plot

BULLETIN DES REGIONALES APMEP DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

Sommaire du n° 20

BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

ADHERENTS DE L'APM !

Commandez ces brochures à votre Régionale, dont c'est une des seules ressources.
(Voir les adresses en dernière page).

Numéro de collection	Titre	Prix en francs port compris (1/12/1981)
8	Mots I, 1974, 100 p.	15
9	Elem-Math I, 1975, 56 p.	6
10	Carrés magiques par Belouze, Glaymann, Haug et Herz, 1975, 48 p.	6
11	Mots II, 1975, 108 p.	15
12	Substitutions et groupe symétrique par J. Dautrevaux.	Epuisé
13	Mathématique pour la formation d'adultes (CUEEP) par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p.	22,50
14	A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième (IREM de Toulouse - A.P.M.E.P.), 2e édition, 1976, 220 p.	22,50
15	Mots III, 1976, 136 p.	17
16	Elem-Math II, 1976, 56 p.	8,50
17	Hasardons-nous, 1976, 220 p.	32,50
19	**Elem-Math III, La division à l'école élémentaire**, 1977, 100 p.	15
20	**Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques**, 1977, 280 p.	32,50
21	**Géométrie au premier cycle, tome 1**, 1977, 208 p.	32,50
22	**Géométrie au premier cycle, tome 2**, 1978, 328 p.	37,50
23	**Pavés et bulles** par Françoise Pécaut, 1978, 288 p.	32,50
24	**Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM)**, 1978, 120 p.	25
25	**Mots IV**, 1978, 152 p.	17
26	**Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire**, 1978, 64 p.	14
27	**Pour une mathématique vivante en Seconde**, 1979, 128 p.	20
D1	**La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent, dictionnaire de l'A.P.M.E.P.** 1962-1979, 113 notices, 211 fiches	67
28	**Analyse des données, tome 1**, 1980, 248 p.	37,50
29	**Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Elémentaires**, 1979, 192 p.	25,50
30	**Les manuels scolaires de mathématiques**, 1979, 280 p.	37,50
31	**Calculatrices 4 opérations (Elémentaire et premier cycle)**, 1979, 176 p. ..	20
32	**Texte d'orientation A.P.M.E.P. 1978** dans le prolongement des Chartes de Chambéry et de Caen [Bulletin 314] .	2
33	**Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1**, 1979, 248 p.	32,50
34	**Recherche inter-IREM, 1973-78, en géométrie de Quatrième-Troisième, dite "O.P.C." : réflexion critique et évaluation**, 1979, 160 p.	Epuisé
35	**Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes**, 1979, 104 p.	25
36	**Elem-Math VI, Le triangle à l'Ecole Elémentaire**, 1980, 64 p.	11,50
37	**Mots V**, 1980, 114 p.	19
38	**Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 2**, 1981, 140 p.	32
39	**Le renouveau de l'enseignement français des mathématiques**, 1980, 152 p. (brochure publicitaire réservée aux Congrès de Mexico et de Berkeley, 1980)	
40	**Analyse des données, tome 2**, 1980, 296 p.	40,50
41	**Fragments d'histoire des mathématiques**, 1981, 176 p.	46,50
42	**"Mini-grille" d'analyse des manuels scolaires de mathématiques**, 1981, 56 p.	17,50
43	**Mathématique active en Seconde**, 1981, 220 p. environ	45,50

Langage, Origine Sociale et Ecole

Eric ESPERET - Poitiers

L'auteur est maître-assistant de psychologie à l'Université de Poitiers. Nous proposons à nos lecteurs le début d'une conférence qu'il a prononcé à Poitiers, en Novembre 1981, devant le groupe inter-IREM GEDEOP. On y verra que les enseignants de mathématiques ont beaucoup à apprendre de l'étude des problèmes de langage dans la scolarité des élèves. L'ensemble de la conférence d'Eric Espéret se trouve dans les Actes du colloque GEDEOP correspondant qu'a publiés l'IREM de Poitiers.

Je voudrais parler des effets socio-linguistiques sur les apprentissages. Cette question a un certain nombre de points de convergence avec les travaux qui intéressent le groupe GEDEOP. Sur ce point, je ferai une remar-préliminaire.

Personnellement, je ne crois pas beaucoup à l'interdisciplinarité factice : c'est à dire, des gens qui se disent que ce serait mieux si on réunissait des psychologues, des mathématiciens, des pédagogues, des sociologues, et qu'on essayait d'étudier un problème en partant de zéro. Je pense que l'interdisciplinarité fonctionne beaucoup mieux quand des gens, dans leur propre champ de compétence, ont commencé à étudier un objet, et que sur cet objet ils ont réussi à mettre au point déjà un certain nombre d'analyses, à recueillir des données empiriques, à les interpréter; puis qu'ensuite, constatent que dans un autre champ disciplinaire, par exemple les mathématiques, la sociologie, des chercheurs semblent s'intéresser à peu près au même objet. Les deux, trois ou quatre personnes se mettent ensemble et se disent "qu'est-ce qu'on pourrait mutuellement s'apporter et en quoi convergeons-nous au niveau de nos analyses ?". Je crois beaucoup plus à cette forme d'interdisciplinarité qu'à celle qui consiste à réunir une équipe qui va définir à partir de zéro son objet d'étude.

Je vais présenter un certain nombre d'analyses et quelques résultats de façon assez rapide sur les problèmes de langages à l'intérieur de l'école. Cela concerne essentiellement l'école élémentaire car j'ai peu travaillé au niveau secondaire. Cependant, le type d'approches utilisé peut vous intéresser pour les problèmes qui sont posés. Les problèmes de langage à l'école élémentaire ont été étudiés dans les leçons de français - moment où spécifiquement on étudie la langue : grammaire, lexique, rédaction - et dans les leçons de différentes matières, entre autres les mathématiques.

Dans un premier temps, je vais rappeler la filiation de ces formulations pour expliquer pourquoi on aborde maintenant cette question d'une certaine façon. Globalement, dans l'évolution des conceptions concernant les relations entre ces trois termes : langage, origine sociale et école, je distinguerai trois grandes phases dans les travaux des psychologues, des psychosociologues, quelquefois sociologues.

Une première phase, la plus répandue dans l'esprit du grand public, est la phase *psychométrique dominante* qui va en gros jusqu'aux années 60. Lorsque les psychologues se sont intéressés aux enfants en situation scolaire, ce qui les intéressait surtout c'était de déterminer la "capacité verbale" ou "aptitude verbale" des élèves qui était mesurée à travers des épreuves standardisées du type test (test de vocabulaire, test de structure syntaxique ou éventuellement de compréhension de phrases; on monte alors dans le niveau d'intégration des conduites analysées). On obtient ainsi un score qui permet de gratifier l'élève d'une aptitude verbale forte ou faible.

A partir de là, on a utilisé des formes un peu plus raffinées d'analyse, du genre de celles mises en oeuvre par l'analyse factorielle; c'est à dire qu'on ne s'est pas contenté de déterminer *une* capacité verbale mais que, en utilisant une batterie d'épreuves mettant en oeuvre des éléments verbaux, on a essayé de voir s'il n'y avait pas plusieurs dimensions qui permettaient d'affiner l'analyse de cette capacité verbale; c'est à dire, par exemple, des dimensions relatives au niveau strictement phonologique (discrimination de sons), relative à la fluidité verbale (est-ce que les élèves sont capables de mobiliser rapidement du langage), des dimensions relatives au raisonnement verbal (est-ce qu'ils sont capables d'intégrer des données qui sont fournies sous formes verbales et d'en tirer une conclusion; syllogismes par exemple). A partir de cette approche qui, au moins en psychologie, est apparue comme plus sophistiquée (on avait un outil mathématique noble, l'analyse factorielle, qui permettait de dégager des dimensions théoriques qui n'étaient donc pas mesurées directement sur les élèves puisque cela résultait, vous le savez, de regroupements de scores obtenus à travers des épreuves diverses), on avait l'impression d'approcher un peu plus finement ce qu'était cette capacité verbale.

LES MAUVAISES NOTES

Mais que ce soit avec des épreuves très frustes, type un seul test de vocabulaire, ou même avec des épreuves issues de l'analyse factorielle, le raisonnement est toujours le même: on expliquait en particulier qu'à l'école l'enfant "échouait", que l'enfant rencontrait des problèmes dans le domaine verbal, parce qu'il avait une aptitude verbale faible; vous voyez donc l'aspect tautologique de l'explication. On construit des épreuves, qui s'inspirent assez directement des exercices scolaires; on constate que, sur ces épreuves standardisées, l'enfant obtient un score assez faible; en retour on fait de ceci l'estimation d'une aptitude verbale (plus cachée et plus fondamentale) qui expliquerait qu'au cours de rédactions, ensuite, l'enfant obtient de mauvais scores (ou de mauvaises notes pour parler en utilisant le langage scolaire). L'aspect tautologique de cette analyse a fait qu'elle a passé le relais à d'autres formulations, même si elle peut encore exister sous d'autres formes.

Voyons donc ce qui caractérise la seconde phase, qui elle aussi est assez connue dans le grand public, dans l'approche de ces problèmes : je l'appellerai une phase plus fonctionnaliste et plus sociale et, en particulier, elle a été repérée sous l'étiquette très globale de *sociolinguistique*.

Une remarque au passage : ne croyez pas que l'étiquette "sociolinguistique" soit une étiquette qui recouvre une réalité très homogène, au contraire. Il y a des courants extrêmement divers qui sont désignés par cette étiquette et qui sont loin de faire l'accord de tous les auteurs qui se réclameraient de ce champ de recherche.

En tout cas, c'est un champ qui a connu une certaine popularisation entre le début des années soixante et jusqu'en 74-75, en particulier en France avec la publication d'ouvrages comme ceux de Berstein ou de Labov. Ces auteurs ont proposé une analyse générale des différences linguistiques constatées entre élèves d'origines sociales différentes.

LANGAGE ET POSITION SOCIALE

Un point important de cette évolution qui caractérise cette seconde phase par rapport à la première, c'est de déplacer l'origine du déterminisme. Dans la première phase, psychométrique, le déterminisme est à l'intérieur de l'individu: si un élève échoue à l'école c'est parce que, individuellement, il est faible en aptitude verbale, parce qu'il a une mauvaise capacité verbale. A ce niveau là, on ne s'intéresse pas à la raison de cette aptitude verbale faible. Ce qui est d'ailleurs assez curieux, car lorsqu'on regarde les travaux de cette époque on s'aperçoit que, même chez les auteurs réputés sérieux, les hypothèses explicatives avancées sont très pauvres : on parle de bain linguistique familial qui est faible, de peu de stimulations verbales. Mais on dit relativement peu de choses à propos des processus même qui font que l'enfant acquiert le langage d'un façon ou d'un autre.

Il y a eu dans cette seconde phase un glissement de ce déterminisme individuel à un déterminisme social : c'est à dire qu'à ce moment-là les auteurs ont dit, et c'est le cas de Bernstein : si deux enfants d'origines sociales contrastées n'utilisent pas le même langage, c'est tout simplement parce que dans toute société structurée, stratifiée, il existe une variété d'usages du langage qui sont attachés aux positions sociales; dès lors, le déterminisme est extérieur aux élèves : un élève emploie une forme de langage tout simplement parce qu'il appartient à un niveau de la structure sociale qui est tel que, à ce niveau, c'est tel type de langage qu'on emploie et pas un autre; c'est le seul qui soit accessible, à travers les pratiques familiales, à travers les rapports sociaux, qui caractérisent ce niveau. Donc, il y a un changement de l'origine attribuée au déterminisme qui expliquerait pourquoi il y a une différence dans l'usage du langage.

