité de trouver des solutions à l'équation (2). Par conséquent, une troncature «ab initio» d'un algorithme quelconque x^n ne peut jamais avoir une valeur numérique égale à celle d'une partie subséquente de cet algorithme.
La solution consisterait donc à rechercher la valeur de cette partie subséquente en fonction des éléments qui la composent. Malheureusement, si l'on fait les calculs, on tombe immédiatement sur une tautologie. Et pour les degrés supérieurs à 5, les calculs deviennent effroyablement compliqués. Par conséquent, cela ne fait rien progresser. Toutefois, un chercheur astucieux pourrait peut-être trouver un détail qui amènerait la solution. Par exemple, en recherchant sur un algorithme de noyau générateur quelconque les conditions nécessaires et suffisantes (si elles existent) pour qu'une troncature puisse être numériquement égale à une partie subséquente de l'algorithme. Ainsi, construisons un algorithme linéairement additif, comme les précédents, dérivant d'un noyau générateur égal à la n^{eme} ligne du triangle de Pascal. On constate qu'il existe toujours, au degré n de cet algorithme, des troncatures dont la valeur numérique est égale à celle d'une partie subséquente. Il y a là une condition suffisante. Mais ce n'est qu'un cas particulier. En effet, il existe une infinité d'algorithmes à troncature égalisable à une de leurs parties. Ces algorithmes expriment toujours, pour une variable x parcourant N, des valeurs d'un polynôme donné en x. Il semble donc que la seule condition nécessaire apparente, générale à tous les algorithmes linéairement additifs comme ci-dessus, pour qu'une troncature soit égalisable à une partie, c'est que les noyaux générateurs ne soient pas ceux d'une suite de monômes, suite discrète x^n, $x \in N$. Cette condition négative, comme toute condition négative en général, ne fait pas avancer le problème. Il doit y avoir autre chose.
En définitive, outre la voie étroite de recherche évoquée ci-dessus, le principal mérite de cette ouverture vers la conjecture de Fermat, c'est d'en visualiser la signification. Or, certains ne comprennent bien que ce qu'ils voient. Il existe encore une autre façon de visualiser la conjecture de Fermat, qui s'obtient par de beaux développements géométriques dans le plan. ■

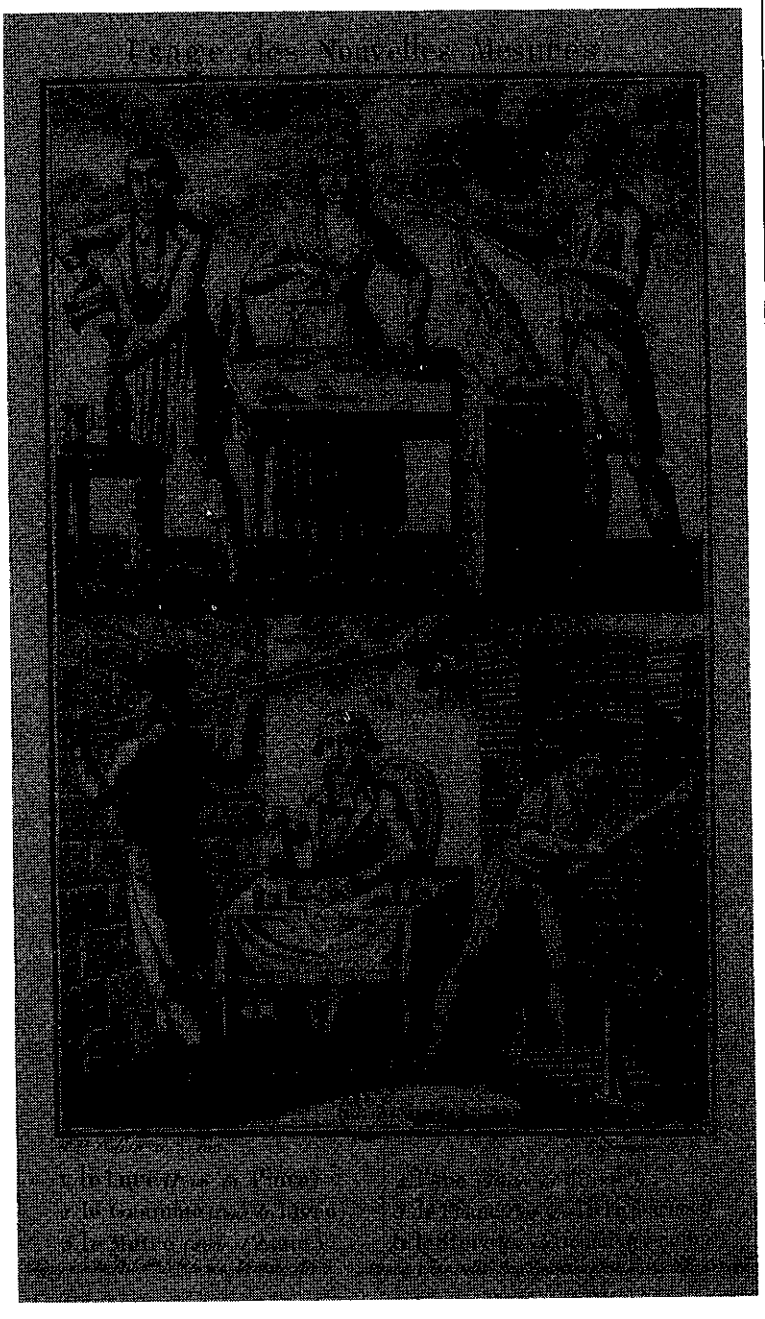
UN PAE COLLÈGE

SYSTÈME MÉTRIQUE ET RÉVOLUTION

Collège Robespierre
St-ÉTienne du Rouvray

P.A.E. lié au Bicentenaire de la Révolution

en 1987-1988 :
— le Jeu de Paume, la Soule, les Jeux Prérévolutionnaire.
— L'introduction du système métrique dans la région rouennaise sous la Révolution Française.



en 1988-1989 :
— l'arbre de la Liberté : la révolution française au travers des archives - spectacle «la mort de Danton» de Büchner.

L'introduction du Système Métrique dans la Région Rouennaise sous la Révolution Française.
Ce P.A.E. se propose d'observer comment se construisent des unités communes entre les États, entre les Peuples — construire l'Europe en 1992, c'est parvenir à introduire des unités communes de références et en particulier l'Écu.
Si le principe est accepté au niveau légal, il n'en reste pas moins que les difficultés persistent parfois longtemps pour l'application :
en effet lorsqu'on observe les difficultés que représente l'introduction du système métrique en Angleterre, l'implantation d'un nouveau franc en France, on peut s'interroger sur le devenir de la construction de l'Europe, dans la réalité, dans les mentalités...
Unifier la France au travers du Système Métrique témoigne de ces grandes difficultés.
L'objectif de ce projet d'action éducative est de montrer les résistances à cette évolution malgré la nécessité ressentie de l'unicité d'un message.

Constats et objectifs

A travers ce thème les enseignants d'histoire, de physique et de mathématiques pensent pouvoir trouver une réponse aux difficultés rencontrées par les élèves :

1. En mathématique :
pour la compréhension de :
- l'introduction du calcul littéral
- la notion de variable
- la notion d'invariant
- la distinction entre mesure et repérage.

Convaincre les élèves de l'importance de l'unicité d'un message.
Montrer les différents systèmes de numération et la nécessité d'un alphabet univoque dans les messages chiffrés particulièrement. Au niveau de la formation des

élèves, mettre en œuvre leurs capacités d'initiatives particulièrement pour aller rechercher eux-mêmes des informations.

2. en physique :
— les élèves de 6e abordent les notions de volume et de masse ainsi que les unités du système international définies pour chacune de ces grandeurs.
— ils rencontrent beaucoup de difficultés avec les problèmes de conversions trouvant ces derniers ardus et inutiles.
— ils conçoivent mal la nécessité d'un système international d'unités.

3. en histoire :
— pour résoudre les problèmes d'hétérogénéité des niveaux des élèves et permettre à tous ceux qui le souhaitent une analyse approfondie des textes et documents d'archives afin de dégager les objectifs politiques et religieux des révolutionnaires et de saisir la résistance à l'unification du pays.
Les élèves d'origine étrangère qui ont participé aux premières réunions pour la définition du PAE ont demandé que leur culture soit prise en compte et ont créé un club qui s'intéressera aux calendriers.

Réalisations

● Avec des élèves de 6e, un grand nombre en difficulté,

1. Pour montrer l'importance de l'unicité d'un message.
— activités de codage et décodage au travers de messages secrets et de calculs numériques.
— invention de jeux dans le collège avec concours : des messages à décoder, des calculs à réaliser. Le concours est organisé par le Foyer Coopératif et le C.D.I.
Création d'un fichier de jeux, qui sera mis à la disposition des élèves du CDI et adressé aux correspondants sénégalais, russes et anglais.

2. Pour montrer la nécessité d'un code univoque et de l'écriture des nombres.
Les numérations dans l'histoire de l'humanité : égyptienne, chaldéenne...
Les bases de numérations :
Le codage binaire et ses applications (liaison avec l'informatique)
Le codage séxagésimal et l'insuffisance des symboles, des chiffres.
Le rôle de la virgule.
La lecture des nombres et les ambiguités sous-jacentes.
Les écritures exponentielles et fractionnaires des nombres.

3. Pour montrer l'intérêt de l'adoption du système français dit système métrique :
On fera ressortir que la supériorité du système ne vient pas de l'étalon mais de la conformité de ses divisions avec le système numérique décimal, ce qui simplifiait extrêmement les calculs.

4. en initiation aux techniques documentaires.
Pour permettre l'autonomie des élèves, en rendant ces derniers capables de se repérer dans une bibliothèque :
— 5 séances d'apprentissage d'un code : la C.D.U. (classification décimale universelle) pour arriver à l'utilisation des fichiers et permettre une recherche au CDI ou à la Bibliothèque municipale.
— parmi les projets de recherche proposés figuraient : l'écriture, le braille, etc.
— les élèves étaient enregistrés 2 minutes devant une caméra vidéo pour un exposé oral.

● **Avec les élèves de 4e en sciences physiques et en histoire.**

1. Productions imaginées à partir du document de Yannick Marec et du groupe d'épistémologie de l'IREM de Rouen - ainsi que l'utilisation des archives signalées.
— recherche des différentes mesures (longueur, masse et capacité) utilisées avant l'introduction du système métrique.
— réalisation en polystyrène de mesures de capacité ou de longueur anté-révolutionnaires par les élèves (nécessitant donc des conversions !)
— Mise en scène d'échanges économiques : le boisseau à Rouen avait 7 valeurs différentes.
— Constitution de cartes montrant les valeurs des différentes unités de même nom.

● Résistances :
— Survivances des anciennes unités de mesure au XX[e] siècle : enquête auprès des personnes âgées, des notaires, des gens de la campagne.
— Jeux de langage : le 1/4 de beurre qui est la moitié de la 1/2 livre...
— Étude des mesures utilisées actuellement dans la marine alors que les marins ont été les premiers formés au système métrique pour répondre la civilisation dans les colonies.
— Études des livres scolaires anglais et de la presse anglaise concernant l'adoption du système métrique (réalisée avec les professeurs d'anglais).

3. Pour montrer l'intérêt d'un système international d'unités.
— Représentation des puissances de 10.
Les élèves vont découvrir le système international d'unités en visitant le laboratoire de Métrologie de St-Étienne-du-Rouvray.

4. En initiation aux techniques documentaires.
Pour faire prendre conscience aux élèves que la recherche historique peut se faire dès le collège à partir de documents authentiques :
— entrainement en classe à l'aide de facsimilés du XVIII[e] siècle provenant de la valise pédagogique des Archives départementales et de prêts d'ouvrages du CRDP. Les textes portent sur les cahiers de doléances de la noblesse et du clergé de Rouen, du Tiers-État des bailliages de Mont-Saint-Aignan et de Rouen. Les élèves travaillent en groupe, seuls, ou sous la conduite alternée du professeur d'histoire et de la documentaliste. Ces travaux donnent lieu à des panneaux d'exposition.

— Travail sur des documents authentiques :
Dépouillement à la bibliothèque municipale des registres paroissiaux de la ville de St-Étienne-du-Rouvray (tâche partagée avec un autre collège de la ville) avec des élèves de la 6[e] à la 3[e], volontaires, accompagnés. Un adulte pour 2 enfants.
Recherche aux Archives départementales de la Seine-Maritime : petits groupes d'élèves volontaires de 4[e], 3[e] et parents désireux de découvrir les Archives.
Visite guidée des Archives, avec les classes, suivie de séances de recherches : la documentaliste, à partir du document IREM de Rouen a relevé la cote de liasses susceptibles de contenir des documents sur l'introduction du système métrique à Rouen. Les élèves cherchent les documents, dont certains sont déjà photocopiés en réduction dans le document IREM. La difficulté pour les élèves est de s'habituer aux différentes écritures des gens du XVIII[e] siècle.
Les documents originaux sont photocopiés grandeur nature, et font l'objet de panneaux d'exposition mis en forme au CDI. La collaboration, pour l'illustration, d'autres élèves, est spontanée.
L'utilisation de l'encyclopédie du centenaire de la Révolution et des tables de Périaux permet de «traduire» des textes de recettes de cuisine et de fabrication d'un mur en maçonnerie datant de 1774. Les résultats obtenus sont utilisés par le professeur de physique.

