Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de rédaction
Jacques Borowczyk, Daniel Boutté, Gérard Chauvat, Michel Clinard, Jacqueline Collet, Roger Crépin, Luce Dossat, René Gauthier, Georges le Nezet, Ginette Mison, Serge Parpay, Raymond Torrent, René Metregiste.

Rédaction
Michel Darche, Michel Clinard

Secrétariat
Madeleine Schlienger

Diffusion - Ventes
Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité
Pascal Monsellier

Abonnements
PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cédex 2

Prix d'abonnement
100 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 80 F
Abonnement étranger : 120 F

Photocomposition et maquette
Techniques Graphiques du Futur
Limoges

Photogravure et impression
Fabrègue - Limoges

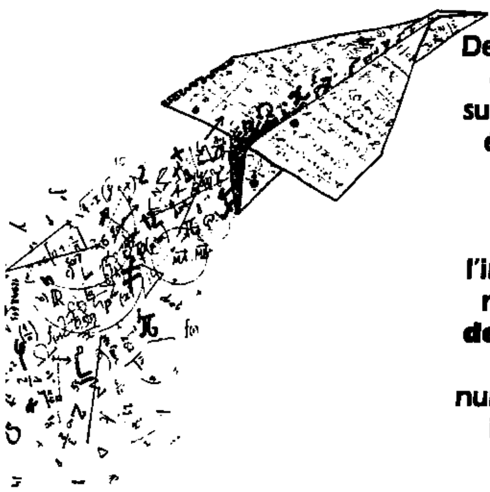
Commission paritaire
63181 - ISSN 0397-7471

Éditeur
Associations régionales de l'APMEP de Poitiers, Limoges, Orléans-Tours, Nantes, Rennes, Rouen, Toulouse Brest, Caen et Clermont-Ferrand avec le concours du Ministère de la Coopération

Diffusion
Adecum (Association pour le développement de l'enseignement et de la culture mathématique). Publié avec le concours du Centre National des Lettres

SOMMAIRE

ÉDITORIAL



Demandez à un élève, un peu graphiste, d'illustrer les mathématiques. Neuf fois sur dix il vous fera apparaître des sigma, épsilon et autres alpha. Pour beaucoup d'anciens élèves c'est aussi cette image qui reste.

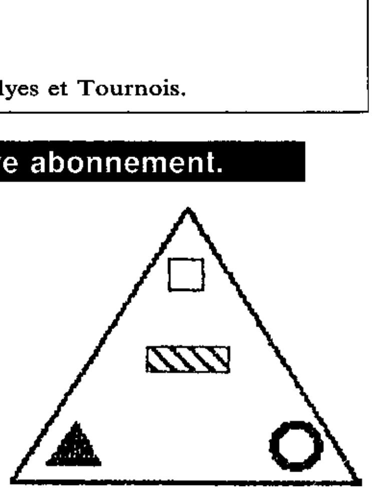
Depuis quelques années, l'audiovisuel, l'informatique mais aussi l'affiche, le manuel scolaire offrent une autre image des mathématiques. C'est ce que nous avons voulu montrer dans ce dernier numéro de 1988, avec, en prime, de quoi illustrer les murs de vos classes en utilisant la couverture du journal.

1989, une année exceptionnelle si vous êtes (ré)abonné

Sommaire du prochain PLOT : SPÉCIAL COLLÈGES
Calculatrices au collège : **E. Thépot.**
Itération et nouveaux programmes : **C. Landré.**
Translation en 4e, une leçon : **G. Chauvat.**
A propos des transformations géométriques : **J. Fages & Métrégiste.**
Représentations planes d'un volume : **E. Thépot.**
A la recherche de l'algèbre : **M. Clinard.**
Evaluation et différenciations ; **A. Gagneux.**
Et toujours les rubriques habituelles :
A-Plot-Strophes, A propos des Expositions, Rallyes et Tournois.

INFO-DERNIÈRES : Renouvelez votre abonnement.

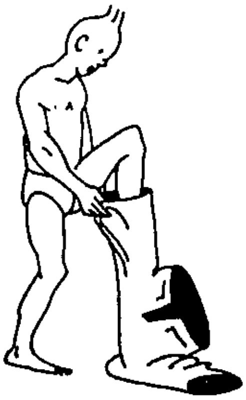
Il se fait par année civile. L'étiquette-adresse vous indique si vous êtes en fin d'abonnement. Dans ce cas vous soulagerez le travail de l'équipe en vous réabonnant tout de suite, avant de lire la suite du journal.
Attention, les tarifs sont inchangés depuis 3 ans, profitez-en !!!

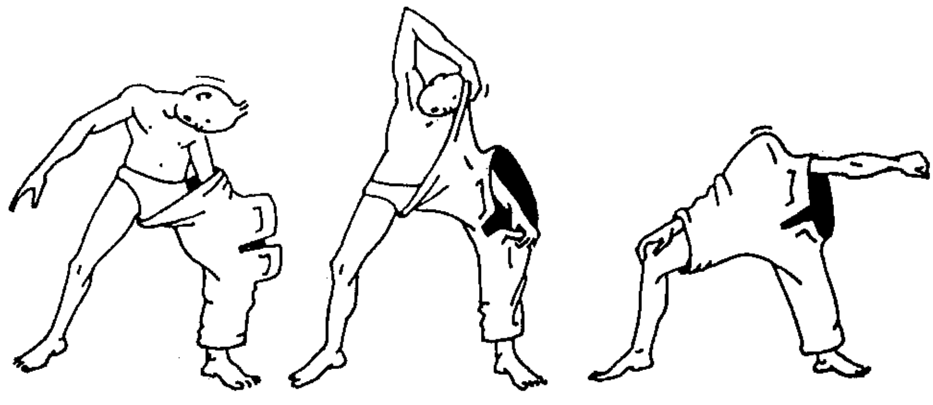


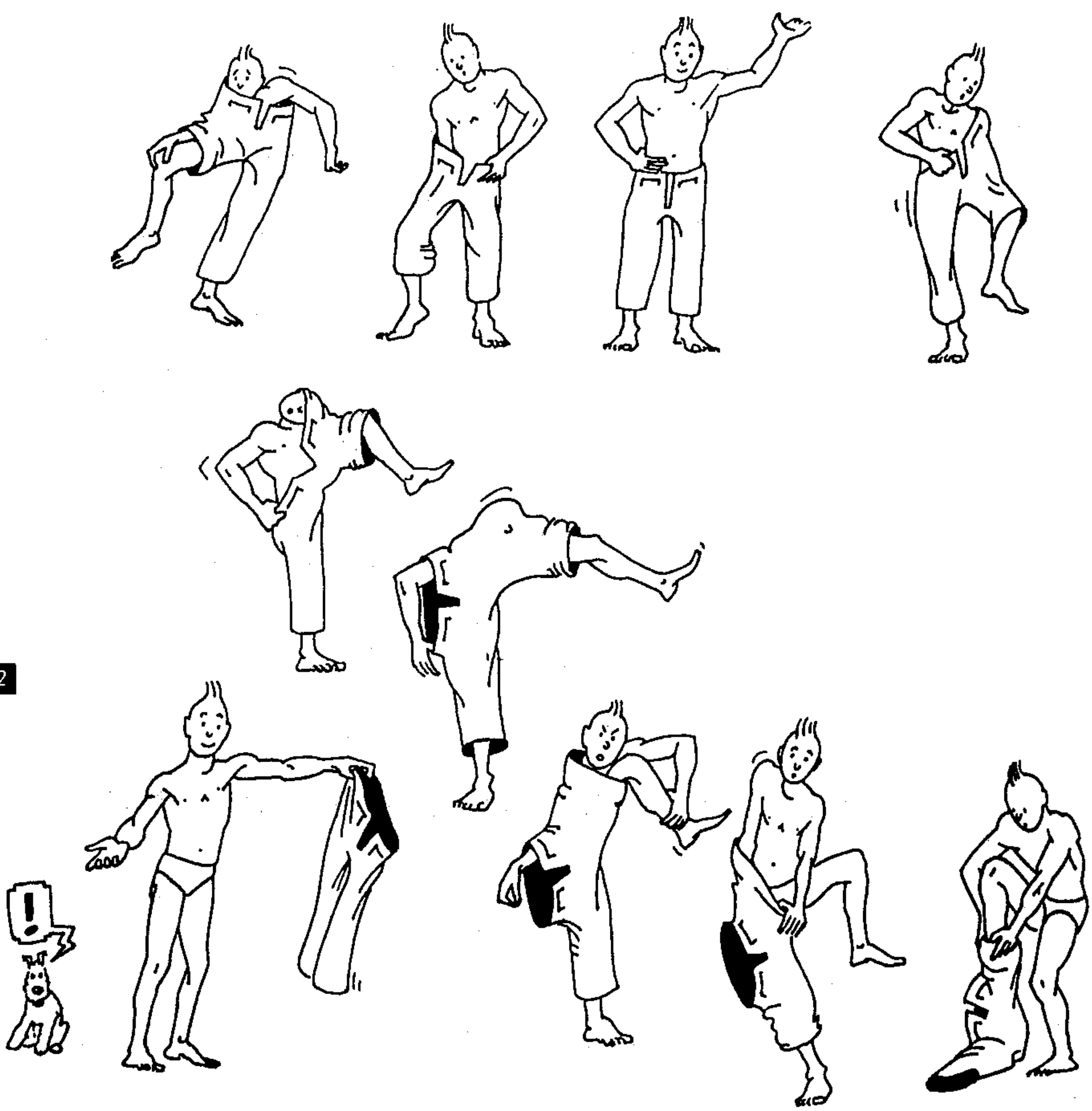
A Jean Delporte qui avait beaucoup donné pour faire utiliser l'image dans la classe.

Variations topologiques sur le thème du pantalon

Imaginé et dessiné par Philippe COMAR - Paris







Suite et fin, en couleur, en fin de journal.

MATHÉMATIQUES ET ARTS GRAPHIQUES

Michélé EMMER - Rome

Des bulles de savon au graphisme d'ordinateur

Ces dernières années, les ordinateurs ont joué un rôle croissant dans les domaines les plus variés de l'activité humaine, en particulier les ordinateurs possédant une grande définition graphique. Simultanément, en mathématiques, sont apparus des secteurs jusque-là délaissés ou peu étudiés. Michelè Emmer, bien connu des amateurs de films mathématiques, nous en retrace ici un exemple particulier : les surfaces minimales et les bulles de savon. D'autres exemples sont donnés par l'auteur (la quatrième dimension et l'hypersphère, les solides de Platon, la symétrie) dans le beau livre italien «*I frattali, la geometria dell'irregolare*» publié en mai 1988, par l'Istituto de la Enciclopedia Italiana, Fondata da Giovanni Treccani*, que nous remercions ici pour cet article (Traduction : Marie-Laure Darche Giorgi).

Fig. 1-H Goltzius. *Quis evadet*, gravure, 1594. (Bibliothèque Nationale, Paris).

*Cette fondation vient d'acquérir un exemplaire de l'exposition «Horizons Mathématiques» pour le faire itinérer à partir de janvier 89 en Italie.

Dans la présentation de cet article, il nous a semblé opportun d'élargir l'horizon au problème plus large des rapports entre mathématiques et art, en prenant cependant comme seul exemple les secteurs dans lesquels on a assisté ces dernières années à une utilisation systématique et profitable des ordinateurs graphiques. Voici ici celui des surfaces minimales.

Les bulles de savon

«Je bavarde parce que je ne sais rien. C'est au cours de ce dernier mois que j'ai appris à bavarder, à force de rester des journées entières étendu dans mon coin à penser... à tout et à rien. Voyons, pourquoi vais-je maintenant là-bas ? suis-je capable de cela ? Est-ce sérieux ? Ce n'est pas sérieux du tout. *Ce sont des bulles de savon, de pures chimères qui attirent mon imagination*» (Dostoïveski, *Crime et châtiment*).

«Une bulle de savon est la chose la plus belle, la plus précieuse qui existe dans la nature (...). Je me demande combien il faudrait pour acheter une bulle de savon s'il n'en existait qu'une seule au monde» (Marc Twain, *Les naïfs à l'étranger)*.

Ces deux citations, et on pourrait en faire beaucoup d'autres, révèlent deux des significations qu'ont le plus souvent les bulles de savon dans la littérature et les arts figuratifs : leur fragilité, du moins apparente, symbole de la vanité des ambitions humaines, et cependant, ou peut-être pour cela, leur grand charme.
Les bulles de savon évoquent naturellement les jeux de l'enfance. Qui n'a joué une fois dans sa vie à faire des bulles de savon ? Qui n'est resté immobile à regarder les petites boules irisées volant dans l'air ? Les bulles de savon occupent une place importante dans l'art figuratif et la littérature mais sans doute peu de gens s'attendent-ils à ce qu'elles jouent un rôle important dans les sciences, en particulier en mathématiques, physique, chimie, biologie et aussi en architecture.
Un célèbre scientifique, Sir William Thomson (Lord Kelvin), a écrit : «Faites une bulle de savon et observez-la : vous pourriez passer toute la vie à l'étudier» et cette affirmation, en fait, n'est pas exagérée.
Je voudrais fournir quelques exemples de l'histoire, pour ainsi dire en parallèle, des bulles de savon dans l'art et dans les sciences. Pour de plus amples détails je vous renvoie à la bibliographie.

Les bulles de savon dans l'art

L'association de la bulle de savon avec l'idée de «Vanita Vanitatum» —la fragilité des ambitions humaines, la fragilité de la vie elle même— l'image de «l'homo bulla» (l'homme et la bulle) est très souvent présente dans les littératures grecque et latine, puis est reprise ensuite à la Renaissance.

On peut lire dans le dialogue de *Caronte et les Observateurs* de Luciano di Samotasa (130-200 ap J.-C.) Caronte : «je veux te dire, O Mercure, ce à quoi me semblent être identiques les hommes, et toute leur vie. As-tu vu les bulles qui s'élèvent dans les airs sous la chute du torrent ? Ces petites bulles qui forment l'écume ? Certaines sont petites et tout à coup se cassent et s'évanouissent... Ainsi en est-il de la vie des hommes».

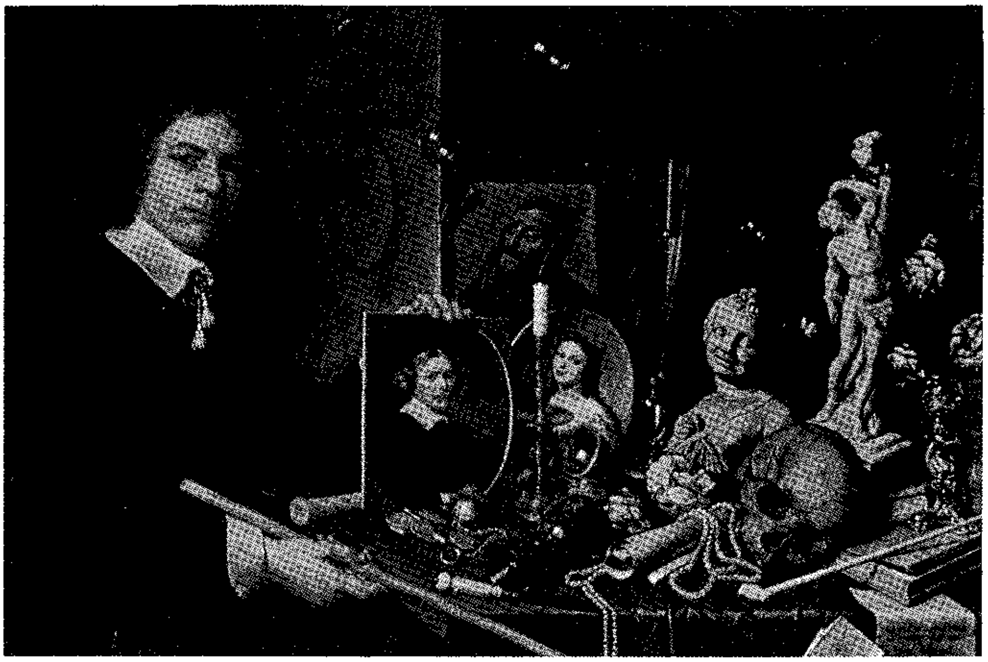


Fig 2-D. *Vanitasstilleven*, peinture à l'huile, 1651 (Stedelijk Museum de Lakendal, Leiden).

Il n'est pas question ici de bulles de savon, et de l'avis de Wolfang Stechow (4) il n'en est pas question non plus dans la littérature si ce n'est après que le peintre hollandais Cornelis Ketel ait utilisé pour la première fois, en 1574, dans un tableau, la bulle de savon comme symbole de la «Vanité». Le petit tableau porte l'inscription en grec «l'homme et une bulle» et se trouve au dos d'un portrait. Comme l'a souligné Stechow : «le fait que la représentation se trouve au dos d'un portrait fournit des indices pour autant qu'elle concerne l'histoire de cette allégorie».
Plus connues sont les séries de gravures de Hendrik Goltzius en 1594 sur le thème de «l'Homo Bulla» (Fig. 1).
Dans son article *Le chérubin à tête de mort*, Janson parle en particulier des gravures de Goltzius (5). Durant tout le 17e siècle, le thème de «la Vanité», et par voie de conséquence, celui des bulles de savon, se répand dans la peinture hollandaise du genre. On trouve des exemples de la représentation traditionnelle du chérubin ou de l'enfant qui souffle des bulles comme chez Ketel ou Goltzius, ou bien des bulles apparaissent sans que personne ne les ait formées comme symbole allégorique plus explicite encore.
Une des œuvres les plus intéressantes du second genre est le tableau de David Bailly : *Vanitasstilleven*, en 1651 (Fig. 2). Cette œuvre est considérée comme l'une des plus réussies de l'école hollandaise du 17e siècle par l'historienne de l'art Svetlana Alpers (6) : «L'art de Bailly semble défier avec un soin obsessionnel le caractère éphémère qu'il souligne, pourtant, avec plaisir.

Fig. 3-C. Chaplin, *Les bulles de savon*, à partir de la peinture à l'huile originale détruite durant la seconde guerre mondiale. 19e siècle (Collection privée Rome).

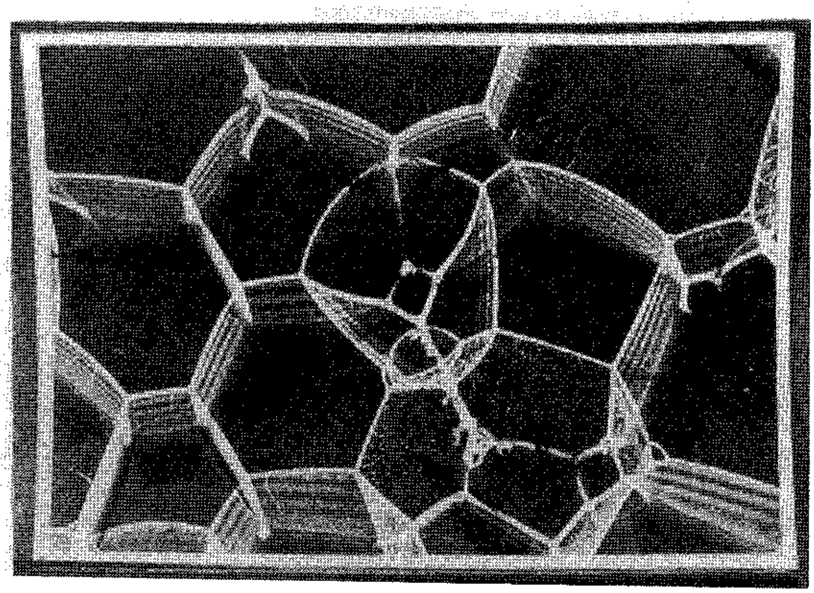
Fig. 4-J.E. Millais, *Bubbles*, peinture à l'huile, 1886 (avec l'aimable autorisation de la A & F Pears Limited, Londres)

L'art, évanescent, produit des bulles d'air, mais des bulles faites de manière à ne jamais éclater. La fugacité des choses est évoquée pas tant par les symboles de la vanité des choses terrestres que par leur caractère de représentation élaborée à des fins artistiques».

Le thème des bulles de savon continue à intéresser les artistes au 18e siècle. Le tableau de Chardin «Les bulles de Savon», 1735 environ, marque un moment important de l'histoire artistique des bulles de savon. Pierre Rosenberg, qui s'est occupé de la riche exposition des œuvres de Chardin au Grand Palais de Paris en 1979 a écrit, à propos de cette œuvre dont il existe deux versions, l'une à la National Gallery de Washington, l'autre au Metropolitan Museum de New York (7) : «on peut dire que l'artiste observe le monde de l'adolescence avec beaucoup de tendresse et de compréhension ; dans son œuvre, il n'est nul besoin de chercher des significations morales ou philosophiques très complexes, sauf l'allusion évidente à la fragilité humaine de «La Vanité»». Le thème de l'enfant à la bulle sera repris également au 19e siècle. Le tableau de Chaplin (Fig. 3) a été détruit lors d'un bombardement de Paris au cours de la seconde guerre mondiale. En restent des reproductions. De la même période date une peinture de Couture (1859) qui se trouve également au Metropolitan Museum. Que ce soit l'œuvre de Chardin ou de Couture, elles devaient être connues de Manet qui a peint «*les bulles de savon*» en 1867.

Hanson (8) et Mauner (9) sont persuadés que l'œuvre de Bailly était connue de Manet, du moins la version reproduite dans le volume de Blanc (10).

Dans son analyse du tableau de Manet, Cachin, dans son catalogue de l'exposition de 1983 écrit (11) : «De toutes les représentations sur le thème de «La Vanité», Manet conserve les éléments traditionnels : le petit tube auquel est rattachée la bulle prête à éclater, ainsi que la jeunesse du modèle. Mais il apporte des modifications, leur donnant une position plus de face et surtout il élimine toute trace de mélancolie».
Si, avec Manet, la bulle de savon perd son caractère symbolique, avec le tableau de Millais (1885) elle en acquiert de différentes, à l'insu même de son auteur (Fig. 4). Le tableau de Millais fut acheté par une maison de savons, qui existe toujours, la société anglaise Pears. Sur l'original a été rajouté, en bas à droite, une petite reproduction du savon transparent Pears , qui était alors lancé sur le marché pour la première fois. L'affiche fut reproduite à des milliers d'exemplaires : ainsi les bulles de savon ont fait une entrée triomphale dans la publicité, secteur dans lequel elles continuent à être le symbole de la fraîcheur et de la propreté.



6

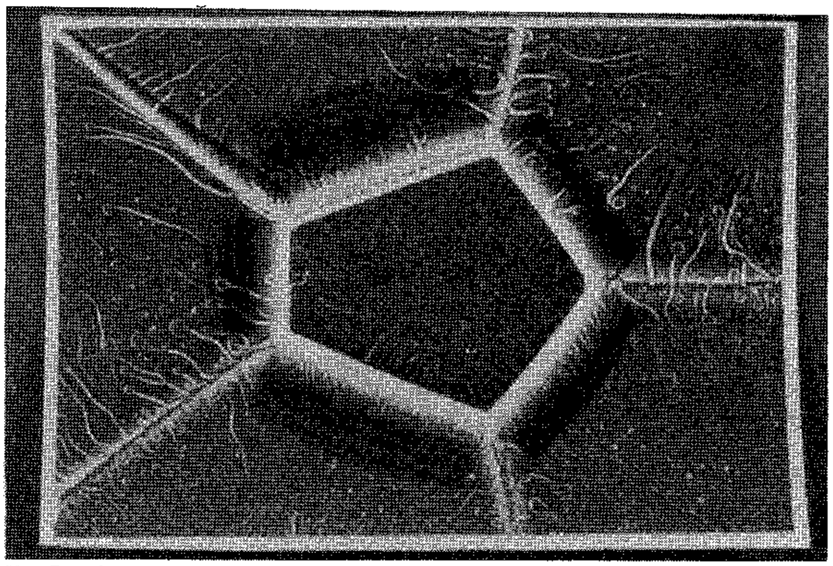


Fig. 5 et 6 B.R. Miller, *Soap Bubbles*, photographies, aggrandissements 3 et 4 fois (© 1979).

Si, dans toutes les œuvres traitées jusque-là, apparaissent seulement les bulles de savon —on n'y trouvait aucun intérêt et sans doute non plus aucune connaissance chez les artistes des découvertes faites, durant ces mêmes années où Manet peignait son tableau, par le physicien Plateau sur la géométrie des empilements de surfaces et des bulles de savon— certains artistes contemporains ont pensé à utiliser ces propriétés géométriques dans leurs œuvres.

L'artiste américain Bradley Miller utilise une particularité technique pour photographier les empilements des bulles de savon, mettant ainsi en évidence leur structure géométrique (12) (Fig. 5 et 6).
De nouvelles formes liées aux propriétés géométriques des surfaces savonneuses viennent d'être trouvées ces dernières années par des mathématiciens utilisant un nouveau «savon» : les graphiques sur ordinateurs. Mais pourquoi cet intérêt pour les bulles de savon ?

La Géométrie des bulles de savon

Il semble n'y avoir rien de plus simple qu'une bulle de savon. Chaque fois que l'on souffle de l'eau savonneuse, on obtient une sphère qui s'envole dans les airs.
Pour comprendre à quels types de problèmes on a à faire quand on parle des surfaces savonneuses, on peut partir d'un cas très simple, qui est utilisé souvent par les mathématiciens pour introduire le secteur des mathématiques dans lequel on rencontre ces questions : **«le calcul des variations»**. Les mathématiciens considérent l'exemple qui suit comme le premier problème du calcul des variations : il s'agit de la fondation de la ville de Carthage par la reine Didon. L'épisode est raconté dans l'Eneïde de Virgile (Livre 1, vers 360-368). Didon, arrivant sur les côtes d'Afrique, demande au roi de la région, de la terre pour fonder une ville. Le roi, pour se moquer d'elle, lui propose autant de terre «...que peut délimiter la peau d'un bœuf».. Or l'astucieuse Didon réussit à renverser la situation à son avantage en taillant la peau du bœuf en bandelettes très minces, qu'elle cousit ensuite ensemble. En partant d'un point du bord de

mer, elle entoura avec ces bandelettes la terre sur laquelle fut fondée Carthage. Le problème de Didon était de trouver, avec la longueur de toutes les bandelettes, le plus de terre possible, c'est-à-dire d'obtenir le meilleur résultat parmi les configurations possibles. Elle résolut brillamment le problème (c'est du moins ce que pensent les mathématiciens !) en traçant un demi-cercle.

Les problèmes de ce type sont dits «isopérimétriques», dans le sens que l'on peut le formuler de la manière suivante : «De toutes les figures planes de même périmètre, quelle est celle qui possède la plus grande aire ?.

La réponse, s'il n'existe pas d'autres contraintes (par exemple la mer et donc la nécessité d'avoir un port) est le cercle. Dans l'espace, si l'on cherche quelle est la surface qui, à volume égal, (l'air que l'on souffle par exemple) a la plus petite surface externe, la réponse est la sphère. Ainsi donc, chaque fois que l'on souffle pour faire une bulle de savon, on vérifie expérimentalement cette propriété bien connue des mathématiciens grecs.

Au 19e siècle, le physicien belge Joseph Plateau commence une étude systématique des surfaces et des empilements de bulles de savon, analyses qui l'amènent à trouver de façon expérimentale les lois qui régissent les formes que peuvent posséder de telles structures. En 1873, il publie ces résultats dans le volume *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires* (13).

Les lois trouvées par Plateau pour les pellicules savonneuses sont les suivantes :

1- Les surfaces et les bulles de savon se rencontrent toujours selon des lignes de courbure très régulières.