CODAGE - DECODAGE

Un autre aspect important de cette deuxième phase, c'est le déplacement de l'intérêt, du langage strict à des processus plus cognitifs; c'est à dire que, dans la première approche psychométrique, les psychologues avaient généralement une conception séparée, en tiroirs en quelque sorte, du langage et du raisonnement, par exemple, ou du fonctionnement cognitif plus généralement. Ceci, entre autres, sous l'inspiration de théories du type de la théorie piagétienne : il y avait un primat donné au cognitif. Ce qui comptait d'abord, c'était l'opérativité que l'on était capable de mettre en oeuvre, et ensuite découlaient de là des possibilités d'acquérir ou de manipuler un langage de telle ou telle sorte. Dans la seconde formulation, le lien entre langage et fonctionnement de la pensée (ou du raisonnement, parce que "pensée" est une dénomination un peu large), est très lié pour les auteurs; des enfants, ou même des adultes, utilisent un langage qui correspond fonctionnellement aux types de raisonnements qu'ils peuvent mettre en oeuvre; mais il n'y a pas séparation; il n'y a pas, d'un côté le raisonnement, et de l'autre le langage, quitte à regarder après si ça "colle". Non, au niveau de l'acquisition même, parallèlement, les enfants acquièrent un certain nombre d'opérations cognitives et le langage qui leur permet de les exprimer ou de coder certains éléments de la réalité sur lesquels ils appliquent les opérations cognitives. Il n'y a plus de scission entre les deux secteurs, ce qui fait que cette approche a apporté quelque chose d'intéressant, la notion d'orientation cognitive enlevant au langage son aspect strictement instrumental. Dans beaucoup de théories de l'échec scolaire - si on peut employer ce terme très vague - les auteurs ont fait du langage un instrument, un simple instrument tout a fait neutre par rapport au contenu, comme un code (au sens de code secret ou code informatique). On conçoit ainsi qu'il y a une réalité qui se trouve en face de l'enfant; par ailleurs l'enfant dispose d'un code pour coder cette réalité, mais ce code est plus ou moins puissant, plus ou moins efficace; à partir de là, le langage est ramené à un simple rôle d'instrument, d'outil que l'on peut acquérir; et bien entendu, il y a des enfants qui ont un outil moins puissant que d'autres. Ils ont donc à l'école plus de problèmes parce qu'ils n'arrivent pas à coder. On est même allé jusqu'à l'interprétation suivante qui a inspiré les travaux de Bourdieu et Passeron en sociologie : les enfants ne comprennent pas ce qui se fait dans la classe parce que le maître parle un autre langage. Il s'agit donc bien en quelque sorte d'un problème codage-décodage. Le maître a un certain type de code; l'élève, en particulier s'il a certaines origines sociales, a un autre type de code; et alors il y a incompréhension.

Or, dans la seconde phase que je décris ici, ce n'est pas tout à fait ce type d'interprétation qui est fait : on n'en fait plus simplement une question de code, c'est à dire d'instrument, indépendant du raisonnement. On pense plutôt que les enfants, et ensuite les adultes, développent un certain type de langage dont ils ont besoin pour faire un certain type d'activités; mais que s'ils n'ont pas eu besoin de ce type d'activités, si ce n'est pas familier pour eux, alors ils n'ont aucune raison de développer un langage d'un certain type; et donc les deux aspects vont ensemble.

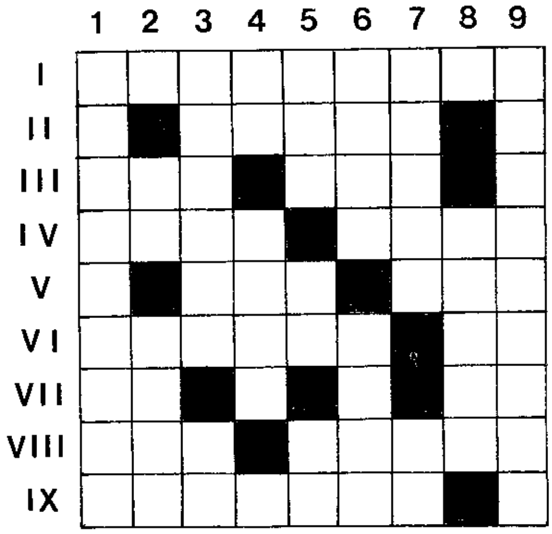
L'ECHEC DES PROGRAMMES COMPENSATOIRES

C'est à travers cette seconde analyse que l'on peut comprendre l'échec de nombres de programmes compensatoires. En 1965 aux Etats-Unis, le Président JOHNSON, par le "Poverty Act" a engagé des programmes d'éducation compensatoire afin de lutter contre les effets de la pauvreté; on a alors débloqué des crédits pour ces programmes. C'était à la suite du "choc Spoutnik" : quand les Américains se sont aperçus que l'URSS avait été capable de lancer un spoutnik avant eux, ils se sont dits " il y a quelque chose qui ne va pas, on doit rater des talents ". Alors ils sont partis à la chasse aux talents cachés dans les milieux populaires, pour réussir à produire une technologie de même niveau.

Il y a eu ainsi une série de programmes d'éducation compensatoire qui visaient à récupérer les enfants qui auparavant n'étaient pas décelés. Cette idée a existé aussi à certains moments en France. Qu'est-ce qu'on a fait dans ces programmes ? On s'est dit : ces enfants, essentiellement, ont un problème de code, de langage. On a constitué, dans tous les Etats-Unis, des petits groupes d'enfants, auxquels on a fait faire un apprentissage linguistique intensif ; c'est à dire qu'entre les dernières années de la maternelle et l'entrée au CP, le premier grade de l'école élémentaire aux Etats-Unis, on les a fait travailler pendant l'été sur le langage pour les amener au niveau considéré comme celui de l'anglais standard, anglais correct, qui devait leur permettre de poursuivre par la suite de plus longues études - formations professionnelles dans les domaines techniques par exemple-; ▶

Mots Croisés

Michel Labrousse - Limoges



Horizontalement

I. S'il est un théorème connu, c'est certainement celui-là ! II Mathématicien ou poète allemands III Réfuta - Peut être de composition interne. IV Poudre adoucissante. - Genre d'algue. V Peut siéger - Début d'une similitude. VI Couché ou étendu - Initiales du mathématicien Borel. VII Phonétiquement : soustrait - Initiales pour travaux libres. VIII Eut son arche - Expérimentée. IX A donné son nom à une division.

Verticalement

1 Polygone. 2 Approbation allemande - De même. 3 Mathématicien grec - Début de l'écrit. 4 Hélium - Tribu. 5 A deux pluriels mais sent fort - C'est le début - Du verbe rire. 6 Mammifère d'Afrique - Inversé : est obligé de. 7 A deux pluriels mais ceux-ci ne font pas voir - Cube. 8 Mathématicien né à Parthenay et dont le PLOT a beaucoup parlé. 9 Ont une théorie ou des éléments.

SOLUTION page 21

on s'est aperçu très rapidement que presque tous ces programmes échouaient parce qu'on avait réduit le langage à un rôle strictement instrumental comme si l'on pouvait acquérir le langage seul, sans contenu, et qu'ensuite il suffisait d'appliquer ce codage plus puissant à des réalités, en particulier aux réalités scolaires.

On s'est aperçu que les enfants ne bougeaient pas sur ce point. Ce n'était pas parce qu'on les prenait dans les écoles d'été qu'ils avaient des raisons de changer de type de langage, parce que cela ne correspondait à aucun type de traitement nouveau de la réalité, pour eux; c'était un exercice à vide. Les derniers rapports publiés sur l'enseignement compensatoire ont été assez négatifs sur cette direction, en particulier sous l'influence d'analyses comme celle de Labov, déjà citée. Certains ouvrages de Labov ont été traduits en français (Editions de Minuit) : "Sociolinguistique" et "Le parler ordinaire" sur le vernaculaire noir américain. Ces ouvrages veulent montrer que la langue parlée par les enfants noirs, dans les ghettos, n'est pas du tout une sous-langue de l'anglais blanc standard, considéré comme la norme scolaire, mais véritablement une langue, qui a ses propres régularités et n'a donc pas à être considérée comme une langue à rectifier et à ramener dans le bercail de l'anglais standard.

Voilà donc une orientation qui caractérise cette seconde phase : ne pas considérer qu'il y a d'un côté le langage et d'un autre le raisonnement, mais que ce sont deux choses liées, et que les gens acquièrent le langage qu'il leur est nécessaire selon le type de pratiques quotidiennes qu'ils ont; si l'on veut modifier le langage, il faut aussi modifier le type de pratiques quotidiennes, ce qu'ils ont à faire, le type de problèmes qu'ils ont à résoudre... Travailler le langage seul, cela ne sert à rien.

La troisième phase que je dégagerai débute en 1975. C'est une phase de reflux : les psychologues ont tendance, depuis 6 ou 7 ans, à laisser tomber l'approche socio-linguistique, c'est à dire cette grande mise en relation d'origine sociale, de type de langage et de type de codage, et à s'intéresser à nouveau, mais de façon différente, à des processus plus individualisés : qu'est-ce qui fait qu'un enfant, en tant que locuteur, produit ou comprend un certain type de langage ?

L'ANALYSE DU DISCOURS

Ceci s'est fait sous l'influence de plusieurs courants; entre autres un courant fonctionnaliste qui a posé autrement le problème de la sémantique. Dans les phases précédentes, on s'intéressait surtout à l'aspect formel du langage ; quel est le degré de complexité syntaxique qu'un enfant est capable de maîtriser ? quelle est l'étendue du lexique qu'il est capable de mettre en oeuvre ? etc...

On ne s'intéressait pas beaucoup à ce qui était communiqué, au contenu du message; or un certain nombre de courants commençaient à prendre cet aspect en compte et à dire que ce qui importait, "ce n'était pas la forme, mais le contenu". Ce qui, dans les milieux scolaires, n'est pas encore tellement pris en compte : si vous regardez les instructions relatives à l'enseignement du français à l'école élémentaire qui ont été publiées après le plan "Rouchette" (ratage assez glorieux par rapport à ce plan), elles prennent peu en compte encore la notion de contenu.

Un autre courant qui a joué un rôle important dans ces questions est le courant de *l'analyse du discours*, qui considère que l'analyse du langage ne se situe pas tant au niveau de la phrase qu'à celui du discours, et que lorsque l'enfant parle ce qui est important, du point de vue de la cohérence, ce sont les relations entre tous les éléments de son discours et non pas celles qui caractérisent la structure d'une seule phrase. Il y a eu de nombreux travaux dans ce cadre.

Cette approche rejoint ainsi les analyses philosophiques exprimées en termes d'actes de discours - travaux d'Austin, de Searl. L'unité n'est plus le mot ou la phrase, mais l'énoncé fonctionnel : à quoi cela sert-il de dire une phrase comme "*est-ce que, par hasard, il n'y a pas une fenêtre qui est ouverte ?*". Le contenu manifeste de ce message est la question "*est-ce qu'il n'y a pas une fenêtre qui est ouverte ?*", mais pour tout locuteur normalement socialisé, il est évident qu'en prononçant cette phrase je ne pose pas la question mais je dis "*ne trouvez-vous pas qu'il fait froid ?* " ou " *il faudrait fermer la fenêtre qui est là-bas au bout de la salle*". Distinguer les deux facettes du discours, celle qui relève d'un contenu descriptif et celle qui relève de la fonction sociale en quelque sorte, constitue une approche qui a permis de nouvelles formulations.

TRAITEMENT DE L'INFORMATION

Le dernier courant consécutif de cette troisième phase est en rapport avec les théories cognitivistes les plus modernes qui interviennent en psychologie : entre autres, celles qui s'expriment en termes de *processus de traitement de l'information*. Il y a là une convergence assez forte qui est en train de se faire entre l'informatique (travaux sur l'intelligence artificielle, travaux sur la modélisation du raisonnement) et les théories cognitivistes américaines qui conçoivent l'homme comme une machine à traiter de l'information (avec tout ce que cela implique comme réserves sur certains points), et qui ont axé l'étude du fonctionnement du langage dans une optique individuelle (comment construire un modèle du locuteur ? Lorsqu'il reçoit une phrase, comment est-ce qu'il traite cette phrase ?) et qui replacent l'étude en situation (ne pas prendre des phrases standardisées artificielles mais étudier ce qui se passe réellement dans une situation d'interaction verbale entre les gens).

Voilà tout ce qui a amené des chercheurs à étudier les différences de langage et leur influence au niveau de l'école, et en particulier de la réussite scolaire dans une autre optique que celle de la phase classique qui consistait à dire : des enfants échouent à l'école parce qu'ils ont un langage plus pauvre. ●

La Perspective

Roger LAURENT - Antony

L'auteur enseigne à l'Institut Universitaire de Technologie de Sceaux. Le perspectographe de Lambert, dont il est question dans la seconde partie de l'article, pourra être manipulé lors des Journées Nationales de l'APMEP de Poitiers, en Septembre 1982, où l'auteur animera un atelier sur la perspective.
On trouvera en Bibliographie l'ouvrage de Lambert "Essai sur la perspective", dans lequel se trouve le principe du perspectographe, et à la traduction duquel l'auteur a contribué.

fig 1. A. Dürer, le Dessinateur à la femme couchée, vers 1525. Les machines à perspective

Le passage d'une pratique, ici le dessin ou représentation de l'espace environnant, à une technique, puis de cette technique à une science a un aspect intéressant au plan didactique. L'apprentissage n'est-il pas le raccourci historique d'une recherche et d'une découverte ? L'enseignement de la perspective est, à cet égard, riche d'enseignements et peut avoir valeur d'exemple. Il pose le redoutable problème de la redescente du contenu conceptuel de cette matière (la géométrie projective) à la pratique de la représentation de l'espace (la perspective). L'étude historique peut constituer un moyen pédagogique à exploiter : la redécouverte. Cette histoire est à la fois triste et heureuse; en effet, le processus de conceptualisation du dessin perspectif, de la représentation très concrète d'un bâtiment sur une feuille de papier, aboutit à une science très abstraite, la géométrie projective, parfaitement inutile à ses premiers inventeurs, les architectes, qui de nos jours ne reconnaissent plus leur enfant. Mais c'est aussi à ce prix que se constitue une théorie scientifique.