● **L'atelier «calendrier»** devrait conduire à réfléchir sur le concept de temps avec les tentatives de modélisation, de «mesure», de «repérage», au travers de l'histoire d'un échec : l'échec du «Calendrier Républicain».
Diverses approches peuvent être tentées :
— à partir du Calendrier Républicain, recherche et analyse de divers calendriers au cours des âges et dans diverses civilisations.
— constructions éventuelles d'abaques ou dispositifs permettant les «transferts» ou «conversions».
— comment imaginer des «calendriers perpétuels».
— comment ces calendriers sont liés aux connaissances de l'époque.

Enfin la question : pourquoi l'époque contemporaine a-t-elle abandonné les phénomènes astronomiques que l'on croyait périodiques, c'est-à-dire des unités de temps à échelle «macroscopiques» pour utiliser les unités de temps à échele «microscopique».
Cet atelier devrait aboutir à un constat de la relativité de nos connaissances sur le concept de temps.

Quelques activités en mathématiques

CONDITIONS MATÉRIELLES

Elles ont été réalisées sur une heure de vie scolaire avec une classe de 6[e] comprenant 26 élèves dont une grande partie en difficulté.
Participation d'un professeur de l'établissement, de la documentaliste, de la Principale et d'un professeur d'un autre établissement.
Nous avons privilégié l'autonomie, le jeu, l'imagination, l'enseignement mutuel pour améliorer les relations au sein de la classe.

1. Décodages, encodages.
matériel utilisé : Autocréation, fascicules élèves IREM de Rouen 79-80.
méthodes : recherches individuelles, liberté de choix du message à décoder.
prolongements : recherches personnelles

des élèves, activités de création, concours envisagé.

2. Systèmes de numération.
matériel : un dossier est constitué par l'enseignant pour un système de numération donné à partir de documents les plus divers possibles simples ou complexes (chinois, égyptien, maya, babylonien, grec, inca...).
travail par groupe : étude du dossier, chacun à son niveau.
production : synthèse et panneaux d'exposition réalisés par des volontaires.
prolongements : recherche à la bibliothèque municipale.

3. Techniques opératoires.
— multiplication arabe
● **activité de départ :** recherche du produit de 2 nombres de 3 chiffres en commençant par les centaines.
● **matériel :** abaque de grand format et reproduction d'abaques sur feuille polycopiée.
● **méthode :** technique expliquée succintement par la documentaliste. Les enfants s'entraînent et sont testés, par jeu, lorsqu'ils pensent pouvoir réaliser l'opération (il y a des bonbons ou sucettes à gagner).

— le boulier chinois
● présentation et connaissance du matériel.
● **méthode :** explication rapide d'une technique d'addition.

Des fiches explicatives avec dossiers et textes sont remises aux élèves qui travaillent en groupes.

Utilisation de la calculette pour vérifier les résultats ou calcul à la main.
Les élèves s'évaluent l'un, l'autre : d'abord l'exactitude du calcul puis sa rapidité d'exécution.
prolongements : Étude possible de la soustraction pour les volontaires.

4. Les bases de numération :
matériel : constitution de compteurs à l'aide de bandes de papier.
● Étude de la base 3 par manipulation des compteurs.
● **Prolongements**
Les élèves prolongent l'activité dans la base de leur choix.
Calcul binaire en liaison avec l'informatique et le professeur de technologie.

Toutes ces activités se sont déroulées à partir du mois de mars de l'année scolaire. Nous continuons en 88-89 par l'étude des fractions égyptiennes et les mesures anciennes puis la jonction sera faite avec les autres équipes (histoire, physique) pour nous conduire au système métrique de la période révolutionnaire.

ANALYSE CRITIQUE

Réalisations assez satisfaisantes dans l'ensemble.
La mise en situation de recherche pour toute l'équipe, enseignants et élèves, a été très stimulante pour les enfants.
● Des difficultés sont apparues pour l'étude des systèmes de numération. Les documents présentés contenaient trop de textes pour des élèves en difficulté et les systèmes de numération de base autre que 10 ont été mal compris.
● Le travail n'était pas réalisable par un seul professeur, avec la classe entière, tout au moins au début. L'équipe était indispensable pour lancer les élèves dans toutes ces activités.

DOCUMENTATION

● IREM de Rouen : parution du groupe histoire et épistémologie des Mathématiques Juin 1979.
● IREM de Rouen : fascicules élèves autocréation 1979-1980.
● Histoire des Mathématiques pour les Collèges pour les lycées : Éditions Cédic.
● Les chiffres en l'histoire d'une grande invention Georges IFRAH. Robert Laffont.
● Histoire des Mathématiques Tomes 1 et 2 JP Collette-Vuibert.
● Histoires de comptes, collection fenêtre ouverte sur les Sciences. Epigones.
● Histoire de nos écritures par Louis Chabot. Collection en Savoir plus Hachette.
● La révolution des Savants par Denis Guedj.
Collection Découvertes Gallimard Sciences.
● Le boulier chinois par J.P. Bouyou Moreno. Les quatre opérations.
● Bulletins de la bibliothèque du travail.
BP compter autrefois, aujourd'hui n° 956 octobre 1984.
BT les anciennes mesures.
BT Lavoisier n° 195 mars 1987.

● Textes et documents pour la classe : Mesurer, avril 1986.
● La révolution française par André Bendjebbar Hachette 1988.
● Tableaux comparatifs des mesures républicaines avec les anciennes par Periaux. Archives départementales BHM 726/17.
● Encyclopédies et manuels scolaire divers en mathématiques, histoire, physique.

■

Partenaires :
IREM de Rouen
Archives Départementales
Laboratoire de Métrologie
Club philatélique
Bibliothèque Municipale.

Intervenants :
Christiane Duval,
Professeur de mathématiques.
Hélène Verkerck,
Professeur de mathématiques.
Anne Chrétien, Professeur d'histoire.
Lucien Osouf,
Professeur de Sciences physiques.
Marie-Josée Maheu,
Professeur de Sciences physiques.
Chantal Jouvet, Professeur d'anglais.
Chantal Cardon,
Professeur de technologie.
Françoise Pieplu, Documentaliste.
Françoise Pasquis-Dumont, Principale.
Marcel Dumont, intervenant extérieur.

PAE : COLLÈGE EN ANJOU

LA RÉVOLUTION REVUE ET CORRIGÉE PAR LES ÉLÈVES

Collège Jean Zay - Montreuil-Juigné

Envoi de montgolfières, arbre de la liberté, reconstitution du défilé des États Généraux et inauguration de l'Opéra-Bastille, l'année 1989 prévoit de fêter le bicentenaire de la Révolution française avec fastes et brio. Mais que signifie le mot «révolution» pour tous nos citoyens en herbe ?

Question qui a fait l'objet d'un débat au sein de trois écoles angevines, le lycée Ampère, le collège Montaigne et le collège Jean Zay de Montreuil-Juigné tant et si bien que les enseignants se sont mis au coude à coude pour développer un P.A.E. (Projet d'Action Éducative) sur l'époque 1789.

Quatre sections participent donc au projet pour les collèges : les classes de 4e, 3e et C.C.P.N. Ces travaux sont intégrés au cours d'instruction civique. Pour la classe de seconde, les recherches se font en dehors du temps scolaire.

Au départ, les élèves ont proposé de faire une étude sur les prisons de la ville. Jacques Hibian, professeur angevin avait recherché au préalable tous les renseignements au Centre d'Archives Départementales. Mais les documents se font rares et restent pour le moins inexploitables : orthographe différente, lettres déformées. Un travail extrêmement complexe pour tout novice.

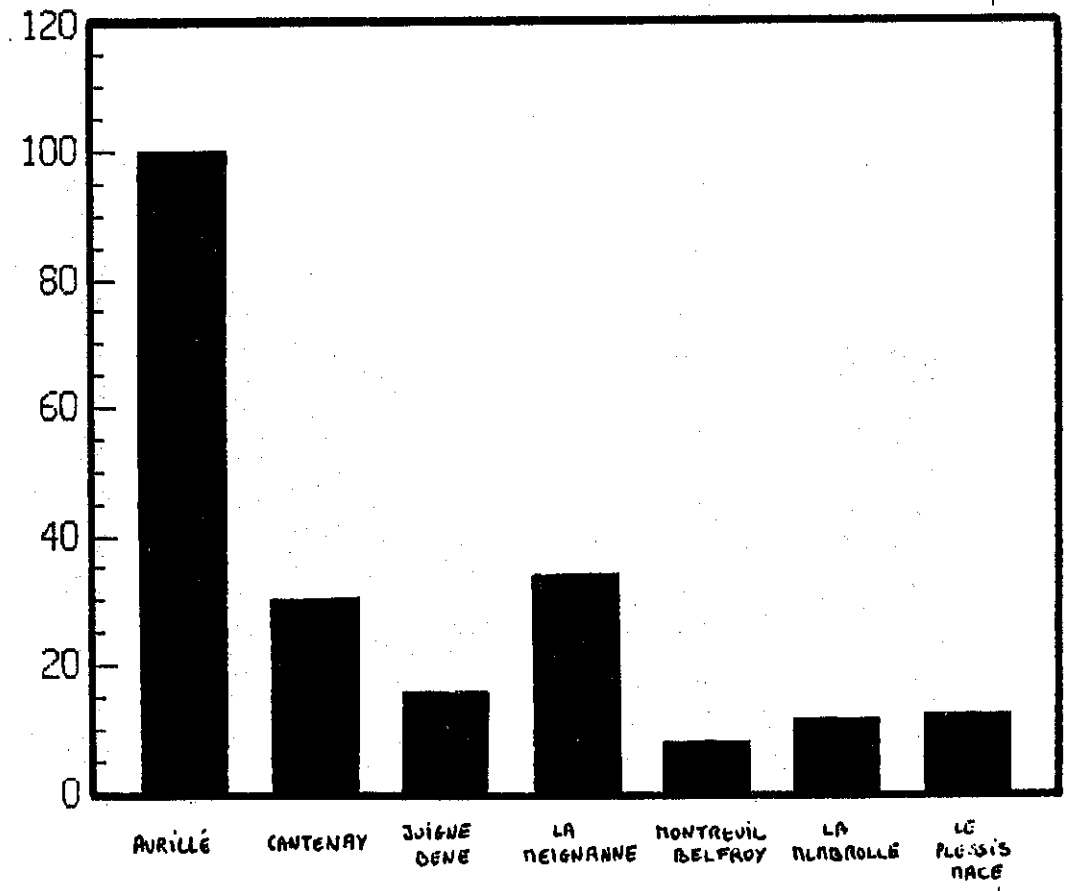
Aussi quelques élèves décident-ils de s'orienter vers un autre domaine : l'étude d'archives communales de cinq paroisses voisines d'Angers : Avrillé, Cantenay-Épinard, Juigné-Bene, la Meignanne et Montreuil-Belfroi. Cinq études à la clef : l'impôt foncier et mobilier en 1792, étude démographique, recherche des noms et prénoms, la division agricole et administrative des terres et l'évolution des mariages.
Le butin varie il est vrai d'une commune à l'autre mais il permet aux enfants de trouver les informations nécessaires pour constituer une étude comparative. Ce faisant, le travail s'organise : les élèves issus de ces communes vont à la mairie : un groupe lit le texte, un second le retranscrit et enfin un troisième élabore des graphismes. Pour la recherche démographique, les données sont informatisées ce qui permet par là-même d'initier les enfants à l'informatique. Une fois recueillis et organisés ces résultats feront l'objet d'une exposition.

Qui plus est, ces études donneront des informations suffisantes pour réaliser une pièce de théâtre sur la vie d'une famille en 1789 à Montreuil. Une fiction où se mêle judicieusement la réalité quotidienne des villageois.

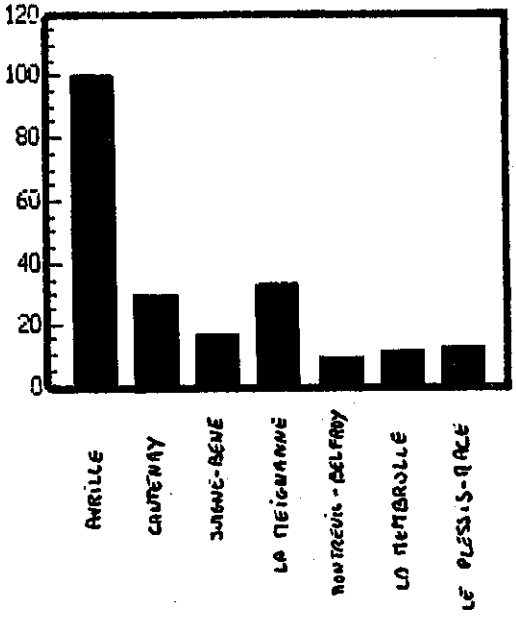
Et enfin, un voyage est prévu à Paris au mois de juillet pour refaire à la manière des sans-culottes le trajet révolutionnaire.
Ce P.A.E. a permis aux enfants «de se familiariser avec des textes difficiles et de comprendre plus concrètement l'histoire de la révolution française» selon Bernard Gontan, enseignant au Lycée Ampère.
En définitif une leçon de chose bien retenue est une façon de permettre aux enfants de retrouver les racines de leur commune. C.Q.F.D.