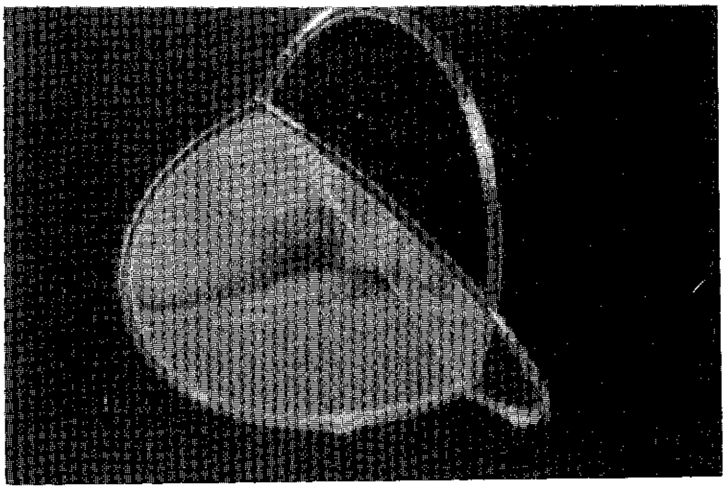
2- Les surfaces savonneuses peuvent se rencontrer de deux façons et ceci paraît inattendu ; quand on lave des assiettes et que l'on forme un grand nombre de surfaces et de bulles de savon qui se rencontrent, les lois de Plateau sont toujours respectées :

— ou bien trois surfaces qui se rencontrent le long d'une ligne, formant entre elles des angles identiques de 120° (Fig. 7),

— ou bien six surfaces qui forment quatre courbes d'intersection se rencontrant à leur tour en un sommet suivant des angles identiques d'environ 109° (Fig. 8).

Le problème de Plateau

Plateau étudie aussi un autre genre de problème, aujourd'hui appelé en son honneur, «problème de Plateau» : si l'on considère un fil de fer que l'on tourne autant que



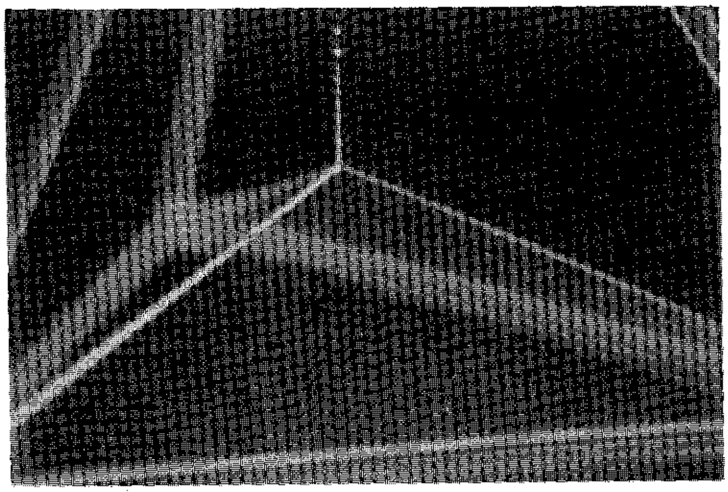


Fig 7 et 8 - trois surfaces planes se rencontrent suivant une ligne, formant entre elles des angles de 120°,
— six surfaces planes se rencontrent suivant quatre segments se rencontrant à leur tour en faisant un angle de 109° environ. photographies tirées du film de M. Emmer, Bulles de savon, 1979 (© Film 7, Rome).

l'on veut, et si on le plonge dans l'eau savonneuse, en le ressortant, on obtient un ensemble de surfaces savonneuses qui, parmi toutes celles qui touchent les mêmes armatures de fer, ont une aire qui, en général, est minimale. Plateau a été fasciné par la beauté de certaines constructions ainsi obtenues. Celles qui l'ont le plus fasciné s'obtiennent en immergeant dans l'eau savonneuse un squelette de cube et en y insérant ensuite une bulle de savon qui, pour des raisons de symétrie, se place au centre de la structure. On obtient ainsi une forme qui ressemble beaucoup à l'une des projections possibles d'un cube de dimension 4, ou hypercube, dans l'espace de dimension 3. Elle lui ressemble car en réalité, dans le modèle de l'hypercube, les surfaces n'ont pas la même courbure que dans le modèle de surfaces savonneuses.

Dans le livre de Plateau, apparaissent seulement des dessins (Plateau n'eut pas la possibilité de voir toutes les expériences car il perdit progressivement la vue et dût se faire décrire ce qui se passait par ses deux collaborateurs).

C'est seulement en 1976 que le mathématicien américain Jean Taylor fut en mesure de démontrer dans un article considéré comme l'un des plus importants de ces dernières années, que les lois de Plateau sont vraies (15). Comme l'a écrit le mathématicien Richard Courant «l'évidence empirique ne peut jamais établir l'existence mathématique et, de même, la richesse d'un résultat d'existence d'une solution, de la part d'un mathématicien, ne peut être considérée par un physicien comme une recherche superflue de rigueur. Seule la démonstration de l'existence peut donner la certitude que la description mathématique d'un phénomène physique est significative et correcte».

La même année, Jean Taylor et Fred Almgren publient dans le «Scientific American» (16) un article sur la géométrie des bulles de savon, illustré de magnifiques photos. De là va naître l'idée de réalisation d'un film sur la structure des pellicules savonneuses et l'utilisation de caméras a permis de voir des effets qui autrement sont absolument invisibles (17).

J'ai déjà évoqué le fait que depuis quelques années, les mathématiciens utilisent un nouveau genre de savon pour réaliser ces modèles de surfaces minimales, en particulier pour réussir à résoudre des problèmes qui ne peuvent être résolus avec des modèles réels de pellicules savonneuses. Ce nouveau «savon» est l'ordinateur graphique. Si avec ces ordinateurs, il est possible d'obtenir des images significatives de surfaces minimales déjà connues, du type ruban minimal de Moebius (17) (Fig. 3 en 4e de couverture), ou la surface d'Ennepero (Fig. 2 en 4e de couverture), un groupe de mathématiciens américains a réussi, grâce à l'utilisation des capacités graphiques d'un ordinateur, à trouver puis à démontrer l'existence de nouveaux genres de surfaces minimales appelée «surfaces minimales complètes immergées de dimension topologique supérieure à zéro». Ceci signifie que la surface est infinie, sans autointersection (elle ne se recoupe jamais), et elle a des anses comme celle d'une petite tasse. Jusqu'en 1984, on connaissait seulement trois surfaces complètes immergées, le plan, la caténoïde ou chaînette, et l'hélicoïde, toutes obtenues avec les pellicules savonneuses, mais sans anse. Grâce aux ordinateurs utilisant les équations du mathématicien brésilien Costa, David Hoffman et Williem Meeks III, avec l'aide d'un expert en ordinateur graphique, James Hoffman, ont pu découvrir cette nouvelle famille de surfaces (Fig. 1 et 4 en 4e de couverture). Les images qu'ils ont obtenues ont non seulement ouvert des perspectives intéressantes pour la recherche mathématique, mais ont aussi créé une nouvelle famille de formes pour lesquelles on parle déjà de la naissance, comme pour les fractales, de véritable MART-ART, dans laquelle les mathématiciens sont appelés à jouer un rôle très important (18), (19), (20).

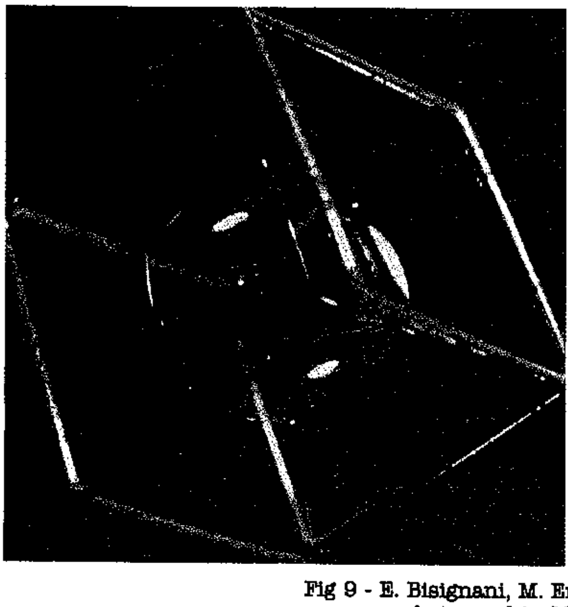


Fig 9 - E. Bisignani, M. Emmer, Hypercube savonneux, photographie, 1986 (© auteur).

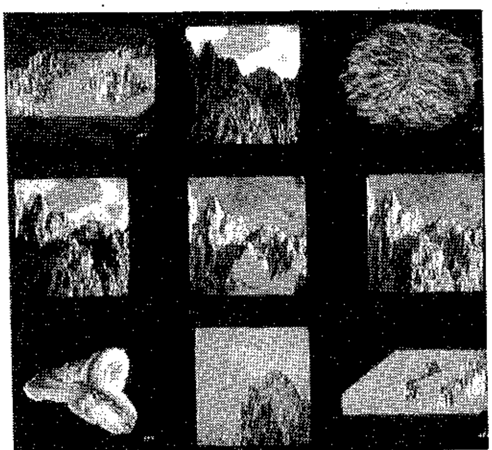
BIBLIOGRAPHIE

BOLLE DI SAPONE.
1. M. Emmer, *Le bolle di sapone fra arte, matematica e fisica*, Annuario EST-Mondadori, Sezione Scienza, Tecnica, Arte, (1986-87), pp. 307-312.
2. M. Emmer, *Soap Bubbles in Art and Science : from the Past to the Future of Math Art*, in «Leonardo», vol. 20, n. 4 (1987), pp. 327-334.
3. M. Emmer, *Le bolle di sapone, divagazioni tra arte scienza, volume in preparazione.*
4. *W. Stechow, Homo Bulla*, in «Art Bulletin», 20 (1983), pp. 227-228.
5. H. W. Janson, *The putto with the death's head*, in «Art Bulletin», 10 (1937), pp. 423-430.
6. S. Alpers, *The Art of describing : Dutch Art in the Seventeenh Century, Chicago 1983 ; trad. it. : Arte del descrieve : scienza e pittura nel Seicento olandese*, Torino 1984, pp. 176-183.
7. P. Rosemberg, *Chardin 1699-1779*, Catalogo della mostra, Paris 1979, pp. 206.
8. A. C. Hanson, *Manet and the Moderne Tradition/* New Haven 1977, pp. 69-70.
9. G. Mauner, *Manet peintre-philosophe. A Study of the Painter's Thermes*, University Park 1975.
10. C. Blanc, *Histoires des peintres de toutes les écoles : École Hollandaire*, Paris 1876.
11. F. Cachin, *Les bulles de savon, in Manet 1832-1883, catalogo della mostra (1983), pp. 268-269.*
12. *B. Miller, Close and Cracking*, Los Angeles 1978.
13. J. Plateau, *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, Paris 1873.
14. È questo il motivo per il quale si è chiamata la foto *Soapy Hypercube*, ipercubo soponoso ; tre foto di questa struttura hanno partecipato alla mostra *«Hypergraphics 87»* al Rhode Island College of Art, Providence, maggio 1987.
15. J.E. Taylor, *The Structure of Singularities in Soap-bubbles-like and Soap-film-like Minimal Surfaces*, in «Annals of Mathematics» 103 (1976), pp. 489-539.
16. F. J. Almgren, J.E. Taylor, *The Geometry of Soap Films and Soap Bubbles*, in «Scientific American» (luglio 1976), pp. 82-93.
17. M. Emmer, *Soap Bubbles*, film della serie «Art and Mathematics», Roma, FILM 7,16 mm., durata 27 minuti : il film, oltre ad aver partecipato a diversi festival del cinem scientifico, è stato presentato alla Biennale di Venezia 1986, dedicata al tema *Arte e Scienza*, nella sezione *Tecnologia e informazione*, (Catalogo della sezione, Venezia 1986, p.83).
18. Per il ruolo del nastro di Moebius nell'arte si veda M. Bill, *Endless Ribbon, in Mathematics Calendar*, Berlino 1979 ; M. Emmer, Visual Art and Mathematics : *The Moebius band*, film della serie «Art and Mathematics», con Max Bill, Roma, FILM 7 (1979), 16 mm., durata 27 minuti.
19. D. Hoffman, *The Computer-Aided Discovery of New Embedded Minimal Surfaces*, in «The Mathematical Intelligencer», vol. 9, n.3 (1987), pp. 8-21.
20. M. Emmer, *Math-Art : New Technologies for a New Art*, in corso di stampa sui Rendiconti dell'Accademia dei Lincei.
21. Surfaces minimales - J.P. Bourguignon in the Mathématiques Aujourd'hui Belin1986.
22. Formes optimales. Hildebrandt-Tromba. Belin. 1987. ■

L'IMAGE

Jean-François COLONNA - Palaiseau

Jean-François Colonna, responsable du GSV/Lactamme de l'École Polytechnique, résume ici comment l'image graphique intervient dans l'observation, l'expérimentation et la modélisation des phénomènes naturels, visibles ou invisibles. Ce texte est illustré en 2e page de couverture par des images de synthèse de phénomènes naturels : montagnes, rivières, côtes maritimes, nuages.



Synthèse de phénomènes naturels (montagnes, rivières, côtes maritimes, nuages...).

L'expérience numérique

Nous appelons expérimentation numérique l'association d'un modèle numérique (produisant des résultats) et d'outils de synthèse d'images (facilitant l'analyse et la compréhension des valeurs produites). En effet, aujourd'hui, les outils de calcul mis à la disposition des chercheurs et des ingénieurs (de la station de travail au superordinateur) autorisent la mise en œuvre de modèles d'une grande complexité (et en particulier multidimensionnels et évolutifs). L'utilisation de techniques traditionnelles pour la sortie des résultats (valeurs numériques sur un listing par exemple) contraint le chercheur à n'éditer que quelques valeurs moyennes ou extrémales, lui faisant par là même perdre tout l'information morphologique contenue dans le champ de ces valeurs. Dans l'étude de la turbulence bi-dimensionnelle lors de la simulation d'un écoulement, il est tout à fait fréquent de calculer plusieurs millions de nombres (représentant la vitesse, la vorticité,...) par pas de temps. Or le système visuel de l'homme est un merveilleux outil pour la reconnaissance des formes colorées, mouvantes et bruitées. L'idée de procéder à une synthèse visuelle des résultats numériques est donc naturelle.

L'Image, outil de travail :

L'image sera un outil quotidien pour le chercheur et l'ingénieur, leur permettant :

— **la synthèse des résultats :** c'est-à-dire une mise en forme (au sens propre du terme) utilisant de façon optimale le sens de la vision de l'homme (perception de formes complexes et colorées dans un environnement changeant et bruité).

— **la comparaison visuelle :** en effet, de plus en plus d'expériences de laboratoire et de mesures font appel à la numérisation d'images. En utilisant pour le traitement et la synthèse les mêmes codes représentatifs, il sera alors possible d'effectuer d'utiles comparaisons entre le phénomène naturel et sa simulation ; ainsi, la validation de certains modèles et l'ajustage de leurs paramètres seront grandement facilités.

— **la mise au point du modèle :** un modèle numérique est constitué d'un ensemble d'équations (auxquelles il convient d'associer des conditions initiales et aux limites) et d'une représentation algorithmique dans la mémoire d'un ordinateur (programme mêlant en général intimement la représentation informatique des équations et (la ou les) méthode(s) numérique(s) utilisée(s) pour les résoudre ; notons, d'ailleurs, que tout comme pour les systèmes experts, il serait souhaitable de séparer explicitement dans la simulation numérique la méthode numérique de résolution du problème lui-même...) La modélisation consiste alors en la mise au point, d'une part, des équations (travail mathématique) et, d'autre part, du programme de résolution (travail informatique). Dans ces conditions, l'image pourra

Lactamme : laboratoire commun des techniques audiovisuelles et des moyens modernes d'enseignement.

faciliter ces opérations ; en effet, en général, une erreur (qu'elle soit mathématique ou informatique) se manifestera par une discontinuité (dans l'espace ou dans le temps)... L'image en rendra compte.

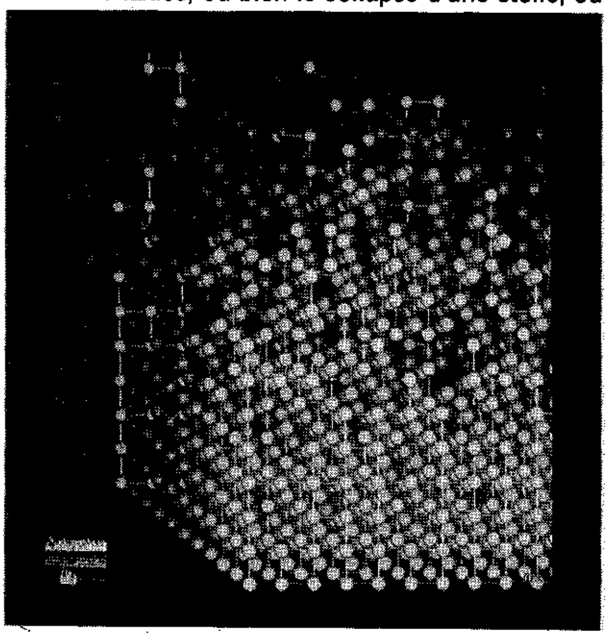
— **la diffusion des résultats :** toute découverte se doit d'être diffusée à plusieurs niveaux : celui de la profession, celui de l'enseignement et, enfin, celui de la vulgarisation. Dans ces trois cas, l'image est un support utile, en particulier pour fixer un détail, illustrer un concept abstrait ou bien favoriser l'ancrage mnémonique.

L'image, outil de découverte :

L'image, de par les formes qu'elle fait surgir sous l'œil du chercheur, pourra, tout comme dans les expériences de laboratoire (où le sens de la vision joue un rôle privilégié), permettre une découverte importante. Tout comme le microscope nous a montré l'infiniment petit, le télescope, l'infiniment grand, l'ordinateur va nous permettre de jeter sur notre univers un regard neuf et enrichi. Une nouvelle révolution copernicienne se prépare peut-être grâce à lui...

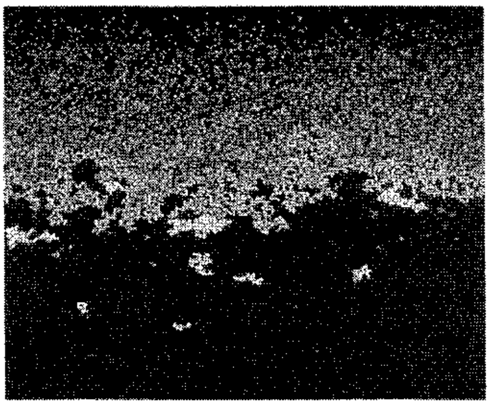
— **voir l'invisible** : l'image de synthèse nous donne à voir des phénomènes (pour lesquels nous possédons un modèle) qu'aucun autre instrument ne nous montrerait, soit parce que trop brefs (dimension temporelle), soit parce que trop réduits (dimension spatiale).

— **accéder à l'inaccessible :** mais l'image nous permet aussi d'accéder ou de manipuler des phénomènes inaccessibles autrement en laboratoire ; c'est ainsi que le chercheur, après avoir développé le modèle correspondant, pourra étudier, par exemple, l'interaction gravitationnelle entre deux galaxies, ou bien le collapse d'une étoile, ou encore l'évolution du climat terrestre après une catastrophe nucléaire.



Agrégat fractal tridimensionnel.

— **la découverte visuelle :** cette synthèse des résultats pourra engendrer, sous les yeux du chercheur, des formes dont, par exemple, la structure, la régularité,... lui suggéreront un indice essentiel quant à la théorie sous-jacente ; ainsi, même dans les domaines les plus abstraits (et en particulier celui des mathématiques dites «pures»), il sera possible, en associant l'ordinateur et l'image, de faire des expériences et des découvertes.



Diffusion de particules en dimension 2.

— **du choix du «point de vue» :** il convient de ne pas oublier, que l'image ainsi produite ne donne qu'un certain point de vue sur un objet immergé bien souvent dans un espace abstrait ; le choix du ou des «points de vue» peut donc être déterminant quant à la valeur de l'expérience numérique.

L'image, outil pédagogique :

L'image, outil pour le chercheur, le sera aussi pour le pédagogue. En effet, elle permettra bien souvent (en particulier grâce à la dynamique que l'ordinateur peut générer) d'illustrer un concept abstrait et, par là-même, de favoriser la mémorisation de celui-ci. Sans vouloir remplacer l'écrit théorique, l'image constitue son complément essentiel, comme la pratique quotidienne le montre.

L'image, outil non neutre.

Malheureusement, plus que tout autre outil, l'image n'est pas neutre : elle peut mettre en valeur un détail insignifiant ou bien masquer un élément essentiel :

— **le filtrage de l'information.**

— **les modes de représentation et leurs couleurs.**

— **de l'utilisation du mouvement.**

— **de la validation des programmes graphiques.**

LES IMAGES INTÉRACTIVES

Jean DELERUE - Menton

Ou, de l'utilisation d'images interactives pour l'enseignement des mathématiques : vidéo, vidéosdisque et banque d'images numériques.

Apport de l'image pour l'enseignement.

La nécessité d'utiliser des représentations du réel dans la pédagogie des Maths s'impose de plus en plus au fil des années. L'évolution se trouve dans les instructions officielles pour l'enseignement des mathématiques au collège :

... l'enseignement des mathématiques comporte deux aspects :

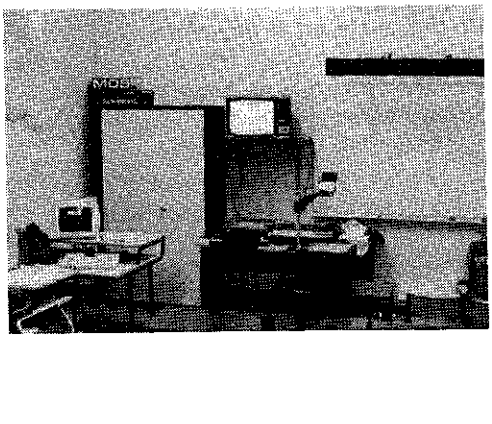
— il apprend à relier des observations du réel à des représentations : schémas, tableaux, figures ;

— il apprend aussi à relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts.

Ces instructions permettent d'éviter un trop grand écart entre une discipline abstraite et l'environnement culturel de nos élèves.

L'audiovisuel est un moyen efficace pour amener dans les classes :

- des séquences tirées du réel comme par exemple des vues d'un marché en focalisant sur les situations de proportionnalité.
- des banques d'images fixes comme une série de diapos représentant des sigles publicitaires et destinées à un travail sur les symétries.
- des animations montrant par exemple sous forme dynamique des constructions géométriques.
- des graphiques, figés ou non, sur transparent de rétroprojecteur ou en imagiciels informatiques.



Toutes ces images sont en fait complémentaires et nécessitent simultanément l'utilisation de médias très différents et difficiles à regrouper dans un même lieu d'enseignement pour articuler les images nécessaires avec le cours étudié ou le thème de recherche.

Il nous faut, de ces différentes représentations du réel, retirer toutes les informations inutiles et petit à petit dégager l'ossature, le squelette de l'image coïncidant avec le modèle mathématique en train d'être bâti.

Les documents audiovisuels destinés à l'enseignement des mathématiques sont nombreux. Le CNDP produit des films disponibles dans les CRDP en 16, Super 8 ou VHS ; l'IREM d'Orléans publie des pochettes de transparents pour rétroprojecteur tandis que l'IREM de Poitiers commercialise des séries de diapositives ; à l'étranger de nombreux documents existent également et ont été décrits dans plusieurs bulletins IREM.

L'interactivité, nécessité pédagogique.

Utiliser des images du réel pour apprendre une notion mathématique demande une attitude dynamique et critique des élèves et du professeur. Il faut pouvoir s'arrêter sur une image, revenir sur une autre, ne montrer qu'un passage précis d'une séquence pour, à chaque fois, consolider un peu plus la structure ou la notion mathématique qui est en train d'être élaborée.

Ces images sont donc intégrées dans un cours, associées à des définitions, des théorèmes ou des exercices. L'accés à la source d'images doit être souple, rapide et précis pour pouvoir rapidement confirmer le raisonnement des élèves ou reposer une question en les confrontant à une réalité.

De plus l'enseignant doit pouvoir intervenir sur l'image elle-même : d'une réalité compliquée, ambigüe avec beaucoup d'éléments étrangers au thème traité il doit, par des caches, des trucages, des surimpressions, arriver au modèle mathématique.

En plus d'une utilisation collective d'une banque d'images, il faut concevoir des postes individuels de travail où les élèves analyseront des situations et forgeront, à leur propre rythme, des concepts mathématiques.

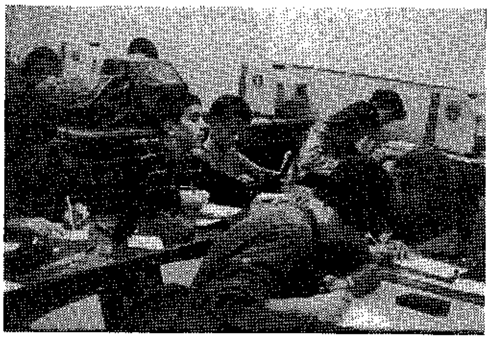
Comparaison entre les différents médias.

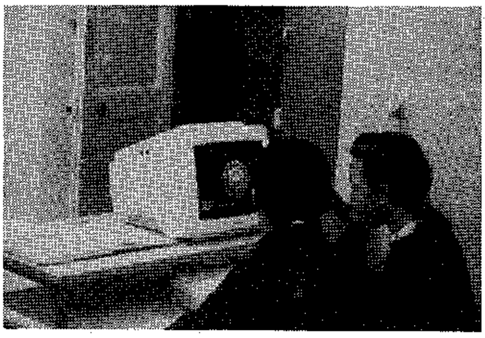
Le cinéma, la vidéo, les diapositives sont des média qui offrent des images de bonne qualité mais à accès linéaire. Il est difficile de retrouver une séquence courte dans une bande VHS ou une diapo précise dans un panier et trop souvent, plutôt que de la chercher, on fait appel à la mémoire des élèves en décrivant l'image dont on a besoin. Mais combien d'élèves l'ont effectivement mémorisée ?

L'informatique permet à la fois d'animer des figures et d'avoir un accès aléatoire à l'information mais, sauf avec des matériels très chers, l'image donnée de la réalité est très pauvre. Il est pourtant important que l'élève retrouve son environnement et non déjà un schéma.

Le lecteur de vidéodisque couplé à un ordinateur répond à la plupart de ces besoins. Des images analogiques de haute qualité à accès rapide et précis permettent une grande souplesse à l'enseignant. L'image du vidéodisque devient un outil pédagogique qui s'intègre à un cours et qui satisfait aux besoins d'interactivité demandés par la pédagogie actuelle.

Je voudrais montrer l'intérêt de l'interactivité sur deux exemples différents : d'une part en utilisant le vidéodisque du CNDP, d'autre part un film d'animation américain.





Le vidéodisque du CNDP.

C'est dans cet esprit qu'a été conçu par le CNDP un vidéodisque, destiné à l'enseignement des mathématiques, qui se propose d'aider les enseignants sur les thèmes suivants :

Trois thèmes de géométrie dans l'espace :
- Solides et surfaces
- Prismes et pyramides
- Cônes et cylindres

Cinq thèmes de géométrie plane :
- Translation rotation
- Symétrie axiale
- Symétrie centrale
- Homothétie
- Isométrie

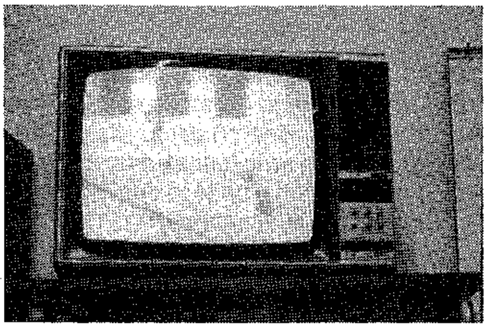
Un thème sur art et géométrie.

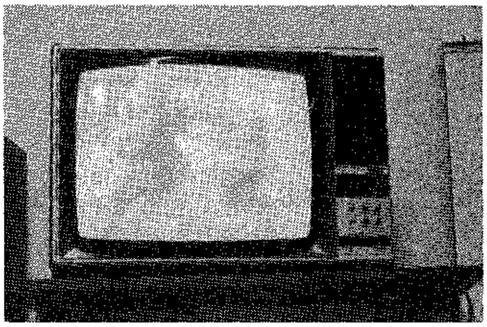
Ce document doit apprendre à relier le réel à des représentations (passer d'images naturelles à des schémas), puis relier ces représentations à des concepts.