LES ORIGINES DU MODELE PERSPECTIVISTE

Nous laisserons de côté les différentes perspectives, comme par exemple la perspective symbolique de l'avant Quattrocento, dans laquelle la grandeur des objets ou des personnages dépend de leur importance sociale, pour nous limiter à la perspective dite rationnelle liée au problème de la vision et de la géométrie. Il est facile de comprendre l'importance du cône (le cône visuel) pour la représentation perspectiviste de l'espace (1), comme la roue pour la mécanique. La gravure d'Albert Dürer (1471-1528) "Le dessinateur à la femme couchée" de 1525 résume cette problématique (fig 1). Qui le premier a pensé au cône ? Le géomètre ou le peintre ? Le traité le plus ancien sur les sections coniques est celui d'Apollonius (vers 247 av. JC), premier essai de généralisation et qui préfigure déjà le si important théorème de Girard Desargues (1591-1661) de 1648 sur les triangles perspectifs ou le "Traité sur les coniques" de Blaise Pascal (1623-1662) de 1640, la "Géométrie

(1) Les deux yeux de la vision binoculaire réduit en un seul (vision monoculaire) placé au sommet d'un cône appelé oeil; le regard réduit à des rayons visuels décrivant ce cône à partir de ce sommet; l'espace réduit et représenté sur un plan privilégié, le tableau, coupé par le cône visuel.

descriptive" de Monge (1746-1818) de 1795, le "Traité sur les propriétés projectives des figures" de Poncelet (1788-1867) publié en 1822. Peut-on dire avec Michel Chasles (1793-1880) dans son "Aperçu historique sur l'origine et le développement de la Géométrie" (1837) qu'Apollonius est déjà le géomètre de l'espace et de la forme s'opposant à la géométrie de la mesure d'Archimède (287-212) ? (2).

Existe-t-il déjà ces différences d'abord qu'on retrouvera au XVIIè siècle entre la géométrie analytique de Descartes (1591-1650) et la géométrie de type projectif de l'architecte lyonnais Desargues, puis au XIXè siècle entre Poncelet et Cauchy (1789-1857) ? Entre les géomètres de l'espace et les géomètres de la mesure ? Mais la perspective ne prendra forme qu'avec l'explosion du Quattrocento, bien que déjà Vitruve (1er siècle av. JC), dans sa préface du 7è livre sur l'Architecture, explique la manière dont le peintre Agatarque de Samos exécuta des décors perspectivistes représentant des bâtiments pour le théâtre, à la demande de l'auteur dramatique Eschyle (3). Il y a là les premiers éléments d'une perspective accélérée ou ralentie dont les concepts sous-jacents ne sont pas encore formés. Si les développements de ces concepts au Moyen-Age sont mal connus, l'explosion du Quattrocento et en particulier du Quattrocento italien sera prodigieusement féconde.

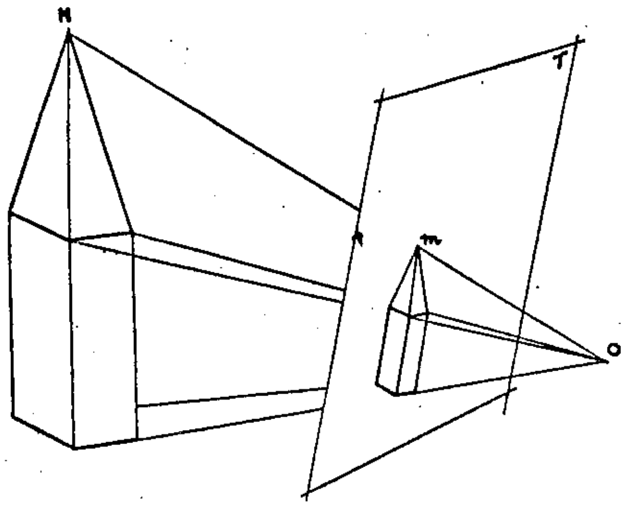
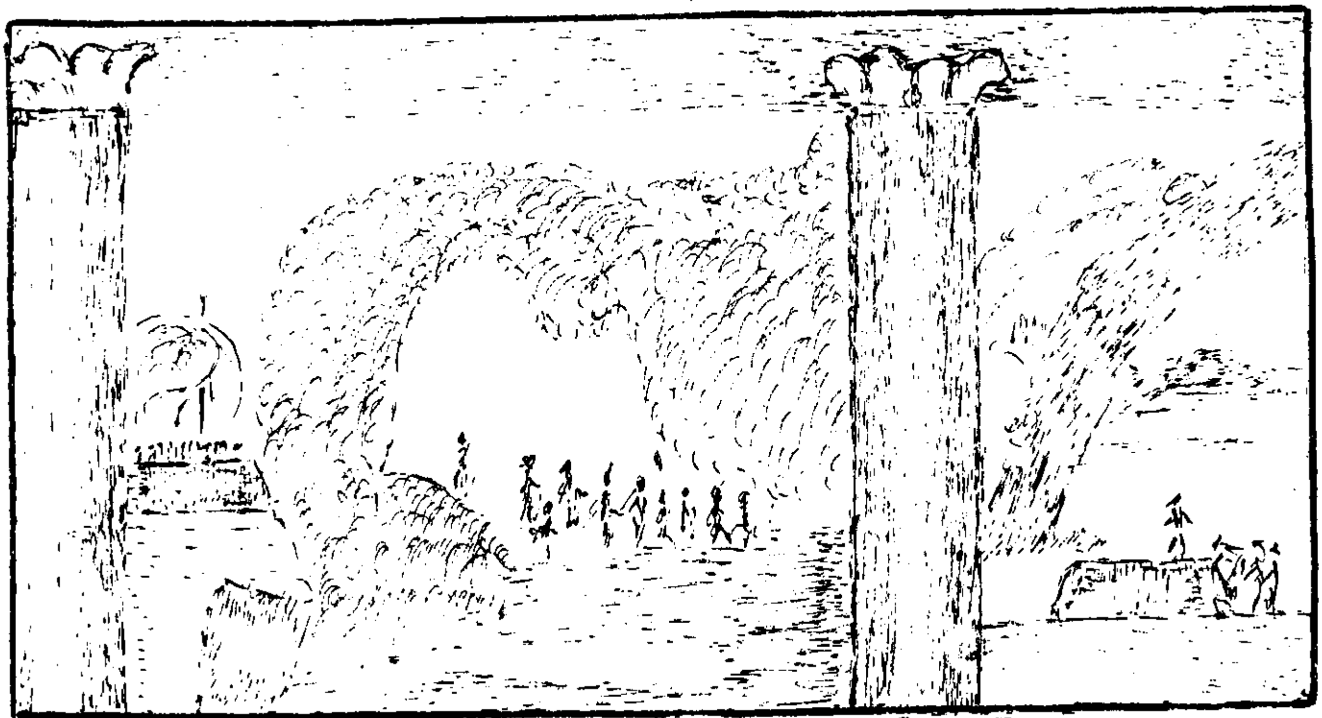


fig 2 : Le dessin perspectif comme projection centrale.

fig 3 : Ulysse aux Enfers (1er siècle, Rome). Bibliothèque vaticane. Provenant de la via Graziosa sur l'Esquilin (Dessin de l'auteur). *Ne pouvant représenter l'espace tout entier, on le représente morceau par morceau en utilisant le procédé de séparation par des colonnes.*



(2) C'est Apollonius qui donnera les noms d'ellipse, de parabole de d'hyperbole aux sections coniques qu'Archimède emploiera dans le titre d'un de ses traités (ellipse) ou dans la 9è proposition du livre des Conoïdes et des Sphéroïdes.

(3) Notre traduction : "A Athènes, Agatarque fut le premier à donner, sur les indications d'Eschyle, un décor scénique pour les représentations de tragédies et à en laisser une description. Ceci encouragea Démocrite et Anaxagore à écrire sur le même sujet, à savoir comment le dessin doit correspondre à la vision, à l'expansion des rayons visuels et aussi aux lignes se projetant de manière très naturelle au moyen d'un point choisi comme centre et comment dans un domaine encore peu exploré certaines images dans des peintures de décors de théâtre peuvent malgré tout restituer l'apparence de bâtiments et des objets peints sur des plans verticaux vus frontalement et donner l'impression selon les cas de s'étirer dans le lointain ou de faire saillie en avant".

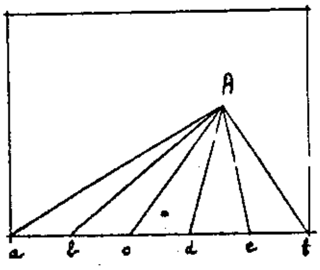


Figure A

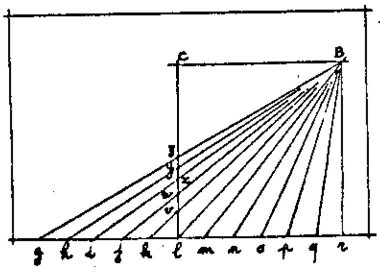


Figure B

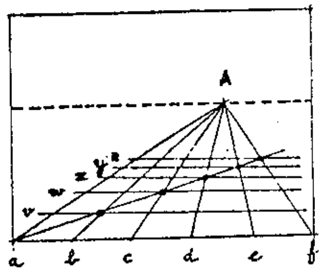


Figure C

Technique d'Alberti pour mettre le carré de base en perspective (inspirée par F. Brunelleschi).

figure A : Dessin préparatoire exécuté sur le panneau, identique à la construction des frères Lorenzetti (perpendiculaire du carré de base en raccourci).

figure B : Elévation de la pyramide visuelle qui donne les intervalles des transversales v, w, x, y, z. Exécuté sur une feuille séparée.

figure C : Report des mesures transversales obtenues dans le dessin préparatoire. La diagonale ne figure qu'à titre de vérification. Cette construction trouvera sa justification théorique avec le théorème de Desargues.

Ce procédé de construction d'Alberti est aujourd'hui reconnu. Il n'est pas à confondre avec le procédé de points de distance. Filipo Brunelleschi est sans doute l'un des premiers architectes perspectivistes à avoir su traduire l'expérience physique en termes plus formels ou abstraits. En ce sens il fait avancer l'évolution du passage du réel concret physique au modèle plus théorique. On sait qu'on connaissait déjà la pratique du voile qui consistait à utiliser un quadrillage entre l'oeil et le paysage pour mieux repérer les divers points de l'espace. Il y a là une incitation à la mesure, à la géométrie, à la découverte des points de fuite où convergent sur le tableau les images des droites parallèles de l'espace : les noeuds du quadrillage sont très incitatifs pour cette découverte. Ces recherches sur la profondeur spatiale se poursuivront avec de multiples expériences pour aboutir à une forme plus aboutie avec G. Desargues (fameux théorème de Desargues qui contient déjà la théorie de l'homologie). On sait par exemple que Brunelleschi dessina la partie architecturale de la fresque de Masaccio à Sainte Marie la Nouvelle, selon les règles de la construction perspectiviste, que le système du voile fut ensuite utilisé pour travailler le détail des visages; cette fresque est déjà porteuse d'une théorie des ombres qui sera reprise au cours des siècles suivants.

A partir de recherches picturales ou architecturales, les fondements théoriques de le perspective se mettent en place en Italie avec l'architecte géomètre florentin Filippo Brunelleschi (1377-1446) et des théoriciens qui furent ses continuateurs comme Leon Battista Alberti (1404-1472) et Pierodella Francesca (1418-1492).

Le modèle de la perspective comme projection conique centrale est l'exemple parfait d'une théorisation qui trouve ses sources dans le concret. La construction d'un modèle a souvent pour objectif de rendre compte d'un phénomène étudié et dans un deuxième temps d'opérer sur lui. Dans le cas de la problématique de la représentation de l'espace, les choses se passent autrement. Dans un premier temps, c'est en effet la préoccupation des architectes, peintres ou sculpteurs qui favorisera le développement des recherches dans ce domaine de la représentation (figures 2 et 3) et de l'appropriation (création et intériorisation) de l'espace. Les règles qui en résulteront seront simplificatrices; elles permettront de mieux dessiner, d'avoir une vision localement globale de l'espace (4), de maîtriser ces représentations désagrégées de la période antérieure au Quattrocento.