Anne BARIET

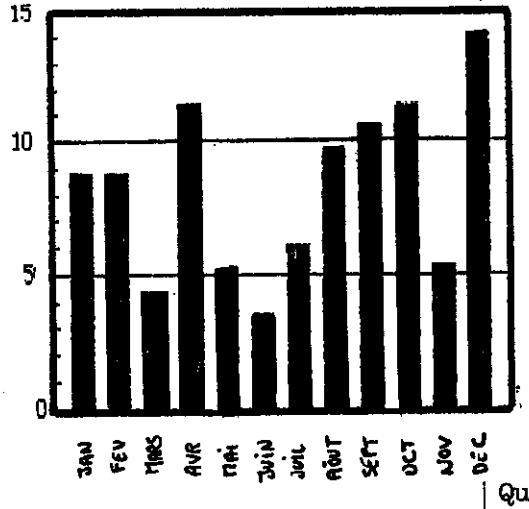
TOTAL DES IMPOTS
Indice 100 = AVRILLÉ



Total des impôts
Indice 100 = AVRILLÉ

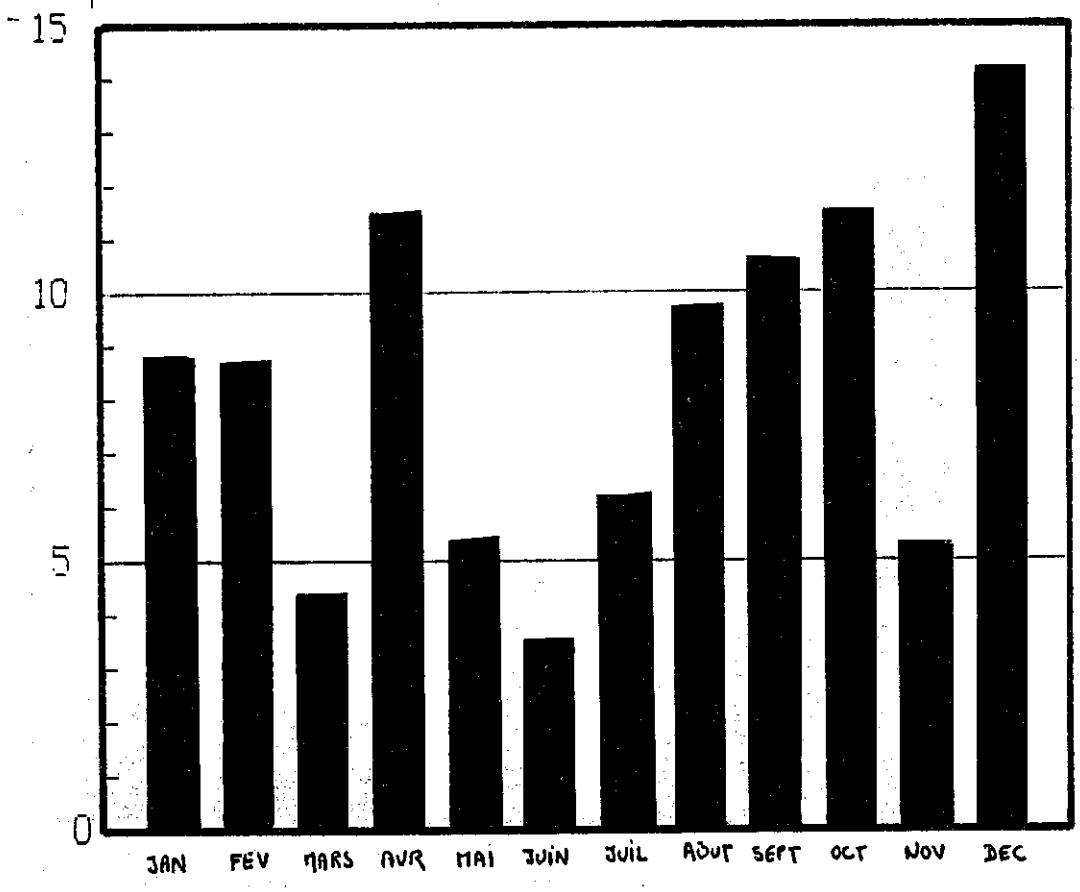


Montreuil-Belfroy
Représentation de la Mortalité par mois



Quatre impôts sont payés en 1789
— le vingtième
— le principal de la taille
— le brevet d'imposition
— la capitation

MONTREUIL - BELFROY
Représentation de la mortalité par mois



CE QU'ILS ONT TROUVÉ :

— Cantenay

● Étude des prénoms donnés de 1781 à 1793.

— Prénoms de fille :
Marie : 26,47 %
Renée : 11,76 %
Louise : 7,35 %
Perrine : 5,88 %
Jacqueline : 4,41 %
Anne : 4,41 %
Jeanne : 4,41 %

— Prénoms de garçons :
Jean : 16,66 %
Pierre : 13,88 %

● Prénoms des filles par rapport aux membres de la famille : le prénom de la fille correspond dans 5 % des cas à celui du père ; 40 % des cas à celui de la mère ; 7 % des cas à celui du parrain et 20 % à celui de la marraine.

● L'illetrisme à Cantenay :
68 % de villageois ne savent pas signer dont 71 % de femmes.

— Avrillé

● Répartition agricole de la commune : — Céréales : 25 %
— Bois : 25 %
— Landes : 25 %
— Vignes : 25 %

— Villevêque

● Professions de citoyens actifs :
(pour être citoyen actif il faut avoir un métier et donner trois jours d'impôt).
— 73 % travaillent la terre.
— 25 % sont artisans.

GÉOMÉTRIE ET MESURE DE L'AN MIL

GERBERT d'Aurillac
Traduction de Jean-Pierre LEVET - Limoges

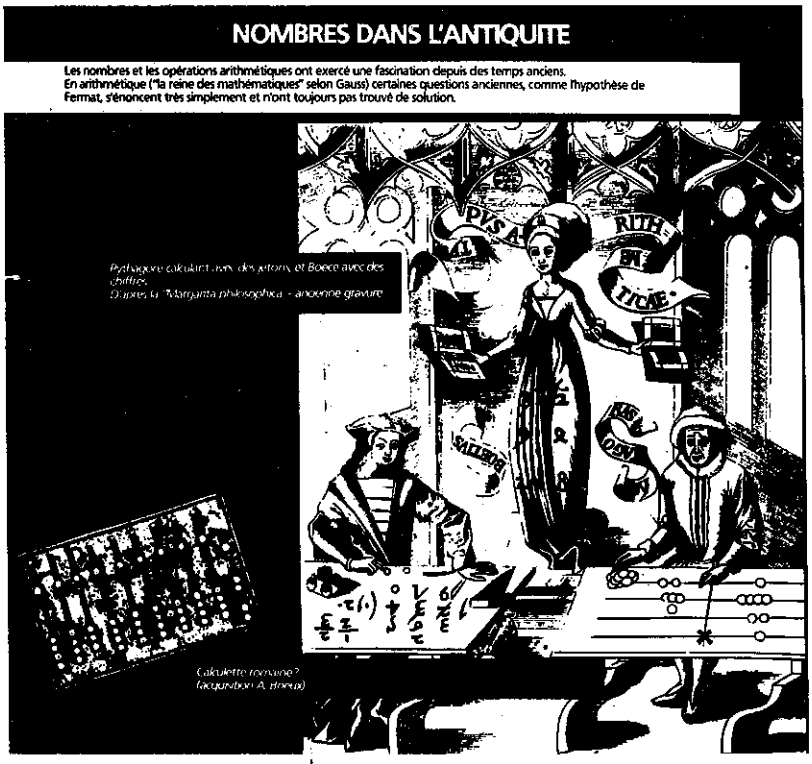
Philologie, mathématiques et millénaire capétien : traduction du Prologue et des Chapitres I à XI du Traité de Géométrie attribué à Gerbert d'Aurillac.

Rendre hommage à Gerbert d'Aurillac en publiant une traduction des onze premiers chapitres du **Traité de Géométrie** qui lui est attribué est, pour un philologue et pour un mathématicien, une manière originale de célébrer le millénaire capétien.
Le futur pape Sylvestre II, en effet, qui fut de loin le plus grand savant de son temps, après avoir très activement contribué à l'accession d'Hugues Capet au trône de France, en 987, exerça les fonctions de secrétaire du monarque et devint le précepteur de son fils Robert.
Remarquable par son génie, par son ardeur à l'étude et par son zèle scientifique, Gerbert, né vers 945/950, fut moine à Aurillac jusqu'en 967, puis étudiant en Catalogne et à Rome, avant de devenir, à partir de 972, écolâtre de Reims et premier collaborateur de l'archevêque Adalbéron, auquel il succéda en 991, son séjour en Champagne ayant été interrompu entre 982 et 984 par sa nomination à la tête de l'abbaye de Bobbio.
A Reims, le philosophe, qui «fut un professeur incomparable, supérieur à ceux qui l'avaient précédé», connut les joies de l'étude, mais aussi les tourments de l'agitation politique en des temps particulièrement durs et troublés. Très lié à la cour impériale germanique, il devint archevêque de Ravenne en 998, puis pape l'année suivante. Sa mort survint en 1003.
Fidèle à ses idéaux dans sa vie spéculative comme dans ses activités pratiques, Gerbert fut un savant réellement universel, animé par une inlassable curiosité ainsi que par une ardente passion pour la vérité et pour la justice :
«Les prosateurs et les poètes, les savants et les philosophes, les livres saints et les auteurs chrétiens ont été, par lui, réunis dans un synthèse qui ne laisse échapper aucun des éléments dont l'humanité peut tirer profit pour son développement intellectuel et moral...).
Définissant la philosophie comme étant «la science de la vérité des choses divines et des choses humaines», il cultiva avec le même intérêt toutes les disciplines, comme

en témoignent ses lettres et ses divers écrits scientifiques :
«La théologie et le droit canon, la philosophie et la physique, l'arithmétique et l'astronomie, la géométrie et la poésie, la rhétorique et la médecine sont les objets multiples de ses réflexions et de ses recherches...».
Avec le même plaisir il sut goûter la beauté d'un vers de Virgile et celle d'un théorème de géométrie.
Homme d'une foi profonde et constante, il se fit le héraut de la raison au point de considérer comme des insensés les esprits qui se détournaient de celle-ci au nom de celle-là, parce que, à ses yeux, toutes deux se complétaient harmonieusement, chacune ayant besoin du support apporté par l'autre.
A la recherche d'une vérité qui, prenant différentes formes, demeure une dans son contenu, Gerbert associa une ferme volonté de faire triompher la justice, une justice dont la sévérité serait tempérée, corrigée ou complétée par la charité.
Son activité politique le conduisit à rêver d'un grand empire uni, plus vaste que l'Europe économique d'aujourd'hui, puisqu'il aurait englobé à l'intérieur de ses frontières la Hongrie et une partie des mondes slaves, nordiques et orientaux, dans lequel, étroitement associées, la science et l'éthique, la raison et la foi auraient assuré le progrès matériel et moral de tous les hommes,

Professeur de langue et littérature grecques et de grammaire comparée des langues indo-européennes à l'Université de Limoges, Jean-Pierre Levet, l'auteur de la présente traduction, dirige, depuis plus de dix ans, au Centre d'Études Supérieures de Civilisation Médiévale de Poitiers un séminaire de «Sources grecques de la pensée médiévale et études comparatives».
Il s'intéresse principalement, dans le domaine de l'histoire des sciences, à la logique, aux mathématiques, à l'astronomie, à la botanique et à la médecine.
Il éprouve une admiration toute particulière pour les hommes qui ont su, comme Gerbert d'Aurillac, aimer avec une égale ardeur les sciences et la philologie.

■



chacun étant au moins pourvu du nécessaire vital, dans une paix et une justice dont la vérité aurait été le garant et l'instrument, et dans un bonheur, dont l'étude, ouverte enfin à tous, y compris aux plus humbles, des différentes disciplines et en particulier des mathématiques aurait été un élément capital.

Tel fut l'homme, le savant, le moraliste, le religieux et le politique.

Si l'on a choisi des Éléments de géométrie pour parler de lui, c'est parce qu'il a, selon ses biographes, «donné tous ses soins à cette science», en bon disciple d'**Euclide** et de **Boèce.** Mais il est vraisemblable que d'autres textes, dont on a par ailleurs élaboré des traductions, dont certaines ont déjà été publiées, auraient mieux montré ou laissé entrevoir la dimension réelle de son génie.

De toute façon, ce qui doit compter vraiment, ce n'est pas l'étendue des réalisation de Gerbert, que le savant d'aujourd'hui trouvera évidemment bien modestes, même si elles ont enthousiasmé **Chasles** au siècle dernier, mais bien plutôt son amour passionné de la connaissance rationnelle et son ardent désir de le faire partager en véritable pédagogue : «L'essentiel n'est pas de montrer qu'il fut un inventeur en matière scientifique, mais que, par son esprit d'initiative et ses leçons, il contribua à ranimer le goût de l'étude, en même temps qu'il devenait, pour ses contemporains et même pour ses successeurs, le type du professeur accompli, toujours occupé d'augmenter ses connaissances et de les rendre plus accessibles à ceux qui, de près ou de loin, lui demandaient sa direction ou ses conseils. Et c'est peut-être la raison pour laquelle ses ouvrages, peu nombreux soulèvent tant de difficultés et ne donnent qu'une idée imparfaite de ce qu'il fut comme professeur et comme penseur...».

La traduction qu'on va lire se passera de commentaire, compte tenu du caractère élémentaire de la matière traitée. Elle s'efforcera toutefois, par elle-même, d'attirer l'attention sur les détails stylistiques, lexicaux ou grammaticaux qui révèlent tout particulièrement l'enthousiasme mathématique de l'auteur.

Début du Prologue de l'ouvrage de Gerbert consacré à la géométrie.