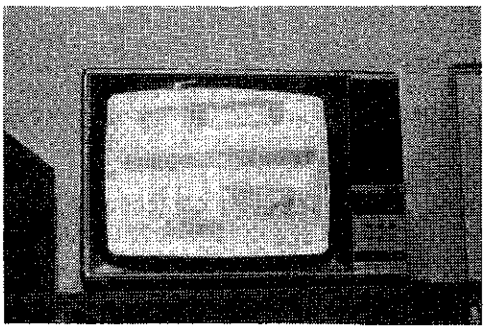
En France la direction des lycées et collèges au ministère de l'Éducation Nationale poursuit une expérimentation sur 200 établissements dotés de lecteurs de vidéodisques. Le vidéodisque de mathématiques a déjà été utilisé dans plusieurs d'entre eux.

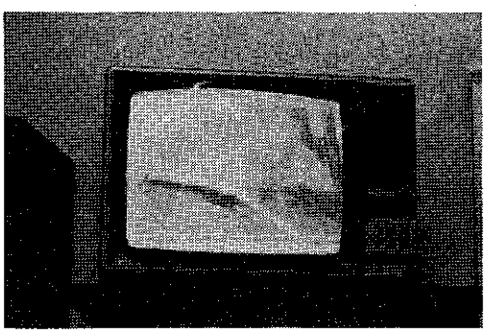
Exemple d'utilisation du vidéodisque.

Thème «Translation Rotation» pour des élèves de 13-15 ans.
Une séquence filmée de 2,5 minutes montre des escaliers roulants, des manèges, des balançoires, des essuie-glaces de voiture ou d'autobus, un bas-relief assyrien, une funiculaire, un monte charge, des ascenseurs, un baby-foot etc...
De cet univers où manquent les ratons laveurs de Prévert, il faut que les élèves dégagent les notions de translation et de rotation. Dans cet inventaire les élèves vont choisir et il faudra peut-être retourner à l'image 32812 pour retrouver l'homme sur l'escalier roulant dont le corps est passé de la position AB à la position A'B' à l'image 32837. La réalité devient une transformation géométrique d'un segment en un autre. Mais quelles sont les propriétés de ces deux segments ? On peut les retrouver dans d'autres images de la réalité ; dans les balançoires par exemple, en dessinant au feutre sur l'écran ou en incrustant une image informatique sur l'image vidéo, il est possible de mettre en évidence le parallélogramme qui sert à déplacer le balai d'essuie-glace. De cette image compliquée : vitre d'un bus qui va «Porte d'Orléans» avec des reflets et deux essuie-glaces nous n'étudierons plus qu'un parallélogramme et le balai, oh pardon, le segment qui lui est attaché.
En Logo, faire fonctionner ce montage est un jeu d'enfant à condition de bien connaître les propriétés du parallélogramme (angle et longueur) qui deviennent des outils nécessaires à la compréhension d'un phénomène. Un aller retour peut alors s'établir entre les propriétés mathématiques et les images du disque.
Nous n'avons utilisé que 2 minutes du disque ; trois autres séquences traitent des vecteurs et translations. La séquence suivante présente un translateur en train de reproduire un dessin ; une animation de silhouettes met en évidence les notions de classe d'équivalence, de vecteur et de transformation ; enfin la composition d'une translation et d'une rotation est simulée par les mouvements d'une grue. Dans d'autres chapitres du disque il est possible de retrouver ces thèmes par exemple dans une étude sur les papiers peints débouchant sur les isométries.
La banque d'images fixes (porte-téléphone, lampe d'architecte, tire-bouchon...) permet de transférer sur d'autres situations.
Toutes ces images sont donc à intégrer dans un cours et dans les exercices qui le complètent ; beaucoup d'entre elles sont tirées d'un film du CNDP disponible en VHS mais ce média, s'il est partout présent, est beaucoup moins souple d'emploi.









C ircle circus, film produit par IFB.
L'autre exemple utilise un film américain très différent puisque uniquement d'animation : rien de réel mais des figures animées, de la musique, des couleurs. Le thème : faire des cercles avec tout sauf un compas ; le «tout» étant une boîte d'outils tirés de notre arsenal mathématique.
Pour chaque séquence de quelques secondes je demande aux élèves de décrire la figure en précisant au maximum leur vocabulaire, de la dessiner, de la réaliser en LOGO après avoir trouvé les notions mathématiques qui le permettront.
Le film est en VHS ; les dessins sont sur papier et sur transparent tandis que la réalisation LOGO se fait sur réseau.
Il y a de nouveau :
— passage d'une observation au schéma
— analyse du schéma pour dégager des concepts
— production par les élèves en transférant par le LOGO.
Rayons, angles, triangles rectangles... ne sont plus des objets d'un apprentissage mais deviennent des outils pour réaliser et l'élève s'auto-évalue en produisant.

D éveloppements futurs.
Le vidéodisque est l'une des mémoires optiques actuellement développées. Le CDROM offre lui aussi une grande interactivité mais les images numériques qu'il stocke reflètent mal la réalité et ne permettent pas de séquences animées. Les CDROM existants comportent du texte et quelques cartes.
Le vidéodisque s'impose donc comme un média souple, précis et fiable ; il peut s'utiliser seul avec sa télécommande mais c'est surtout associé à un ordinateur qu'il offre le plus de possibilités, soit comme source d'images pour l'enseignant pendant ses cours, soit comme borne interactive destinée au travail de quelques élèves dans un centre de documentation.
Le disque de mathématiques est terminé ; il est accompagné de quelques logiciels et d'une documentation abondante. Il faut réfléchir aux différents styles d'utilisation et à d'autres logiciels.
Notre pratique actuelle nous permet d'affirmer que l'utilisation d'images interactives rend la mathématique accessible à un plus grand nombre d'élèves aussi bien en géométrie que dans les autres domaines des mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

1. Bulletins Media n° 79 et 80 : Mathématiques et Médias (avec entre autres le compte-rendu d'une expérience réalisée à Lille et touchant 1 000 élèves utilisant ou non un support vidéo pour l'enseignement de la géométrie en 4eme S. PSAUME/ J. DELPORTE).

2. Bulletins Inter-Irem
n° 15 Mathématiques et Audiovisuel.
— n° 21 le rétroprojecteur et de nombreuses descriptions de films
— dernier numéro paru en octobre 88.

3. IREM d'Orléans bulletin du 21 octobre 1984 Actes du colloque Audiovisuel et Informatique.

4. Bulletin de l'A.P.M.E.P.
comptes rendus d'utilisation de films.
n° 333 : Translation Rotation.
n° 334-335 : Thales I et II.

5. Actes du Colloque International ICME Mons 1984. Utilisation de films en géométrie.

6. Coordination des ressources pour la classe C.R.I.C. Place et rôle de l'image dans l'enseignement.
Compte rendu publié par le CUEEP-USTL de Lille.

7. SONOVISION n° 309 Nov 1987 p.36-39. Mathématiques et vidéo : le compte est bon.

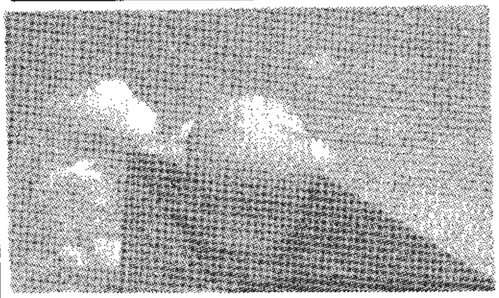
8. SONOVISION n° 310 Déc 1987 p.28-32. Mathématiques et vidéo : la géométrie du vidéodisque.

DES DIAPOS ET DES MATHS

Jean FROMENTIN - Irem de Poitiers

RÉTRO, PROJO, DIAPO et... affiches

Dans le bulletin de la CAVIREM (AV comme Audio-visuel) qui vient de sortir vous trouverez, en 148 pages, beaucoup d'articles pour la classe qui auraient pu trouver leur place ici. Nous nous contenterons de laisser s'exprimer ici les auteurs des Irem et des régionales Apmep du Plot qui participent fortement à cette commission. Le bulletin est disponible dans tous les Irem et vous pouvez le commander par le biais de ce numéro.



Sans sacrifier à la mode audiovisuelle, l'image peut nous aider à :
— faire preuve d'ingéniosité pour capter l'attention des élèves, rechercher des activités motivantes,
— ne pas couper notre enseignement de la réalité, permettre aux élèves de réinvestir leurs apprentissages mathématiques dans leur environnement et, pour cela, introduire l'environnement dans notre enseignement,
— améliorer les connaissances mathématiques d'un plus grand nombre d'élèves, voire les intéresser !

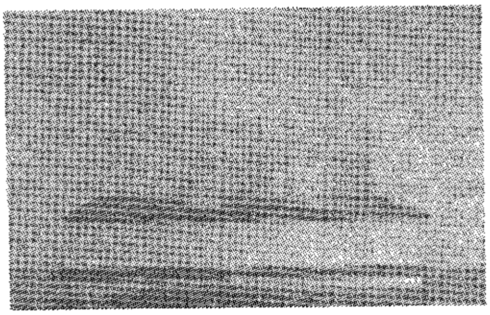
La visualisation d'objets, de notions mathématiques permet une meilleure appropriation et, peut-être, une mémorisation plus durable.
Enfin, texte et parole peuvent être utilement complétés par des «messages» visuels nous permettant de lire et de nous exprimer, élèves et enseignants, par l'image.

LE MATÉRIEL

— Le projecteur diapos est très répandu dans les établissements, sa manipulation est aisée ; l'introduction puis la récupération de diapos se fait très facilement.
— Contrairement au film, les «dias» laissent l'utilisateur entièrement libre du montage.
— L'enseignant, ou les élèves, peut lui-même réaliser ses propres documents.
— En classe, 1 projecteur de diapositives permet de s'arrêter aussi souvent que nécessaire sur toute image, revenir en arrière, après coup, à la demande.

UNE DIAPOTHÈQUE DANS VOTRE ÉTABLISSEMENT

— Les élèves pourront très facilement y visionner et choisir tous documents de travail.
— le montage diapos qu'ils pourront y réaliser leurs servira d'aide-mémoire pour leurs exposés,
— pendant ces exposés, ils pourront, comme vous, non seulement faire face à leurs camarades, mais même être au milieu d'eux et regarder l'image comme eux et la commenter.
Voilà, en résumé, un ensemble d'avantages que vous pourrez vérifier en utilisant l'une des six pochettes de 20 ou 40 diapositives diffusées par l'Irem de Poitiers et que vous pourrez personnaliser avec vos propres diapos, celles des élèves ou d'autres collègues.
Alors, à vos projos et peut-être à vos propres photos.

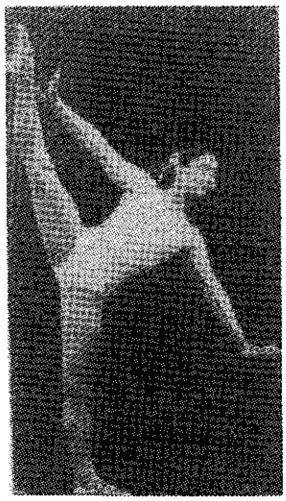


DÈS LA 6e

LES LOGOTYPES

(30 diapositives)
Cette série propose des dessins de marques, symboles associés à une entreprise (Citroën, Renault, Crédit Mutuel, Banque Populaire...). Nous n'avons aucune action dans ces entreprises !
Certains logotypes admettent un ou des axes de symétrie, un centre de symétrie ; d'autres sont invariants par rotation d'un tiers, d'un cinquième... de tour ; d'autres sont composés d'un motif reproduit par translation.
Il s'agit, à la vue de ces documents, de reconnaître les transformations qui laissent le dessin invariant, ou de déterminer le motif

L'image occupe une place de plus en plus importante dans la communication. La télévision, la bande dessinée, l'affiche publicitaire sont là pour nous le rappeler.



de base qui est reproduit par translation. En projetant ces documents sur un tableau, on peut dessiner à la craie, les éléments caractéristiques des transformations.
Ces documents peuvent être utilisés dès la 6ᵉ ; ils permettent de fixer visuellement et mentalement les notions de symétrie axiale, de symétrie centrale, de translation ou de rotation.

CM1-6ᵉ

CALCULS AU QUOTIDIEN

(20 diapositives)
Cette série propose à partir de documents réels (extraits de catalogues, de dépliants publicitaires, produits de commerce ...), des situations numériques simples, son objectif portant sur le sens des opérations et non pas sur les techniques opératoires.
Ce document est très intéressant au niveau de la lecture d'images : 480 est la seule information numérique ; et il est difficile de

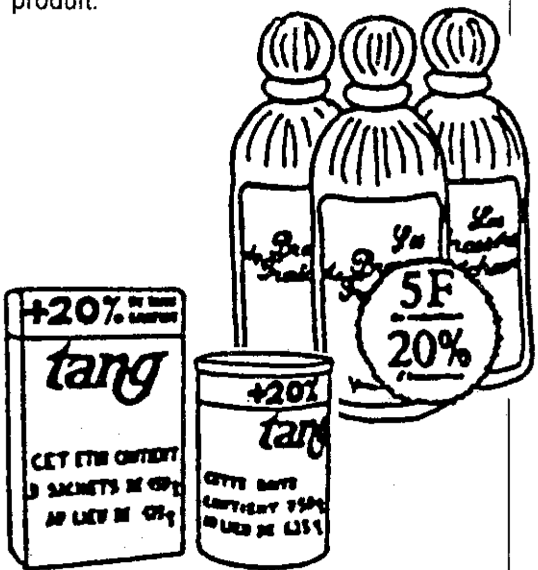
l'éviter. De là à penser qu'il y a 480 bâtonnets, c'est une conclusion logique que font les élèves... et les consommateurs. Mais il s'agit des extrémités de coton ! Alors...
Pour être honnête, il faut dire que de l'autre côté de la boîte, figure en clair l'information : 240 bâtonnets. Mais de quel côté, la boîte est-elle présentée au consommateur ?
Ce document montre combien une lecture rapide peut induire en erreur : la disposition des informations numériques peut faire croire qu'à 16 minis correspond 450 g puisqu'à 2 minis correspond 50 g !
Dans un premier temps, l'enseignant peut poser lui-même un ou des problèmes à résoudre à partir du document projeté et laisser les élèves répondre oralement. Dans un deuxième temps, l'enseignant peut laisser les élèves analyser le document projeté, proposer des problèmes, les rédiger puis les résoudre.

6ᵉ-5ᵉ

POURCENTAGES

(20 diapositives)
Toujours à partir de documents réels (publicités, promotions...), les six premiers documents présentent la notion et mettent en garde contre certaines erreurs classiques, les autres documents proposent des situations où on doit appliquer un pourcentage (niveau 6ᵉ) ou bien déterminer un pourcentage (niveau 5ᵉ).

L'objectif de ce document est de montrer que + 20 % ne veut rien dire par lui-même. Dans un cas, il représente 75 g en plus, et dans l'autre cas 125 g en plus. Tout dépend donc de la quantité sur laquelle il s'applique. On peut signaler à propos de ce document que le produit en question possède 0 % de jus d'orange. Les associations de consommateurs nous en sauront gré ! Car une telle information ne figurera sûrement jamais sous cette forme sur l'emballage du produit.

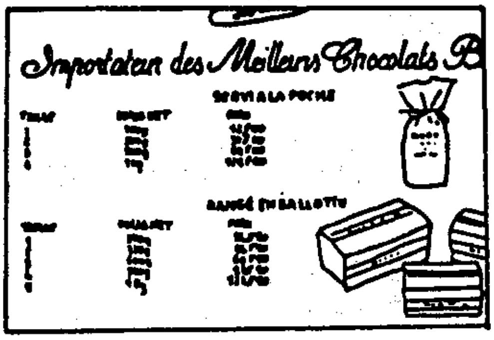


Cette série permet en particulier d'étudier la différence qui existe entre «+ 20 % gratuit» et «20 % gratuit». Ces deux expressions ne diffèrent que d'un signe, mais la nuance est de taille.
Cette activité met en évidence le rôle éducatif des mathématiques.

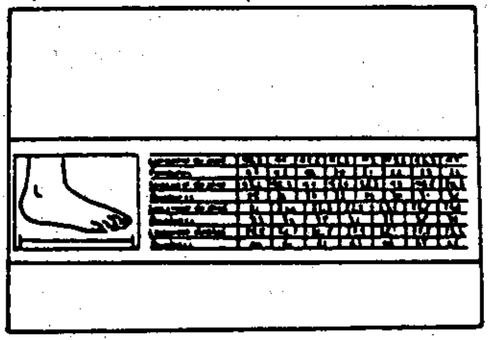
COLLÈGE

PROPORTIONNALITÉ

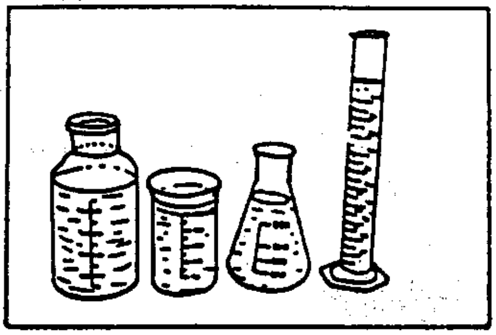
(20 diapositives).
Cette série propose des situations réelles où intervient la proportionnalité ou la non-proportionnalité (recette, abonnement, carte routière...). Les différents aspects de la proportionnalité y sont abordés : tableaux numériques, échelles, graphiques, géométrie (agrandissement/réduction).
Cinq documents «fabriqués» permettent d'aborder les problèmes de volumes en relation avec les hauteurs de liquide (graduations régulières ou non). On peut ainsi faire le lien avec les solides étudiés en géométrie dans l'espace : prismes, cylindres, cônes.



Y a-t-il proportionnalité entre la masse et le prix dans les deux présentations ?



La pointure est-elle proportionnelle à la longueur du pied ?

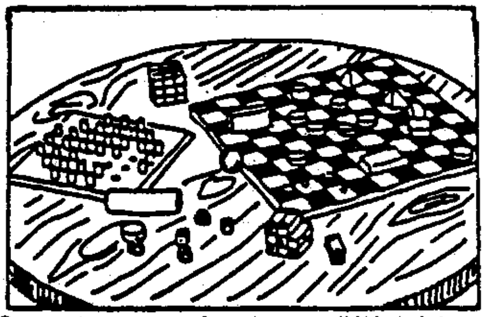


Pourquoi l'une des quatre graduations n'est-elle pas régulière ?
Pourquoi les trois graduations régulières sont-elles différentes ? (coefficients de proportionnalité différents).
On peut faire établir les graphiques qui donnent le volume en fonction de la hauteur.

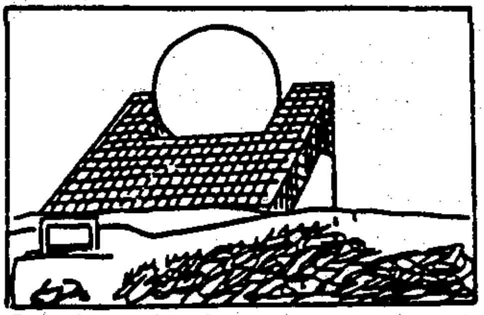
COLLÈGE

AUTOUR DES SOLIDES

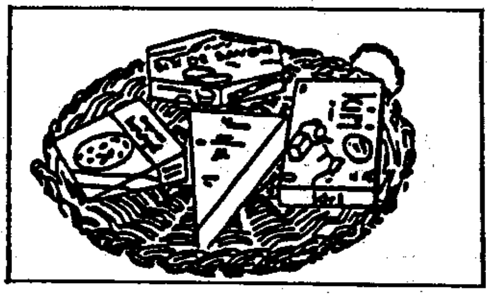
(20 diapositives)
Cette série propose des objets, des édifices permettant de dégager les modèles des différents solides étudiés au collège.
Les premiers documents conçus par thème (architecture, jeux, confiseries...) permettent de considérer les différentes formes les unes par rapport aux autres et de préciser le vocabulaire.
Six documents font le point sur les différents modèles : parallélépipède (6e), prisme et cylindre (5e), pyramide et cône (4e), sphère et solides de révolution (3e).
Un document présente les solides de Platon et deux documents (avec fiches-réponses) permettent de contrôler les acquis des élèves.



On peut y reconnaître des parallélépipèdes, des cubes, des cylindres, des pyramides et des sphères ; le plateau du jeu de dames est lui-même un parallélépipède ; le plateau du solitaire est une pyramide tronquée ; mais il n'est peut-être pas nécessaire de le faire remarquer tout de suite si les élèves ne s'en rendent pas compte. On pourra y revenir plus tard.



Complexe «futuriste» du «Futuroscope», près de Poitiers.



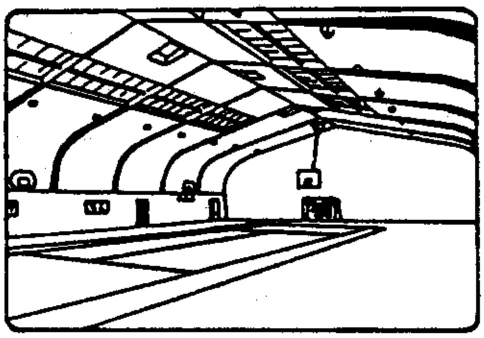
Des fromages et des prismes.

Comme pour les logotypes, on peut projeter les documents au tableau, et dessiner à la craie, les contours des objets. Ceci permet en éteignant le projecteur, de dégager le modèle.
Après avoir vu ces documents, on peut espérer que les élèves reconnaîtront dans leur environnement, les modèles étudiés en classe.

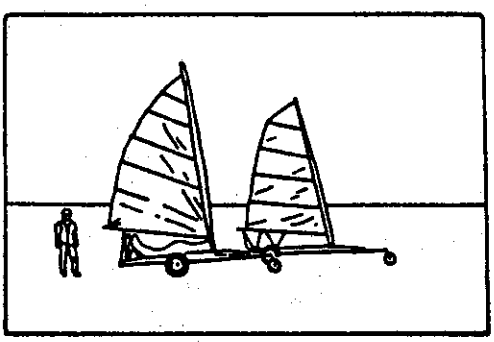
4e-3e

SPORTS ET GRANDEURS

(20 diapositives)
L'objectif de cette série est d'inciter les élèves à se fabriquer visuellement et mentalement des références, des repères au niveau des ordres de grandeur. En effet, bien souvent, lors de résolutions de problèmes dits «concrets», nos élèves donnent sans broncher, des réponses qui défient le bon sens. Mais ont-ils l'habitude de se soucier de la vraisemblance d'un résultat ? Aussi, à la vue de ces documents réalisés dans le domaine du sport (domaine proche de nos élèves), ils se rendront compte s'ils évaluent correctement ou non les longueurs, les masses, les aires, les effectifs... Cette activité qui, à notre sens, devrait être menée comme un jeu, devrait inciter nos élèves à observer les objets de leur environnement et en évaluer les différentes mesures. On pourra espérer que, pour eux, «connaissances» rime avec «bon sens».



Hauteur maximale du gymnase ?
(7,50 m environ)



Hauteur des mâts (6 m)
Aire d'une voile (8 m²) et l'homme ?

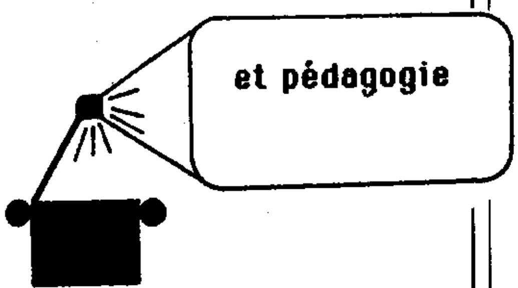
CONCLUSION

A partir de situations du quotidien, le travail proposé perd ce caractère artificiel que ressentent si souvent les moins motivés. Ici les problèmes ne sont pas fabriqués pour faire des mathématiques, mais les mathématiques servent d'outil pour résoudre des problèmes.
Ainsi, faire entrer le quotidien dans la classe, l'observer, l'étudier, permettront de faire sortir les mathématiques de la classe, de les utiliser.
Chaque pochette est accompagnée d'un mode d'emploi avec : objectifs généraux, dessins et commentaires, idées d'utilisation, prolongements...

RETRO

LES PRODUCTIONS DE L'IREM D'ORLÉANS

N' attendez pas d'être allergique à la craie, tournez le dos au tableau !!! Faites face (à votre auditoire) et projetez-vous en plein jour grâce aux quinze pochettes de rétroprojection de l'Irem d'Orléans.
Et si vous êtes à la pointe de la technologie, vous pourrez coupler rétro et diapos, ou mieux (higt tech !!!), rétro et micro grâce à la tablette à micro-cristaux qui permet de projeter un écran de micro sur écran de rétroprojecteur.
Liste des pochettes dans le bon de commande.

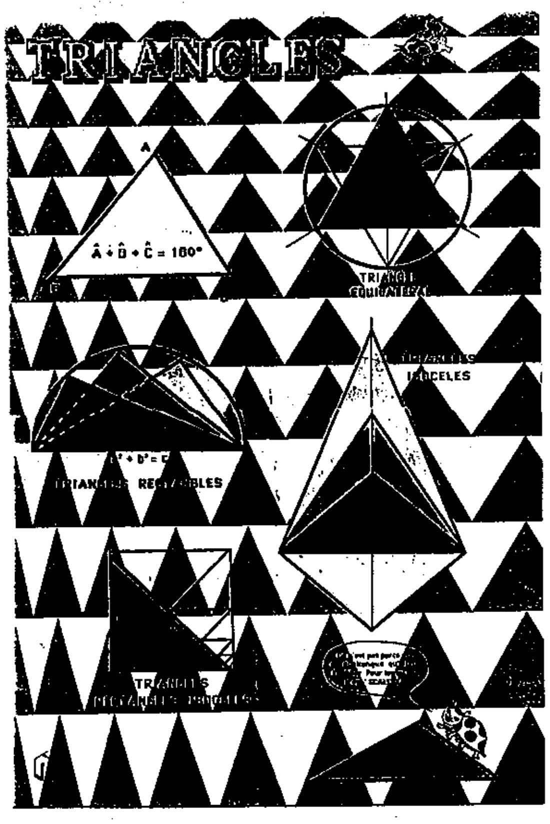


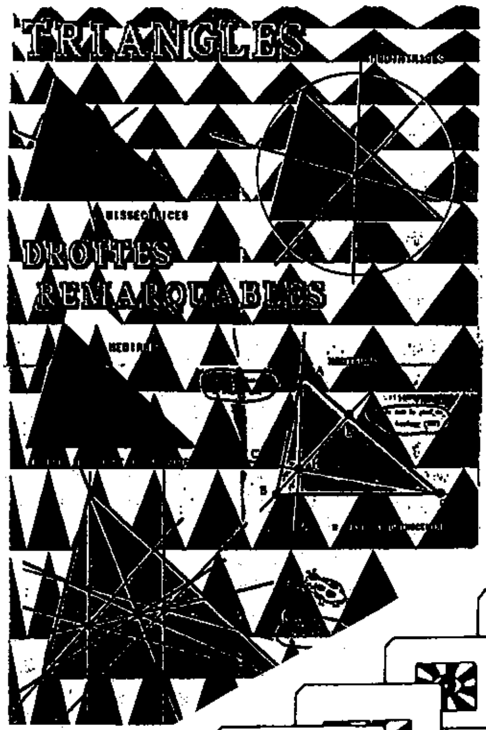
Bulletin 1988 de la C.A.V.irem : 40 F à commander au journal.