Mais, petit à petit, les géomètres s'emparent de ce problème. Ils écoutent, regardent, traduisent les résultats obtenus dans leur langue, si bien que les peintres et architectes pourtant premiers initiateurs, ne reconnaîtront plus leur enfant. Il n'est, pour apprécier ce phénomène, que d'ouvrir un traité moderne de perspective : les termes géométrie projective, homologie, coordonnées homogènes, formes abouties sur le plan théorique, cachent soigneusement leur origine à laquelle on ne retournera plus, contrairement à ce qui se passe dans la plupart des constructions de modèles.

C'est probablement Filippo Brunelleschi qui, le premier, a imaginé une technique mathématiquement exacte de la perspective et envisagé la cohérence d'une théorie mise au point par la suite par Leon Battista Alberti, en 1436, dans son "Trattato della Pittura" (voir encadré). Entre l'utilisation du point de distance comme moyen de vérification de l'exactitude de l'échelle de profondeur d'une perspective (que nous situerons, pour fixer les idées, vers 1435, bien qu'il soit possible naturellement de faire remonter la connaissance et l'emploi de ce procédé à une date antérieure), et son utilisation comme moyen effectif de construction, il s'écoulera 70 ans.

(4) "L'espace ne peut être représenté que par morceaux, ne serait-ce que celui du champ visuel. Mais avant d'avoir mis en place l'unicité du point de fuite, le peintre pouvait représenter ►

A cette période d'élaboration des concepts succèdera le temps de la mise en forme : on balbutie, on construit des instruments qui, s'ils fonctionnent, tiennent lieu de démonstrations. On publie de nombreux traités : Poudra en citera 87 dans son histoire de la Perspective de 1864 et il en oubliera. La tendance est à la simplification et à la théorisation qui devient nécessaire : c'est en quelque sorte le bâton des aveugles qu'on oppose à la fameuse sûreté de somnambule des praticiens. Déjà, au Quattrocento, le déjà cité Brúnelleschi contribue à cette unification par ses remarquables tracés de perspective.

APPLICATIONS PEDAGOGIQUES EN HISTOIRE DES SCIENCES

Les fondateurs de la perspective avaient souvent le souci pédagogique d'être clairs, de simplifier, d'être compris d'ouvriers maçons, comme l'annonce Desargues dans "Exemple de l'une des manières universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective" (1636) ou Lambert dans sa "Perspective affranchie de l'embarras du Plan géométral" de 1759.

Sans doute, la conceptualisation a l'avantage de condenser l'information, de rassembler les notions essentielles, mais elle en efface en même temps la compréhension profonde; elle ne peut éviter à notre avis la redécouverte; des exemples historiques peuvent, dans cette situation, constituer des moyens de redécouverte et de motivation. Les instruments lourds et encombrants utilisés par Dürer et décrits dans la 3è édition allemande des "Instructions sur la manière de mesurer..." de 1538, ou ceux de J.F. Niceron décrits dans sa "Perspective curieuse ou magie artificielle des effets merveilleux.." de 1638, peuvent être des exemples. Nous avons choisi en ce qui nous concerne la construction du Perspectographe de Jean-Henri LAMBERT (1728-1777) présenté dans "Anlage zur Perspektive", un manuscrit de 1752 que nous avons retrouvé à la Bibliothèque Universitaire de Bâle et que nous traduisons en vue de publication (5). Cette oeuvre de Lambert est exemplaire relativement au rapport abstrait-concret.

La construction de cet instrument tient lieu de démonstration; sa compréhension nécessite la redécouverte des principes élémentaires de la perspective et constitue par conséquent un excellent exercice pédagogique (6). Outre le plaisir de faire et de construire, cet exercice oblige et motive les étudiants à la découverte des principes perspectivistes, à en démonter les mécanismes, à les redécouvrir, et du même coup à situer l'oeuvre dans son contexte historique.

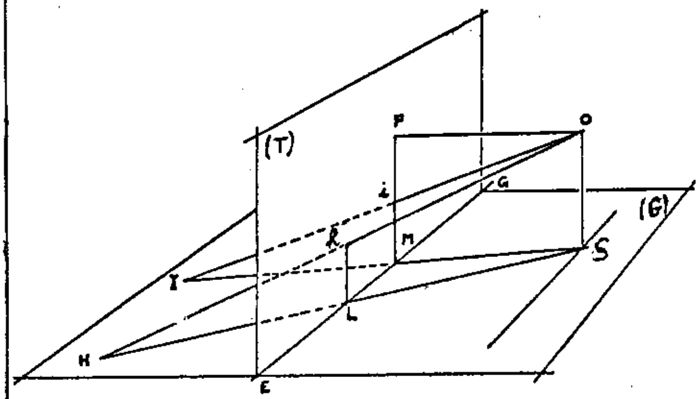


fig 4 : Point de base et point d'élévation.

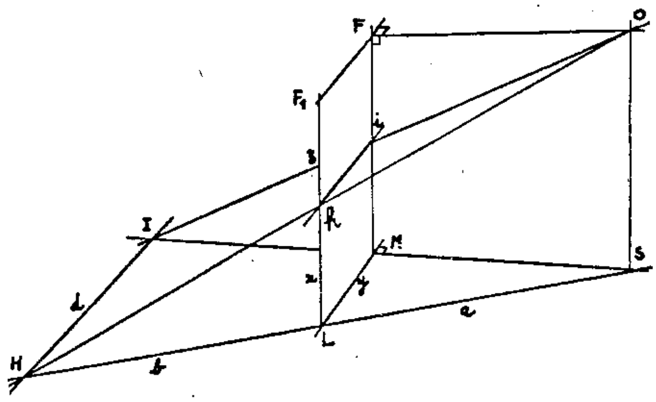


fig 5 : Elévation et abaissement.

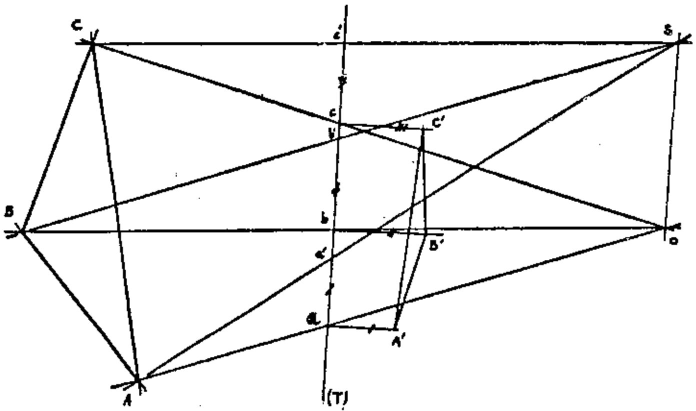


fig 6 : Schéma repris d'une des figures du manuscrit "Anlage zur Perspektive" de 1752; le point H ne figure pas dans la construction de Lambert.

dans un même tableau plusieurs morceaux d'espace juxtaposés; on parle alors d'espace désagrégé. L'exemple du fameux jardin égyptien est typique à cet égard. La perspective frontale exprime aussi l'incapacité de l'artiste à représenter toute la scène puisqu'il en dessine de petits tableaux qu'il juxtapose autour d'une colonne par exemple, obligeant ainsi le spectateur qui évolue autour d'elle à se placer chaque fois au point de vue qu'il sépare par des colonnes, comme dans "Ulysse aux Enfers" (figure 3)".
(A. Flocon & R. Taton. La perspective. Que sais-je ? P.U.F. 1963 page 18).

(5) Traduction suivie de notes; R. Laurent & J. Peiffer. Pierru éd 1982.

(6) Cet instrument a en effet été construit par des étudiants.

Précisons d'abord le vocabulaire employé par Lambert.

- *Plan géométral* ou *plan de terre.* C'est le plan horizontal classique (G) où est placé l'observateur (fig 4).
- *Plan du tableau.* C'est le plan classique (T) perpendiculaire au plan géométral où est exécuté le dessin en perspective (fig 4).
- *Ligne de terre.* C'est l'intersection du plan géométral et du plan du tableau. (fig 4).
- *Hauteur de l'oeil.* C'est la hauteur de l'oeil au dessus du plan géométral : OS (fig 4).
- *Point de l'oeil.* C'est ce que nous appelons le point de fuite principal ou plus généralement le point de fuite dans une direction donnée : F est le point de l'oeil dans la direction perpendiculaire au tableau (fig 4). F_1 est le point de l'oeil dans la direction SH (fig 5).
- *Ligne de distance.* Lambert l'emploie dans des sens distincts. Selon les paragraphes, c'est la distance de l'oeil au plan du tableau OF (fig 4) ou la ligne du géométral parallèle à la ligne de terre EG passant par S (fig 4).
- *Point de base.* C'est le point d'intersection de la ligne de terre EG et de la droite joignant l'objet à dessiner (H par exemple) à S. L est le point de base de H; M est le point de base de I (fig 4).
- *Point d'élévation.* C'est l'image de l'objet située dans le tableau au-dessus du point de base : h est le point d'élévation de H, i est le point d'élévation de I (fig 4).
- *Elévation.* C'est la distance de l'image au-dessus du point de base (fig 5):

$$x = \frac{bc}{a + b}$$

- *Abaissement.* C'est la distance de l'image au-dessous du point de l'oeil de la direction donnée (fig 5):

$$z = \frac{ac}{a + B}$$

L'idée originale qu'utilise Lambert pour construire le perspectographe est la suivante. La figure 6 schématise la construction du triangle perspectif A'B'C' du triangle donné ABC; O est la projection de l'oeil sur le plan géométral, S est le rabattement de l'oeil sur ce même plan géométral, et OS est la hauteur de l'oeil au-dessus du plan géométral. Il en résulte que aa' est l'élévation de l'image a' de A au-dessus de la ligne de terre dans le tableau.

En portant aA' = aa', on obtient l'image A' de A dans le plan géométral. Le lecteur constatera que cette figure n'est pas à proprement parler la construction homologique de la perspective d'une triangle mais qu'elle y ressemble; les côtés homologues, AB et A'B' par exemple, se coupent bien sur la ligne de terre (T); les droites AA', BB' et CC' joignant les points homologues se coupent en un point H (le centre d'homologie), mais Lambert ne l'utilise pas et ne trace pas ces droites importantes. Mais il est vrai que les propriétés mises en valeur suffisent pour la construction du perspectographe

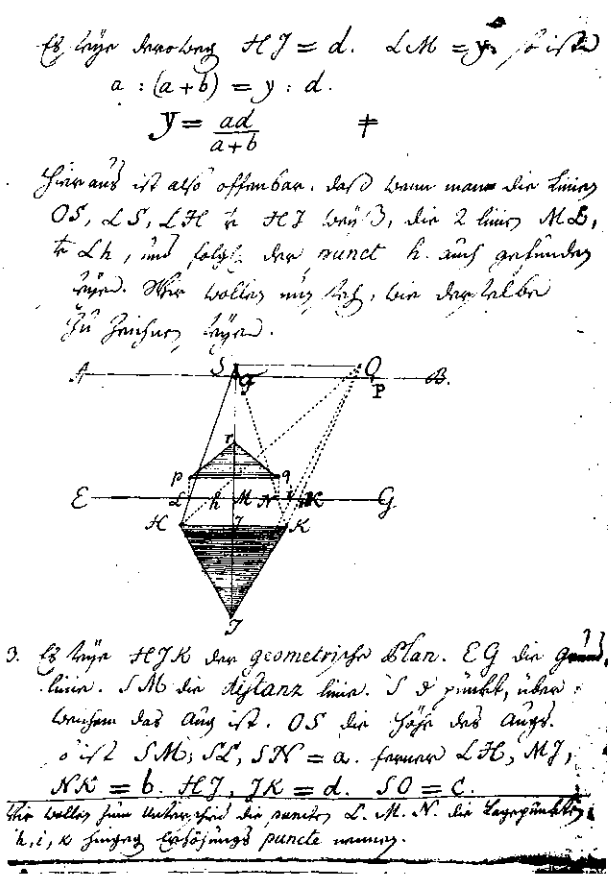


fig 7 : Le principe de la méthode du perspectographe de Jean-Henri Lambert. Figure de la page 71v. du manuscrit "Essai sur la perspective" (Août 1752).

Le principe de représenter dans un même plan l'objet et l'image perspective de l'objet, et par conséquent le concept de transformation de R^2 dans R^2 apparaît clairement et fera l'objet de nombreuses études ultérieures. Cette construction géométrique, même si on trouve chez Brook Taylor des constructions analogues, nous paraît originale et se justifie par la construction de l'instrument devant servir à tracer continûment des dessins en perspective : le perspectographe.

Sur une table, on fera coulisser deux règles SHB et oHA (fig 8) passant respectivement par les points S et o fixés sur la table et par le point courant H du dessin géométral à représenter en perspective en p (7). La condition sur l'élévation pL de H qui doit être égale à Lh est réalisée à l'aide d'une équerre sur laquelle coulisse une réglette faisant constamment un angle de 45° (fig 9). Ainsi, on peut représenter en perspective un dessin du plan géométral muni de ses cotes.