Dans l'ordre fixé pour les différentes disciplines du quadrivium, des recherches concernant la géométrie occupent naturellement le troisième rang, après des études consacrées à l'arithmétique et à la musique. Comme Boèce, qui fut un très grand savant et très habile auteur d'ouvrages relatifs aux arts libéraux, a donné de cet ordre une justification suffisamment claire dans la préface de son **Institution Arithmétique,** nous prendrons la liberté de ne rien ajouter à ce sujet, en estimant qu'il y a là quelque chose de bien connu.

Cette discipline —je vais m'exprimer avec des mots simples, car je dispense un enseignement à des débutants— tire son nom grec de la mesure de la terre. En grec, en effet, gé veut dire «terre» et métron «mesure».

Elle fut inventée, dit-on, par les Egyptiens. Bien souvent la crue du Nil causait une inondation telle qu'il devenait impossible de reconnaître les limites des champs. Aussi chercha-t-on à imaginer un art ingénieux dont la pratique permettrait à chacun de déterminer plus facilement l'étendue de son lopin et de distinguer ce dernier des propriétés voisines.

Bien que cet art ait été, à l'origine, inventé pour permettre de mesurer la terre et que la terminologie qu'il utilise lui ait été attribuée en fonction de cette fin qui était la sienne, les savants des générations postérieures développèrent sa méthode et appliquèrent leurs recherches à quelques autres choses, qu'il était utile de connaître et dont l'étude faisait la joie de l'esprit.

A un tel art ils appliquèrent une définition dont le contenu est le suivant : la géométrie est l'étude de la grandeur et des formes que l'on considère selon la grandeur. On peut aussi, si je ne me trompe la définir ainsi : **la géométrie est la science des grandeurs mesurables** ou bien de la dimension démontrable recherchée par le moyen de propositions élaborées pour mesurer.

Pour tous ceux qui recherchent la véritable sagesse, l'utilité de cette science est très

grande. Elle constitue, en effet, un moyen particulièrement affiné pour stimuler les forces de l'esprit et de l'intelligence et pour aiguiser l'entendement, elle est, en outre, une discipline très agréable pour conduire rationnellement à la découverte de connaissances nombreuses et vraies, qui semblent à beaucoup admirables et surprenantes, ainsi qu'à la contemplation des propriétés extraordinaires de la nature et de la puissance, associée à une ineffable sagesse, de son Créateur, qui a tout placé dans le nombre, la dimension et le poids.
Avec nos faibles moyens nous avons emprunté à divers ouvrages et rassemblé quelques-uns des éléments qui concernent la méthode et les règles de cette science. Choisissons parmi eux, pour rédiger le premier chapitre de notre livre, ceux que l'on appelle «Définitions». Nous pourrons ainsi conduire graduellement, selon un plan bien établi, vers des connaissances plus approfondies l'esprit de celui qui aborde l'étude de cette discipline.

GERBERT. GEOMETRIE
CHAPITRE PREMIER

Qu'est-ce qu'un corps solide ? Qu'est-ce qu'une ligne, un point, une surface ? Qu'est-ce qu'un pied cubique, carré, etc. ?

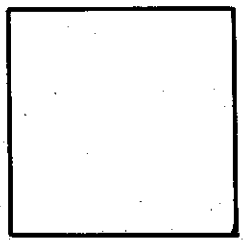
Les principes de cet art et pour ainsi dire ses éléments semblent être le point, la ligne, la surface et le volume.
Sur tout cela souvent Boèce et d'autres auteurs de traités aussi bien profanes que religieux ont beaucoup et excellement disserté en d'assez nombreux passages de leurs œuvres, mais, parmi eux, c'est au bienheureux et très éloquent docteur de l'Église Augustin que l'on accordera une attention toute particulière. Dans quelques -uns de ses livres, et principalement dans celui où il s'intéresse à la grandeur de l'âme, Augustin a beaucoup écrit sur ces matières. Dans cet ouvrage, il montre que l'œil de l'âme, émoussé par le spectacle des réalités corporelles, est abondamment purgé et stimulé par l'exercice de tels arts, ce qui lui permet de parvenir à la contemplation des réalités spirituelles, vraies et admirables.
Mais à tous les initiés, à tous ceux qui sont parvenus à une telle contemplation, je demande de ne pas trouver fastidieux le plan que je vais adopter. En suivant l'ordre inverse de celui auquel ils sont habitués, je partirai des réalités matérielles et solides, qui sont tout de même plus connues du sens commun des hommes, pour tenter de montrer en peu de mots aux gens moins avancés dans l'étude ce que sont ces choses sensibles prises séparément.
Un corps solide est ce qui s'étend sur trois intervalles ou dimensions, c'est-à-dire en longueur, en largeur et en hauteur. Est un corps solide tout ce qui peut être appréhendé par la vision ou par le toucher, comme cette tablette sur laquelle j'écris actuellement. Cela est appelé **stereon** (solide) par les Grecs.
L'espace plat qui sert de terme ou de limite supérieure à un tel corps reçoit chez nous le nom de surface et celui **d'épiphanéla** chez les Grecs. Voici comment il faut se représenter la surface : elle ne possède rien en hauteur ni en épaisseur, mais elle s'étend seulement en longueur et en largeur. En effet, si l'on ajoute à cela une hauteur, ce n'est plus une surface que l'on obtient, mais une partie d'un corps, et un corps est un solide.
L'extrémité ou le terme de la surface est la ligne, en grec **gramma.** Il faut la percevoir en esprit de telle sorte qu'elle soit dépourvue de largeur et qu'elle apparaisse comme strictement faite de la seule longueur, car si l'on ajoute la largeur, ce n'est plus une ligne, mais une surface.
Le point constitue le principe et l'extrémité de la ligne. Il se réduit d'une manière intelligible d'une telle façon qu'étant seulement la limite d'une ligne il ne possède absolument aucune quantité de partie ou de grandeur.
Donnons de chaque réalité géométrique, d'après les considérations qui viennent d'être faites, les définitions suivantes : le point est un signe très petit et indivisible, que l'on appelle **simion** en grec : il tient lieu d'unité, de l'unité qui est le principe de tous les nombres, mais qui n'est pas en elle-même le nombre, mais qui est la base de toutes les mesures ; en lui-même il ne peut admettre aucune mesure ni aucune grandeur.
La ligne est une longueur sans largeur et l'on ne peut la sectionner ou la diviser qu'en longueur. La surface est une étendue sans hauteur. Ligne et surface ne peuvent exister dans la nature en dehors des corps, mais on peut les imaginer sous la forme d'incorporels, existant pour ainsi dire au-delà des corps. Tel qu'on l'a défini, le volume est inhérent aux corps et il peut être appréhendé par les sens et, dans les corps, il est fait de portions de toutes sortes qui se caractérisent non seulement par une longueur et par une largeur, mais encore par une hauteur. Arrêtons-nous maintenant dans la présentation des définitions concernant les choses dont il a été question. Ce qui a été dit suffit, en effet, pour des débutants et il ne convient pas que soient retenus plus longtemps sur ces matières des gens qui les connaissent déjà suffisamment et qui recevront plus tard les informations dont ils auront besoin au fur et à mesure qu'ils progresseront.
Ainsi tout ce que l'on doit mesurer par le calcul se présente à nous sous les trois dimensions des corps solides dont nous

Dans une lieue
combien y-a-t-il de :

Milles : 1,5
Stades : 12
Perches : 750
Pas : 1500
Degrés : 2500
Coudées : 5000
Pieds : 7500
Sextes : 10.000
Paumes : 30.000
Pouces ou onces : 90.000
Doigts : 120.000
Grains d'orge : 480.000

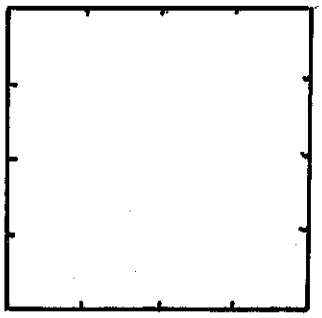
Il ne vous reste plus
qu'à faire le tableau
de correspondance.

avons parlé. Les mesures sont faites sous la conduite de la raison par la théorématique géométrique.
Pour mesurer, il faut, en effet, rechercher soigneusement la longueur, ou la largeur, qui permet de calculer la surface, ou encore l'épaisseur, que les géomètres ont coutume d'appeler hauteur, et qui permet de calculer le volume.
On cherche la longueur en tant qu'elle caractérise les lignes qui entourent quelque surface plane, celle d'une figure ou d'un champ, ou les trajets que représentent les chemins, ou la hauteur des arbres et des édifices ou encore la mesure linéaire, envisagée dans une certaine direction jusqu'à un terme précis, des rivières ou des autres réalités courbes. Une telle mesure de la longueur est appelée mesure linéaire.
L'étendue, quant à elle, définie par la longueur et la largeur, est cherchée en tant qu'elle caractérise une aire même ou une surface plane, comprise entre des limites précises. On l'appelle mesure carrée ou plane, en grec **epipeda.** Caractéristique du volume, la hauteur se trouve dans l'épaisseur ou consistance de certaines constructions de mesure précise, soit dans la capacité bien définie des récipients. On l'appelle mesure cubique.
Voilà donc pourquoi nous aurons coutume d'appeler certaines unités de mesure, comme le pied, tantôt linéaires, tantôt carrées et tantôt cubiques.
Le pied linéaire est l'unité par laquelle nous mesurons des lignes ou une longueur quelconque, sans nous soucier alors le moins du monde de l'étendue et du volume. Voici comment il se présente :
Le pied carré ou plan est une unité par laquelle nous mesurons une superficie ou une surface plane ou une aire entourée de lignes et elle est égale en longueur et en largeur, carrée, mais elle est dépourvue de hauteur. En voici une représentation :

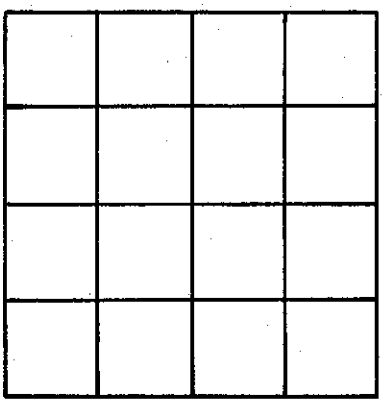


Le pied cubique est formé de quantités égales en longueur, en largeur, en hauteur, et il est carré. C'est avec une telle unité que l'on mesure les corps solides. Son apparence est celle d'un cube ou d'un dé qui ne peut être complétement représenté avec toutes ses faces sur une surface plane, mais que l'on peut comprendre en imagination ou qu'il est intéressant de former facilement avec de la cire, du bois, ou tout autre matériau de cette nature, bien que Chalcidius, dans son **Commentaire du Timée** de Platon ait décrit de toute façon un corps solide reposant sur une surface plane.
D'autres mesures, dont nous parlerons un peu plus loin, se divisent, comme on vient de le voir au sujet du pied, en une triple série. On les considère en effet, selon les cas, soit comme linéaires, soit comme carrées, soit comme cubiques.
Il faut bien savoir que c'est à partir des mesures linéaires que l'on doit trouver les mesures carrées et que, de même, il convient de rechercher les mesures cubiques en se servant des mesures carrées.
Si l'on multiplie par elles-mêmes ou entre elles-mêmes des mesures linéaires, on obtient des mesures carrées, et, de la même manière, si l'on multiplie des mesures carrées par des mesures linéaires, on obtiendra à coup sûr des mesures cubiques.
Pour que cela devienne facilement clair, prenons un exemple. Traçons une ligne représentant un pied et divisons-la en quatre paumes linéaires, comme ceci :

Avec ce pied linéaire, si l'on ajoute une largeur d'une grandeur égale, on dessine un carré dont les côtés sont égaux et l'on forme un ensemble d'une mesure carrée, comme ceci :



Donc, si l'on multiplie quatre paumes linéaires par une quantité égale, qui représente la largeur, c'est-à-dire si l'on multiplie quatre par quatre l'on trouvera à coup sûr dans la surface du pied carré seize paumes carrées, comme ceci :



Si, en voulant transformer ce même pied en pied cubique, on place au-dessus de cette surface une hauteur égale à sa longueur et à sa largeur, et si l'on multiplie ainsi par les quatre paumes linéaires de la hauteur que l'on a ajoutée les seize paumes carrées de la surface, bien évidemment en un pied cubique on trouvera soixante-quatre paumes cubiques, ce qui pourra plus facilement être compris et découvert par n'importe qui.
Ainsi donc le pied linéaire contient quatre paumes, le pied carré seize paumes carrées, le pied cubique soixante-quatre paumes cubiques, et dans toutes les autres unités de mesure on observera, selon la grandeur de chacune, le même calcul de multiplication.

GERBERT, GEOMETRIE. CHAPITRE II

Du nom des unités de mesure inventées par les Anciens et de leur grandeur.