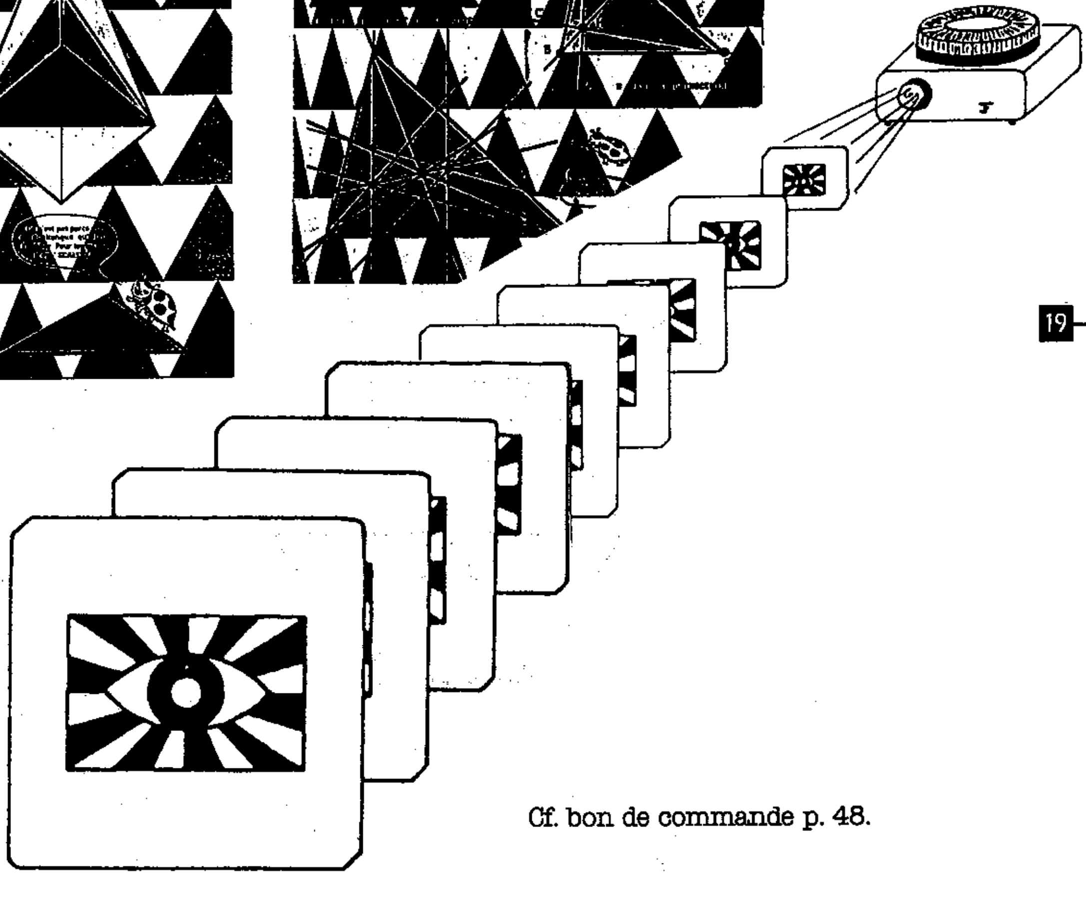
DES AFFICHES EN MATHÉMATIQUES

Irem de Poitiers

Apporter **une information mathématique permanente** à nos élèves, tel est le premier objectif qui nous a amené à réaliser des affiches pour la classe.
Faire des mathématiques (enseignants et élèves) dans un **environnement riche et varié, agrémenter nos salles de classe,** ce sont aussi des objectifs qu'il ne faut pas négliger et auxquels des affiches éditées ou **réalisées par des élèves** peuvent participer.
Bien sûr de tels objectifs invitent à mettre en place des salles spécialisées de mathématiques (Bulletin APMEP n° 359 - Juillet 1987) ; pourquoi pas ? Il en existe dans d'autres disciplines, et l'enseignement des mathématiques nécessite de plus en plus l'utilisation de divers matériels.
Ces affiches, installées dans une salle au moment où telle ou telle notion est abordée à un certain niveau, prolongent dans le temps l'information apportée, rafraîchissent la mémoire ou interpellent la curiosité des élèves des autres niveaux.
On peut donc espérer, en multipliant et en variant les «sources émettrices» que la communication du savoir mathématique sera plus vivante, plus motivante et plus efficace.







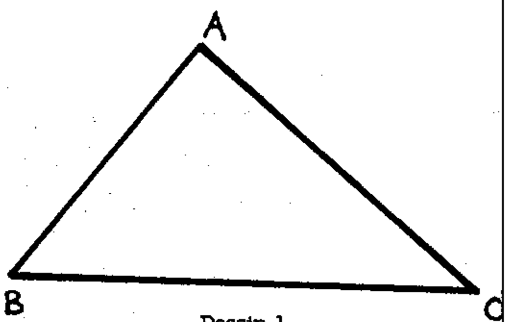
Cf. bon de commande p. 48.

LIRE ET ÉCRIRE LES DESSINS

Bernard PARZYSZ - Paris

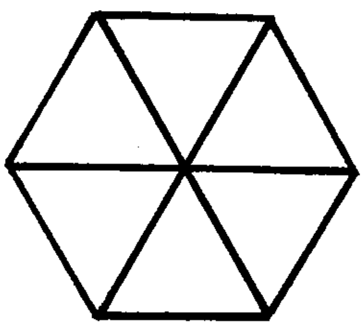
Lire et écrire les dessins de géométrie : quelques questions. «Voir» aussi l'article «voir et savoir» dans le Bulletin Vert n° 364 - Juin 1988.

Voir pour savoir



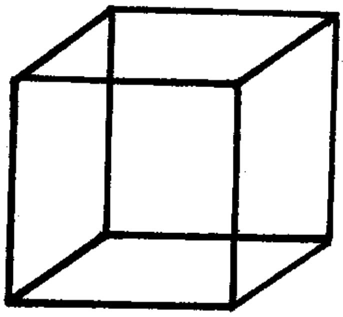
Dessin 1.

Le triangle ABC du **dessin 1** est-il rectangle ? Il semble bien que oui, mais peut-on en être sûr ? On manque en fait d'information pour en décider. On pourra répondre, à condition de disposer par exemple de l'un ou de l'autre des renseignements suivants :
— «ABC est un triangle rectangle»
(→ Réponse : oui)
— «AB = 5. BC = 8. AC = $2\sqrt{2}$»
(→ Réponse : non)
— l'indication graphique usuelle de la perpendicularité, au sommet A (→ Réponse : oui).
Un dessin géométrique ne se suffit donc pas à lui-même. Il représente une figure,



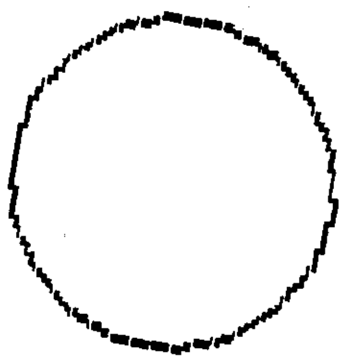
Dessin 2.

mais LAQUELLE ? Prenons par exemple le **dessin 2** : on peut le décrire comme un hexagone régulier, muni des trois diagonales passant par son cenre. Mais ce dessin peut tout ausssi bien représenter un cube (réduit à ses arêtes) en perspective isométrique. Inversement, le **dessin 3** sera, lui, interprété généralement comme celui d'un cube en perspective cavalière, et non —sauf si l'on est en train de parler des translations planes— comme le dessin de deux carrés translatés l'un de l'autre, et dont les sommets homologues sont joints par des segments.
Ainsi, seul le CONTEXTE pourra nous permettre de trancher. Et malgré tout (voir dessin 1), il risque de ne pas être toujours



Dessin 3.

suffisant. Contrairement à ce que l'on entend souvent répéter, la géométrie N'EST PAS «l'art de raisonner juste sur des figures fausses» : car un dessin de géométrie n'est en fait ni juste ni faux, de même qu'une note



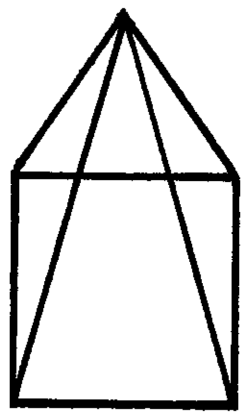
Dessin 4.

de musique n'est ni juste ni fausse : c'est celui qui y est confronté qui décidera, en fonction du contexte et de critères personnels si l'un ou l'autre est **acceptable**.
Un dessin géométrique peut même parfois être SCIEMMENT «faux», c'est-à-dire différent de ce à quoi l'on pourrait s'attendre. Ainsi, en LOGO, la procédure REPETE N (AVANCE X DROITE Y) s'utilise t-elle le plus souvent pour tracer, non pas un polygone, mais un cercle. Et qu'observe-t-on

alors sur l'écran ? Non pas un cercle, ni même un polygone, mais un ensemble de tâches lumineuses «évoquant» aussi bien (?) l'un que l'autre (**dessin 4**). Ce n'est donc que grâce à une CONNIVENCE entre l'auteur du dessin (l'«émetteur») et son destinataire (le «récepteur»), réel ou supposé, que peut s'établir la communication indispensable.

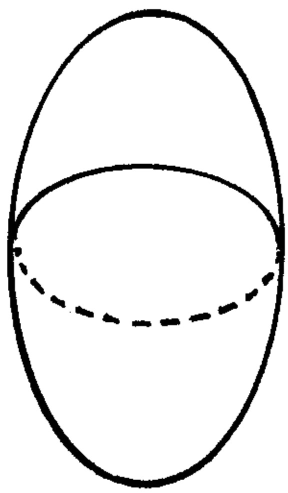
Savoir pour voir

Car, si dans le principe le dessin ne se suffit pas à lui-même, il n'en reste pas moins que, dans la plupart des cas, il est correctement «décodé» par celui à qui il est destiné. La communication qui doit nécessairement s'établir entre l'émetteur et le récepteur se fonde sur plusieurs points :
Tout d'abord, une CULTURE GÉOMÉTRIQUE commune, relative aux objets dont on traite habituellement (archétypes), ainsi qu'aux stéréotypes de représentation (dessins «traditionnels», qui aident à l'identification mais peuvent constituer une entrave à l'imagination et à la recherche), et aux conventions graphiques. Puis le CONTEXTE, dont nous avons déjà parlé, et qui peut permettre de choisir parmi ces objets en cas d'ambiguïté. L'existence de cette connivence donne même lieu en géométrie de l'espace, de façon tout à fait implicite, à



Dessin 5.

un phénomène que nous appelons TRANSFERT DE PROPRIÉTÉ, et qui présente deux aspects duaux (encodage/décodage) pouvant se résumer de la façon suivante :
a) l'émetteur (l'auteur du dessin) cherche par des moyens purement graphiques à donner au récepteur (le destinataire) un maximum d'informations concernant l'objet représenté (c'est-à-dire la figure géométrique) : il a donc tendance à essayer de représenter, sur son dessin, le plus possible de propriétés de l'objet, et la façon la plus «naturelle» d'y parvenir est de faire que la représentation elle-même possède ces propriétés (ou des propriétés «isomorphes», canoniquement dérivées). D'où par exemple **le dessin 5**, représentation par des élèves de Seconde et de Première d'une pyramide régulière à base carrée : la base est **représentée** par un carré, et les faces latérales «avant» et «arrière» par des triangles isocèles, **comme sur l'ojet**. On peut donc dire que l'émetteur cherche à représenter sur son dessin le SAVOIR qu'il possède sur l'objet. Et, comme on peut le constater sur cet exemple, ceci a en général lieu au détriment de l'aspect «réaliste» (du VOIR) de la représentation.
b) le récepteur suppose, quant à lui, que l'émetteur est de bonne foi et ne cherche pas le tromper. En conséquence :
— il tend à supposer a priori que l'objet représenté l'est selon un «point de vue habituel» (**transmission du perçu**). C'est



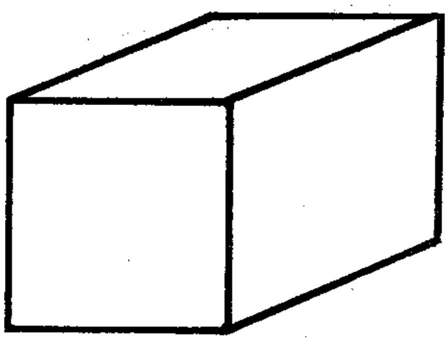
Dessin 6.

pourquoi, bien qu'elle soit projectivement correcte, la représentation du **dessin 6** ne sera sûrement pas, dans un contexte spatial, reconnue —ni même acceptée—comme celle d'un sphère munie d'un grand cercle : une sphère n'est en effet jamais vue de cette façon, d'une part en raison de l'étroitesse de notre champ de vision distincte, et d'autre part parce que, pour regarder une sphère, nous l'amenons dans notre axe de vision, et qu'alors elle se présente à nous comme un disque.
— il tend également à décoder les propriétés apparentes du dessin comme étant des propriétés correspondantes de l'objet. C'est ainsi que le triangle du dessin 1 sera considéré comme rectangle, même si en

réalité il ne l'est pas (**transmission du su**). A la limite, cette tendance au transfert peut même aller jusqu'à la confusion totale entre l'objet et son dessin, comme on peut le constater même au niveau du lycée.

Éloges des fuyantes

Cette inclination «naturelle» doit-elle être encouragée ou combattue ? La réponse n'est pas si simple. Par exemple, on constate actuellement une tendance, chez les auteurs de manuels de collège, à utiliser —et à enseigner— une perspective cavalière-



Dessin 7.

particulière, dans laquelle le coefficient de réduction selon les fuyantes est égal à 1 (**dessin 7** : cas du cube). Le choix de ce cœfficient présente à la fois un avantage, un inconvénient et un danger possible :

a) **avantage :** facilité de report des distances dans la direction des fuyantes : on n'a pas à faire de calculs de proportions ; de par la «vraie grandeur» dans cette direction, le «savoir» est mieux préservé que dans une perspective cavalière quelconque.

b) **inconvénient** : il est de nature visuelle : le cube semble trop allongé dans le sens de la profondeur ; le «voir» est donc moins bon qu'avec un rapport de réduction inférieur à 1.

c) **danger possible** : dans cette perspective il y a «vraie grandeur», non seulement dans toutes les directions du plan frontal (comme dans toute perspective cavalière), mais aussi dans la direction des fuyantes. D'où la possibilité que l'élève croie (l'esprit humain ne fonctionne-t-il pas par extrapolations ?) que cette propriété est vraie **dans toutes les directions.** Il finira bien par tomber sur des contradiction, mais saura-t-il seulement à quoi les attribuer ? On pourra objecter que le danger ne disparaît pas complètement avec un autre cœfficient de réduction (l'élève peut croire que ce même cœfficient s'applique à toutes les directions non frontales) ; il semble cependant moins important, en ce sens que l'accent est mis, dès le départ, sur la différence de traitement entre les directions frontales et les autres. Il n'y a donc pas malheureusement, ici non plus, de solution miracle...

« Le su et le perçu »

Le problème du dessin, en géométrie de l'espace, réside en grande partie —mais pas uniquement, nous l'avons vu— dans le fait que le passage de l'espace au plan ne peut se faire sans perte d'informations. Il y a en fait deux «pôles» entre lesquels on doit se situer, celui du «su» et celui du «perçu», et la difficulté consiste précisément à gérer cet antagonisme de façon optimale : un dessin trop «réaliste» (par exemple en perspective centrale) fera —paradoxalement— disparaître un certain nombre de propriétés de l'objet (égalités d'angles, de longueurs...), alors qu'au contraire un dessin s'efforçant de préserver le plus possible de ces propriétés risque —tout aussi paradoxalement— de ne plus permettre l'indentification de l'objet (voir par exemple la pyramide du dessin 5).

Qu'en conclure ?

Peut-être que le dessin de géométrie (dans le plan, et surtout dans l'espace) doit faire l'objet d'un enseignement explicite, parce qu'il ne va pas de soi. Sa signification, en effet, est loin d'être aussi évidente pour l'élève que pour le professeur ; les sous-entendus qui permettent aux «spécialistes» de se comprendre entre eux ont parfois besoin d'être explicités aux jeunes qui n'ont pas encore cette connivence que crée la pratique. Être conscient des problèmes qu'il pose est déjà un premier pas vers la recherche de solutions. Et s'il est vrai qu'en géométrie une bonne vision peut faciliter la découverte, il est tout aussi certain que savoir aide à mieux voir.

■

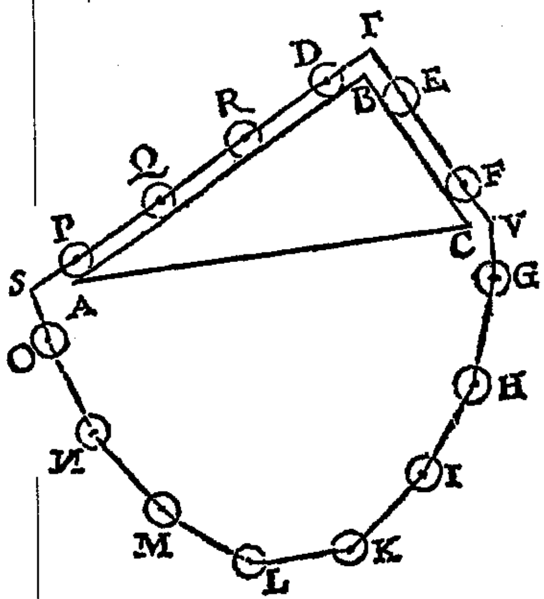
UN GRAND LIVRE D'IMAGES : LES MATHÉMATIQUES

André DÉLÉDICQ - Paris

En feuilletant ce grand livre, l'auteur a choisi quelques pages qu'il décrit ici après les avoir présentées aux journées Apmep de Rouen. Frises et moirés ne sont pas traités ici. Vous pourrez les retrouver dans les brochures n° 22 et 6 de l'Irem de Paris VII.

Voir et comprendre

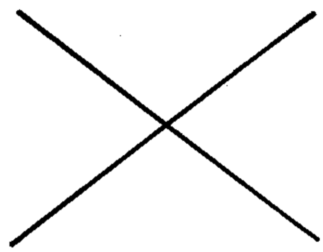
Sur le dessin ci-dessous, il suffit de «voir» pour découvrir la «loi du plan incliné» : la chaîne étant sans aucun doute en équilibre, le poids sur la longueur AB est exactement compensé par le poids sur la longueur BC. Un peu de formalisme fera alors vite apparaître les cosinus et autres objets mathématiques qui traduisent cette situation «expérimentale».



(Ce dessin est extrait du remarquable tome quatre des œuvres de Simon STEVIN, *l'Art pondéraire ou de la Statique*, écrit en 1586 et réédité aujourd'hui par ACL-Editions, dont les publications sont signalées en dernière page de cet article).

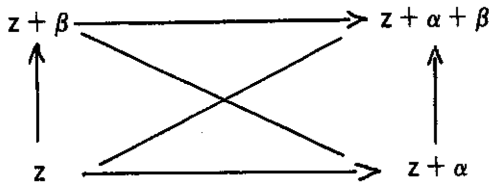
La croix de Saint-André

L'image mentale de cette croix est certainement présente dans les têtes de tous ceux qui, un jour, on fait des mathématiques.



Hommage à Marius Portal et à la deuxième Sutra des mathématiques védiques

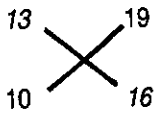
Je vous propose de l'utiliser aujourd'hui pour mémoriser un «truc» de calcul mental permettant d'effectuer une multiplication, en la remplaçant par une multiplication plus simple.
La croix est censée figurer quatre nombres du plan complexe disposés en rectangle :



Le «truc» est fondé sur l'égalité vraie pour tout z, α, β :
$(z + \alpha)\ (z + \beta) - z\ (z + \alpha + \beta) = \alpha\beta$

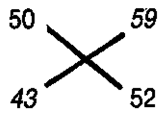
Voici alors comment l'on pense...

...13 × 16



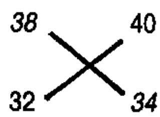
= 10 × 19 + 3 × 6
soit 190 + 18

...43 × 59



= 50 × 52 + 7 × 9
soit 2600 - 63

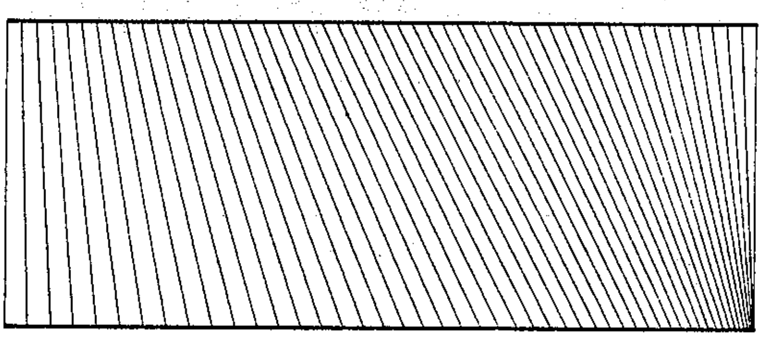
...38 × 34



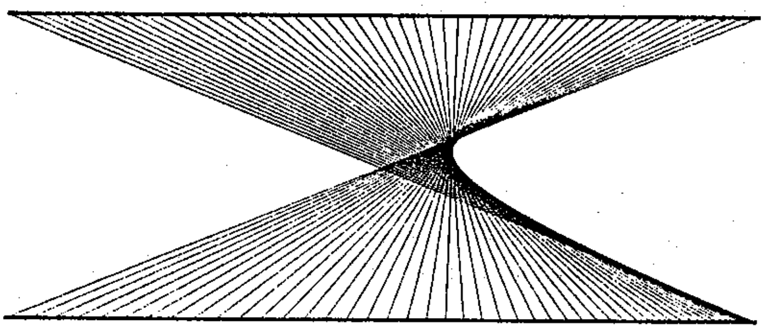
= 40 × 32 + 2 × 6
soit 1280 + 12

Représentations graphiques parachutiques :

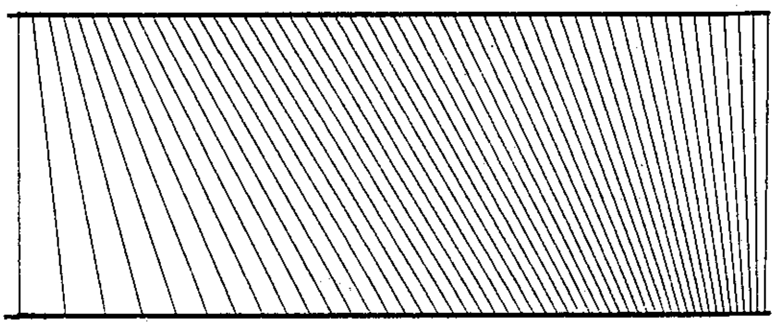
A



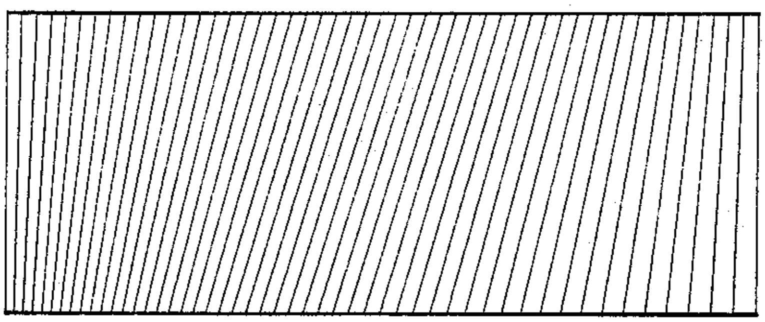
B



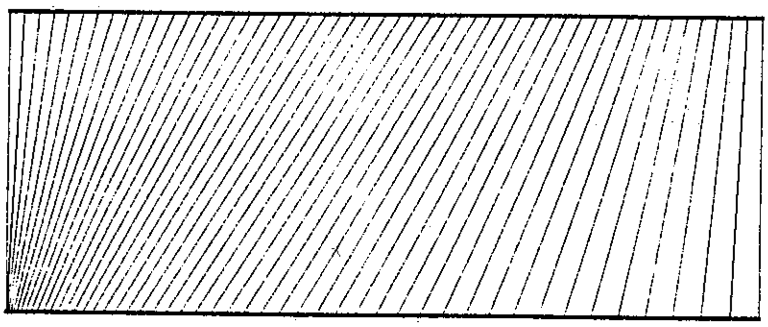
C



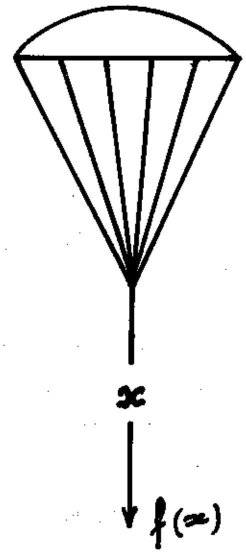
D



E



La représentation graphique parachutique



J'appelle ainsi la représentation graphique d'une fonction f de [a, b] dans [c, d] consistant à joindre par une flèche, ou un simple trait **descendant**, le point d'abcisse x de [a, b] au point d'abcisse f(x) de [c, d]. Les intervalles [a, b] et [c, d] sont ici toujours représentés par deux segments parallèles et égaux.

Ce type de représentation n'est lisible que pour des fonctions monotones et même croissantes. Avec un peu d'expérience, on voit alors comment les variations de la dérivée première se traduisent par des effets de densité.

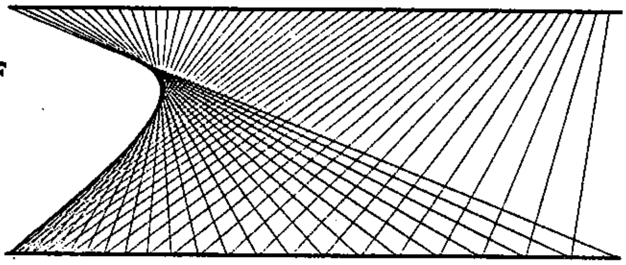
Un peu de réflexion ne pouvant nuire, je vous propose le petit jeu consistant à associer chacune des dix fonctions suivantes à sa représentation.

Les réponses vous sont données à la fin de cet article (pour vous aider à démarrer, notez que la fonction *f* est représentée par le dessin E).