(7) Les notations de Lambert ne sont pas homogènes, ce qui en rend la lecture plus difficile.

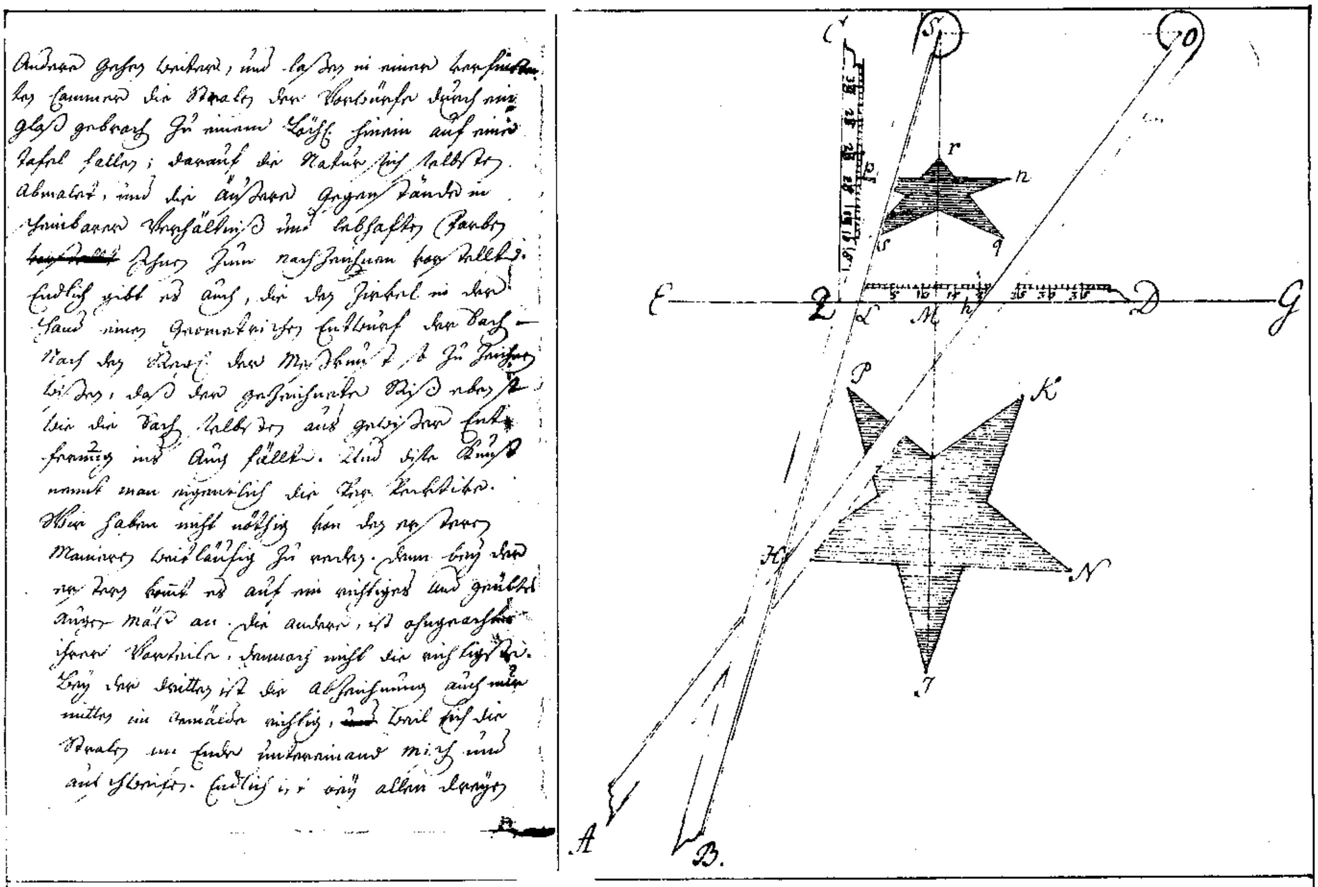


fig 8 Extraits du manuscrits de Lambert. A droite, premier dessin du perspectographe.

LA PERSPECTIVE DEFORMEE OU LES VISIONNAIRES DE L'ESPACE

De science secrète, la perspective deviendra semi-publique, sans doute pour des raisons économiques, avant que son enseignement dans les écoles centrale et polytechnique en 1795 finisse de la vulgariser grâce à l'enseignement de G Monge en particulier, dont le traité de "Géométrie Descriptive" paraîtra en 1795. Parallèlement, l'utilisation de la perspective comme moyen illusionniste se développera dans plusieurs domaines, en architecture pour les décors de théâtre, en peinture pour représenter des scènes interdites ou licencieuses, et dans divers jeux perspectivistes. L'art de la copie, reproduisant exactement les formes, et l'art d'évocation, les transposant dans le domaine des apparences, constituent deux choix qui sont l'objet d'un débat déjà commencé par Platon dans le Sophiste.

Dans les perspectives accélérées ou ralenties, le souci du beau l'emporte sur le respect des véritables proportions. Les lois de l'optique et de la géométrie seront utilisées pour corriger les déformations dues à la vision. On procède à des rectifications : les corps grandissent conformément à l'ouverture de l'angle euclidien, la perspective ralentie fait paraître les objets plus proches qu'ils ne le sont par l'accroissement des éléments éloignés, les spirales des colonnes s'allongent, le pas pouvant augmenter de 5 fois au troisième tour. La colonne Trajane à Rome, considérée depuis le XVIè siècle comme un prodige d'optique, en est l'illustration. Cette légende des formes, déformées pour rester belles, est rationnalisée par Dürer dans "Institutionum geometricarum..." (1525) : l'allongement des objets éloignés y est méthodiquement analysé. Serlio l'enseigne également dans "Il primo Libro di Architettura" (1525) et nous en passons, comme Salomon de Cau (1576?-1626), A. Kircher (1602-1680), Lomazzo, Sirigatti, J. Pelerin (v.1438-1524), Mydorge (1685-1747), Troili et Jurgus Baltrusaitis qui cite, dans son "Anamorphoses ou magie artificielle des effets merveilleux", la fameuse légende de Phidias (8).

(8) "Lors d'un concours pour une Minerve, destinée à couronner un haut pilier, Alcamène sculpta une statue harmonieuse tandis que Phidias, ayant produit une figure aux membres déformés, avec une bouche béante et un nez étiré, faillit être lapidé le jour de l'exposition alors que son concurrent obtint tous les suffrages. Mais la situation se renversa lorsque, installée au sommet de la colonne, la statue de Phidias prit une grande beauté tandis que l'autre devint objet de risée" (cité par J.F. Niceron, "La perspective curieuse", Paris, 1638, p. 12).

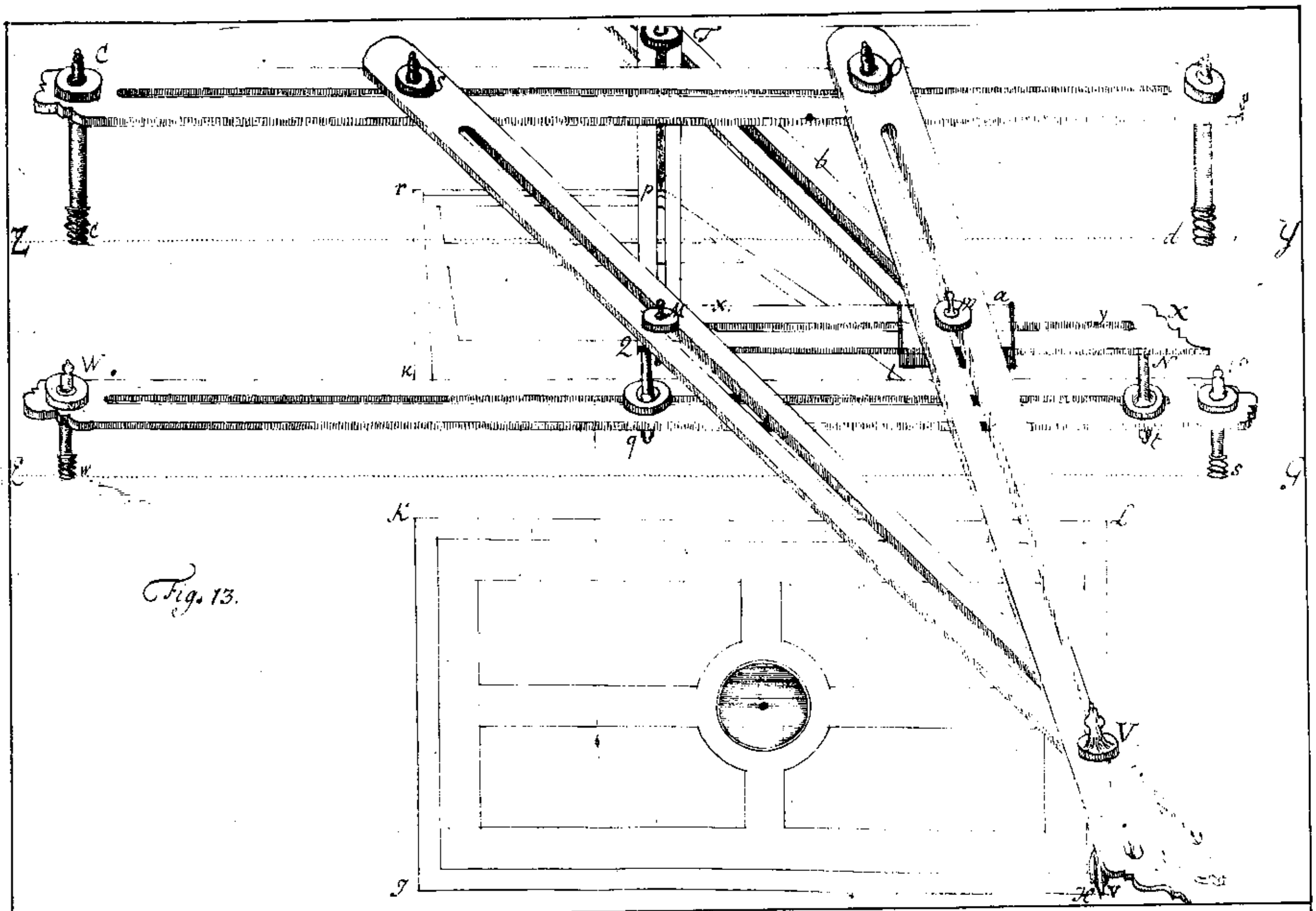


fig 9 Le perspectographe de J.H. Lambert, Figure de la page 93 du manuscrit.

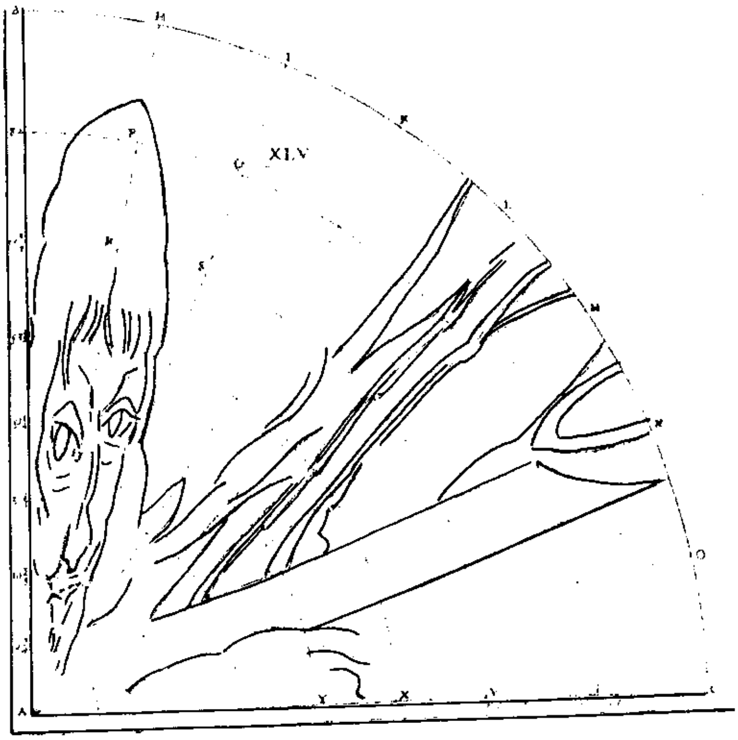
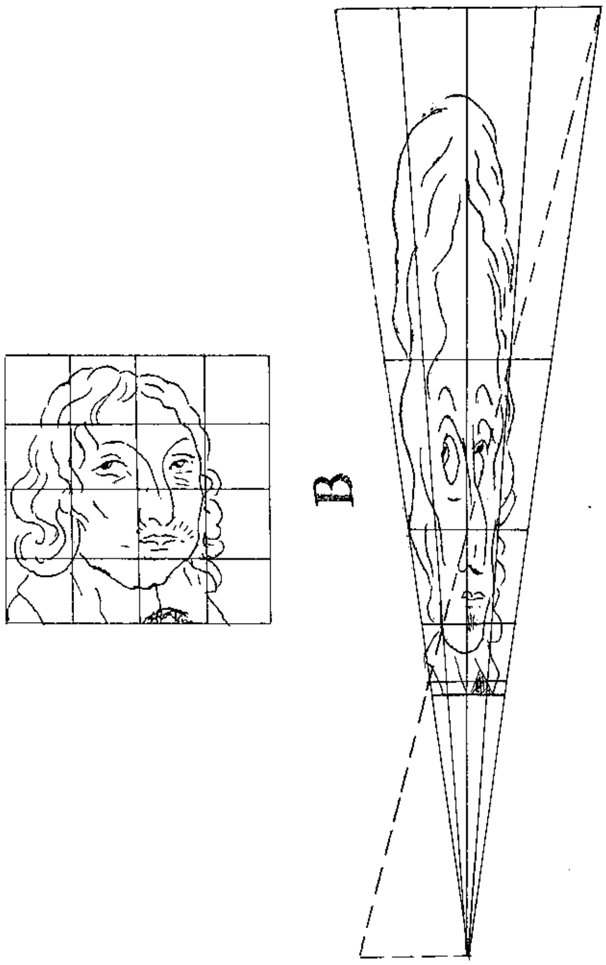


fig 10 Anamorphose conique de Louis XIII.
D'après J.F. Niceron (1638).