Les noms qu'ont inventés les Anciens et que leurs successeurs ont continué à utiliser jusqu'à nos jours sont en gros les suivants : le doigt, le pouce, la paume, la sexte, que l'on appelle aussi **dodrans,** le pied, la brique, la coudée, le degré, le pas, la perche, que l'on appelle aussi decempede, l'**actus minimus,** le **clima,** la **porca,** l' **actus quadratus,** que l'on appelle aussi agripent ou arpent, le jugère, que l'on appelle aussi **juger ou jugus,** la centurie, le stade, le milliaire (ou mille), la lieue.
De chacune de ces mesures, on étudiera d'abord la valeur linéaire, afin de passer ensuite aux valeurs carrées et cubiques.
Le doigt est la plus petite mesure qu'utilisaient les Anciens pour mesurer les terrains. Cette mesure correspond à quatre grains d'orge placés en longueur les uns après les autres. Toujours il faut entendre par doigts non pas les doigts de n'importe quel homme, car d'un homme à l'autre la longueur en est très différente, mais l'espace qu'occupait obliquement l'étendue du doigt d'un homme moyen de cette époque. Il convient donc de comprendre ce nom comme étant celui d'une longueur géométrique précise uniformément définie. On procédera de même en ce qui concerne la pause, le pied, la coudée et toutes les autres mesures de cette nature.
Le pouce (ou once) contient, d'après les plus anciens géomètres, trois doigts. Mais, comme l'on appelle once le douzième de n'importe quelle chose, les géomètres plus récents ont estimé qu'un pouce valait seulement un doigt et un tiers de doigt, de telle sorte que le pouce se trouve être la douzième partie du pied, qui est fait de seize doigts. En effet, douze fois une unité et un tiers font seize.
La paume, quant à elle, qui est le quart du pied, vaut quatre doigts et trois pouces. On l'appelle paume, du nom de la paume de la main, c'est-à-dire de la main étendue, qui vaut quatre doigts.
La sexte, que l'on nomme aussi **dodrans,** a douze doigts, ou neuf pouces, ou trois paumes. On l'appelle **dodrans** parce qu'elle est faite d'un pied entier amputé du quart de sa valeur.
Le pied vaut seize doigts, ou douze pouces, ou quatre paumes, ou une sexte un tiers. De toutes les unités de mesure, le pied, quelle que soit la chose mesurée, le pied est celle que l'on utilise le plus.
Le **laterculus** peut être considéré non seulement sous le rapport de la longueur, mais encore avec la largeur qui lui appartient, si bien qu'il devient une mesure carrée. En largeur, il vaut un pied, en longueur il vaut également un pied avec onze douzièmes en plus, ce qui donne en pouces une largeur de douze et une longueur de vingt-trois, l'ensemble forme donc une surface totale de deux cent soixante seize pouces carrés.
On l'appelle **laterculuse** d'un nom qui est un diminutif de **latere** (côté), à rapprocher de **tegula** (tuile), parce que l'on avait coutume d'utiliser cette mesure pour calculer la surface de la toiture ou du revêtement des édifices.
La coudée correspond à un pied et demi, à deux sextes, à six paumes, à dix-huit pouces et à vingt-quatre doigts. En quelques endroits, on se sert d'elle pour mesurer la taille d'un homme.
Le degré vaut deux coudées, trois pieds, quatre sextes, douze paumes, trente-six pouces et quarante-huit doigts. On l'appelle degré parce que les hommes, lorsqu'ils marchent, font bien souvent des enjambées qui correspondent à un tel espace.
Le pas contient un degré et deux tiers, trois coudées et un tiers, cinq pieds, six sextes et deux tiers, vingt paumes, soixante pouces, quatre-vingt doigts. Pour exprimer la longueur des trajets et distances, cette mesure est la plus utilisée. On l'appelle **passus** (pas) de **patere** (être ouvert) parce qu'il y a cinq pieds dans l'intervalle que forment des jambes ouvertes, d'où encore l'expression «à rayons ouverts».
La perche, que l'on appelle aussi decempede, contient deux pas, trois degrés et un tiers, six coudées et deux tiers, dix pieds, treize sextes et un tiers, quarante paume, cent vingt pouces, cent soixante doigts. On l'appelle **pertica** (perche) comme pour dire **portica,** évidemment de **portare** (porter) en effet, l'arpenteur lorsqu'il mesure les terrains, porte dans sa main une baguette qui lui sert à prendre des mesures.

L'ACRE

L'actus minimus est utilisé seulement pour exprimer la grandeur de la superficie des

«Ce qu'on reprochait à la multiplicité des patois, on le reprocha aussi à la diversité des poids et mesures : le bois à brûler se vendait à la corde ; le charbon de terre à la bacherelle, l'ocre au tonneau et le bois de charpente à la marque ou à la solive. On vendait les fruits à cidre à la poinçonnée ; le sel au muid, au sétier, à la mine, au minot, au boisseau et à la mesurette ; la chaux se vendait au poinçon, et le minerai à la razière. On achetait l'avoine au picotin et le plâtre au sac ; on se procurait le vin à la pinte, à la chopine, à la camuse, à la roquille, au petit pot, et à la demoiselle. On vendait l'eau-de-vie à la potée ; le blé au muid et à l'écuellée. L'étoffe, les tapis et la tapisserie s'achetaient à l'aune carrée ; les bois et les prés se comptaient en perches carrées, la vigne en daurées. L'arpent valait douze hommées et l'hommée exprimait le travail d'un homme en un jour ; ainsi en allait-il de l'œuvrée. Les apothicaires pesaient en livres, en onces, en drachmes et en scrupules ; la livre valait douze onces, l'once huit drachmes, la drachme, trois scrupules et le scrupule vingt grains. Les longueurs étaient mesurées en toise et en pied du Pérou, lequel équivalait à un pouce, une logne et huit points du pied du Roi, pied du roi qui se trouvait être celui du roi Philictère, celui de Macédoine et celui de Pologne ; celui aussi des villes de Padoue, de Pesaro et d'Urbino. C'était à fort peu près l'ancien pied de Franche-Comté, du Maine et du Perche, et le pied de Bordeaux pour l'arpentage. Quatre de ces pieds approchaient l'aune de Laval. Cinq d'entre eux faisaient l'exapode des Romains qui était la canne de Toulouse et la verge de Norai. C'était aussi celle de Rancourt et également la corde de Marchenoir en Dunois. A Marseille, la canne pour les draps était plus longue que celle pour la soie d'environ un quatorzième. Quelle confusion !»

Denis Guedj,
«La Méridienne»
Éditions Seghers

terrains. Il représente quatre pieds en large et cent quarante en long. Si l'on multiplie cette largeur par cette longueur, soit quatre fois cent quarante, on aboutit à une surface totale de cinq cent soixante pieds carrés. Le nom vient de **agere**, parce que la mesure sert à faire **(agere)** un travail rural.
Le **clima,** qui désigne une grandeur considérée de la même manière, a en long et en large quarante pieds, ce qui, par multiplication, donne mille six cents pieds carrés.
Le **porca,** qui sert d'unité de mesure des terrains, comme les dernières unités étudiées, vaut quatre-vingts pieds de long sur trente de large, ce qui donne par multiplication deux mille quatre cents pieds carrés.

L'ARPENT

L'actus quadratus, appelé aussi agripent ou arpent, qui nous sert à déterminer la grandeur des champs, est un carré dont chaque côté mesure douze perches, c'est-à-dire cent vingt pieds. La surface, produit d'un côté par un autre, est de cent quarante-quatre perches carrées et de cette façon on montre qu'un agripent carré vaut quatorze mille quatre cents pieds carrés.
Le jugère ou **juger** ou **jugus,** qui reçoit son nom de **jungere** (unir) parce qu'il est fait de deux arpents, est également une unité de mesure concernant les champs. En longueur, il vaut vingt-quatre perches, c'est-à-dire deux cent quarante pieds, et douze perches en largeur, c'est-à-dire cent vingt pieds. En multipliant la longueur par la largeur, on obtient la superficie du jugère, qui est de deux cent quatre-vingt-huit perches carrées, ce qui correspond à vingt-huit mille huit cents pieds carrés. Le quart de cette mesure est appelé **tabula** (table). La table contient soixante douze perches carrées.
La centurie est un terrain de deux cents jugères, ainsi nommé parce qu'il contenait, pour les premiers géomètres, seulement cent jugères.
En ce qui concerne ces mesures qui servent à indiquer l'étendue des terrains, il faut accorder plus d'attention à l'expression de la grandeur d'une sire et d'une surface entourée de lignes qu'à des considérations relatives à la longueur de ces lignes elles-mêmes qui forment de telles surfaces. En effet la longueur de ces lignes qui délimitent la surface n'est pas un élément déterminant, si toutefois la surface globale est bien de la quantité propre attendue. Prenons l'exemple du jugère. Que cette surface représente vingt-quatre perches de longueur et douze de largeur, comme on l'a dit plus haut, ou bien dix-huit perches de long sur seize de large, ou encore trente-deux de long sur neuf de large, ou toute autre combinaison de la longueur et de la largeur, pourvu que le produit de la longueur par la largeur donne deux cent quatre-vingt-huit perches carrées, on obtiendra toujours un jugère complet. Il faut avoir la même opinion au sujet de l'arpent et des autres mesures applicables à la surface des terrains.

LE STADE

Le stade, que l'on utilise surtout pour indiquer les distances, contient cent vingt-cinq pas, deux cent huit degrés et un tiers, quatre cent seize coudées et deux tiers, six cent vingt-cinq pieds, huit cent trente-trois sextes et un tiers, deux mille cinq cents paumes, sept mille cinq cents onces et dix mille doigts. On l'appelle stade, de **stare** (se tenir debout), soit parce que, dit-on, les jeunes gens qui couraient s'arrêtaient auprès d'une borne après avoir parcouru une telle distance, soit parce que le premier, Hercule, avait marqué d'une empreinte en s'arrêtant un tel espace qu'il avait parcouru en ne respirant qu'une seule fois.

MILLE LIEUE

Le milliaire (ou mille) comprend huit stades, mille pas —c'est de la qu'il tire son nom—, mille six cent soixante-six degrés et deux tiers, trois mille trois cent trente trois coudées un tiers, cinq mille pieds, six mille six cent soixante-seize sextes et un tiers, vingt mille paumes, soixante mille onces, quatre-vingts mille doigts. D'après une antique loi, il correspondait à la distance que l'on était autorisé à parcourir pendant le Sabbat.
La lieue contient un mille et demi, douze stades, mille cinq cents pas, deux mille cinq cents degrés, cinq mille coudées, sept mille cinq cents pieds, dix mille sextes, trente mille paumes, quatre-vingt-dix-mille onces, cent vingt mille doigts.
On l'appelle lieue d'après **levare** (reposer), car, lorsque l'on a parcouru un tel trajet, le corps doit se reposer. Telle est aussi la raison pour laquelle, chez les Teutons, on l'appelle **rasta,** d'un verbe qui signifie «se reposer».

GERBERT, GEOMETRIE, CHAPITRE III

De la description de la grandeur des mêmes mesures présentées sous trois formes (linéaire, carrée, cubique).

Mais comme nous avons seulement indiqué d'une manière simple les mesures linéaires qui représentent la longueur, exposons maintenant, si l'on veut bien nous écouter, le plus brièvement possible, dans le présent chapitre, ce que sont les carrés et les cubes de ces mêmes grandeurs exprimées en pas, en pieds et en doigts, en laissant de côté celles dont nous avons déjà montré qu'elles

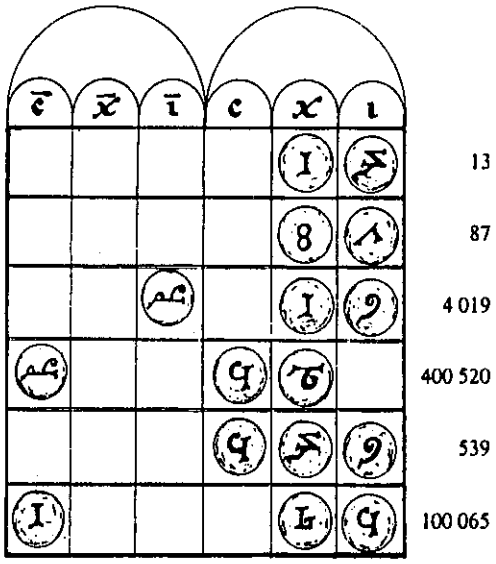
ne servent qu'à exprimer la superficie des terres agricoles.
La lieue vaut mille cinq cents pas linéaires, la lieue carrée deux fois mille fois mille et deux cent cinquante fois mille pas carrés, la lieue cubique trois fois mille fois mille fois mille et trois cent soixante-quinze mille fois mille pas cubiques.
Le milliaire vaut mille pas linéaires, au carré mille fois mille pas, ou cube mille fois mille fois mille pas.
La perche vaut deux pas linéaires, au carré quatre et huit au cube.
Le pas vaut cinq pieds, au carré vingt-cinq, au cube cent vingt-cinq.
Le degré vaut trois pieds linéaires, neuf au carré, vingt-sept au cube.
La coudée vaut un pied et demi, au carré deux pieds et un quart, au cube trois pieds, un quart et un huitième.
Le pied vaut seize doigts, deux cent cinquante-six au carré et quatre mille quatre-vingt-seize au cube.
La sexte vaut douze doigts, cent quarante-quatre au carré et mille sept cent vingt-huit au cube.
La paume vaut quatre doigts linéaires, seize au carré et soixante-quatre au cube.
Le pouce vaut un doigt et un tiers, au carré un, plus deux tiers, plus le tiers d'un autre tiers, au cube deux, plus un tiers, plus le tiers du tiers d'un tiers.
Le doigt vaut quatre grains linéaires d'orge, seize au carré, soixante-quatre au cube.
N'ajoutons rien de plus, car en voilà assez, je pense, au sujet des mesures que nous ont laissées les Anciens et des quantités auxquelles elles correspondent. Il peut arriver qu'en mesurant l'on ne dispose pas des éléments qui viennent d'être donnés, mais n'importe qui, à condition de s'appliquer, pourra avoir de plusieurs façons chacune des mesures dont il a été question, soit en faisant de petits calculs courants, soit en utilisant des raisonnements plus élaborés. ■

Par cette modeste traduction, qu'il faudrait un jour compléter par une version française de l'ensemble des œuvres scientifiques attribuées à Gerbert, on a voulu, en saisissant l'occasion offerte par la célébration de l'anniversaire d'un fait historique national, rendre hommage à un homme exceptionnel, qui, dans l'Europe médiévale, partagea avec quelques érudits également remarquables, comme Boèce en Italie, Michel Psellos en Grèce, Robert Grosseteste et Roger Bacon en Angleterre, Pierre d'Espagne dans la péninsule ibérique, Saint-Albert le Grand en Allemagne et d'autres encore, le privilège immense, aujourd'hui inconcevable, de dominer l'ensemble des sciences de son temps et d'être, dans tous les domaines, en avance de plusieurs siècles, ce qui lui valut d'ailleurs bien des ennuis.
Puisse de ce savant enthousiaste et de cet humaniste authentique l'aptitude à se passionner pour toutes les formes de la vérité être encore partagée par beaucoup dans le monde d'aujourd'hui.