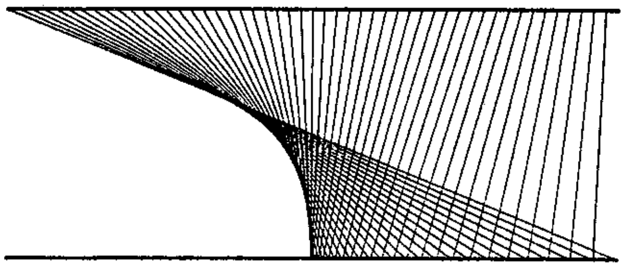
Fonctions :

$x \rightarrow$	x^2	$\sin x$	x^2	$\sqrt{x}$	$\sin x$	$\ln x$	x^3	$\cos x$	x^2	e^x
a	0	$-\pi/2$	-1	0	0	1/2	-1	0	0	0
b	1	$\pi/2$	1	1	$\pi/2$	4	1	$\pi/2$	5	1
c	0	-1	0	0	0	-0,7	-1	0	0	1
d	1	1	1	1	1	1,4	1	1	25	2,72
nom	***f***	***g***	***h***	***j***	***k***	***l***	***m***	***n***	***p***	***q***

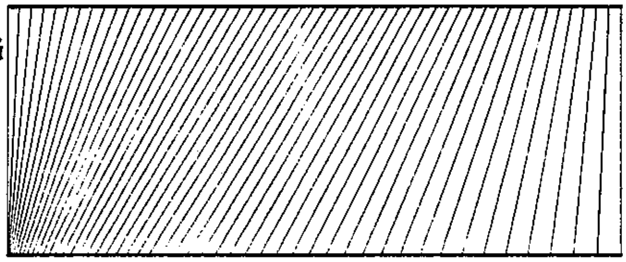
F



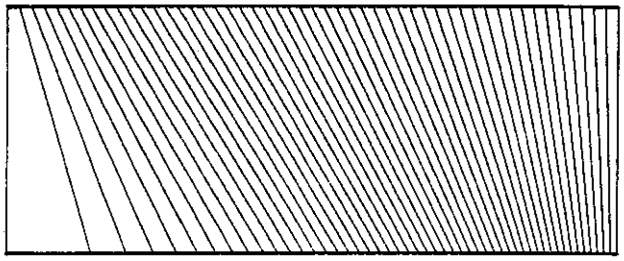
I



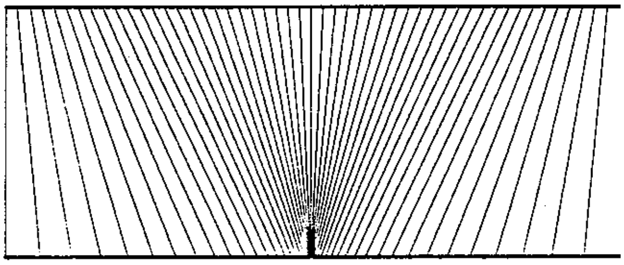
G



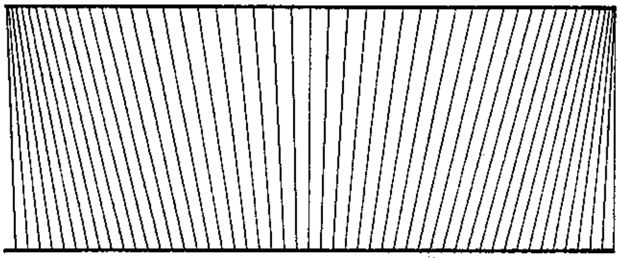
J



H



K



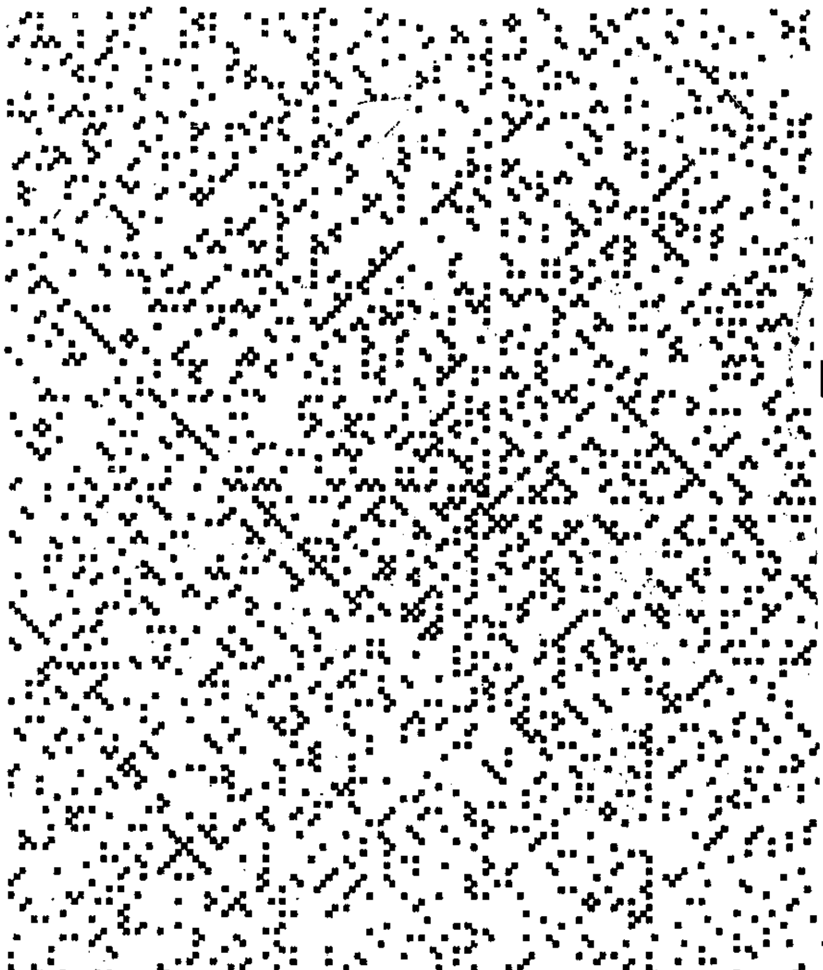
La spirale des nombres premiers

Une idée du mathématicien Ulam a été d'écrire les nombres entiers les uns à la suite des autres, mais «en spirale», comme ceci :

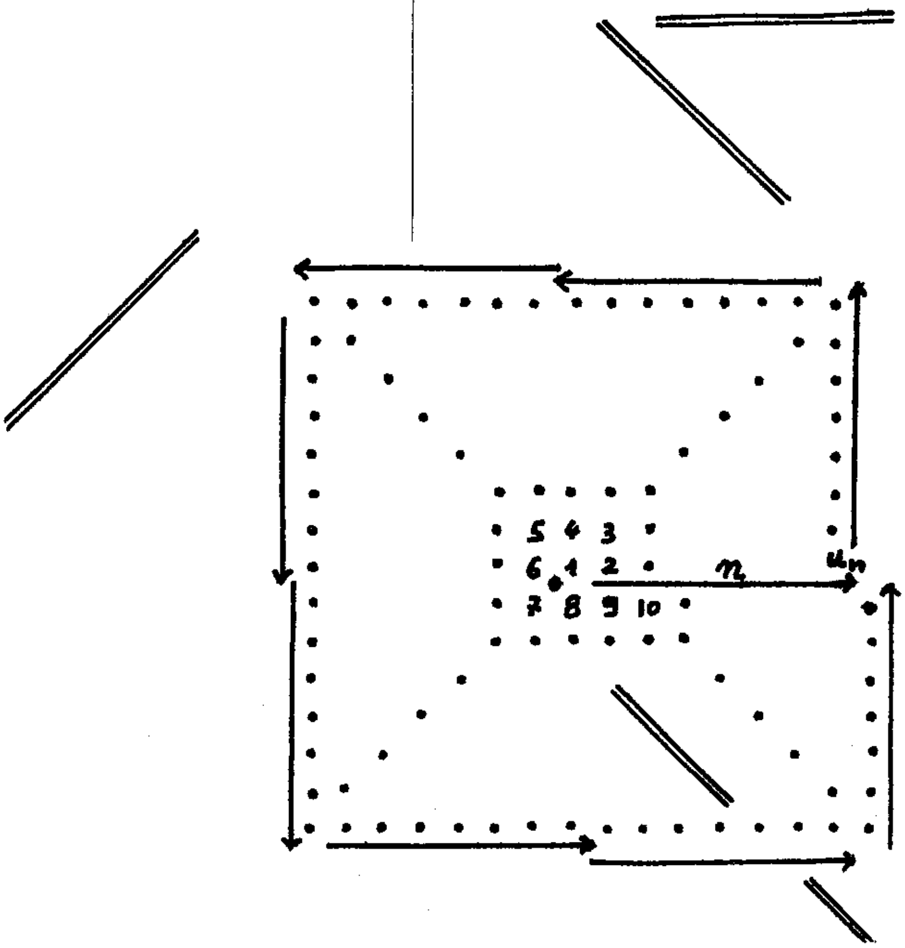
5 4 3
6 1 2
7 8 9 10;

■■	36	35	34	33	32	■■	
38	■■	16	15	14	■■	30	
39	18	■■	4	■■	12	■■	
40	■■	6	1	■■	■■	28	■■
■■	20	■■	8	9	10	27	52
42	21	22	■■	24	25	26	51
■■	44	45	46	■■	48	49	50

et, d'autre part, de remplacer chaque nombre premier par une case noire.
Pour mieux vous repérer dans le dessin cidessous (paru dans «Pour La Science» de septembre 88), j'ai indiqué ci-contre la disposition des cases noires jusqu'à 53.



La surprise à la vue de cette image tient dans la présence de «filons» de nombres premiers. Pour savoir à quoi correspondent ces alignements, j'ai dessiné la figure suivante sur laquelle je «vois» que les nombres figurant sur l'axe «1 2...» constituent la suite x_n définie par $x_0 = 1$, $x_1 = 2$,
$x_{n+1} = x_n + 8n + 1$.
Un petit calcul montre que $x_n = 4n^2 - 3n + 1$.



Les filons ici reconnaissables seront donc, pour la plupart, constitués de nombres qui sont les valeurs de certains trinomes du second degré. Euler avait déjà repéré de tels filons, puisqu'il connaissait, par exemple, le polynome $n^2 - n + 41$, dont les quarante premières valeurs entières de n fournissent quarante nombres premiers !
Il est facile de comprendre, aussi, la présence de deux lignes blanches sous l'axe des x_n. En effet, on ne trouve là que des nombres non-premiers puisqu'il s'agit d'une part des $4n^2 - 3n$
qui se factorisent en
$n(4n - 3)$,
et des $4n^2 - 3n - 1$
qui se factorisent en $(n-1)(4n + 1)$.
Je vous offre enfin l'équation de deux autres filons
X : $4n^2 - 4n + 59$
Y : $4n^2 - 4n - 1$
et vous en laisse découvrir bien d'autres...

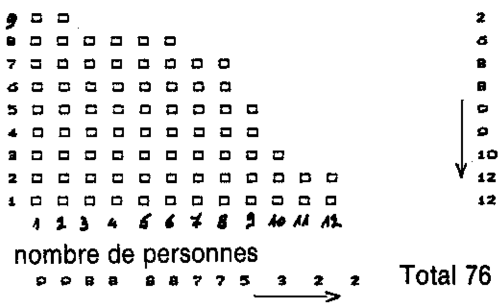
Les tranches de Cavaléri

L'activité proposée consiste à demander, à 12 personnes par exemple, de penser un nombre entre 1 et 9,... et de le retenir !
soit $n_1, n_2, ..., n_{12}$ ces nombres.
On demande alors successivement :
— Qui a pensé un nombre supérieur ou égal à 1 ? (r_1 personnes)
— Qui a pensé un nombre supérieur ou égal à 2 ? (r_2 personnes).
...
— Qui a pensé un nombre supérieur ou égal à 9 ? (r_0 personnes)
On peut alors vérifier la fantastique «coïncidence» qui apparaît :

La somme des nombres n_i (i de 1 à 12) auxquels les gens ont pensé est exactement égale à la somme des r_j (j de 1 à 9) !!!

La démonstration formelle de cette égalité est plutôt délicate. Mais sa compréhension est immédiate à la vue du dessin suivant qui vaut mieux qu'un long discours.

Nombres n :



L'égalité n'est donc que la conséquence de l'équivalence de deux procédés de sommation, l'un par colonnes («à la LESBESGUE»), l'autre par lignes («à la RIEMANN»).
Ceci est, en définitive, une invitation à mettre en œuvre le principe de découpage en tranches énoncé par CAVALIERI en 1635 puis en 1647. On en trouvera de bons exemples dans les bons livres suivants :
La mathématique dans la réalité - Emma Castelnuovo - éd. CEDIC.
Mathématiques et formes optimales - S. Hildebrandt & A. Tromba - éd. BELIN,
Une histoire des mathématiques - A. Dahan Dalmedico & J. Peiffer - éd. SEUIL.

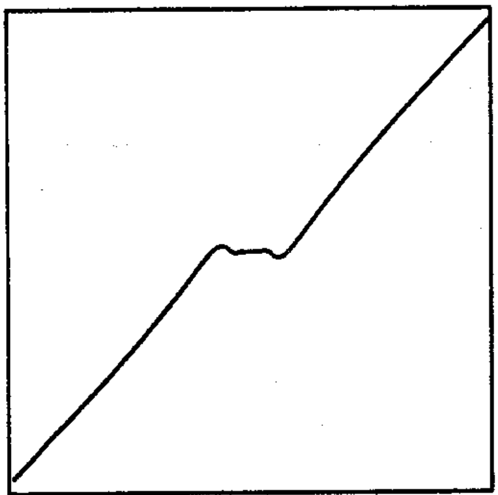
Loupes fonctionnelles

Chacun sait qu'en regardant le graphe d'une fonction dérivable avec une loupe suffisamment puissante, on voit un segment de droite : sa tangente !
C'est ce que vous pouvez observer dans les deux pages suivantes où j'ai réuni des graphes de la fonction

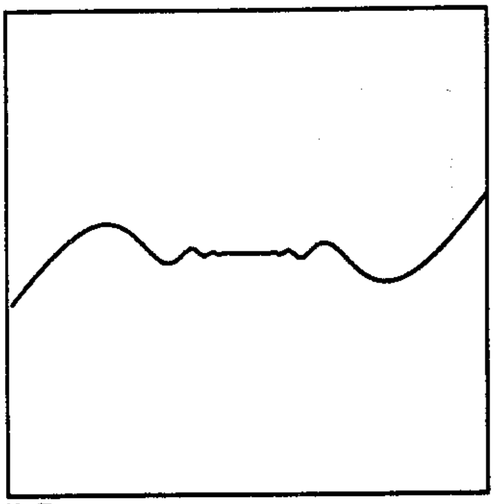
$$\begin{array}{ll} & R \to R \\ & 0 \to 0 \\ (x \neq 0) & x \to x^2 \sin(1/x) \end{array}$$

centrés à l'origine, puis au point d'abscisse 0,1, sous différents grossissements.
L'observation, à la loupe, du voisinage du point d'abcisse 0,001 provoque cependant une surprise de taille :
En effet, après un grossissement de 1000, on aperçoit bien un morceau de droite, en l'occurence l'axe des x.
C'est justement ce qui ne va pas !
Car la dérivée de la fonction en ce point vaut
$2x \sin(1/x) - \cos(1/x)$ pour $x = 0{,}001$, soit environ - 0,56.
Et nous devrions donc voir un segment de pente négative !
L'emploi de loupes de grossissement encore plus fort montre clairement ce qui nous est arrivé : nous avons conclu trop vite, et ce n'est pas la tangente que nous avons d'abord entrevue mais ce que verrait de la courbe un myope muni d'une loupe.
Tout est bien qui finit bien !
Mais comment savoir si tout est bien «réellement» fini ?

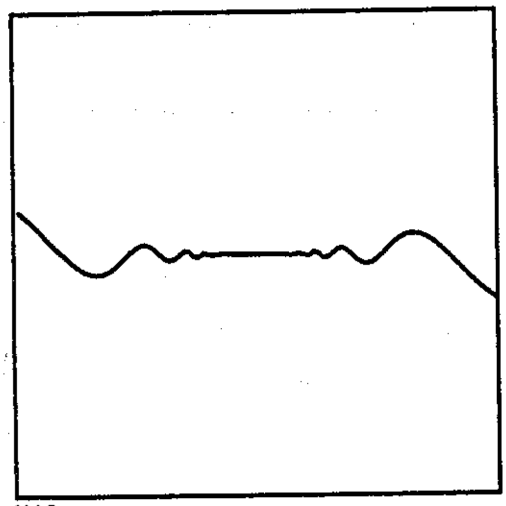
LOUPES EN 0 SUR x.x sin (1/x)



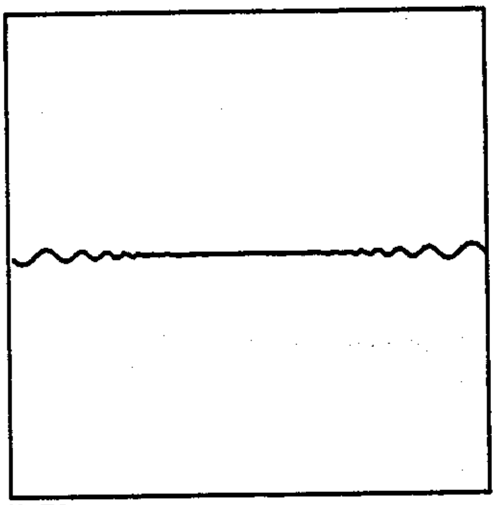
X 1 [-2, 2] x [-2, 2]



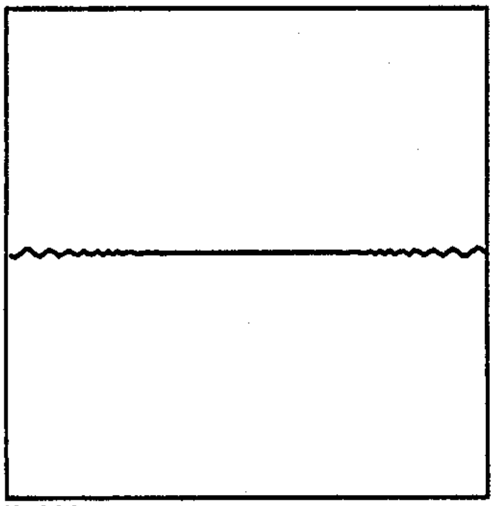
X 5



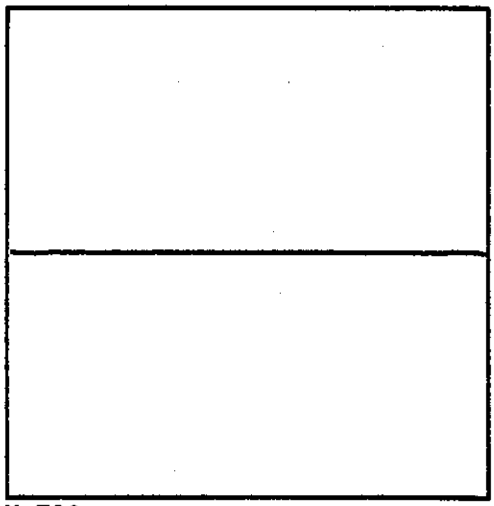
X10



X 50

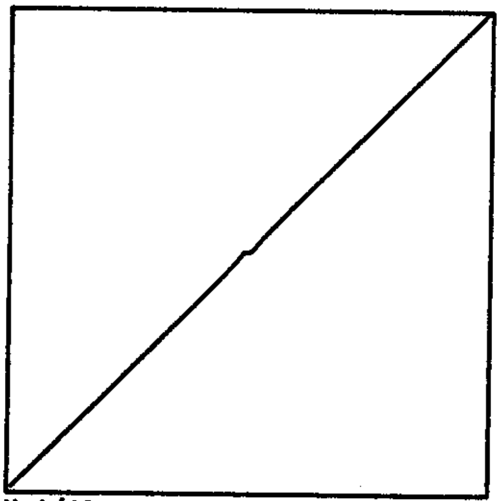


X 100

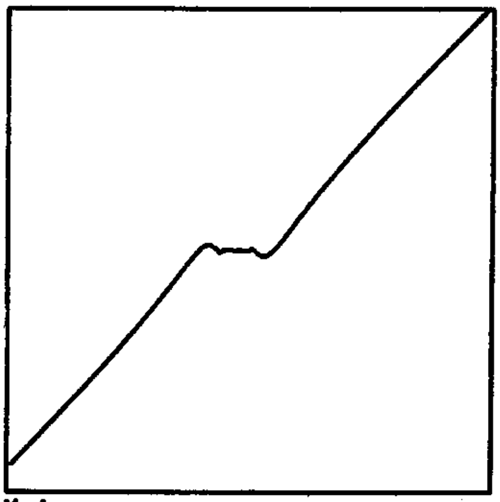


X 500

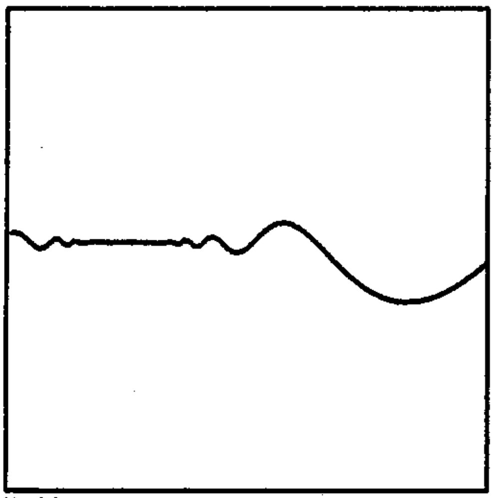
LOUPES EN 0.1 sur x.x. sin (1/x)



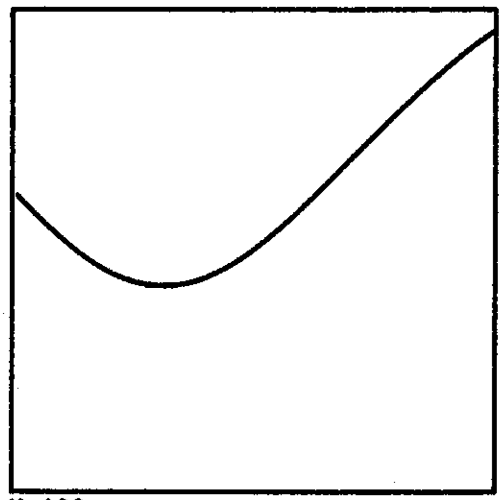
X 1/10



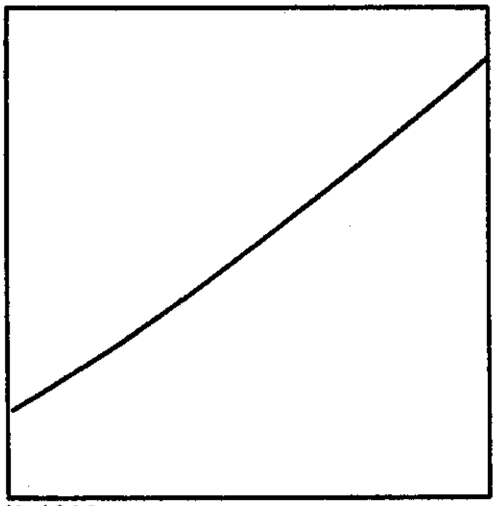
X 1

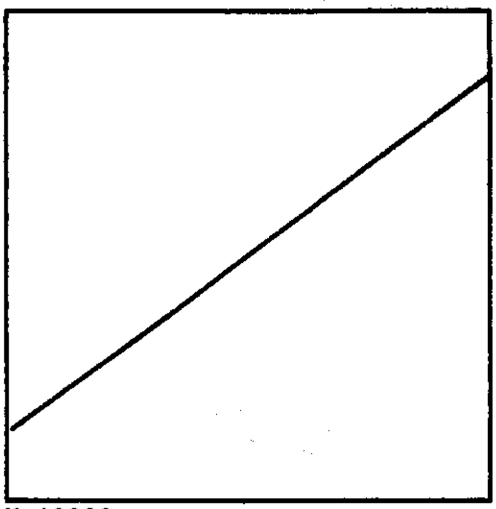


X 10

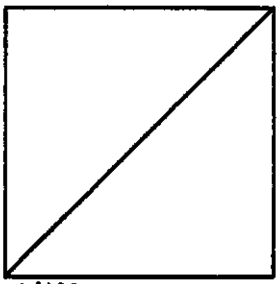


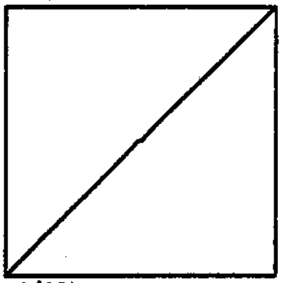
X 100

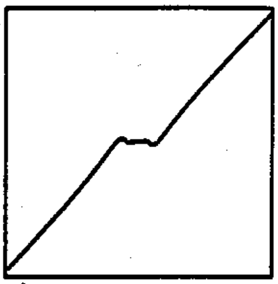

X 1000

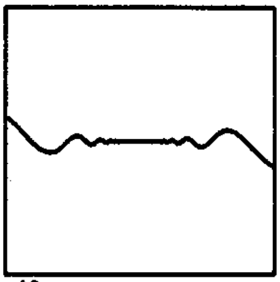

X 10000

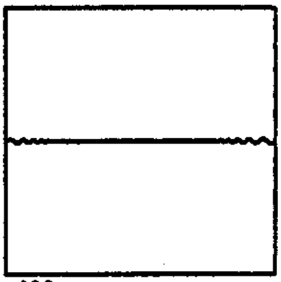
LOUPES EN 0.001 sur x.x. sin (1/x)

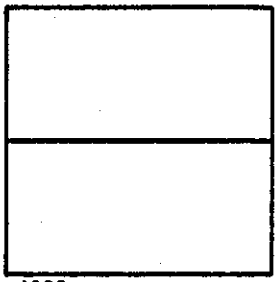

x1/100

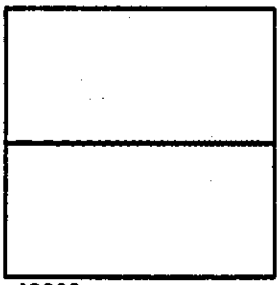

x1/10

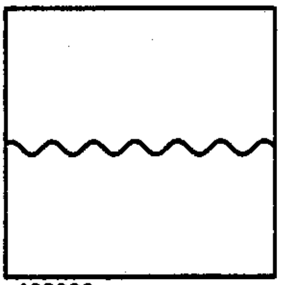

x1

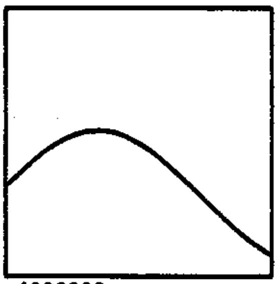

x10

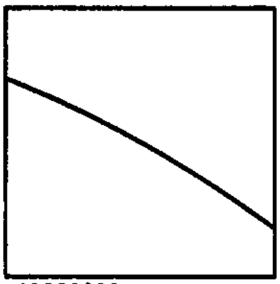

x100

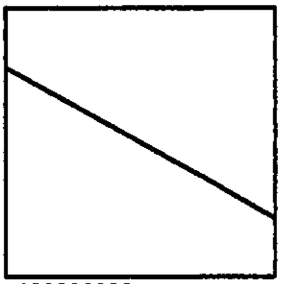

x1000

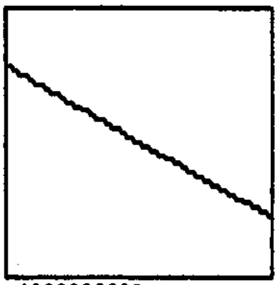

x10000


x100000

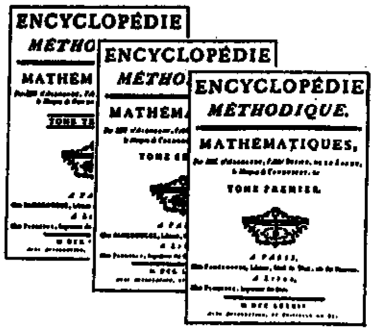

x1000000

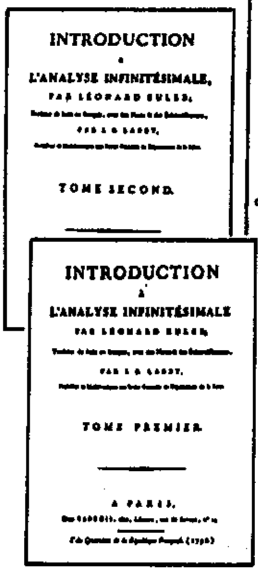

x10000000

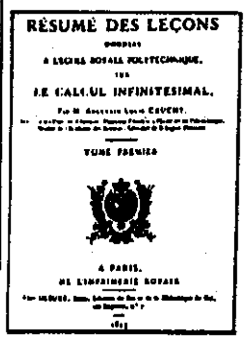

x100000000


x1000000000

Encyclopédie Méthodique - Mathématiques
Réédition des articles de *Grande Encyclopédie de Diderot-d'Alembert, largement complétée par d'Alembert, Bossut, Delalande, Condorcet...*, et publiée par «orde de matières» par le libraire Panckouke de 1784 à 1789.
Tome premier : 800 pages, tome deuxième : 788 pages, tome troisième : 512 pages + 108 planches.
Les trois volumes, sous coffret, fac-similé de l'édition originale, sur centaure ivoiré, format 18 X 24, reliure toilée, dorée au fer .... **1080 F**







L'Art pondéraire ou **De la statique**
Livre IV des œuvres mathématiques de *Simon Stevin*, revues, corrigées et augmentées par Albert Girard - 1634 -96 pages.
Belle iconographie, sur centaure ivoiré, format 18 X 24, reliure toilée, dorée au fer .... **110 F.**

Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes
du Marquis de l'HOSPITAL - 1696 - 218 pages, 11 planches,
Éclaircissements sur l'analyse des infiniment petits
du Pierre Varignon - 1725 - 116 pages, 6 planches. Les deux ouvrages, reliés ensemble, sur centaure ivoiré, format 18 X 24, reliure toilée, dorée au fer .... **230 F**