Le développement de la technique perspectiviste donne des moyens nouveaux à tous les artifices, à la représentation de mondes factices et en particulier dans les espaces de théâtre où la perspective accélérée permet toutes les illusions. L'histoire de la scène théâtrale est dominée pendant tout le XVIè siècle par le problème de l'éloignement imaginaire. Bramante (1444-1514) simule à Saint-Satyre de Milan (1482-1486) une vaste abside dans un espace de 1m20 de profondeur : les raccourcis précipités de la corniche, des caissons et des pilastres en stuc donne l'impression d'une vaste pièce voutée où l'on ne peut physiquement pénétrer. Cette impression peut être obtenue par le rétrécissement brusqué des limites latérales, par l'élévation de l'horizon et par le rapprochement artificiel des points de distance. L'espace où réalité et fiction se confondent se constitue progressivement, comme dans l'exemple de Serlio (1545) où espace vrai (avant-scène plate) et espace illusoire (arrière-scène inclinée) se juxtaposent. Les acteurs auront à calculer leurs déplacement (facteur temps) dans ces espaces artificiels où espace illusoire et espace vrai fusionnent et créent l'illusion. Nous pourrions multiplier les exemples d'utilisation des perspectives accélérées ou ralenties, tant les jeux scéniques ont été nombreux; mais nous ne pouvons terminer cet article sans présenter aussi toute une classe de représentations illusionnistes, oeuvres de visionnaires de l'espace, les anamorphoses.



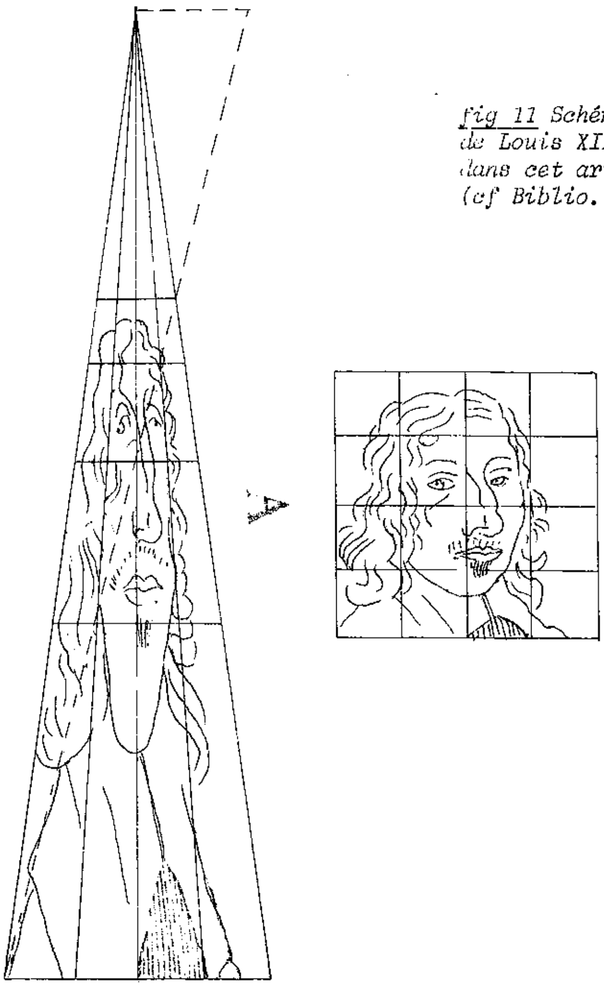


fig 11 Schémas anamorphiques du P. de Breuil avec le portrait de Louis XIII (1649). Les différentes anamorphoses reproduites dans cet article sont extraites du livre de J. Baltrusaitis (cf Biblio. n° 2).

Nous rentrons ici dans la catégorie des espaces secrets, extravagants, qui exigent pour être vus et compris la connaissance des règles du jeu. L'exposition d'anamorphoses au Musée des Arts Décoratifs à Paris (février-mai 1976) a donné lieu à la publication d'un très riche catalogue d'anamorphoses; autant d'exemples pouvant constituer des exercices de recherche dans la cadre d'une pédagogie active. Quel en est le principe ? C'est un homéomorphisme. Ces transformations continues peuvent être obtenues en associant les figures de n petits carrés d'un dessin quadrillé à cette intention en n figures de n petits trapèzes d'un grand trapèze où sera dessiné la nouvelle figure; la restitution peut se faire soit par lecture dans un miroir, soit en se plaçant en un point de vue bien choisi; c'est le principe de base des anamorphoses. Les dilatations obtenues modèlent des crânes mécommaissables à première vue, tel dans "Les Ambassadeurs" de Holbein, exécuté à Londres en 1533. Tous les redressements ou déformations obtenus par des moyens géométriques dans les problèmes de perspective naturelle ou artificielle peuvent aussi être obtenus par des procédés automatiques comme le propose Kircher.

Mais il ne faudrait pas perdre de vue, malgré cette floraison d'applications de la perspective, que les retombées les plus fondamentales de ce processus de théorisation, constituée en corps de dontrine, restent indiscutablement la géométrie projective. Chose curieuse et exceptionnelle, cette théorisation ne servira pas le dessin d'architecture à partir duquel pourtant elle naquit (9). Mais ce modèle de passage d'une technique à une science reste intéressant sur le plan pédagogique pour redécouvrir en raccourci, et sans jeu de mot, le problème des représentations de l'espace.

BIBLIOGRAPHIE

TRAITES ANCIENS

(1) ALBERTI (L.B.). *Trattato della Pittura. Florence 1436.* Ouvrage rare, cité comme un des premiers traités théorisant la pratique de la perspective. *(Ed Mallé. Florence 1950).*

(2) BALTRUSAITIS (J). *Anamorphose ou magie artificielle des effets merveilleux.* Oeuvre d'un érudit dans laquelle le lecteur trouvera les notions de perspective déformée utilisées en scénographie ou en architecture. Nombreuses analyses d'oeuvres architecturales ou picturales. *(Editions O. Perrin. 1969).*

(3) BOSSE (A). *Manière universelle de M. Desargues pour pratiquer la perspective par petit pied, comme le géométral. Paris 1648.* Ouvrage rare (se trouve à la B.N. n° V 852). Bosse, élève de Desargues, y fait figurer les premiers éléments de géométrie projective, en particulier le fameux théorème des triangles perspectifs.

(4) CHASLES (M). *Aperçu historique sur l'origine et le développement en géométrie... Paris 1837.* Ouvrage de synthèse relativement rare, très intéressant et instructif sur les différents courants et leur aboutissement. *(2è édition. Gauthiers-Villars 1875).*

(5) LAMBERT (J.H.). *Essai sur la perspective. traduction inédite du manuscrit de 1752.* Edition Janvier 1981, annotée et commentée, de cet essai de Lambert qui contient la consconstruction du perspectographe. On peut se la procurer chez *Monom. 43 avenue du Contrat 93470 Coubron.*

(6) LAMBERT (J.H.). *La perspective affranchie de l'embarras du plan géométral. Zurich 1759.* Se trouve réédité en fac-similé en 1977 chez *Alain B. ieux, éditeur, 48 rue Jabob. 75006 Paris.*

(7) MONGE (G). *Géométrie Descriptive, leçons données aux Ecoles Normales de l'an III de la République, édité en 1795 par Hachette.* Ouvrage historique devenu rare.

(8) NICERON (P.J.F.). *La perspective curieuse ou magie artificielle... Paris 1638.* Ouvrage rare significatif des préoccupations au XVIIè siècle des utilisations déformées de la perspective et des jeux d'optique.

(9) PONCELET (J.V.). *Traité des propriétés projectives des figures. Paris 1822.* Ouvrage connu. La première synthèse des travaux de géométrie projective ainsi constituée en corps de doctrine.

(10) POUDRA (M). *Histoire de la perspective aérienne et moderne. Paris 1864.* Le lecteur y trouvera une étude des oeuvres perspectivistes sans doute un peu brève, mais donnant un très bon aperçu de la production scientifique dans ce domaine jusqu'en 1864.

TRAITES MODERNES

(11) FLOCON (A) & TATON (R). *La perspective. Que sais-je? PUF.* Très général.

(12) BONBON (M). *La perspective scientifique et artistique. Editions Eyrolles.*

(13) *Traité de perspective et tracé des ombres. Editions Eyrolles.*

(14) PILLET (J.J.). *Traité de perspective linéaire. Editions J. Vrin, place de la Sorbonne. 75005 Paris.* Ouvrage assez complet, précédé du tracé des ombres. ●

fig 12 Miroir anamorphotique avec Louis XIII. D'après Vauzelard (1630).

(9) Sauf dans les applications récentes de dessins assistés par ordinateurs (D.A.O.) où sont utilisées quelques formules mathématiques (matrices de trans formation).

Groupements et Elaboration des Concepts

Dieter LUNKENBEIN - Sherbrooke

Dieter LUKENBEIN enseigne à l'Université de Sherbrooke au Québec. L'article que nous publions ci-dessous en partie a été préalablement publié en langue anglaise dans "For the learning of mathematics" (Vol 1, num 3, march 1981). Il montre comment l'idée de groupement intervient dans la formation des concepts. C'est une illustration du rôle que peut jouer dans la formation des concepts de mathématiques, un matériel comme celui que nous avons publié dans le SUPPLEMENT DU PLOT. La version française de cet article est de l'auteur.

L'une des tâches inhérentes à la mathématique à l'école consiste à motiver l'enfant à s'engager dans les différents processus mentaux qui caractérisent l'activité mathématique. En analysant et en clarifiant de tels processus mentaux, ainsi que leurs possibles et mutuelles relations, la didactique de la mathématique vise à faciliter la réalisation de cette tâche complexe et ambitieuse.

Parmi les processus dont nous venons de parler ceux d'organisation, de structuration ainsi que ceux de formation de concepts ont tout particulièrement attiré notre attention puisqu'ils semblent jouer un rôle crucial dans l'activité mathématique et qu'ils ont tendance à apparaître simultanément. Les groupements peuvent être considérés comme étant le résultat d'activités d'organisation et de structuration se produisant dans un contexte conceptuel particulier, développant, enrichissant et clarifiant ainsi le contexte donné.

Dans ce qui suit, nous tenterons d'illustrer, au moyen d'exemples, notre conception de la notion de groupement, ses caractéristiques et ses développements possibles dans un contexte de formation de concepts.

LES GROUPEMENTS

L'idée d'un contexte conceptuel particulier peut déclencher (au niveau intellectuel) des images mentales de sortes et d'intensités diverses selon la situation dans laquelle la pensée a été stimulée et selon l'expérience antérieure vécue dans ce contexte. Ainsi, l'idée de quadrilatères peut-elle provoquer chez certaines personnes des images mentales de divers types de quadrilatères, qu'on peut reproduire comme sur la figure n° 1. Ces images traduisent une partie de notre expérience dans le contexte donné dans la mesure où elles sont l'apparition soudaine, dans notre esprit, de formes quadrilatères qui nous sont déjà familières. Ainsi, ces images liées à notre expérience peuvent varier en nombre et en diversité. Elles peuvent également varier en "mobilité" en ce sens que de telles images sont susceptibles d'être reliées, les unes aux autres, lorsqu'elles sont déplacées, tournées ou transformées. Cette mobilité stimule les activités de comparaison, de classification et de structuration, lesquelles peuvent, par la suite, mener à la conception d'images mentales structurées comme le révèle l'exemple de la figure n° 2.