Jean-Pierre LEVET

GERBERT ET LES CHIFFRES

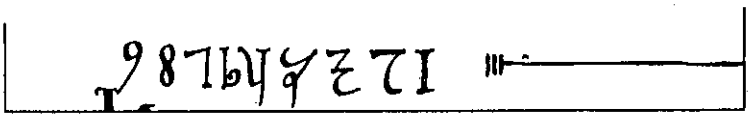
Il fut le premier à développer en France l'utilisation des chiffres arabes, tels qu'ils étaient alors utilisées en Catalogue. Il fait aussi fabriquer une des premières calculettes de l'époque, une abaque à jetons dans laquelle les colonnes représentent les unités, les dizaines et milliers. Il écrivit aussi un «mode d'emploi» qu'il dédia à Constantin, abbé de Saint-Mesmin en Sologne.



Le principe de représentation des nombres entiers au moyen des apices sur l'abaque perfectionné de Gerbert et ses disciples (sur cet abaque, comportant 27 colonnes réunies de trois en trois, les apices prenaient une valeur de position variant selon la colonne où ils étaient disposés : de plus, l'absence d'unités d'un certain rang y était signifiée en laissant vide la colonne correspondante).

LE STADE ULTIME DE LA NOTATION NUMÉRIQUE

Dates	SOURCES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
976	ESPAGNE. Bibl. San Lorenzo del Escorial. Codex Vigilanus. Ms. lat. d. I.2, fol. 9v.	I	ƻ	ƹ	ɣ	५	৬	٦	8	९	
992	ESPAGNE. Bibl. San Lorenzo del Escorial. Codex Aemilianensis. Ms. lat. d.I.1, fol. 9v.	I	ƻ	ƹ	ɣ	५	৬	٦	8	९	
Avant 1030	LIMOGES. Bibl. Nat. de Paris. Ms. lat. 7 231, fol. 85v.	ı	ƻ	≦	ક	৮	৷	ᛗ	8	ȣ	
1077	Bibl. Vaticane. Ms. lat. 3 101, fol. 53v.	ɪ	ȝ	ȝ	ɟ	٩	৬	٨	৪	2	



Manuscrit espagnol daté de 976 comportant les neuf chiffres «indo-arabes» : c'est la plus ancienne mention connue de l'usage de ces chiffres en Europe. Bibl. San Lorenzo del Escorial. Codex Vigilanus. Ms. lat. d.I.2, fol. 9v. Cf. R. Burnam[286], II pl. XXIII.

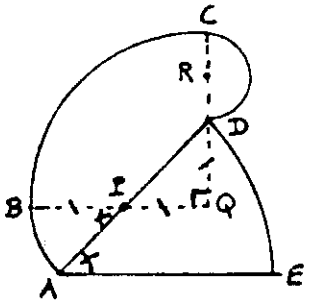
Extraits de l'Histoire Universelle des Chiffres — G. Ifrah — Seghers - Paris 1981.

RALLYES ET TOURNOIS 89

3e - Seconde

AH ! CA IRA ?

Le dessin ci-contre représente un bonnet phrygien. Le contour est constitué d'une suite d'arcs de cercles AB, BC, CD, DE, centrés respectivement en P.Q.R.A. Les codes habituels ont été utilisés sur le dessin pour indiquer des égalités de longueurs ou d'angles. Ce dessin doit être reproduit sur une affiche célébrant le bi-centenaire de la Révolution Française. L'imprimeur facétieux propose que, sur l'affiche, l'aire de cette figure soit 1789 cm².
Quelle distance PQ doit-il choisir pour y parvenir ?

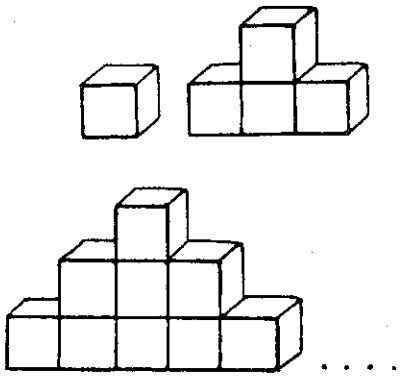


LA VIE EN UN TOUR DE CADRAN

La terre s'est formée il y a 4,5 milliards d'années ; nous allons résumer cette durée en 12 heures et la matérialiser par le cadran d'une horloge. On convient que zéro heure marque l'instant de la naissance de la terre et midi l'instant présent.
Pour chacun des événements suivants, calculer son «heure», et dessiner sur un cadran la position des aiguilles (on fera un cadran pour chaque événement).
La vie cellulaire est apparue il y a environ 4 milliards d'années, les mollusques et crustacés il y a 1 milliard d'années ; les premiers dinosaures sont entrés en scène il y a 200 millions d'années pour en sortir 135 millions d'années plus tard, et il y a seulement 3 millions d'années que l'homme a fait son apparition.

SUR LA PLUS HAUTE MARCHE

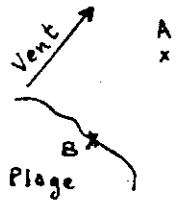
Avec des cubes d'arête 4 cm, on construit des empilements de la manière suivante :



Quel est le nombre minimum de cubes nécessaires pour construire un empilement dont la hauteur dépasse 90 cm ?

VENT DE TERRE OU VENTRE A TERRE

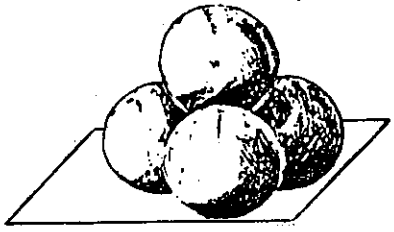
«Il» est au large sur sa planche à voile en A et «elle» se désespère sur le bord de la plage en B. Le vent de terre souffle dans la direction (BA), de B vers A.



Pour revenir, il décide d'effectuer une succession de parcours rectilignes, chacun d'eux faisant un angle de 35° avec la direction du vent.
Tracer cinq chemins de couleurs différentes, lui permettant de la rejoindre. Sur le dessin, on prendra AB = 20 cm.
La distance parcourue dépend-elle du chemin choisi ?

TAS DE BOULES

Ces quatre boules de pétanque de 6,7 cm de diamètre sont posées sur le sol, chacune d'elles étant en contact avec les trois autres. Quelle est la hauteur de cet empilement ?

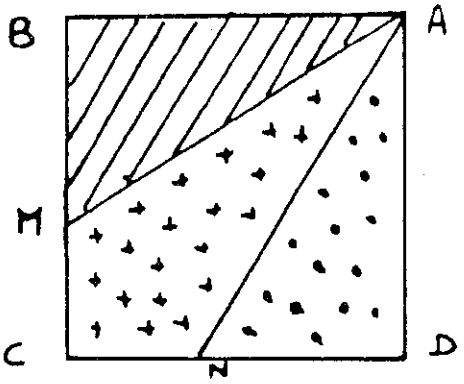


CHER NOYAU

Dans une cerise, on peut estimer que l'épaisseur de la couche de chair est égale au diamètre du noyau. On peut également admettre que le noyau et la cerise sont deux boules de même centre.
Quel est le rapport du volume de la chair à celui du noyau ?

UN PUITS POUR TROIS

Trois frères ont hérité d'un champ carré qu'ils veulent se partager comme indiqué sur la figure car en A se trouve un point d'eau.



Où placer les points M sur le segment BC et N sur le segment CD de façon que les superficies des trois parcelles soient égales ? Comparer alors leurs périmètres.

MOSAIQUE

Le sol d'une salle de bain est un carré de 311 cm de côté. Il est entièrement pavé de deux sortes de petits carreaux jointifs de forme carrée de 1 cm de côté, de la manière suivante :
Tout autour de la pièce, on a disposé une ligne de carreaux noirs, puis une ligne de carreaux blancs, puis encore une ligne de carreaux noirs et ainsi de suite.
1. Dessiner la partie du carrelage située dans le cercle de rayon 5 cm, centré au centre de la pièce.
2. Combien de carreaux noirs et combien de carreaux blancs a-t-on utilisés pour paver la pièce ?

A LA QUEUE LEU LEU !

On écrit à la suite les 60 premiers entiers non nuls 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12... 57 58 59 60

Rayer cent des chiffres ainsi écrits, de sorte que le nombre formé des chiffres restants, sans en changer l'ordre, soit le plus grand possible. Écrire le nombre obtenu.

L'ÉTOILE MYSTÉRIEUSE

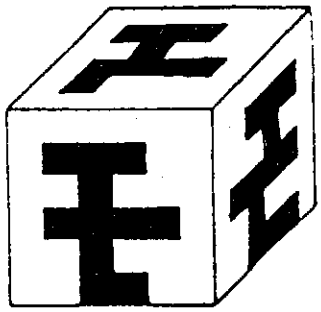
Les deux tableaux ci-dessous ont été constitués selon un procédé analogue. Mais dans le second, on a seulement indiqué trois nombres.
Quel nombre doit venir dans la case marquée d'une étoile ?

5	8	11	14	17
12	15	18	21	24
19	22	25	28	31
26	29	32	35	38
33	36	39	42	45

		39		
				87
56				
			★	

TOUS A L'ŒUVRE

Une œuvre d'art moderne, constituée de cubes opaques d'un centimètre d'arête, collés entre eux par des faces, est à l'intérieur d'un cube translucide de 6 centimètres d'arête. On ne voit de l'œuvre que ses ombres sur les faces du grand cube.
Quel est le volume maximum de l'œuvre ?
Quel est son volume minimum ?



NE NOUS VACHONS* PAS !

Pour assurer la sécurité pendant le vol, le pilote d'un avion doit connaître à chaque instant, l'aérodrome le plus proche de sa position, appelé aérodrome de dégagement. Aidez-le à préparer son vol en ligne droite entre Toussus et Le Blanc en coloriant en rouge, sur la feuille réponse, la portion de route dont l'aérodrome de dégagement est Chartres.
Faites de même en vert pour Orléans.
En jaune pour Blois.
En marron pour Amboise.
En bleu pour Bourges.
En orange pour Châteauroux.
Commentez votre coloriage.

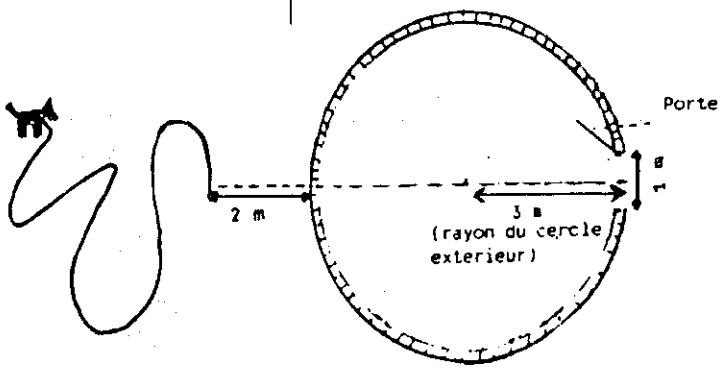
*«Se vacher» = atterrir dans un champ.

SE FAIRE ROULER

Sur la feuille-réponse, construire un pentagone convexe ABCDE dont les dimensions des côtés sont : AB = 5 cm,
BC = 4 cm, CD = 3 cm,
DE = 3 cm, EA = 5 cm.
Expliquer la construction.
On imagine alors qu'un cercle de rayon 1 cm roule sur le pourtour ABCDEA du pentagone, le centre 0 du cercle restant toujours à l'extérieur du pentagone. Dessiner le trajet du point 0 en partant d'une position initiale 0_1, en laquelle on retrouvera 0 après un tour complet du pentagone. Expliquer le dessin. Calculer en cm la longueur de ce trajet.

LE CHIEN DE LA TOUR OU LA CHIENNE DE LA TOUR !

En montant dans son phare le gardien a bien laissé la porte ouverte mais il a attaché son chien (féroce) à son piquet par une chaîne de 10 m. Je connais bien le gardien mais malheureusement le chien ne me connaît pas.
Vais-je pouvoir rendre visite au gardien ?