Introducton à l'analyse infinitésimale
de *Léonard EULER* - 1748 - traduit du latin en français et annoté par J.B. Labey - 1796 - deux tomes.
Sur centaure ivoiré, format 18 X 24, reliure toilée, dorée au fer.
Tome I, 388 pages .... **240 F**
Tome II, 424 pages, 16 planches .... **280 F**
Résumé des leçons données à l'école royale polytechnique sur le calcul infinitésimal
de Augustin Louis Cauchy - 1823 - 180 pages,
Mémoire sur les intégrales définies prises entre des limites imaginaires
de Augustin Louis Cauchy - 1825 - 72 pages.
Les deux ouvrages, reliés ensemble, sur centaure ivoiré, format 18 X 24, reliure toilée, dorée au fer........ **190 F.**
La collection «ANALAYSE»
L'HOSPITAL + VARIGNON + EULER I et II + CAUCHY.................................. **846 F.**

▶ **Pour en savoir plus, lisez le PLOT N° 48, un numéro révolutionnaire (à paraître le 14 juillet 1989 !)**

Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité
du Marquis de CONDORCET (édition posthume, An VII - 136 pages)
Appareil critique (études, notes, commentaires, bibliographie) de Charles Coutel, Nicole Picard et Gert Schubing, 104 pages.
Dernier écrit du philosophe mathématicien, rédigé à l'occasion du concours décrété par la Convention sur la *Composition des livres élémentaires destinés à l'Instruction Publique,* c'est le premier libre didactique destiné à un enseignement donné collectivement.
240 pages, sur centaure ivoiré, format 12 X 18, reliure toilée, dorée au fer .... **138 F**

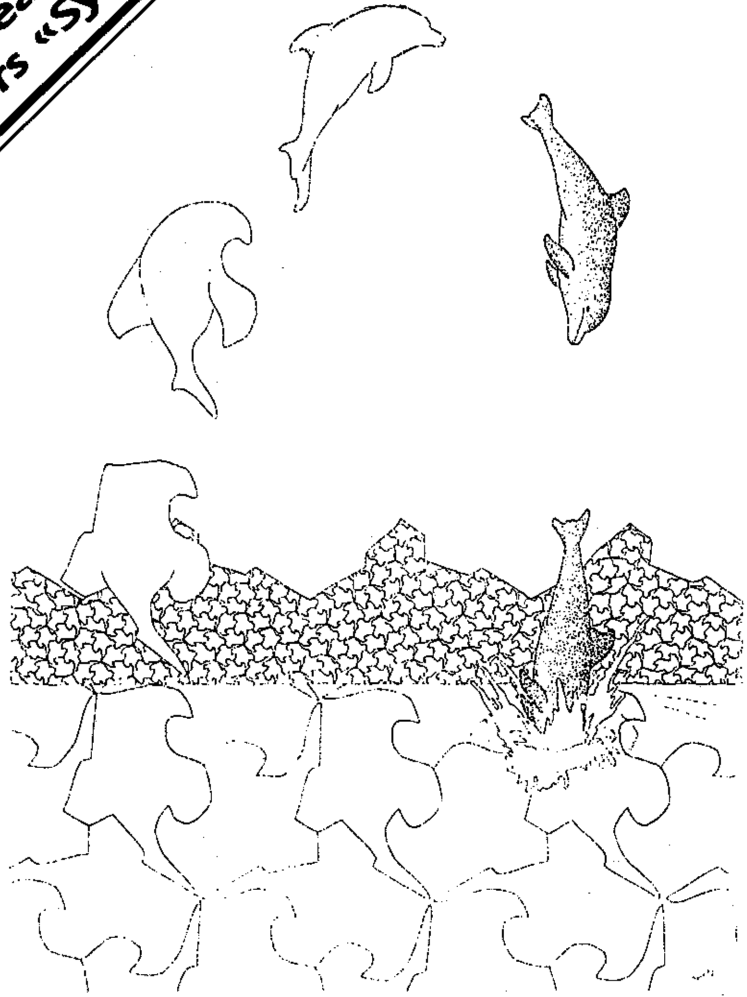
Bon à découpe ou à photocopier et à renvoyer à :
A.C.L. Éditions, B.P. 40. 75221 Paris cedex 05

Offre spéciale «PLOT» : -20 %
- Le coffret Encyclopédie .... 864 F
- La collection «Analyse» : L'HOSPITAL, EULER 1 et 2, CAUCHY .... 752 F
- Moyens d'apprendre à compter .... 110 F

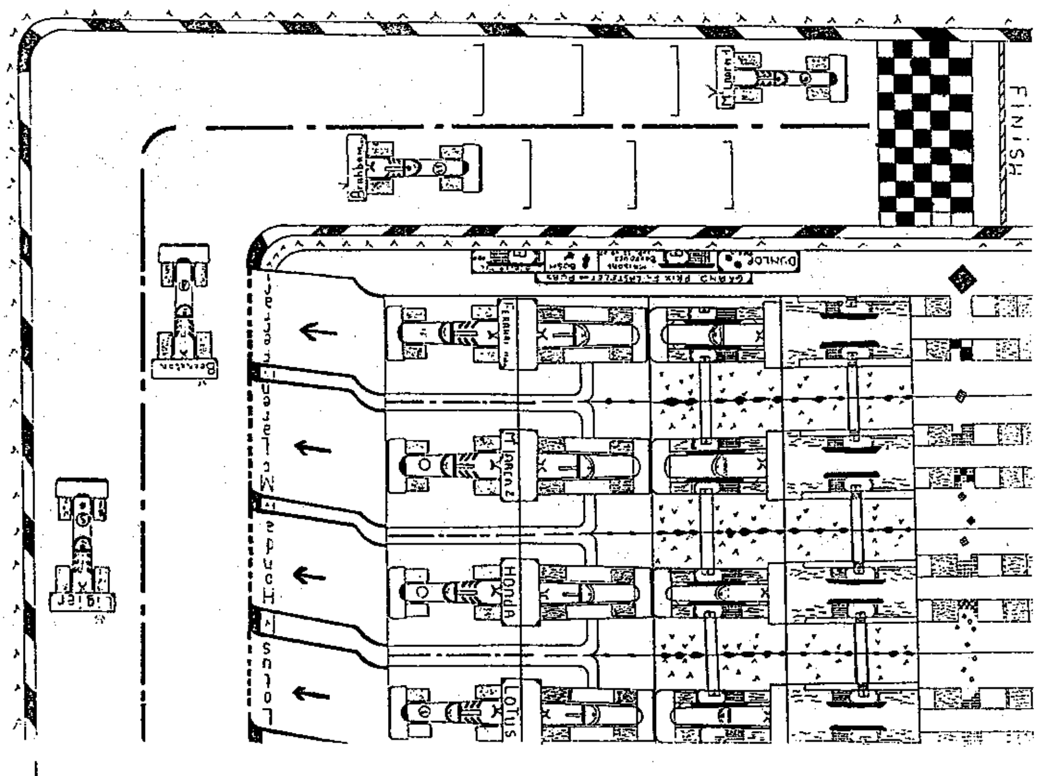
Nom et adresse : .... Signature :
.... (chèque joint)

Lauréats du concours «Symétrie»

DESSINS ET IMAGES D'ÉLÈVES

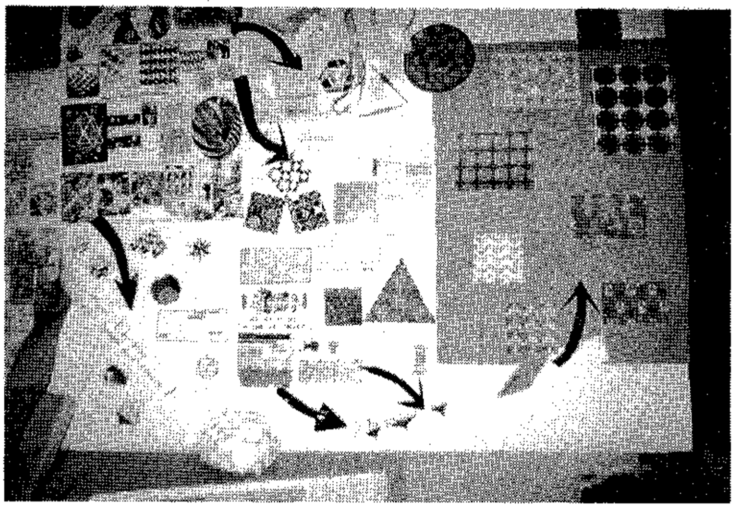


SCHVIRTZ Fabien - 83200 TOULON.

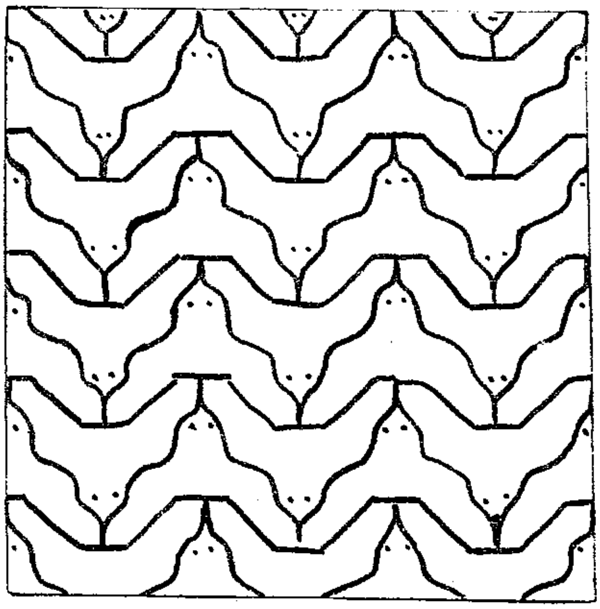


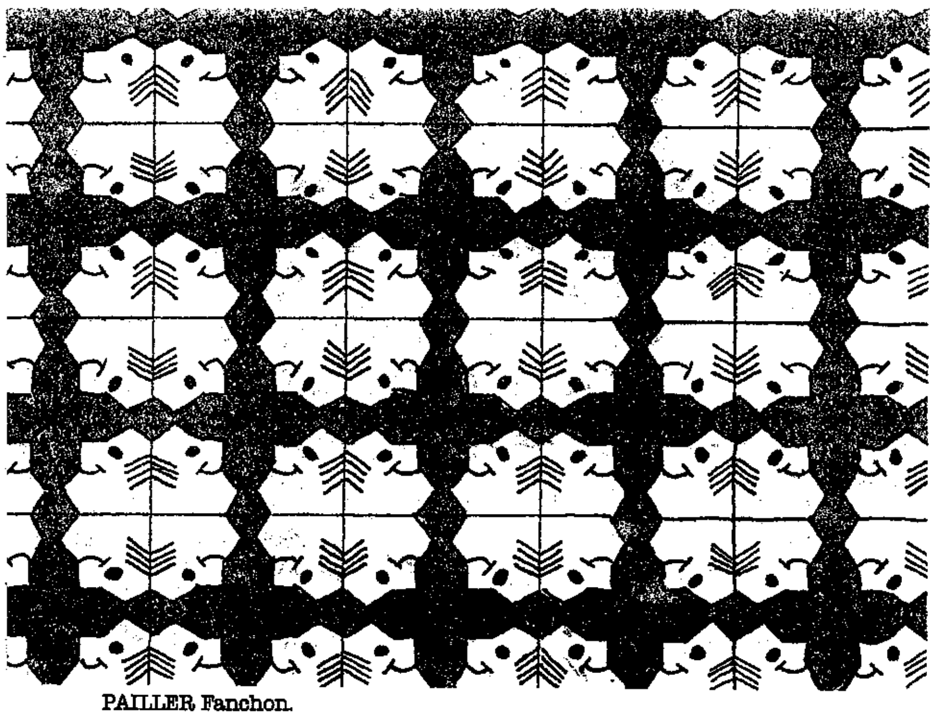
GUYON Stéphane - 27120 PACY S/EURE.

Dans le dossier Plot sur «Pavages et Symétries», un concours avait été lancé. Des classes ont répondu et... ont gagné les lots proposés. Bravo !!! Voici quelques dessins réalisés par les élèves d'une classe de 1ère F8 du Lycée Modeste Leroy à Evreux. (Professeur : M.C. Rivière)



Et d'autres, réalisés par les élèves d'une classe de 6^e du collège Freyssinet à Objat en Corrèze (Professeurs : Françoise Garcia, Arts plastiques et Chantal Fourest, Mathématiques).





PAILLER Fanchon.

IMAGES DE FONCTION

Michel SOUFFLET - Nouakchott

Maintenant en poste en Mauritanie à l'IPN (Institut Pédagogique National) Michel Soufflet décrit ici l'influence et l'intérêt des outils informatiques et des calculatrices sur l'apprentissage de la notion de fonction. Cet article fait suite aux travaux auxquels il a participé au sein du GREM (Groupe de réflexion sur l'enseignement des mathématiques) où il représentait l'APMEP jusqu'à son départ pour l'Afrique.

Première approche.

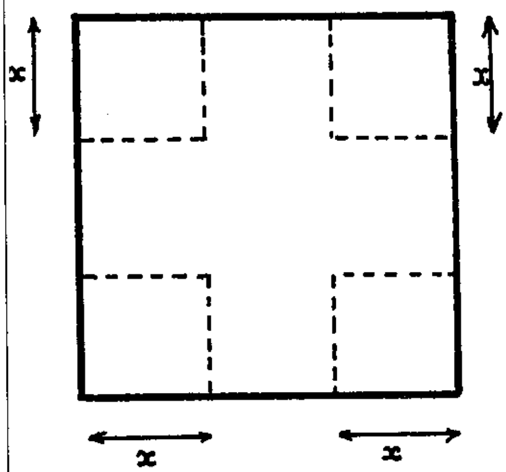
L'usage de la calculatrice permet de diversifier les approches de la notion de fonction sous ses différentes formes :
— tableau de valeurs
— formule
— correspondance
— graphe

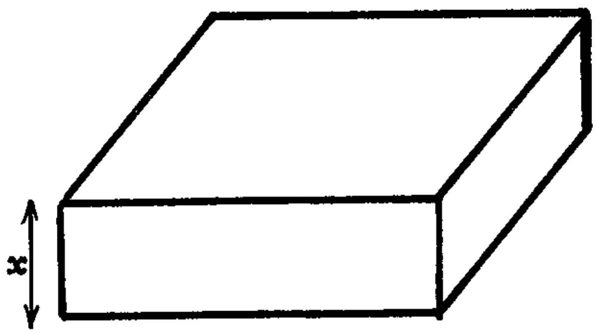
L'aspect «boîte noire» de la calculatrice dans laquelle on entre une valeur qui en ressort modifiée met en évidence le troisième aspect. En mettant, par exemple, en entrée dans une machine les sorties d'une autre, le concept de fonction composée peut apparaître d'une façon dynamique. Mais surtout, la calculatrice permet d'aborder ces quatre aspects au cours d'une même activité. Comme le montre l'exemple suivant, les problèmes d'optimisation peuvent désormais être abordés dès la seconde et ils présentent le double avantage —recherché en pédagogie— d'être des situations à la fois riches et simples. La calculatrice est alors perçue comme un outil technique pour résoudre ces problèmes. En première, le concept de dérivée apparaîtra alors comme un outil théorique plus rapide et plus précis conférant ainsi à cette situation une richesse supplémentaire.

Un exemple

Citons pour exemple le problème désormais classique (pour le professeur) du cendrier :
Rappel du texte : On découpe les côtés d'une plaque carrée de 10 cm de côté d'une longueur x et on plie les bords de façon à former un pavé droit ouvert (cendrier) sur le dessus.

Le problème consiste à trouver pour quelle (ou quelles) valeur de x le volume du cendrier est maximal.





La résolution de ce problème peut faire apparaître les étapes suivantes :
— le volume existe pour x compris entre 0 et 5.

— le tableau de valeurs s'établit rapidement pour x entier :

découpe	0	1	2	3	4	5
Volume	0	64	72	48	16	0

— La recherche des valeurs pour x non entier conduit la formule donnant le volume :
$V(x) = x(10 - 2x)^2 = 4x^3 - 40x^2 + 100x$
— L'emploi d'une calculatrice scientifique - puis d'une programmable afin d'éviter l'aspect répétitif du calcul - permet de trouver une solution approchée au problème.
— On peut ensuite (ou dès le départ) rassembler les résultats sur un graphique faisant ainsi apparaître une courbe qui permettra de répondre à d'autres questions du type : Pour quelles valeurs de x le volume est-il de 50 cm³ ?

La notion de limite

Le fait de pouvoir calculer presque instantanément une valeur particulière d'une fonction peut aider à diminuer les difficultés d'apprentissage si souvent rencontrées dans ce domaine.

Exemple : Pour la fonction

$$x \rightarrow \frac{-2x^2 + 3x - 1}{x + 1}$$

le tableau de valeurs :

X	10	100	10^3	10^4	10^5
f(x)	-15,54	-195,05	-1995,00	-19995,00	-199995,00

X	-10	-100	-10^3	-10^4	-10^5
f(x)	25,66	205,06	2005,00	20005,00	200005,00

peut permettre d'observer l'équivalence avec la fonction
$x \rightarrow -2x + 3$ lorsque $x \rightarrow \pm\infty$.

De même, les notions de limite à droite et à gauche pourront être perçues par les essais des valeurs suivantes : -0,9, -0,99, -0,999... et -1,1, -1,01, -1,0001...
On mettra bien sûr en garde sur le fait que l'intuition d'un résultat n'en signifie pas la preuve et sur le danger de se contenter d'une expérience pour vérifier une conjecture. Sur un exemple tel que
$f(n) = x - \ln(1 + e^x)$, selon les valeurs choisies certaines calculatrices peuvent laisser penser que, lorsque x tend vers $+\infty$, f(x) tend vers 0 par valeurs supérieures alors qu'un raisonnement simple (f est croissante sur R) prouvera que si f(x) tend vers 0, c'est nécessairement par valeurs inférieures.

Et l'ordinateur ?

Sur des calculatrices graphiques ou sur l'écran d'un ordinateur, on peut observer quelques curiosités comme, par exemple, le fait que le graphe de la fonction

$$x \rightarrow \frac{4x^3 - 4x^2 + 2x + 1}{2x - 3}$$

entre -1000 et 1000 peut être le même que celui de la fonction $x \rightarrow 2x^2 + x + 5/2$, et, le type de question soulevé est —vis à vis de la rigueur notamment— d'une grande richesse.

D'une façon générale, l'ordinateur permet de visualiser rapidement beaucoup de fonctions, de travailler sur les graphes globalement et localement, permettant ainsi une approche plus dynamique de la notion de fonction.

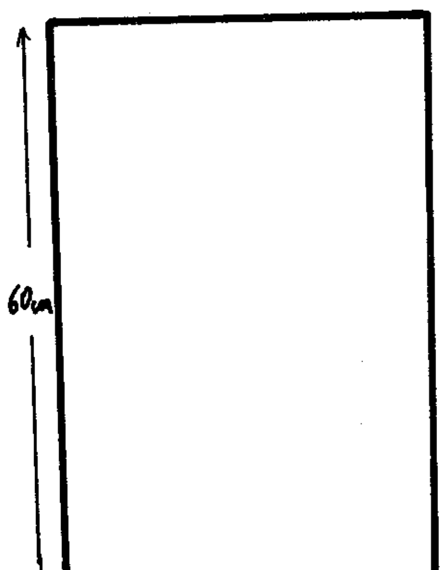
VIENT DE PARAITRE :
«Horizons Mathématiques à Rennes»
Publication Irem-APMEP de Rennes - 260 pages de bilans et commentaires sur l'exploitation pédagogique de l'exposition lors de son long passage en Bretagne.
A commander à l'Irem de Rennes ou au journal.

LES MATHS DE L'AN 2000

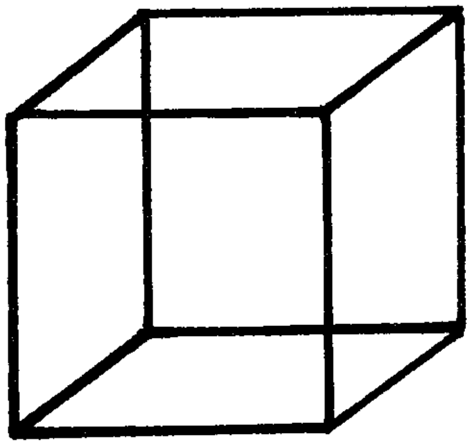
Antoine VALABRÈGUE - Paris

20 ans que je gamberge et essaye de faire passer quelques idées à droite et à gauche, j'ai pensé que je pouvais peut être faire un effort pour dire ce qui me paraît être une bonne séance de maths. Je suis donc rentré chez moi ce jour, décidé à faire un effort. La lettre de Choquet p. 501 du bulletin Amep 365 me conforte dans cette résolution.

Lors d'une séance de maths pour tous que j'ai réussi à négocier dans mon lycée, et qui figure sous un libellé honteux de mon état VS, j'ai proposé à des élèves de diverses classes l'énoncé suivant :



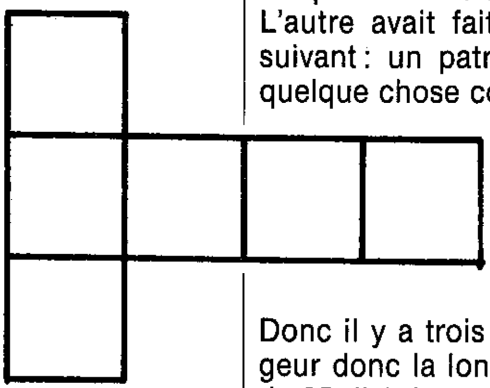
Vous disposez d'une feuille de papier rectangulaire de 60 cm sur 25 cm et vous devez me donner le volume du plus grand cube que je peux réaliser en faisant un patron à l'aide de la feuille.



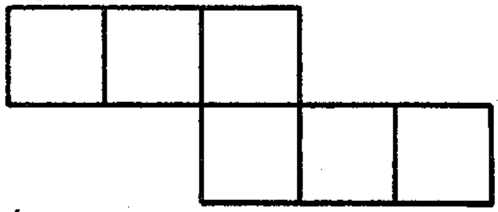
Ceux qui suivent les épreuves des championnats de France des jeux mathématiques auront reconnu un des énoncés de la finale de juillet 88 à Paris*. Merci donc, Monsieur Cohen, de nous livrer des énoncés si délicieux.
Je peux seulement vous dire que des élèves de troisième se «plantent» allègrement sur cet exercice, et qu'il mérite plus qu'un cœfficient 1.

*La finale 89 aura lieu les 7, 8 juillet à la Cité des Sciences (ndlr).

Je décrirai ici des réactions d'élèves avant d'aborder une ou deux réflexions. (Il s'agit d'un groupe de cinquième, bons élèves).
L'un avait divisé l'aire de la feuille par six puisqu'un cube a six faces, mais se disait que ce n'était pas aussi. Une petite discussion lui a permis de réaliser lui-même son erreur. Je laisse en fin d'heure s'exprimer les élèves eux-mêmes.
L'autre avait fait le raisonnement suivant : un patron de cube c'est quelque chose comme cela :



Donc il y a trois côtés dans la largeur donc la longueur du côté est de 25 divisé par 3 soit environ 8,3, le volume du cube est donc de 8,3 au cube soit 572 cm^3 et des poussières.
Une troisième a dit «pas du tout moi ! j'ai fait comme cela : j'ai divisé par trois parce que cela tombe juste».
La quatrième n'avait rien trouvé du tout.
La cinquième avait trouvé comme le second.
Après avoir fait remarquer à la troisième qu'elle trouvait un résultat moins grand que son camarade (ce qui ne lui était pas apparu) on a essayé de voir si on ne pouvait pas trouver plus grand avec 25/3. Bien évidement cela permet de montrer la supériorité du calcul fractionnaire sur le calcul approché, puisqu'en prenant 25/3 on obtient 578. On vérifie au passage que ce résultat s'obtenait ici avec deux décimales seulement. Encore une fois ceci n'est absolument pas acquis par les meilleurs élèves de 5eme qui ont pourtant passé avec brio tous les tests d'évaluation de l'APM de niveau sixième.
Une fois que tout le monde est d'accord sur 578, je teste le niveau de conviction en demandant si c'est bien la bonne réponse. Celui qui était sûr de son coup avec 8,3, dit : bien entendu, car on ne peut pas obtenir des patrons faits différemment.



Évidemment cette question est délicate. Connaître tous les patrons du cube n'est pas exigé de nos élèves, mais avoir le réflexe de se demander s'il n'y a pas une autre forme possible qui donnerait un résultat plus grand devrait l'être. Or ce type de questionnement ne fait jamais l'objet d'épreuve et c'est bien le problème de notre enseignement.
J'ai dû user de beaucoup de persuasion pour les faire chercher jusqu'à ce qu'ils trouvent une solution et aient prouvé que 4 * 2 était impossible et 3 * 3 aussi.
Nous avions donc la solution 12 cm de côté. Ce qui donne 1728 cm^3.
Je pense vraiment que c'était une séance de mathématiques extraordinaire qui dépassait de beaucoup ce qu'on peut faire la plupart du temps, terrassés que nous sommes par des manipulations de calculs qui me paraissent dater des égyptiens. Pour être bien d'accord sur la richesse et l'importance de telles séances, il faudrait faire appel aux concepts de l'analyse systémique, le temps me manque ; je me contenterai de rebrancher les collègues sur la taxonomie de Régis Gras et l'importance des notions critiques, heuristiques et de réinvestissement dans l'assimilation d'une notion.
Tant que l'enseignement des maths refusera de jouer son rôle dans toute sa dimension de laboratoire de recherche de l'erreur, des mécanismes de fonctionnement de la pensée, on continuera à crier à juste titre haro sur le baudet, parce que notre pratique est orientée beaucoup trop sur des calculs que sont capables de faire les machines.

Bien à vous. ■

VISUEL OU VERBAL ?

Alain TAURISSON - Montréal

L'auteur décrit ici une étude qu'il a menée, à partir d'entretiens avec une trentaine d'élèves ayant 3 à 6 ans de scolarité au Québec (du CE à la sixième en France). Il apporte ici des éléments de réponse aux questions : quel lien y a-t-il entre les habitudes de perception des enfants et les techniques de résolution de problèmes qu'ils utilisent ? Quels rôles respectifs jouent le langage et les images visuelles ?

Ce travail fait suite aux travaux de A. de la Garanderie dont on trouvera un autre prolongement avec l'expérience de gestion mentale menée à Metz par Jocelyne Eberhart avec une classe de seconde (in Le petit vert n° 14, régionale Apmep de Lorraine. Juin 88 et bulletin de la CAV. Irem de septembre 88).

Mais au fait, pourriez-vous de mémoire redessiner le dessin qui se trouve en première page, à la fin de l'éditorial ? (un bon moyen de le (re)lire !!!)

Les techniques de résolution de problèmes

On sait que devant un problème il y a plusieurs attitudes possibles. La façon de l'aborder et la découverte d'une stratégie particulière conduisant à sa solution semblent obéir à des règles difficilement «enseignables».

L'expérimentation faite cette année nous conduit à poser comme hypothèse que les habitudes de perception des élèves influencent grandement leurs processus de résolution de problèmes. Bien plus, de nombreuses difficultés qu'ils rencontrent pour trouver une solution semblent être directement liées à leurs habitudes de perception. Enfin, l'ordinateur, quand on l'utilise comme un générateur d'images associées à des concepts mathématiques, peut permettre d'aider grandement les élèves, non seulement à élargir les techniques de résolution de problèmes qu'ils utilisent, mais aussi peut leur permettre de réfléchir sur leur façon personnelle de s'approprier l'information extérieure.

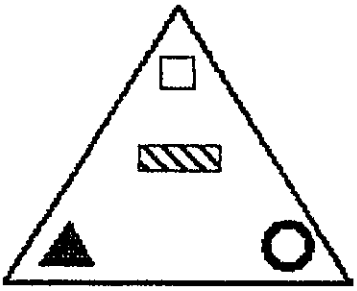
Les habitudes de perception

Nous percevons avec nos sens mais nous comprenons surtout à partir de ce que nous voyons et de ce que nous entendons. Selon A. de LA GARANDERIE[1], nous prenons conscience de l'information extérieure à partir d'une «réitération» la plupart du temps non consciente de l'information extérieure. Cette «réitération» peut être verbale : et nous nous répétons une traduction auditive des mots lus ou entendus pour en comprendre le sens. Cette «réitération» peut être visuelle : et nous nous répétons une traduction visuelle de l'information que nous recevons du monde extérieur. Par exemple nous avons tous vécu cette expérience où, un jour où nous étion préoccupés, nous avons décodé une page entière d'un journal sans en retenir un seul mot. Nous avons bien décodé mais nous n'avons pas fait l'effort habituellement non conscient de réitérer, selon le mode qui nous est familier, l'information venant de l'extérieur, et nous n'avons rien compris.