Dans cet exemple, chaque figure représente habituellement une classe de quadrilatères laquelle peut, à son tour, être elle-même structurée. On peut comparer ces quadrilatères à des points de repère dans un "paysage" de relations qui prend un tel aspect à cause de tel choix ou intention particulière. Or des "paysages" différents peuvent être engendrés par des intentions ou des situations différentes et ils peuvent ainsi prendre d'autant plus d'expansion et de précision que l'expérience et les connaissances s'accumulent. De telles images mentales et structurales sont la manifestation de l'organisation et de l'intégration de connaissances factuelles et relationnelles et elles reflètent une appropriation plus grande (une appréhension plus profonde) d'un contexte donné.

Ces images *mentales et structurales* sont constituées d'*états* qui à leur tout sont reliés par des *relations*; ces images peuvent être caractérisées par la description de la nature de leurs éléments constituants. Dans l'exemple précédent les états sont, ou des représentations picturales ou des noms de divers types de quadrilatères. Les relations entre ces images mentales et structurales peuvent varier selon la nature même de leurs états. Ainsi, les liens entre les états de l'exemple ci-dessus peuvent être interprétés (de façon plutôt intuitive) comme un perfectionnement graduel de la "régularité" de certains quadrilatères, si on lit la figure de bas en haut. Par ailleurs, ils peuvent également indiquer l'addition d'une propriété particulière et la spécification de sous-classes de quadrilatères qui ont cette propriété commune.

C'est précisément cette sorte d'images mentales structurales que nous concevons comme des groupements et qui reflète un état de développement dans l'acquisition et l'intégration de la connaissance. Les groupements, comme on le reconnaît dans l'exemple cité, peuvent varier dans leur *niveau d'abstraction* et dans la *"richesse" de leurs états et de leurs relations*. De plus, les groupements, tout comme les structures en général, varient en *complexité*. Le groupement de cet exemple, qui tient compte de propriétés telles que le nombre de paires d'arêtes parallèles, l'équilatéralité et l'équiangularité, peut être raffiné ou précisé s'il entre en ligne de compte

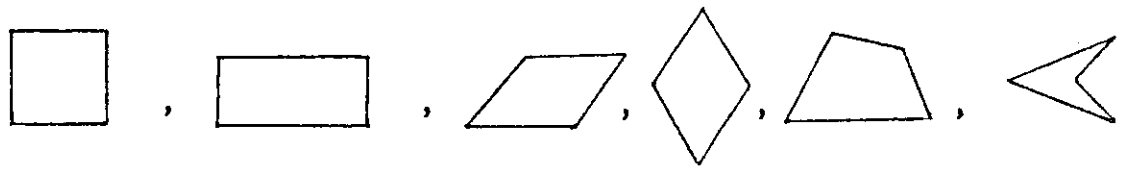
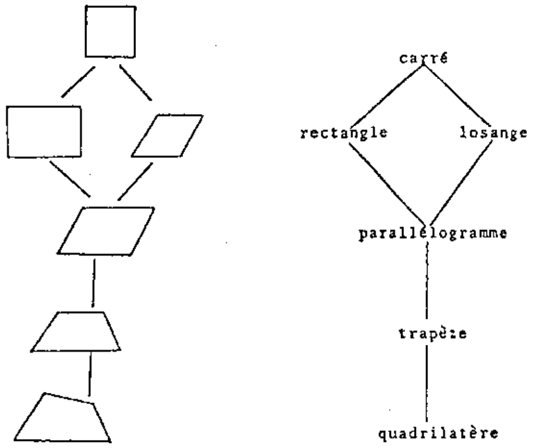


fig 1. Images mentales de formes quadrilatères.

fig 2. Comparaison de formes quadrilatères.



des propriétés additionnelles comme la convexité, le nombre de symétries, les relations entre diagonales, etc. Il devient alors évident que les groupements se développent et progressent au fur et à mesure que la connaissance est acquise et intégrée; ceci révèle un caractère plutôt dynamique pouvant s'adapter à des informations additionnelles et à des changements de perspective.

A mesure que la connaissance se développe à partir d'un processus d'interaction individuelle entre le sujet qui apprend et son environnement, les groupements le font également chez le sujet et font partie de l'image ou du modèle qu'il se fait de la réalité; ce qui, à son tour, l'aide à interagir mieux et avec plus de cohérence face à l'environnement. Les moyens fondamentaux de l'interaction du sujet et de son environnement sont des actions concrètes exécutées sur des *objets réels* de l'environnement. Ces actions concrètes et ces objets réels sont les germes de ce qui deviendra ensuite des relations (ou opérations) et les états du groupement au moyen d'un processus que Piaget appelle "intériorisation" et qui décrit un détachement graduel de la réalité permettant aux états de devenir des représentations d'objets, de classes d'objets, de propriétés, de concepts ou d'idées et permettent aux actions de se transformer en opérations mentales et en relations plus ou moins abstraites. Les actions, les opérations ou les relations peuvent engendrer de nouveaux états et de nouvelles relations peuvent surgir à partir de comparaisons d'états. Ainsi, la formation et le développement de groupements sont perçus comme un processus dynamique continu accompagnant ou décrivant l'acquisition et l'intégration de la connaissance. Les groupements sont modifiés, enrichis ou changés selon de nouvelles informations ou de changements de contexte. Toute stabilité temporaire d'un groupement dénote un état d'équilibre et une cohérence satisfaisante de l'image qu'un individu se fait de la réalité.

Cette description plutôt globale et intuitive de notre conception de groupements est illustrée à présent au moyen d'un exemple que nous discutons à présent en détail.

LES DELTAÈDRES *(1)*

En étudiant les polyèdres, les étudiants peuvent être frappés par plusieurs exemples de polyèdres réguliers dont toutes les faces sont des triangles équilatéraux congrus : le tétraèdre, l'octaèdre et l'icosaèdre. La conception d'une telle particularité peut avoir été stimulée par la comparaison de plusieurs polyèdres "plus ou moins" réguliers et par le fait que les triangles équilatéraux sont familiers aux étudiants. Ainsi, ils arrivent à formuler une propriété leur permettant d'isoler une certaine classe de polyèdres, celle des deltaèdres formés entièrement de triangles équilatéraux congrus. Une telle propriété nous permet de discriminer entre les membres et les non-membres de la classe donnée et peut être considérée comme une partie de la teneur extensive du concept de deltaèdre. Ceci fournit une première indication des frontières du concept et dirige ou limite toute exploration additionnelle. Toutefois, ceci ne nous fournit pas d'information quant à d'éventuels changements ou variations et le concept demeure plutôt vide. Ce manque "d'intensité" engendre des questions comme: *Y a-t-il d'autres deltaèdres ? Quels changements pouvons-nous apporter à des deltaèdres déjà existants pour pouvoir en concevoir de nouveaux ?*

De telles questions conduisent normalement à essayer de produire d'autres exemples de deltaèdres dont la construction dépend alors beaucoup du matériel disponible. Pour ce travail, nous avons utilisé des triangles équilatéraux de plastique pouvant s'articuler les uns aux autres et disponibles sur le marché *(2)*. Cette exploration expérimentale a donné accès à une grande variété de polyèdres, dont plusieurs n'étaient pas des deltaèdres puisque certaines de leurs faces étaient formées de deux ou plusieurs triangles équilatéraux, acquérant ainsi des formes non

(1) Cette exploration des deltaèdres a été partiellement inspirée par le livre de A. HOLDEN, Formes, espace et symétries (Cedic, 1977, page 3).

(2) Le matériel auquel l'auteur fait allusion est TRI LOGIC (Mag-Nif makes it, Mag-Nif Inc., Mentor, Ohio 44060), que l'on peut trouver au magasin l'Oeuf Cube à Paris. Mais ce matériel peut tout aussi être remplacé par celui contenu dans le SUPPLEMENT DU PLOT n° 1 (N.D.L.R.).

triangulaires. La plupart des deltaèdres que nous avons obtenus étaient non-convexes (concaves); ce qui nous porte à croire que le domaine des deltaèdres convexes pourrait être beaucoup plus restreint que celui des non-convexes. Ainsi, par l'exploration de variations possibles avons-nous obtenu, d'une part un élément de clarification de l'extension des deltaèdres et, d'autre part, un premier critère de différenciation à l'intérieur du domaine des deltaèdres. Comme nous avions l'impression qu'il pourrait être plus facile de clarifier le domaine des deltaèdres convexes, c'est dans ce sens que nous avons concentré nos efforts.

L'étude de tels polyèdres convexes peut prendre différentes voies, chacune faisant ressortir divers aspects de la même structure d'ensemble. Le choix de la voie à utiliser est fortement influencé par la connaissance déjà acquise et par l'expérience antérieure au sein d'une telle activité. Puisque nous avions déjà une certaine connaissance géométrique pertinente à l'exemple de cette étude, nous avons décidé d'utiliser cette connaissance dans ce contexte donné au lieu de procéder de façon purement exploratoire.

Les deltaèdres convexes vont, sans aucun doute, varier selon le nombre de leurs faces (F), de leurs sommets (S) et de leurs arêtes (A). Cependant, cette variabilité est restreinte par la formule d'Euler qui s'applique à tous les polyèdres simples :

$$(1) \qquad F + S = A + 2$$

En ce qui concerne les deltaèdres simples, cette relation entre faces, sommets et arêtes peut être spécifiée encore davantage puisque toutes les faces sont de forme triangulaire. Cela veut dire que chaque face est entourée de trois arêtes et si nous comptons trois arêtes par face, nous avons compté chaque arête exactement deux fois. Ceci nous amène à la relation suivante entre le nombre de faces et d'arêtes dans des deltaèdres simples :

$$(2) \qquad 3F = 2A$$

Nous en déduisons, par cette formule, que le nombre de faces de tout deltaèdre simple doit être un chiffre pair puisque le nombre d'arêtes doit, de toute évidence, être un nombre naturel. Une fois que nous avons établi cette relation entre faces et arêtes des deltaèdres simples, nous pouvons examiner les sommets de ces polyèdres. Puisque nous concentrons notre étude sur les deltaèdres convexes, le nombre de triangles qui se rencontrent à chaque sommet doit être au moins trois (pour donner de la solidité) et au plus cinq (pour maintenir la convexité). Ces observations permettent de déterminer l'étendue du domaine des deltaèdres convexes comme suit :

- Le plus petit deltaèdre est celui dont tous les sommets sont formés par la rencontre de trois triangles, c'est à dire le point de rencontre de trois arêtes. Puisque chaque arête relie exactement deux sommets, voici la relation que nous obtenons entre les arêtes et les sommets pous le plus petit deltaèdre :

$$(3) \qquad 3S = 2A$$

La conjonction des conditions (1), (2) et (3) décrit le plus petit deltaèdre comme étant constitué de 4 faces, 4 sommets et 6 arêtes; c'est la classe du tétraèdre régulier.

- Le plus "gros" deltaèdre est caractérisé par des sommets tous formés par la rencontre de cinq triangles. Ainsi, nous obtenons pour de tels deltaèdres la relation suivante entre arêtes et sommets :

$$(3') \qquad 5S = 2A$$

La conjonction de (3') avec (1) et (2) décrit ce plus "gros" deltaèdre convexe comme étant constitué de 20 faces, 12 sommets et 30 arêtes; c'est la classe des icosaèdres réguliers.

- Entre ces deux cas extrêmes, nous trouvons le deltaèdre convexe caractérisé par le fait que tous ses sommets sont formés par la rencontre de 4 triangles. Alors, la relation entre sommets et arêtes devient :

$$(3'') \qquad 4S = 2A$$

Nous obtenons alors la classe des octaèdres réguliers constitués de 8 faces, 6 sommets et 12 arêtes

Cette exploration des variations possibles et des restrictions des deltaèdres convexes dans le contexte de connaissance et d'expérience préalables nous a fourni; jusqu'à présent, un plus grand discernement quant à la structure des deltaèdres en général et tout particulièrement des deltaèdres convexes. D'une part, nous avons pris conscience que tous les deltaèdres simples sont caractérisés par une relation assez simple entre le nombre de leurs faces et celui de leurs arêtes (3F = 2A). De plus, puisque le nombre de leurs faces doit être pair, la transition d'une classe de deltaèdres (d'un nombre égal de faces) à la classe suivante doit se faire par étapes de 2 (ou de multiples de 2) faces. Enfin, nous avons découvert que le plus petit deltaèdre (c'est à dire celui ayant le plus petit nombre de faces) était le tétraèdre régulier. Ainsi, nous avons enrichi notre connaissance des propriétés communes à tout deltaèdre simple.