HISTOIRES D'INVERSES

Un mathématicien hongrois W. Sierpinsky pense que pour tout entier naturel n supérieur à 1, on peut trouver trois entiers naturels x, y et z tels que :

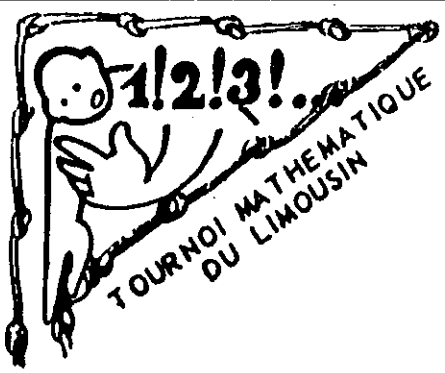
$5/n = 1/x + 1/y + 1/z$
Ainsi pour n = 2, on a :
$5/2 = 1/1 + 1/1 + 1/2$
soit x = 1, y = 1 et z = 2

Pour n= 4, on a :
$5/4 = 1/1 + 1/8 + 1/8$
soit x = 1, y = 8 et z = 8

Mais aussi une deuxième solution :
$5/4 = 1/2 + 1/2 + 1/4$
soit x = 2, y = 2 et z = 4

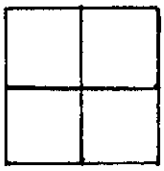
Vérifier la conjecture de Sierpinsky pour n variant de l'entier 5 à l'entier 20 compris. Fournir, pour chaque valeur de n, le plus possible de solutions.
Présenter les solutions dans un tableau du type ci-dessous dans lequel les solutions pour une même valeur de n seront regroupées. Pour chacune des solutions, les nombres x, y, z seront rangés dans l'ordre croissant.

n	x	y	z
2	1	1	2
4	1	8	8
4	2	2	4



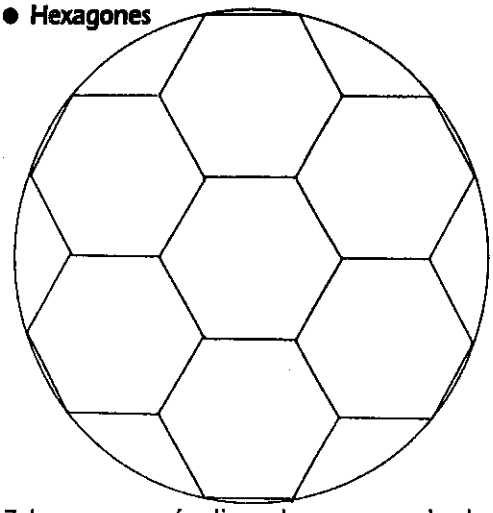
PREMIÈRE-TERMINALE

● **Carrés de carrés.**
Ce quadrillage comporte cinq carrés.

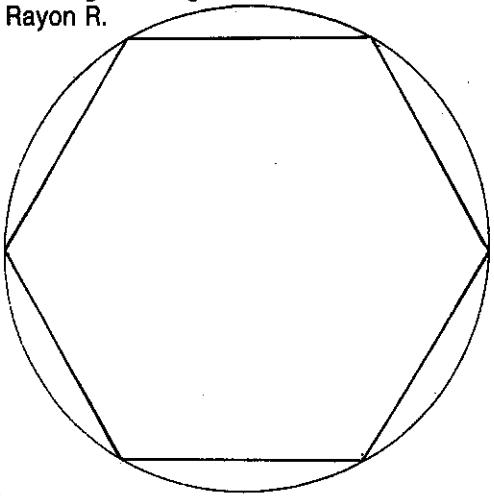


Combien de carrés y-a-t-il dans un échiquier de 64 cases ?

● **Hexagones**



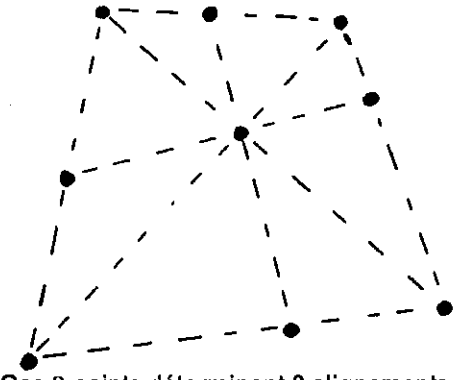
7 hexagones réguliers dans un cercle de Rayon R.



1 hexagone régulier dans un cercle de rayon R.

Comparer les aires couvertes par les sept hexagones du 1er cercle, et par l'unique hexagone du 2e cercle.

● **Alignement II**



Ces 9 points déterminent 8 alignements de 3 points.
Pouvez-vous placer 9 points de façon à former 9 alignements de 3 points, sans qu'il y en ait 4 alignés ?
Même question avec 10 alignements de 3 points.

● **La multiplication**
Voici la table T_5 de multiplication des 5 premiers entiers non nuls entre eux :

X	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

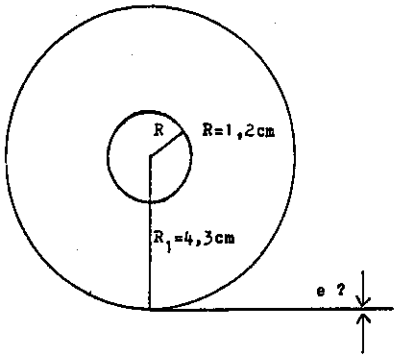
Dans cette table T_5 apparaissent 14 entiers distincts ; on note f(5) = 14.
Soit T_n la table de multiplication des n premiers entiers non nuls entre eux, et f(n) le nombre d'entiers distincts apparaissant dans cette table.
1. Trouver f(10).
2. Donner un encadrement aussi serré que possible de f(n), valable pour tout n.

Concours de La Réunion

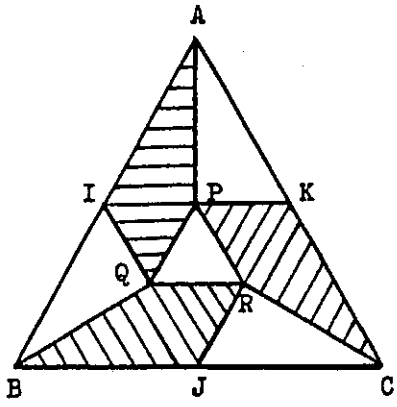
La Régionale APMEP de La Réunion fait preuve d'un dynamisme qui peut faire palir bien des régionales métropolitaines. «Horizons Mathématiques» présentée de juin à novembre 88, le président de la SMF, Jean-Pierre Bourguignon, celui de l'APMEP invités à parler aux élèves, et la participation aux Olympiades en concurrence avec des spécialistes du sujet : les Australiens. Voici les énoncés des épreuves locales pour Secondes et Premières proposés en 1988.

PREMIÈRES

1 - E 180
La longueur d'une bande de cassette vidéo (dite E 180, permettant 3 heures d'enregistrement) est de 258 mètres.
La bande, complètement rembobinée, peut être assimilée à une couronne circulaire dont les dimensions sont indiquées ci-contre.
Estimer l'épaisseur e de la bande magnétique.



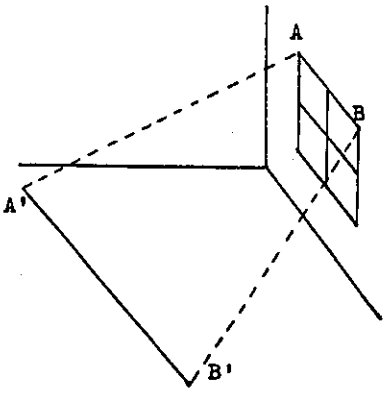
2 - Aire Maximale
Déterminer, parmi les triangles ayant un périmètre de 18 cm, ceux d'aire maximale.
On pourra commencer par envisager le cas des triangles isocèles, le cas des triangles rectangles...



3 - $1 = 1^2$
Existe-t-il des nombres entiers naturels qui soient égaux à la somme des carrés de leurs chiffres ?
On pourra commencer par envisager le cas des entiers à un chiffre, puis à deux chiffres, trois chiffres...

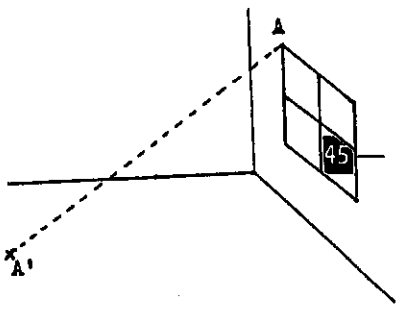
SECONDES

1 - Aéro-Réunion
Pour son papier à lettres, un aéroclub commande un tampon de forme triangulaire dont la partie encrée représente une hélice (partie hachurée sur le schéma ci-contre).
Le triangle ABC est équilatéral de côté 5 cm.
I, J et K sont les milieux des côtés du triangle ABC.
P, Q et R sont les milieux des côtés du triangle IJK.
Évaluer l'aire de l'hélice qui sera imprimée.

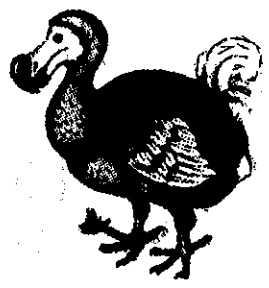


2 - Chiffres
1989 est un nombre qui s'écrit avec quatre chiffres : le 1, le 8 et deux fois le chiffre 9.
$2^{(2^2)} = 2^4 = 16$ s'écrit avec deux chiffres.
Mais avec combien de chiffres s'écrivent :
$3^{(3^3)} = 3^{27}$? $4^{(4^4)}$? $7^{(7^7)}$?

3 - A l'ombre
En plein jour, le soleil éclaire la fenêtre de la pièce représentée ci-contre.
L'ombre sur le sol du coin A de la fenêtre est le point A' où le rayon lumineux passant par A touche le plancher.
Dessinez l'ombre de la fenêtre sur le sol de la pièce.



II. La même pièce, mais pendant la nuit, est éclairée par un lampadaire à l'extérieur.
L'ombre sur le sol de l'arête (AB) est représentée par (A'B').
Dessiner l'ombre de la fenêtre sur le sol. ■



dodo-décaèdre - phase 1.

JEUX MATHÉMATIQUES ET LOGIQUES

Finale du 3e Championnat, les 7 et 8 Juillet à la Cité des Sciences et de l'Industrie de La Villette. Voici les épreuves des demi-finales régionales Lycée du 22 Avril.

1. LA PUISSANCE FINALE

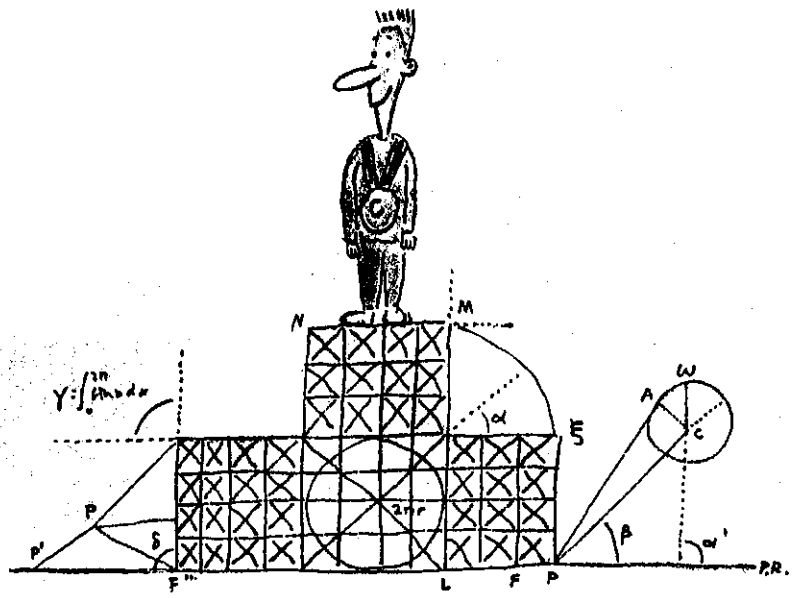
3 puissance 7 = 2187
On dit alors que 7 est une puissance finale pour 3.
Mais pouvez-vous déterminer la plus petite puissance finale pour 2, autrement dit le plus petit entier n tel que l'écriture décimale de 2^n se termine par celle de n ?

2. OTTO MOBILE

Otto Khar, organisateur de voyages, et directeur de la compagnie «l'Otto National», doit répartir des couples allant fêter leurs noces d'or dans les autocars de sa compagnie. Il souhaite que les autocars contiennent tous le même nombre de passagers. Lors d'une première tentative, chacun des autocars de sa compagnie contient 33 passagers. Mais une personne est laissée pour compte. La seconde tentative est concluante, mais un autocar reste vide.
Combien de couples participent à ce voyage ?

3. TARTE A LA CRÈME

Pour l'anniversaire d'un gourmand, le pâtissier a confectionné un gâteau circulaire. L'heureux homme en a découpé la première portion, en forme de secteur circulaire, et en a décoré le périmètre à l'aide de crème chantilly. Sa part a pour superficie 100 cm². Quelle est la longueur minimum, en centimètres, de la traînée de crème ?



4. LES CADEAUX CORÉENS

Deux jeunes Coréens reçoivent chacun un cadeau emballé dans un paquet en forme de parallélépipède. En Corée comme au Japon, la tradition veut que l'on attente quelques jours avant d'ouvrir les paquets. En attendant, le premier mesure les dimensions de son paquet, qui s'expriment par des nombres entiers de centimètres. Il observe que la largeur dépasse la hauteur de 4 cm, et que la longueur dépasse la largeur de 4 cm. Le second fait de même, et constate, quant à lui, que la largeur mesure un nombre entier de cm, que la hauteur mesure 4,5 cm de moins que la largeur, et la longueur 5 cm de plus que la largeur.
Nos deux amis calculent alors le volume de leurs paquets, et, oh, surprise, ils trouvent exactement le même volume. Quel est ce volume ? (en cm³).