Un mode de perception, s'il est souvent dominant, n'est pas exclusif et quelqu'un ayant une certaine habitude du travail intellectuel est obligé d'utiliser certains éléments des deux modes.

Nous n'avons pas voulu faire une vérification des théories de A. de LA GARANDERIE. Nous avons simplement retenu le concept selon lequel nous pouvons utiliser plus volontiers un mode «verbal» (on pourrait dire aussi auditif) ou un mode «visuel» pour traduire et manipuler l'information extérieure. Nous avons aussi tenté de dégager les conséquences que cela pouvait avoir quant aux stratégies de résolution de problèmes utilisées.

Nous avons posé deux problèmes à des élèves de troisième à la sixième année. Le premier part d'une représentation en trois dimensions d'un solide construit à partir de petits cubes. Le second problème part d'un énoncé qui est dit aux élèves sans qu'aucune représentation ne leur soit fournie. Avant de poser les problèmes, nous posions aux élèves quelques questions pour déterminer quelques éléments de leur mode privilégié de perception.



Questions pour déterminer Le type de perception des élèves

QUESTION 1

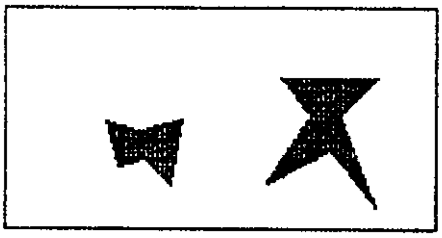
Regarde ce dessin avec l'intention de pouvoir le dessiner de mémoire. Quand tu seras prêt je cacherai le dessin et tu le dessineras.

Nous montrons le premier dessin en précisant l'intention avec laquelle l'enfant doit le regarder : il le regarde pour s'en souvenir et le reproduire. Tout de suite, une différence importante apparaît dans le temps que chaque enfant prend pour l'observer. Nous pouvons distinguer trois classes. Il y a ceux qui regardent le dessin pendant moins de cinq secondes, ceux qui regardent le dessin de 12 à 15 secondes, et une dernière classe qui regarde le dessin de 30 à 50 secondes.

Les premiers «photographient» le dessin et en gardent une image visuelle qu'ils reproduiront. En général, la reproduction qu'ils donnent du dessin est très complète.

La deuxième classe correspond à des enfants qui forment une description du dessin. Le dessin est formé d'un triangle au centre duquel on a un rectangle rayé, un carré se trouvant en haut, un petit triangle noir se trouvant à gauche et un cercle limité par un trait assez large à droite. Ils ne reproduisent pas l'image visuelle du dessin, mais dessinent à partir de la description verbale qu'ils ont retenue. Il y a quelquefois des erreurs dans le dessin correspondant à l'imprécision des mots qu'ils utilisent pour fixer leurs souvenirs : par exemple, les rayures ne sont pas du bon côté. Ce n'était pas précisé dans le «texte» qu'ils ont mémorisé. Cependant, il ne faut pas se limiter à cette première expérience : il y a en effet un certain nombre d'enfants qui pourraient se souvenir visuellement du dessin mais qui ne le font pas. Nous demandons donc alors à ces enfants de reprendre l'expérience en essayant de former l'image visuelle du dessin et de la fixer. Quelques-uns y parviennent. D'autres ne peuvent garder aucune image stable.
La troisième classe correspond à des enfants qui ont besoin de se raconter une histoire pour fixer leurs souvenirs, ou de faire des analogies avec des objets existants. Ils vont dire par exemple que le dessin est formé d'une tente au milieu de laquelle il y a une canne en sucre dont la partie recourbée a été brisée. En haut de la tente, il y a une fenêtre de la même forme que la tente. En bas, il y a un «beigne». Dans ce cas, le carré a été oublié. Là encore, il faut demander aux enfants s'ils sont capables de garder globalement l'image du triangle pour savoir s'ils ont absolument besoin de mots pour se souvenir du dessin ou s'ils peuvent s'en souvenir globalement. Les enfants qui utilisent ce mode de fonctionnement arrivent à ramener une image, non seulement en la décrivant «objectivement», mais surtout en lui associant une histoire.

Il est intéressant de poser la même question sur un dessin comme celui-ci :



Les formes ne sont pas des formes «classiques». Dans ce cas, les différences de temps sont encore plus nettes. Ceux qui procèdent par description verbale n'ont pas «les mots pour le dire». Ils vont regarder le dessin facilement plus d'une minute. D'autres vont le regarder quelques secondes seulement et essayer de retrouver tout de suite l'image mentale du dessin. On les voit regarder en l'air, faire mine de suivre le contour avec leur main ou avec leurs yeux. Ils pensent qu'ils ne vont dessiner qu'un seul motif à la fois, mais souvent ils arrivent à dessiner les deux d'un seul coup, en disant qu'ils avaient «l'image de la feuille» devant eux. Le temps mis pour reproduire les deux dessins est inférieur à dix secondes.

QUESTION 2

Je te dis le mot *«donne»* ? Combien y-a-t-il de *«n»* ? Pour répondre, est-ce que tu as vu l'image du mot *«donne»* ?
La deuxième question permet de savoir si les enfants se donnent des images visuelles des mots qu'ils écrivent. Il y a beaucoup plus d'enfants dans les classes où nous avons travaillé qui peuvent se former une image visuelle des mots qu'ils écrivent que ceux qui gardent visuellement l'image du premier dessin. Cependant, certains doivent prononcer le mot pour en visualiser l'image. L'aptitude à visualiser les mots, soit directement, soit en les prononçant, semble être une acquisition en grande partie scolaire. Ce qui importe c'est la façon de parvenir à cette visualisation, soit directement, soit par l'intermédiaire du langage.

Parmi les enfants qui avaient des difficultés en orthographe d'usage, nous n'en avons rencontré aucun qui ait l'habitude de se former une image visuelle des mots. Par

contre, des enfants qui ne se forment pas une image visuelle des mots peuvent avoir une orthographe convenable.
D'autre part, il semble que de nombreux enfants du niveau élémentaire puissent «voir» les mots bien qu'ils aient toutes les caractéristiques des auditifs. Ceci semble donc un acquis fait à travers l'école. Ceci laisse donc supposer que la capacité de se faire des images mentales utilisables puisse se développer.

QUESTION 3

a) Je vais te lire un petit texte. Essaie de le retenir.
Trois gros rats mangent trois grosses croûtes dans trois grands trous.
Est-ce que tu peux me répéter le texte ?
Est-ce que tu as vu les rats quand je t'ai dit le texte ?
Est-ce que tu as vu toute la scène quand tu redisais le texte ?

Certains enfants vont voir la scène aussi bien au moment de l'audition que lorsqu'ils vont redire le texte. Certains enfants ne s'appuieront simplement que sur les mots qui vont revenir spontanément au moment de «restituer» le texte. La prise de conscience du sens du texte peut se faire à travers l'image suggérée par le texte mais ce n'est pas obligatoire. Certains vont comprendre le sens du texte sans «voir» aucune image visuelle.

b) Lis le texte et essaie de le retenir :
Cinq voitures vertes volent au-dessus de trois maisons bleues avec des toits rouges.

Les processus utilisés pour lire un texte et le retenir ne sont pas forcément les mêmes que ceux permettant d'écouter un texte et de le retenir. Certains enfants préfèrent écouter pour retenir et comprendre, d'autres lire et le voir. Il est intéressant de distinguer aussi ceux qui retiennent l'image des mots et ceux qui visualisent le sens du texte. Il y a là un problème relié à l'habileté à lire. Les enfants qui ont des problèmes de lecture préfèrent qu'on leur dise le texte. Cependant, parmi les enfants qui savent bien lire, un certain nombre préfèrent écouter pour retenir et d'autres voir le texte.

Ce qui est particulièrement important, c'est de savoir quels sont les enfants qui peuvent se former des images à partir de mots vus ou entendus.
Ces deux exercices permettent de demander aux enfants comment ils procèdent de façon générale pour se souvenir d'un texte à l'école et en dehors de l'école. Ce sont en fait des prétextes qui permettent de dialoguer avec les enfants.

Nous avons aussi lu des textes plus longs et tenté de constater les différences pouvant exister quant à la façon de les restituer. Certains textes étaient descriptifs, d'autres racontaient une suite d'actions. Là encore, on peut constater des différences importantes quant aux méthodes des enfants pour retenir ces textes et des différences certaines quant à la façon de rendre compte de la chronologie.

QUESTION 4

Est-ce qu'il t'arrive souvent de te raconter des histoires en te parlant dans la tête ou même en parlant tout fort ?
Certains enfants semblent avoir besoin, en jouant, de raconter l'histoire de leur jeu. Bien plus, ce qu'ils racontent semble être le moteur de leur imagination. Ils aiment vivre, dans leur jeu, de véritables scénarios de films qu'ils inventent en parlant tout fort, au fur et à mesure du déroulement du jeu. Certains enfants de cette catégorie arrivent, dans leur jeu, à vivre à l'intérieur d'une histoire qu'ils inventent ensemble, chacun reprenant ce que l'autre vient de dire pour raconter une partie de la suite du déroulement de l'action.
Par contre, d'autres ne peuvent se laisser entraîner par les mots et encore moins par les mots d'un autre pour vivre une histoire imaginaire. Ils jouent sans raconter. Ils aiment que les règles du jeu soient bien établies et qu'on les respecte. Ils aiment organiser et prévoir. Souvent, ils vont aimer les sports d'équipe, les jeux organisés.
Cette question permet d'aborder avec les enfant le style de gestion mentale qu'ils font spontanément dans leur vie quotidienne. Certains comportements sont modifiés à l'école pour de nombreuses raisons. Il est donc important de connaître comment les enfants agissent en dehors de l'école.
Certains enfants sont très capables d'expliquer comment ils procèdent. L'un d'eux disait qu'il avait comme des «speakers» branchés vers l'intérieur de sa tête qui l'aidaient à comprendre. Le même disait qu'il pouvait se voir comme une machine dans laquelle on pouvait rentrer des mots et qui sortait des images, mais qu'il ne pouvait faire le contraire. Un autre explique qu'il n'a jamais appris les tables de multiplication pour des nombres plus grands que 10, mais que ça arrive comme ça en parlant et que les mots vont à la même vitesse que sa pensée. Ceci lui permet de faire des divisions en évaluant en gros le résultat et en faisant très vite des multiplications jusqu'à ce que le résultat soit bon. Il est remarquable que des enfants de moins de 11 ans aiment expliquer, de cette façon et avec cette précision, ce qui se passe dans leur tête quand ils travaillent intellectuellement.

Ces quatre questions permettent d'aborder quatre niveaux différents de la gestion mentale.

Souvenir des objets

La première question porte simplement sur le souvenir d'un dessin, d'un objet et nous permet de savoir si les enfants utilisent l'image visuelle de l'objet ou s'ils doivent passer par une description verbale.

Souvenir des mots

La deuxième question nous indique s'ils utilisent l'image du mot pris comme un objet. Pour les visuels, il ne s'agit que de faire ce qu'ils font habituellement. Pour les auditifs, ils doivent se donner un moyen de susciter l'image du mot.

Compréhension

La troisième question permet de savoir si les enfants voient directement des images quand ils lisent un texte où s'ils «entendent» une voix intérieure. Dans les deux cas, c'est pour eux un moyen privilégié de prendre conscience du sens de ce qu'ils lisent. Les images visuelles ou sonores sont l'intermédiaire qui permet d'accéder au sens de ce qui est lu.

Création

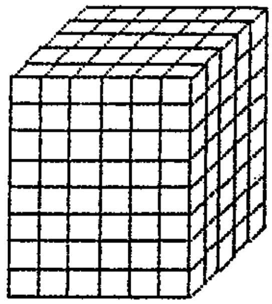
La quatrième question permet de voir si les mots sont naturellement un support pour inventer, pour céder.
Une entrevue faite à partir de ces questions permet de se faire une première idée de la façon dont l'enfant gère l'information. Il faudrait raffiner beaucoup plus les techniques d'entrevue pour parvenir à un portrait plus précis des élèves. Cependant, il nous a semblé que les renseignements obtenus étaient cohérents et permettaient d'interpréter la suite des observations. Une entrevue, faite à partir des questions précédentes, prenait à peu près une vingtaine de minutes.
Le premier test (les dessins) donne des indications en général confirmées par les autres tests et les méthodes de résolution de problèmes utilisées par les enfants, même si on se limite au temps pris pour reproduire le dessin. Il est probable que la situation serait moins nette chez les adultes.
Nous voulions mettre en évidence les relations pouvant exister entre les modes de perception des enfants et les techniques de résolution de problèmes utilisées. Pour cela, nous avons posé deux types de problèmes.
Le premier partait d'une représentation visuelle d'un solide. Le second était simplement énoncé et l'élève devait se construire une représentation.

Premier problème

Les questions posées contiennent certaines ambiguïtés. Cela est volontaire. L'élève pouvait se poser autant de questions qu'il voulait. Les interprétations implicites des élèves permettaient de leur poser des questions et étaient source de renseignements souvent intéressants.

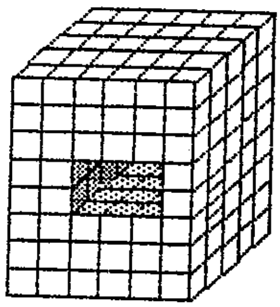
QUESTION 1

Voici un solide. Ce solide est fait avec de petits cubes. Combien faut-il de petits cubes pour construire ce solide ?



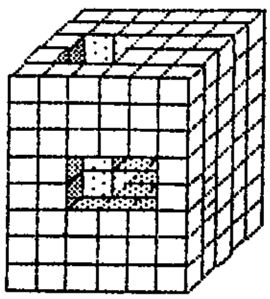
QUESTION 2

On fait un tunnel dans le solide, combien faut-il enlever de petits cubes pour faire ce tunnel ?



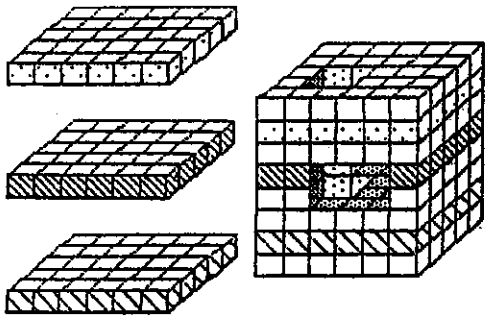
QUESTION 3

Dans le solide précédent on fait un tunnel. Combien faut-il enlever de cubes ?



QUESTION 4

Imagine que le solide avec les deux tunnels est découpé en tranches. Nous avons voulu représenter trois de ces tranches mais sur chacune de ces tranches nous avons oublié d'enlever des petits cubes. Pour chaque tranche, noircis les petits cubes qu'il faut enlever.



Interview d'élève

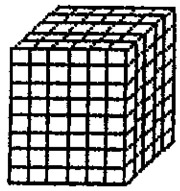
Nous allons maintenant présenter un exemple représentatif d'enfant visuel abordant ces problèmes.

Élève de sixième année. Dans la première partie de l'entrevue, il regarde le premier dessin (le triangle) moins de deux secondes, dessine parfaitement sans omettre aucun détail et déclare voir l'image directement dans sa tête. Il voit les mots dans sa tête avant de les écrire. Il est bon en orthographe d'usage et c'est un très bon élève au dire de l'enseignant. Dès qu'il lit un texte, l'histoire se traduit immédiatement sous forme d'images. Il ne se raconte pas d'histoires en se parlant dans sa tête.

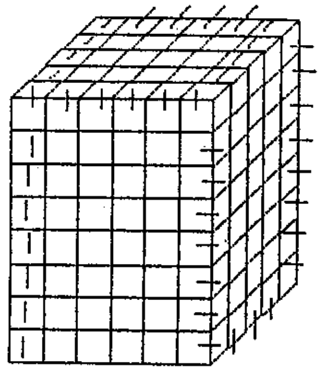
QUESTION 1

Combien de petits cubes pour faire ce solide ?

Pour lui, le solide est creux et il ne s'agit que de compter les cubes apparaissant sur les faces du solide. C'est d'ailleurs un fait observable chez de nombreux visuels qui souvent considèrent le solide comme étant creux. Il compte toutes les faces qu'il voit en marquant chaque face d'un petit point. Il es parfaitement silencieux pendant son travail.
— Il en compte 48 devant, double pour la face arrière et écrit 96
— Il compte 40 pour la face latérale visible, double et écrit 80
— Il compte 30 pour la face du dessus, double et écrit 60.
— Il fait la somme et trouve 236.
— Il a compté simplement le nombre de faces apparentes, non pas le nombre de cubes.
Je lui demande combien de fois il a compté le cube du coin supérieure gauche : trois fois ! Il comprend son oubli.

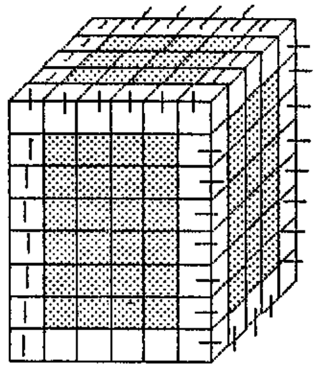


— Il y a des cubes dont on voit deux faces et d'autres trois.
— Il sera le seul de tous les élèves interviewés à faire cette remarque.
Toujours très silencieusement, il place des traits sur les cubes formant la bordure, de cette façon :



On voit que les traits sont placés de façon très astucieuse. Il y a maintenant autant de traits que de cubes à compter, sauf pour la rangée du bas de face de ces cubes qui se trouvent en dessous.

Il ombre maintenant les cubes dont on ne peut voir qu'une face.



Le problème est «visiblement résolu».
Il compte le nombre de cubes ombragés sur chaque face visible, multiplie par 2. Ensuite il compte le nombre de petites barres qu'il a faites. Il ne fait pas d'erreurs pour les barres correspondant à la face de devant : il double et trouve 48. Il oubliera les traits correspondant aux faces de dessus et de dessous.

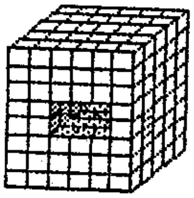
On voit qu'il n'a utilisé que des processus très visuels : d'abord la remarque sur le nombre de faces apparentes pour les cubes sur les arêtes, la façon de marquer ces cubes, d'ombrager les autres. Il n'utilise à peu près aucun autre procédé de calcul que le comptage de ce qu'il voit. Lorsque je lui demande d'imaginer comment construire ce cube, comment commencer, par quelle face, toutes ces questions ne l'aident pas à trouver une autre façon de faire.

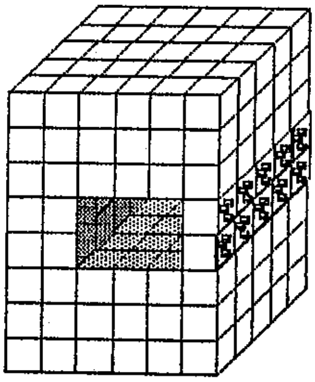
QUESTION 2

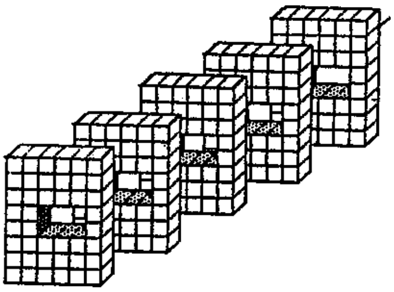
Combien faut-il enlever de petits cubes au solide pour obtenir le solide suivant ?

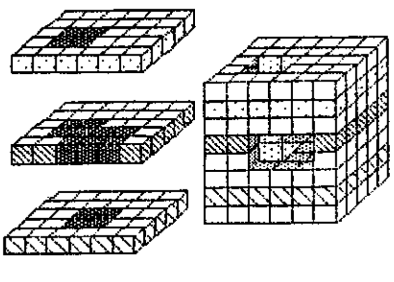
Il procède toujours parfaitement silencieusement. Il pointe sur les cubes visibles sur le côté et fait une marque tout en comptant.

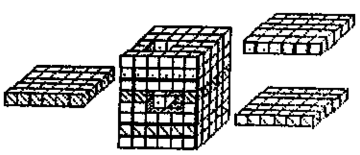
Il repasse trois fois sur chaque cube latéral correspondant au tunnel et il compte le nombre de marques. Il trouve trente. On voit encore que le problème est d'abord résolu de façon visuelle et qu'il a ensuite recours au comptage, procédure visuelle s'il en est. Pour représenter le nombre de cubes à enlever, il représente en fait une relation biunivoque entre le nombre des cubes et le nombre de points qu'il place sur le côté du solide.

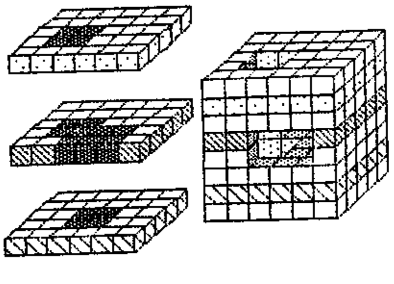












Je lui fais remarquer que l'on peut évaluer le nombre de cubes qu'il faut enlever à chaque «tranche» verticale du solide. Pour chaque tranche, il faut enlever 6 cubes. Il y a 5 tranches. On doit donc enlever 30 cubes. Il comprend cette façon de résoudre le problème.

Certains élèves qui utilisent des techniques visuelles de résolution sont complètement bloqués par leur incapacité à aller au-delà de ce qu'ils voient. Un élève de troisième année, champion d'échecs au Québec (deuxième de sa catégorie), n'a pu résoudre ce problème. Il commence par compter les cubes, en comptant même des portions de cubes : il faut enlever 12 cubes et demi. Nous lui redisons que le tunnel traverse le cube. Il est d'accord pour dire que s'il regardait par le tunnel, il verrait de l'autre côté du cube. Il commence à faire des calculs et déclare qu'il faut enlever 22 cubes mais il est incapable de justifier ce nombre et admet qu'il n'est pas très sûr de son résultat. D'ailleurs, il n'est jamais sûr des résultats qu'il donne aux problèmes qu'on lui pose et il ne sait pas comment il fait pour trouver la solution. Comme il n'a pas l'image devant lui qui lui permettrait de trouver la solution, il fait n'importe quoi et donne un résultat.
Je lui montre ce dessin où l'on voit cinq plaques permettant de construire le solide. Tout de suite il me dit que ces plaques permettent de construire le solide, qu'il faut enlever six cubes par plaques et donc qu'il faut enlever 6 fois 5 cubes, soit 30 cubes pour faire le tunnel. La solution est venue immédiatement et il est très sûr de lui maintenant. Il dit qu'il n'aurait jamais vu la solution sur l'autre cube car *«quand tu vois pas, tu peux pas savoir, tu n'as pas le cœur net»* (ces paroles sont textuellement les siennes).
En fait, il n'a aucun moyen pour aller avec confiance au-delà de ce qu'il voit. Le critère de vérité est ce qu'il voit, ce qu'il dit étant dans le domaine de l'incertain. Décrire ce qu'il ne voit pas n'évoque rien de sérieux. Il est tout à fait remarquable que, pour cet élève, le blocage qui en découle est total : quand il ne voit pas, il ne se donne aucun moyen de représentation et fait n'importe quoi. Quand il voit, la solution est immédiate. Nous avons retrouvé cette même situation plusieurs fois chez ceux qui utilisent des processus visuels de résolution.
Quelques remarques enfin sur ces «visuels exclusifs». Tous ceux que nous avons rencontrés disaient qu'ils auraient aimé être seuls plus souvent pour pouvoir se raconter des choses mais que c'était impossible à cause de frères ou de sœurs trop présents ou d'activités trop encadrées dans leur vie quotidienne. Il faut aussi remarquer qu'il proviennent de familles où l'apparence semble avoir beaucoup d'importance et où il semble particulièrement important de réussir par rapport au groupe où l'on se trouve. Il faudrait cependant se garder de conclusions trop hâtives, l'échantillon (une dizaine d'élèves) étant trop faible. De toute façon, ce qui est intéressant du point de vue de l'enseignant est de comprendre les processus utilisés par les enfants pour résoudre les problèmes et d'agir dans la classe pour les aider à les élargir.

QUESTION 3

Dans le solide précédent, on fait un autre tunnel. Combien faut-il enlever de cubes ?

Il profite de la «leçon» de la question précédente puisqu'il évalue qu'il faut enlever 32 cubes pour creuser le tunnel vertical en faisant 4×8. Il fait la somme $30 + 32$ et trouve 62 cubes à enlever, ce qui ne prend pas en compte l'intersection des deux tunnels.
Je le fais tout de suite passer à la question suivante.

QUESTION 4

Imagine que le solide avec les deux tunnels est découpé en tranches. Nous avons voulu représenter trois de ces tranches, mais sur chacune de ces tranches, nous avons oublié d'enlever des petits cubes. Pour chaque tranche, noircis les petits cubes qu'il faut enlever.

On voit qu'il noircit effectivement les cubes à enlever pour la première tranche mais qu'il ne noircit que les cubes à enlever visibles sur les dessins pour la deuxième tranche. Pour la troisième tranche, il déplace les cubes à enlever d'un cube vers la droite, ce qui correspond plus à la position du tunnel horizontal.
Je reviens avec lui sur la deuxième tranche et je lui demande si le tunnel horizontal traverse le cube. Il me dit que *oui* et que l'on pourrait voir à travers le cube si l'on regardait par ce tunnel. Je lui demande de regarder de nouveau les cubes qu'il a ombragés sur son dessin. Après avoir soigneusement regardé le dessin, il me confirme que c'est bien ça et ne change rien.
Je lui demande de regarder de nouveau la dernière tranche. Pour lui, tout est bien.
On voit pour lui l'importance de ce qu'il voit par rapport à ce qu'il peut dire. Pour la première plaque, la proximité de la plaque à dessiner et de la plaque visible sur le dessus du solide fait qu'il dessine très correctement les cubes à enlever.
Pour la deuxième plaque, il est remarquable qu'il dise que le solide est percé de part en

part mais qu'il ne noircit que les cubes qu'il peut voir sur le dessin. Je suis revenu plusieurs fois à la charge mais il n'a rien voulu changer. Pour lui, la sécurité provient vraiment de ce qu'il voit. Il faut noter que cet élève est un excellent élève. En discutant ensuite avec lui, il me dit qu'il aime appliquer des formules. Il aime aussi les exercices qu'il fait sur les fractions en ce moment. Ce sont des exercices de simplification où il applique facilement des règles de simplification qui ne font pas du tout appel à signification de la fraction.

Autres exemples visuels

Voici comment un élève de troisième année a tenté de résoudre le problème : il a indiqué sur les faces externes du solide les cubes devant être enlevés au solide complet. Ensuite, il s'est mis à compter deux fois sur chaque face le nombre de petites marques. Bien sûr, il manquera 4 cubes pour avoir le résultat convenable. Cependant la méthode est encore très visuelle et procède de la même démarche : on résoud le problème visuellement en se donnant un moyen de placer toute l'information en même temps pour ne plus avoir plus qu'à compter pour obtenir la solution.