5. L'ARMÉE REDÉPLOYÉE

Le Général Georges Déployé est à la tête d'un corps d'armée. Ce matin-là, et malgré le nombre important de soldats, il se rend compte qu'il peut faire mettre son armée sur trois colonnes. Chaque colonne compte bien sûr le même nombre de soldats. Arrive alors un retardataire. Nullement décontenancé, le général ordonne alors à la troupe de se mettre sur 5 colonnes. Le général a le coup d'œil ; elles sont de même longueur. Arrive un nouveau retardataire : le général parvient alors à former 7 colonnes. Un nouveau retardataire se présente : le général forme 9 colonne. Quand le dernier retardataire parvient sur les lieux, le général forme 11 colonnes. Son corps d'armée est maintenant au complet.
Combien le général a-t-il d'hommes, sachant que c'est un nombre inférieur à 5000 ?

6. LA CHOUETTE

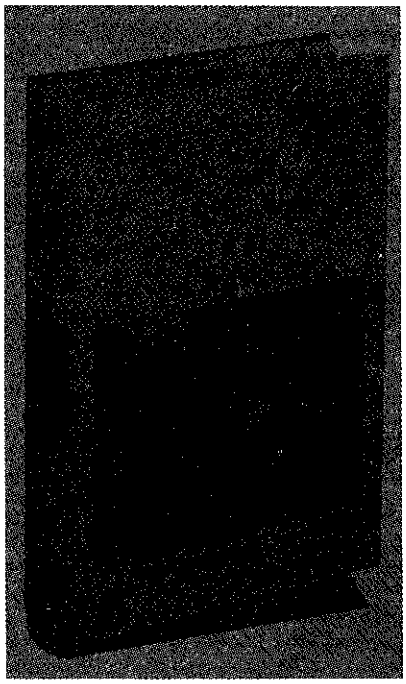
Trois personnes jouent en chouette au backgammon. Cela se passe de la façon suivante : après chaque partie, le perdant cède la place au joueur qui n'a pas joué. Toutes les parties ont la même valeur. A l'issue de la chouette. Anatole a gagné 10 parties, Barnabé en a gagné 21. Combien Cunégonde a-t-elle perdu de parties ?

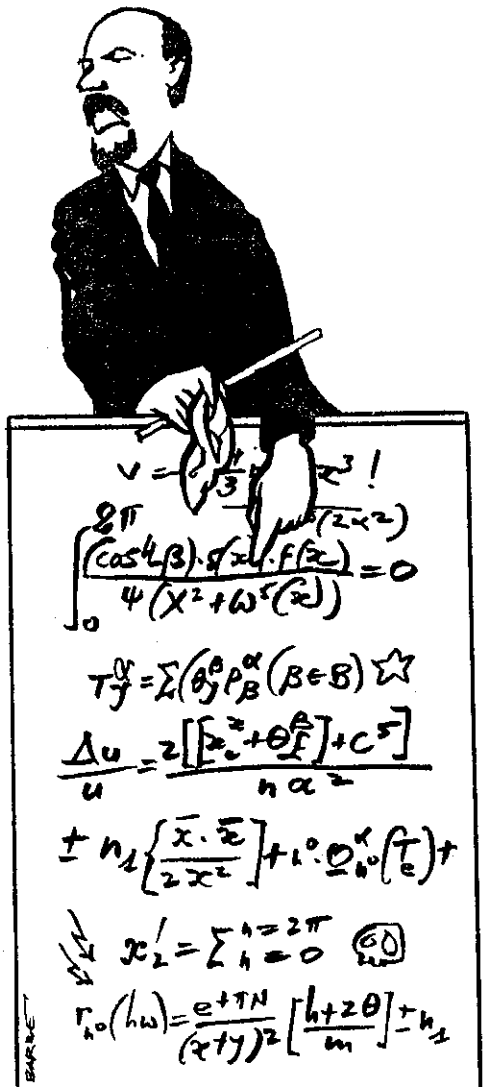
LES MATHS DANS LE MONDE

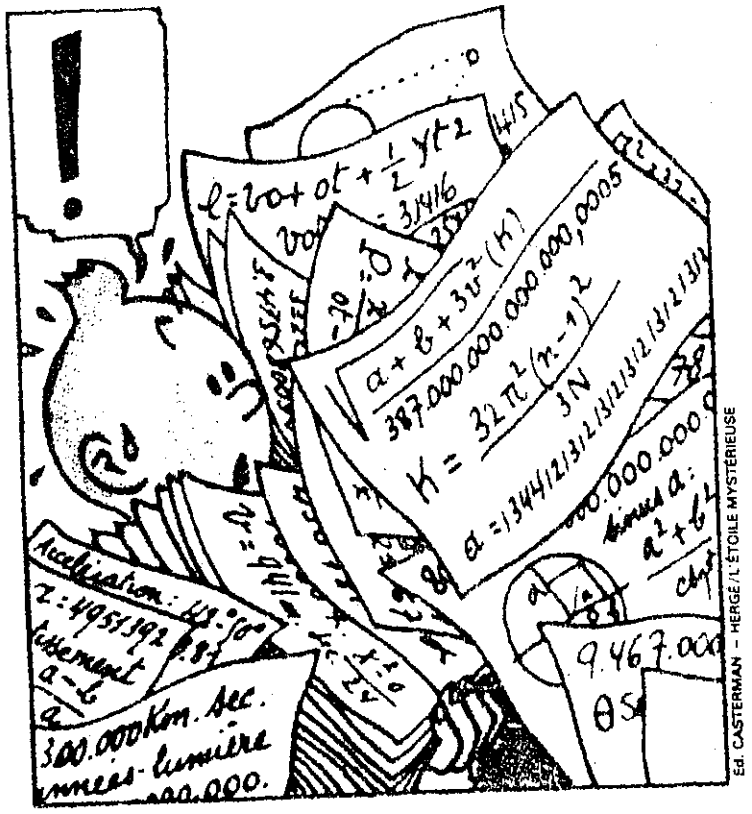
Le Monde s'intéresse de près aux mathématiques et à leur enseignement.
Deux exemples en mars-avril 89 :
☐ un «dossiers et documents» intitulé **«A quoi servent les maths ?» :** on y trouvera huit pages d'articles et d'interviews dont la variété permet de s'écarter des articles éculés et de développer, peut-être, réactions et débats entre enseignants et élèves.
On y trouvera aussi des articles comme celui du marché de l'emploi pour les mathématiciens qui répondent à la question posée par le titre du dossier.
☐ autre exemple de l'intérêt du **Monde** pour les mathématiques, une interview de Gouri Martchouk par Jean-Michel Kantor dans le numéro du 30 mars 89 intitulée : **l'URSS aussi a des problèmes avec les maths.**
Une explication : la mauvaise formation des maîtres et des chercheurs. Un des remèdes proposés : un effort de vulgarisation des principales disciplines actuelles des mathématiques : probabilités, informatique, modèles mathématiques...

ÉLÉMENTS D'HISTOIRE DES SCIENCES
576 pages. Ed. Bordas. 1989

Une somme de 22 textes où la science est présentée, sous la direction de Michel Serres, comme «un réseau multiple et complexe qui se chevauchent et s'entrecroisent en des nœuds, sommets et carrefours, échangeurs où bifurquent deux ou plusieurs voies».
Le lecteur pourra y suivre les voies mathématiques, de Babylone à l'invention des ordinateurs. ■

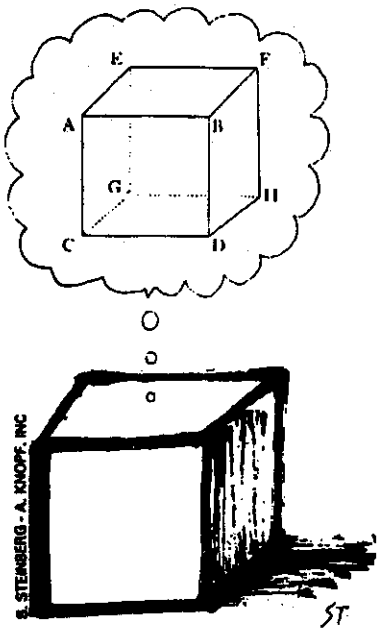






Ed. CASTERMAN – HERGÉ/L'ÉTOILE MYSTÉRIEUSE

INDUSTRIES DE POINTE, BANQUES, ASSURANCES RECHERCHENT DIPLOMÉS EN MATHEMATIQUES



L'idée qu'il faut davantage de mathématiciens dans les entreprises, partie des États-Unis, est aujourd'hui dans l'air du temps en France. Cette nouvelle tendance, liée notamment au progrès des outils informatiques, se traduit par une demande accrue dans la plupart des secteurs de l'économie.

Les «consommateurs» traditionnels de diplômés en mathématiques sont les grandes firmes des industries de pointe (informatique, aéronautique, spatial, etc.), ainsi que les banques et les compagnies d'assurances. Les premières embauchent principalement des spécialistes du calcul scientifique (modélisation, résolution numérique, développement et tests de logiciels) ; les secondes, des statisticiens et des actuaires. Ces secteurs sont encore aujourd'hui parmi les plus demandeurs de mathématiciens : «Je pense qu'ils doivent prendre plus de place par rapport aux informaticiens, qui se heurtent à des problèmes qu'ils ne peuvent plus résoudre avec les outils informatiques», explique Jean-Jacques Duby, directeur scientifique d'IBM Europe. Des besoins importants de spécialistes en mathématiques appliquées semblent également se développer dans les petites sociétés de services en informatique et en mathématiques, de plus en plus nombreuses à graviter autour des grandes firmes.

«Les mathématiques financières sont en plein essor, souligne Daniel Barsky, directeur de recherche au CNRS, et auteur de travaux sur la démographie des mathématiciens. C'est également le cas d'une activité comme le contrôle de la qualité des produits : les statisticiens sont, par exemple, embauchés par les grands groupes pharmaceutiques, qui doivent observer des normes administratives sévères pour pouvoir mettre un médicament sur le marché». De manière plus générale, le développement de nouvelles applications ouvre davantage de débouchés à des spécialistes de disciplines plus fondamentales des mathématiques. Mais les choses ne font encore que «frémir».

UNE EXPLOSION DES BESOINS

De nouvelles formations plus orientées vers des applications ont été créées ces dernières années dans le second cycle universitaire : DEA de cryptographie et optimisation à l'université de Limoges, magistère de modélisation mathématique et méthodes informatiques à Rennes-I ou même DESS en «ingénierie des mathématiques» à Nancy. «La nécessité d'un recrutement au niveau bac + (école d'ingénieurs, DEA, DESS, agrégation) par les entreprises n'est discutée par personne, même si les diplômes d'ingénieurs bénéficient d'un bonus par rapport aux formations universitaires», note Daniel Barsky. «Mais le phénomène le plus fondamental à l'heure actuelle est la demande très forte de titulaires d'un doctorat ; la demande est supérieure à l'offre, et il y a aujourd'hui une pénurie de docteurs en mathématiques appliquées», ajoute Jean-Claude Nedélec, qui prévoit une véritable explosion des besoins dans les années à venir. Une perspective d'autant plus préoccupante que les flux de diplômés qui sortent chaque année de licence, de maîtrise, de DEA et DESS, et des troisièmes cycles de mathématiques sont jugés dramatiquement insuffisants. La recherche publique et l'enseignement pourront-ils faire le poids face aux salaires de l'industrie ?

L'OPA lancée sur les thésards par les entreprises mais aussi par les banques et les compagnies d'assurances est en partie liée aux nouveaux rapports qui s'établissent entre la recherche et les sciences de l'ingénieur : le temps entre découverte fondamentale et application industrielle s'est réduit vertigineusement, et l'utilisation de techniques numériques de plus en plus sophistiquées sur les ordinateurs pose aux établissements des problèmes de plus en plus théoriques. Les entreprises ont donc besoin d'un «nouveau type» de professionnels, capables de dialoguer avec les laboratoires de recherche fondamentale, et d'innover dans les méthodes mathématiques.

Le fait que l'activité dans l'entreprise soit un travail d'équipe et de dialogue exige également que le mathématicien devienne pluridisciplinaire. Une étude réalisée à l'occasion du colloque «Mathématiques à venir» auprès de vingt sociétés montre que le diplômé embauché doit être prêt à appréhender une autre discipline et ses techniques (géophysique, économie, finance, théorie des réseaux, langage machine etc.) et connaître la pratique de la programmation informatique.

LA TETE HAUTE

Ces nouvelles exigences expliquent notamment le développement de thèses menées en partie dans les entreprises.

Si l'on compare la France aux États-Unis, un bon bout de chemin reste pourtant à parcourir aux entreprises et aux mathématiciens pour mieux se comprendre. Ainsi, les premières considèrent-elles souvent un matheux comme un «oiseau rare», original, et mettent en doute ses capacités à s'adapter aux «choses concrètes» et à intégrer une équipe. Le profil de l'ingénieur reste, de l'avis général, beaucoup plus rassurant. «Un mathématicien, c'est un type qui sait poser un problème, le résoudre par toutes les méthodes possibles et imaginables (y compris celles qui ne sont pas implicitement comprises dans le problème), et qui sait s'assurer que la solution marche dans tous les cas, précise Jean-Jacques Duby. C'est exactement ce que l'on demande à un ingénieur industriel !».

De l'autre côté, beaucoup de mathématiciens travaillant à l'Université ou au CNRS pensent encore qu'un des leurs qui part dans l'industrie ou dans la recherche est un mathématicien perdu. «Il faudrait pouvoir quitter la recherche la tête haute, souligne Bertrand Arnaud, trente ans, ancien normalien agrégé et titulaire d'une thèse de troisième cycle en mathématiques pures, entré dans une banque il y a quelques mois. Partir d'un laboratoire est considéré comme une déchéance ou une trahison, et il se produit une rupture avec les autres chercheurs. Il est pourtant très important de garder des liens».

M.R.

Avril 1989