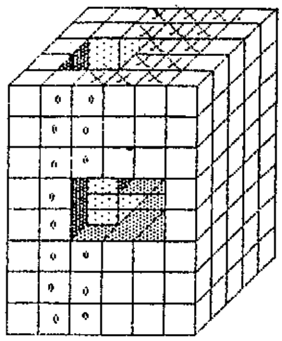
Interprétation

En résumé, ces élèves font appel à des techniques visuelles comme le comptage d'objets représentés, ou de points représentant des objets. Il sont mal à l'aise dès qu'ils doivent parler de ce qu'il ne voient pas. Par contre, l'utilisation de formules, même s'ils n'en comprennent pas forcément le sens ne pose pas de problème. Ils représentent d'abord avant de compter et de raisonner et ils représentent complètement. Tout doit être sous les yeux.
Nous avons demandé à d'autres élèves de type visuel de décrire ce qu'ils faisaient dans leur tête pendant qu'ils cherchaient. Alors que les élèves auditifs sont aidés par ce qu'ils disent, les autres ne peuvent pas parler pendant leur recherche. Pour dessiner les plaques dans le dernier exercice, le processus des visuels semble être de recréer visuellement la plaque telle qu'elle est, d'en extraire directement l'image du solide. On verrra qu'un auditif va s'appuyer sur un raisonnement qu'il pourra décrire. Par exemple il dira : la deuxième plaque est exactement comme la première, donc je peux la dessiner directement en prenant la première comme modèle.
Une image permet à un visuel de comprendre directement. Un dessin comme celui représentant le cube décomposé en plaques a beaucoup aidé certains enfants de troisième ou de quatrième année à résoudre le problème du calcul du nombre de petits cubes dans le solide. Les explications que je donnais semblaient par contre ne trouver aucun écho.

Relation entre les habitudes perceptives et les techniques de résolution de problèmes

A partir d'un certain nombre d'entretiens du genre de celui qui a été décrit ci-dessus, on peut, semble-t-il, faire les liens suivants :
1° *Chez des élèves visuels,* la capacité à ramener directement des images visuelles d'objets leur permet de travailler sur des représentations globales de problèmes qu'ils vont résoudre en faisant des rapprochements sur cette représentation ou en utilisant des procédés de comptage, et de regroupement, de classification. Tous les objets sont présents sur la représentation. Par exemple, pour eux, la noton de multiplication est associée à la table de multiplication alors que pour un élève plus auditif, elle le sera plutôt à une addition répétée. Les difficultés que ces élèves rencontrent viennent du fait qu'ils ont du mal à passer de la première représentation du problème à une autre représentation globale plus adéquate. Ils ne peuvent aller au-delà de ce qu'ils voient. Les plus caractéristiques de ce groupe sont même complètement soumis à ce qu'ils voient. Pour eux, la vérité de ce qu'ils voient prime sur ce qu'un raisonnement pourrait démontrer. Les élèves qui rencontrent des difficultés pour résoudre des problèmes dans cette catégorie, bien que très visuels, n'ont pas pris l'habitude de se donner des représentations visuelles du sens de ce qu'ils lisent. Ils ne vont pas plus au-délà des mots vus. Ces élèves peuvent être considérés comme de très bons élèves dans le système scolaire. Cependant, ils privilégient les «formules» toutes faites.
Ils utilisent facilement l'analogie, sont peu sensibles à des explications déductives. Ils ne croient pas à un processus itératif. Devant un problème nouveau, ils essaient les modèles qu'ils connaissent : une addition, une division, un schéma qui a déjà fonctionné. Ils essaient de faire fonctionner le modèle, de l'adapter. Ils donnent l'impression de partir «au hasard» sans rechercher une ligne d'action déductive.

Autres exemples visuels



Leurs difficultés proviennent du fait qu'ils n'ont pas toujours la bonne représentation et qu'il est difficile pour eux de passer d'une représentation à une autre, ou d'en construire une de toute pièce. Il faudrait que ces élèves.trouvent des moyens de créer «des images inventées» à partir des images qui leur sont fournies. On peut imaginer plusieurs moyens d'y parvenir :

a) On leur fournit de nombreuses représentations associées à des problèmes. On leur donne aussi de nombreuses représentations graphiques pour leur faire comprendre le sens des opérations et des concepts qu'ils doivent assimiler. Cette façon de faire leur permettrait d'utiliser et d'améliorer leur habitude perceptive naturelle.

b) On les amène progressivement à utiliser la parole pour raconter ou décrire ce qu'ils ne voient pas. Progressivement, ils pourront prendre conscience du fait que leurs prévisions sont exaxtes et qu'ils ont là un moyen d'aller au-delà de ce qu'ils voient avec une certaine sécurité.

2° *Chez des élèves très auditifs*, le mouvement de la pensée est déclenché par la parole. Pour comprendre, ils doivent raconter. Par contre ils n'écrivent pas ou très souvent placent les nombres n'importe où et n'arrivent à aucun résultat exact bien que la démarche soit bonne. Ils négligent de regarder. Les plus caractéristiques de ce groupe ignorent purement et simplement les informations visuelles qui ne cadrent pas avec les déductions de leur monde intérieur. Leurs calculs sont souvent faux, désordonnés, mal écrits.
Par contre, ils sont capables d'aller au-delà de ce qu'ils voient, de faire des déductions logiques, d'imaginer une suite d'opérations conduisant au résultat. Ils peuvent vous expliquer comment trouver la solution mais seront quelquefois incapables de la trouver eux-mêmes.
Un dessin peut les gêner. Ils vont vous dire : «*Je comprenais quand tu expliquais, mais avec ton dessin, je ne sais plus.*»
Ils doivent apprendre à commenter des images, à se référer explicitement à des dessins, à laisser des traces de leur raisonnement.

a) Ces élèves doivent comprendre l'importance de la représentation précise. Une représentation devrait être le but de toutes les constructions mentales qu'ils élaborent. On doit les amener à prendre en compte ce qu'ils voient et à organiser visuellement ce qu'ils écrivent ou dessinent.

b) Ces élèves pensent vite. Pour eux, écrire ou dessiner ralentit leur rythme de réflexion. Il faut leur donner des moyens de représentation rapides et précis qui ne brisent pas ce rythme rapide qui semble essentiel au déroulement de leur pensée.
Les élèves très visuels ne comprennent pas une explication purement verbale. Les autres ne pourront comprendre le sens d'un dessin que s'ils peuvent le commenter pour y mettre de l'ordre et décrire ce qui vient avant et ce qui vient après.
Dans tous les cas, le rôle de la représentation visuelle est essentielle. Cependant pour les visuels, cette représentation doit être globale et est à l'origine de leur réflexion. Pour les autres, la représentation visuelle est l'aboutissement d'un raisonnement qui s'alimente surtout d'enchaînements verbaux.

Le but de cet article n'est pas de tirer les conséquences pédagogiques des deux approches décrites. Il s'agit simplement d'insister sur le fait qu'on ne peut parler de techniques de résolution de problèmes sans tenir compte de ceux qui les résolvent. La façon de résoudre un problème ne dépend pas seulement du problème !
Il semble bien que la classification entre «auditifs» et «visuels» permette d'interpréter les démarches différentes des erreurs, des succès des élèves. Chez les élèves de l'élémentaire, il semble bien qu'il y ait une grande cohérence entre les habitudes perceptives et les méthodes efficaces pour eux de résolution de problèmes. Il faudrait cependant être très prudent quant à la façon d'utiliser un tel résultat.
La classification n'a en elle-même que peu d'intérêt. Ce qui est important c'est qu'elle permet d'aborder les techniques de résolution de problèmes à partir des élèves. Il ne faut cependant pas figer les élèves dans un type ou dans un autre, mais au contraire les amener à comprendre qu'il y a des méthodes différentes pour résoudre un problème. Un auditif peut apprendre à utiliser des images globales, un visuel peut apprendre à commenter un dessin et à imaginer ce qu'il ne voit pas pour trouver un algorithme. Il n'y a pas de fatalité dans ce domaine. Cependant ils ne peuvent le faire qu'en parlant de ce qu'ils sont.
Il faudra apprendre à aborder avec eux ces problèmes de gestion mentale, à les développer aussi bien en mathématiques qu'ailleurs, sans se cantonner dans un «style» particulier. Tout le travail pédagogique reste à faire.

POUR EN SAVOIR PLUS :
«Les gestes de la réussite en mathématiques à l'élémentaire». Alain Taurisson - Agence d'Arcès - Montréal-1988 : 80 F.
Commande à passer au journal qui transmettra.

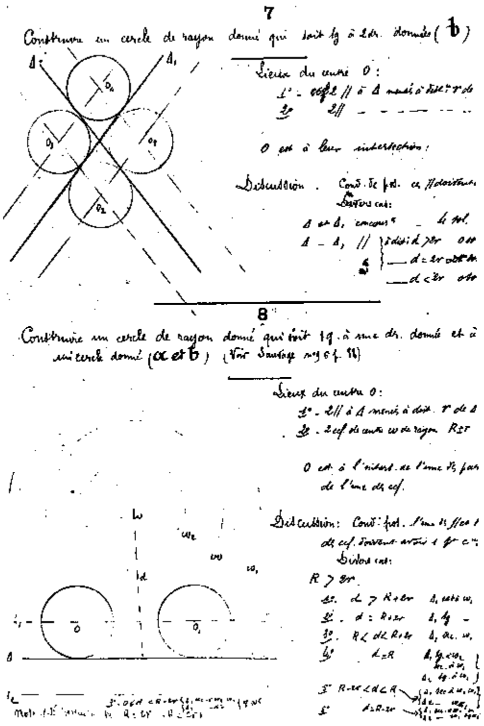
■

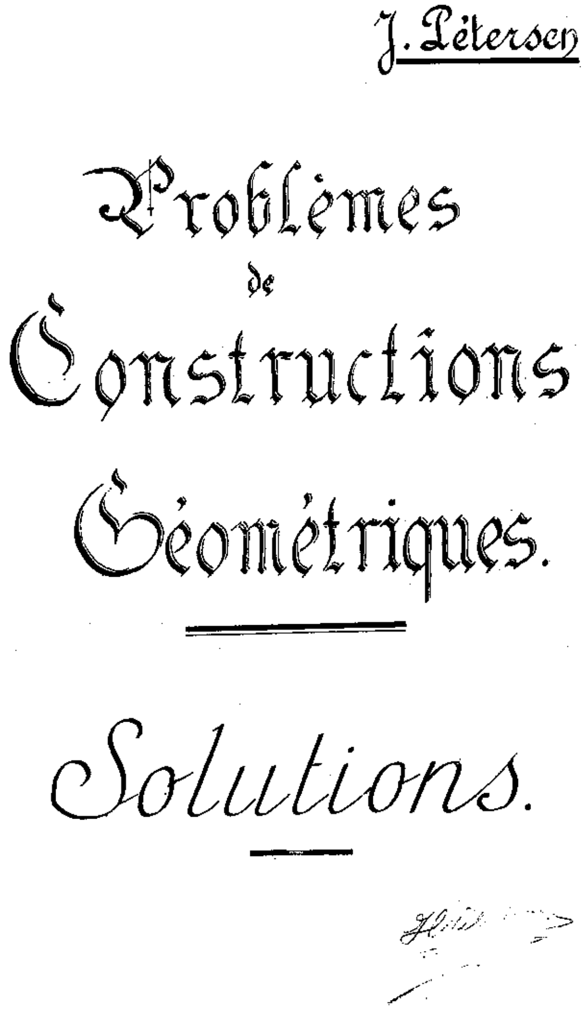
IMAGES D'HIER ET D'AUJOURD'HUI

Michel CLINARD - Orléans

Hier :

Le professeur, c'est J. PETERSEN, un danois qui a enseigné en France, dans les années vingt, et qui, en son temps, a publié quelques ouvrages sur les équations algébriques.
L'élève, c'est H. VILOTEAU. Son fils, Jacques, aujourd'hui honorable principal honoraire, nous a confié ce précieux manuscrit et quelques autres ouvrages mathématiques anciens (cours de Lebesgue, en particulier). Témoignage de confiance et d'intérêt pour les mathématiques, faisant suite au soutien accordé pour les premières expériences IREMiques au Collège d'Olivet dans les années 70.
402 solutions manuscrites, avec énoncés en rouge et figures au crayon, solutions succintes demandant au lecteur d'aujourd'hui une reconstruction complète de la démarche : cela permet d'insister sur les implicites de la relation professeur-élèves : forme de la rédaction, références communes non explicitées, contrat pédagogique,... cela pose aussi le problème des objectifs de la construction géométrique :
— **objet d'étude** : les théories et théorèmes doivent être mis en évidence,
— **moyens** : le minimum d'indications conduisant au résultat suffit.



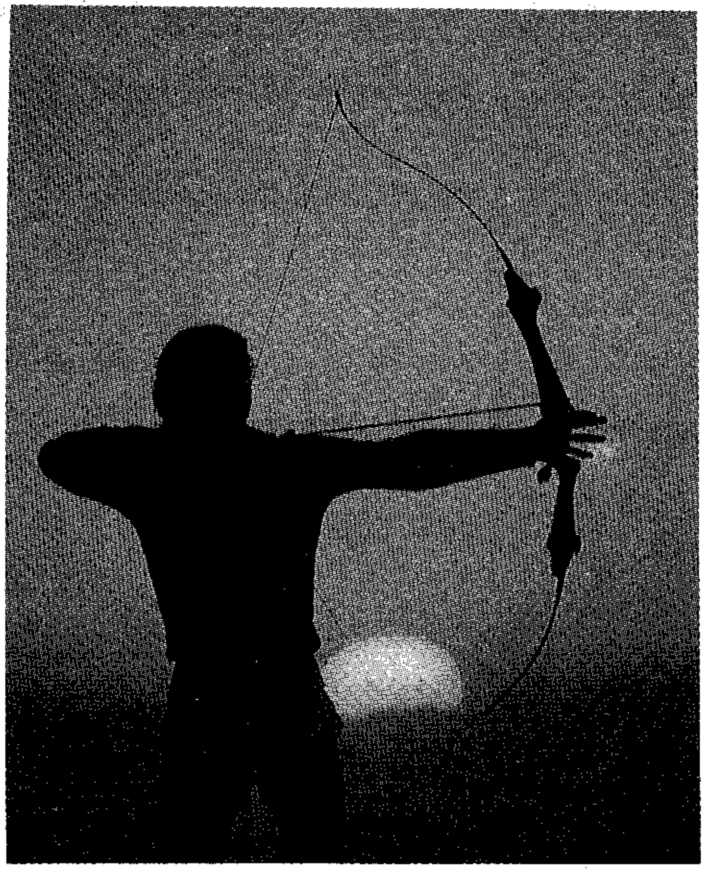

J. Petersen

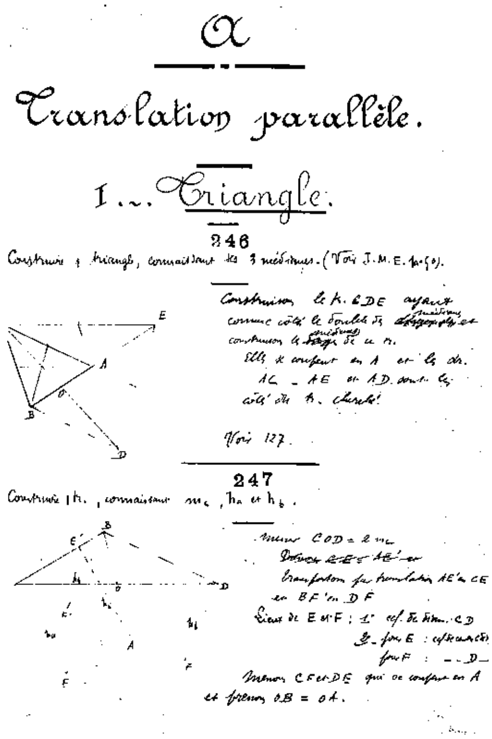
Problèmes de Constructions Géométriques.

Solutions.

Aujourd'hui :

Les problèmes de construction réapparaissent nettement dans les nouveaux programmes des collèges. En relativisant la difficulté des exercices, on peut rapprocher les problèmes 246 et 247 de la translation, qui en 4^e amène de très nombreux travaux de construction effective : figures translatées ou reconnaissance de translations dans des figures données (les fameux pavages d'Escher en particulier). Aucune théorie n'est exigible, identifier la transformation, mettre en place un savoir-faire, dégager quelques propriétés suffisent (transformées des figures usuelles et isométrie en particulier). Une bonne image des transformations géométriques qu'une formalisation trop hâtive risquerait de figer, une image (et donc une représentation mentale) qu'on peut renforcer (voire animer) avec Logo (Euclide par exemple) et avec... l'illustration suivante :




α

Translation parallèle.

I... Triangle.

246

Construire 1 triangle, connaissant les 3 médianes. (Voir J.M.E. p. 50).

Construisons le tr. CDE ayant comme côté le double des médianes et construisons les médianes de ce tr.
Elles se coupent en A et les dr. AC, AE et AD sont les côtés du tr. cherché.

Voir 127.

247

Construire 1 tr., connaissant m_c, h_a et h_b.

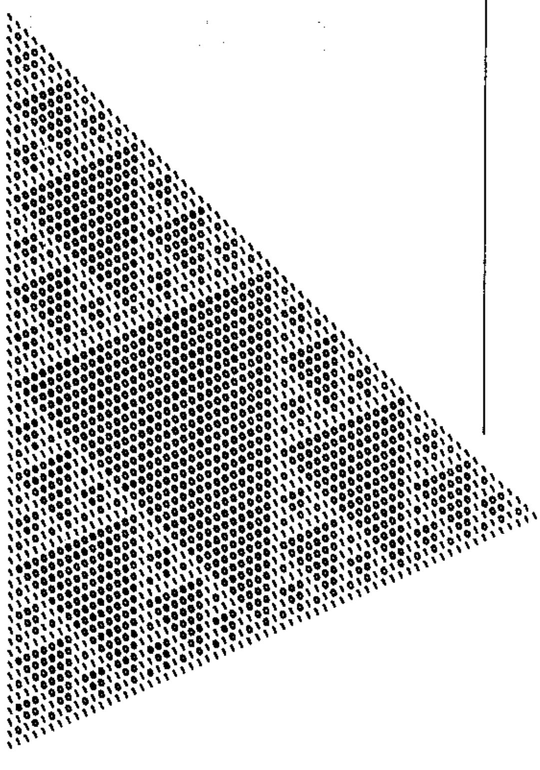
Menons COD = 2 m_c
~~Dessinons~~
transformons par translation AE' en CE et BF' en DF
Lieux de E et F : 1° cf. de diam. CD
2° pour E : ...
pour F : ... D
Menons CF et DE qui se coupent en A et prenons OB = OA.

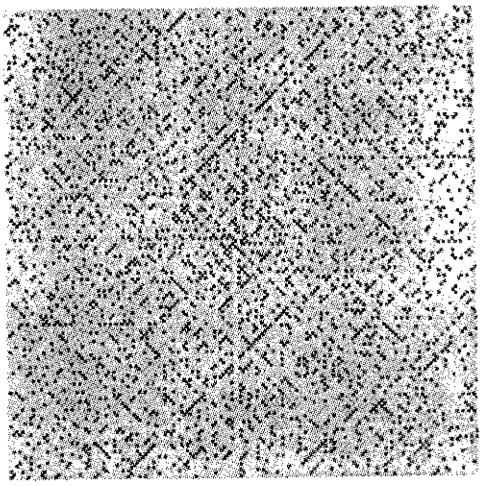
- L'archer se nomme-t-il Xénon ?
- Arc et corde ont-ils un rapport avec le disque solaire ?
- Que doit faire le professeur s'il ne pratique pas le tir-à-l'arc ?
- Sinon, comment renouvellera-t-il la situation-problème du Professeur Guillaume Tell
— s'il manque de pommes ?
— s'il n'a plus d'élèves ?

- La flèche est-elle une représentation du vecteur de la translation.
- Une fois lâchée, la flèche permet-elle de définir une nouvelle notion : la translation parabolique ?

REVUES D'IMAGES

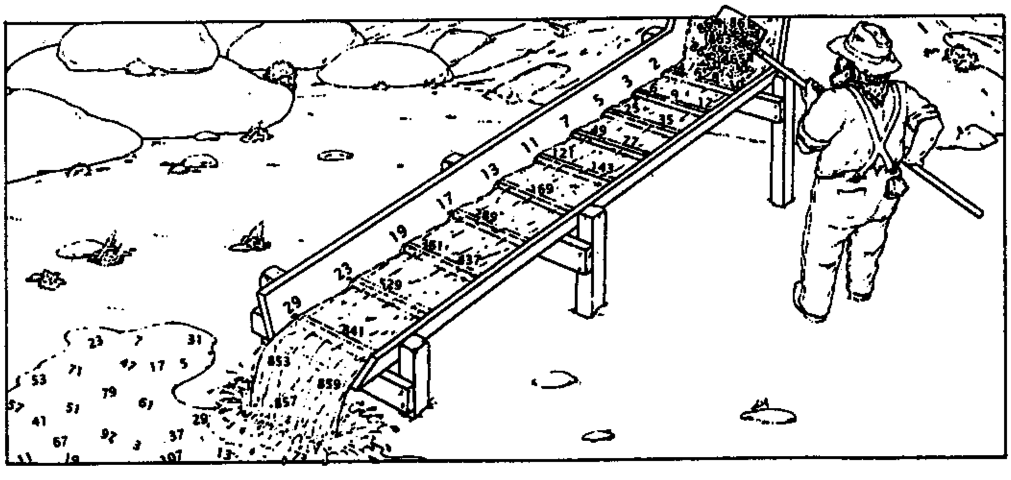
Plot est une bien belle publication mais «Pour la Science» n'est pas mal non plus. En fait, c'est même très bien, avec de nombreux titres accrocheurs, qui ravissent et qui donnent envie de savoir : pourquoi les zèbres sont-ils zébrés ? Et pourquoi votre ombre au fond de la piscine est-elle bizarre ? (ce n'est pas vous quand même !) et quelle est la fonction du baillement ? (cela ne peut s'adresser aux lecteurs du Plot évidemment).





Et les mathématiques dans tout cela ?
Une rubrique mathématiques mensuelle tout d'abord et des articles spécialisés comme «Li Shanlan, mathématicien chinois traditionnel (n° 127 mai 88)», «Ramajuan et les décimales de pi (n° 126 avril 88)» pour ne citer que les plus récents.
Le numéro 131 de septembre 1988 est particulièrement intéressant avec 3 articles donnant une **certaine image des mathématiques**.
«Le hasard en théorie des nombres» conduit à une image des maths bien connue : le triangle de Pascal.

On peut aussi se reporter au PLOT n° 11 d'avril 80 ou attendre le numéro exceptionnel 50 en janvier 90 pour construire des triangles de Pascal modulo n (l'illustration donne une représentation modulo 2 : 0 ou 1, pair ou impair). On peut aussi voir **La Recherche** n° 200 de juin 1988 sur le même sujet : «Une extension spectaculaire du théorème de Gödel : l'équation de Chaitin», cet article de JP Delahaye semble plus clair.
Un article de Ian Steward (se rappeler les extraits de bandes dessinées dans le PLOT n° 42 «Symétrie»), à propos d'un travail de Matt Maddox «Comment savoir si deux cercles sont enlacés ?»
Cela commence par une histoire de sandwich et de banane dérobée pour arriver au théorème de «Grand Lucas», tout cela dans un style propre à réjouir les lecteurs du PLOT.
Le dernier article «Les Orpailleurs de nombres» de A. Dewdney vaudra sûrement un blâme au comité de rédaction pour avoir laissé échapper cette belle et longue métaphore qui transforme le numéricien en chercheur d'or et permet une synthèse des connaissances fondamentales sur les nombres premiers, et c'est accessible à tout lycéen intéressé : on peut aussi relire les articles de E. Ehrhart «la raréfaction des nombres premiers» bulletin APMEP n° 357 page 15 et n° 362 page 35). Une **autre image bien connue des mathématiques** y apparait avec la spirale carrée d'ULAM montrant des «filons» de nombres premiers (cf. l'article d'André Deledicq). En plus de résultats importants ou pratiques (des algorithmes de tri) on a droit à quelques anecdotes (Ulam n'écoutait pas en classe) ou des renseignements déterminants pour l'avenir des mathématiques (le nom et l'adresse d'un collectionneur de nombres premiers supérieurs à 1000 : échange nombres premiers 1 à 100 millions contre nombre premier supérieur à $2^{216091} - 1$, plus grand nombre premier connu).
Une formulation agréable et plaisante pour un contenu sérieux : les maths qu'on aime !



PENSEZ A VOUS RÉABONNER

Le journal PLOT - ABONNEMENTS - Tarifs 1989

Nom et prénom
ou établissement ______________________________

Adresse complète ______________________________

Code postal et ville ______________________________

Pour les 4 numéros de :

1983 ☐	1988 ☐
1984 ☐	1989 ☐
1985 ☐	1990 ☐
1986 ☐	1991 ☐
1987 ☐	1992 ☐

École élémentaire ☐ Collège ☐ Lycée ☐ Supérieur ☐ Autre ☐

payé par chèque ☐

désire facture ☐

nouvel abonné ☐

	Tarif normal et établissement	Membre Apmep	Supplément tarif avion
Pour un an	100 F	80 F	+ 40 F
Par année supplémentaire	+ 75 F	+ 60 F	+ 40 F

Total à payer ☐

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours - BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 - CCP La Source 144009X

Les Dossiers et Matériels du PLOT - Tarifs 89 -

Nom : ______________________________

Adresse : ______________________________

____

Facture ☐

RÉDUCTIONS 10 % pour les abonnés au Plot
10 % pour plus de 600 F d'achat

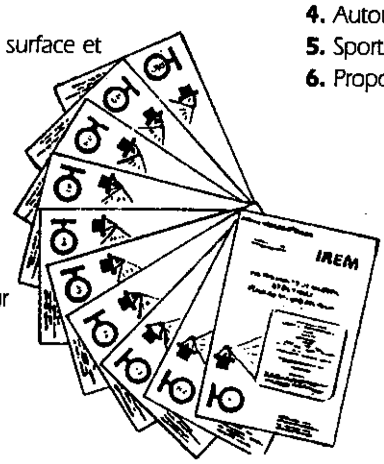
Prix unitaire		Matériel (Nombre)	Dossier (Nombre)	Coût Total
40 F	Polyèdres n° 1 - Dossier technique			
40 F	Polyèdres n° 2 - Dossier pédagogique*			
40 F	Aléatoire (PLOT 37)			
40 F	Papiers accrochés			
40 F	Pliages et mathématiques			
40 F	Pavages et symétries			
80 F	Dossiers «Spécial II» (300 p Adcs)			
40 F	Les Dossiers «Ludi-Math» (Poitiers)	n° 3	n° 4	
50 F	Catalogue exposition : Mosaïque Mathématique			
10 F	Affiches pour la classe : «Horizons Mathématiques»		☐	
10 F	«Polyèdres dans l'espace»		☐	
10 F	60 × 40 cm «l'Univers mathématique»		☐	
20 F	2 pavages hyperboliques à colorier		☐	
40 F	triangles 1 et 2		☐	
40 F	Pochettes pour rétroprojecteur. n^{os} 1 à 14	(4 ou 5) : 20 F		
80 F	Pochettes de diapositives n^{os} 2 à 6 (n° 1 : 100 F)	n^{os}		
80 F	Géode de Raoul Raba en kit (cf. Plot n° 39)			
	+ Frais d'envoi forfaitaire **15 F**		**sous-total**	
	-10 % pour les abonnés au PLOT			
	-10 % pour plus de 600 F d'achat			
			TOTAL à Payer	

* Plot n° 39 ☐ ou Géométrie dédéiste (Rouen) ☐

Règlement à envoyer à l'AMPEP Orléans-Tours - BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 - CCP La Source 144009X

Liste des pochettes rétroprojecteurs

1. Instruments de mesure
2. Quadrillages
3. Calculs d'aires (et de volumes) de figures simples
4. Cercle trigonométrique
5. Partie entière, partie décimale. Unités de surface et de volume. Système international
6. Crible d'Erastosthène rétroprojectable
7. Illusions d'optique au rétroprojecteur
8. Triangle de Pascal au rétroprojecteur
9. Carte du ciel rétroprojectable
10. Treillis de diviseurs rétroprojectables
11. Propriété de Thalès au rétroprojecteur
12. Repérages dans le plan au rétroprojecteur
13. Théorème de Pythagore
14. Graphismes



Liste des pochettes de diapositives

1. Logotypes (30 diapos)
2. Pourcentages (20)
3. Calculs au quotidien (20)
4. Autour des solides (20)
5. Sports et grandeurs (20)
6. Proportionnalité (20)