Nous avons en outre constaté que, pour les deltaèdres convexes, il y en avait un qui était le "plus gros" et qu'il était formé de 20 faces, 12 sommets et 30 arêtes, l'icosaèdre régulier. Ainsi, les deltaèdres réguliers dont nous sommes partis peuvent maintenant être considérés comme des exemples minimal et maximal avec d'éventuels représentants entre ces extrêmes. De cette façon, nous commençons à concevoir une structure possible au sein des polyèdres convexes.

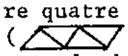
La question qui se pose maintenant est la suivante : *Y a-t-il, à part l'octaèdre régulier, d'autres deltaèdres convexes entre les deux représentants extrêmes ?*. La réponse à cette question peut être donnée en deux parties.

1. S'il y a d'autres représentants, alors ils doivent faire partie d'une certaine structure. Le nombre de leurs faces varie entre quatre et vingt par "bonds" de deux. Mais puique les nombres de leurs faces, de sommets et d'arêtes sont reliés par les conditions (1) et (2), nous pouvons établir une liste complète d'éventuels types de polyèdres convexes (voir figure n° 3).

2. Pour vérifier si des représentants de tous ces types existent vraiment, nous pourrions essa-

Nombre de			NOMS
Faces F	Sommets M	Arêtes A	
4	4	6	tétra-deltaèdre *(tétraèdre régulier)*
6	5	9	hexa-deltaèdre *(bi-pyramide triangulaire)*
8	6	12	octo-deltaèdre *(octaèdre régulier, bi-pyramide quadrangulaire)*
10	7	15	deca-deltaèdre *(bi-pyramide pentagonale)*
12	8	18	dodeca-deltaèdre
14	9	21	tétracaïdeca-deltaèdre
16	10	24	hexacaïdeca-deltaèdre
18	11	27	octocaïdeca-deltaèdre
20	12	30	icosa-deltaèdre *(icosaèdre régulier)*

fig 3. Types de deltaèdres convexes possibles.

yer de construire (mentalement et physiquement) de tels représentants de façon systématique en partant du minimal connu, le tétraèdre régulier. et en ajoutant graduellement deux faces triangulaires (figure n° 4). Nous y arrivons en ouvrant deux arêtes adjacentes du représentant existant (lignes doubles sur les dessins) et en introduisant deux faces triangulaires reliées (triangles hachurés) dans le représentant afin d'obtenir un nouveau deltaèdre. Cette opération nous conduit, en six étapes, du tétraèdre régulier à l'hexacaïdeca-deltaèdre (16, 10, 24). C'est alors qu'il nous apparaît impossible d'insérer deux faces triangulaires sans créer un sommet de degré six et quitter alors le domaine des deltaèdres. Cette difficulté peut nous amener à nous pencher sur la nature de l'opération jusqu'ici fructueuse. Ainsi découvrirons-nous qu'en ajoutant le losange spatial, nous relions toujours deux sommets de degré quatre ou moins. La "distance" entre ces deux sommets ne peut être de plus de deux arêtes. Bien qu'il existe encore deux sommets de degré quatre dans le hexacaïdeca-deltaèdre construit, ces deux sommets sont à trois arêtes de distance. Ceci explique l'impossibilité que nous ayons à introduire deux nouvelles faces triangulaires reliées. Mais cela nous suggère, cependant, de considérer l'opération qui consisterait à introduire quatre nouvelles faces triangulaires reliées () qui viendraient relier les deux sommets de degré quatre. Une telle opération engendre finalement le deltaèdre maximal, l'icosaèdre régulier.

Ces considérations nous ont fourni une conception structurée des deltaèdres convexes. Il y a au plus neuf types différents (classés selon le nombre de leurs faces), dont huit ont pu être construits systématiquement en ajoutant ou retranchant deux (ou des multiples de deux) faces triangulaires reliées. Quant à la classe que nous n'avons pas pu illustrer, nous avons acquis une forte intuition qu'une telle représentation n'existe tout simplement pas. Pourquoi n'existe-t-elle pas ? Notre conception des deltaèdres ou des deltaèdres convexes est-elle incomplète ou inadéquate ? Avons-nous oublié une propriété de telles figures géométriques qui expliquerait l'absence d'un tel représentant ou devrions-nous continuer d'essayer d'en construire un ? Ces questions "troublantes" exigent une étude additionnelle du contexte pouvant, subséquemment, nous amener à une meilleure compréhension de ce dernier ainsi qu'à une structuration plus raffinée.

Jusqu'à présent, notre démarche nous a poussés à obtenir graduellement une image mentale structurale du contexte étudié, qui est résumée à la figure 5. Ce groupement est "chargé" de toute l'information que nous avons recueillie jusqu'ici sur le concept de deltaèdre. Cependant, puisque cette information constitue la "charge" du groupement, elle est coordonnée et intégrée au contexte d'une structure. La structure, dans son ensemble, est formée de relations de particularisation faisant ressortir des pro-

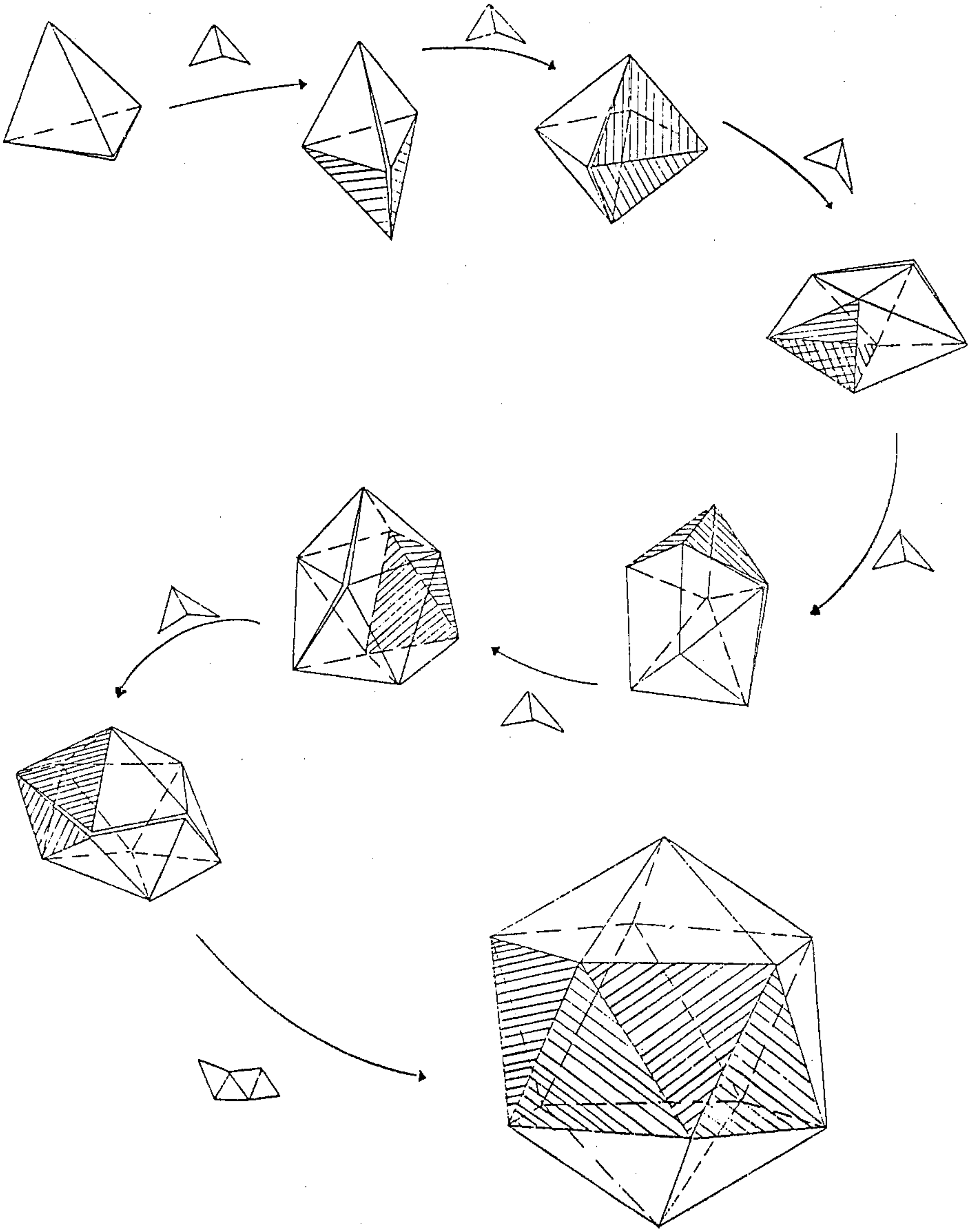


fig 4. Construction de deltaèdres convexes.

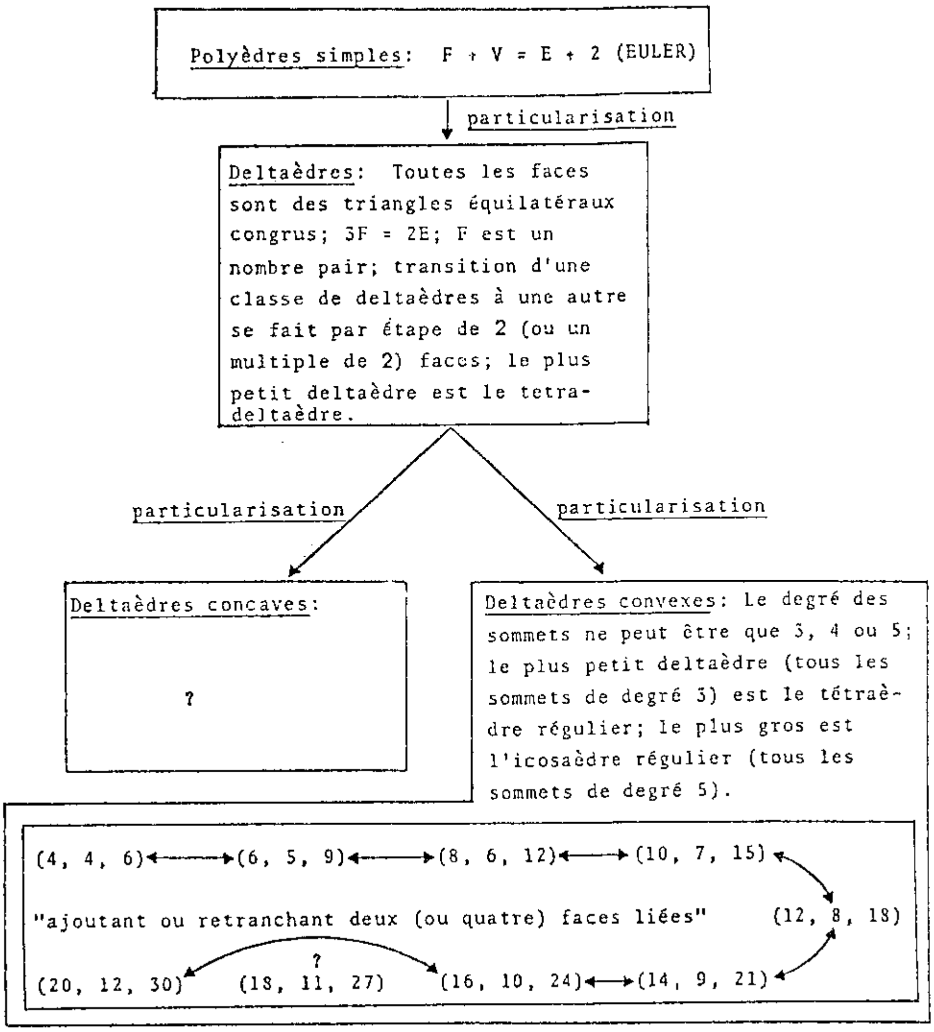


fig 5. Structuration partielle du contexte des deltaèdres.

priétés communes et différentes chez les deltaèdres. Le contexte particulier des deltaèdres convexes présente une structuration des types existants au moyen d'une opération consistant à ajouter ou enlever deux (ou un multiple de deux) faces reliées. C'est un groupement à l'intérieur du groupement d'ensemble global et il indique les variations possibles dans le domaine des deltaèdres convexes. Grâce à cette structuration, nous nous rendons compte de son inachèvement et prenons conscience de ses raffinements et de ses élargissements possibles. Ainsi, le groupement peut être considéré comme une description dynamique de l'état de développement du concept de deltaèdre.

CONCLUSION

Les processus de formation de concepts semblent être intimement liés au développement de groupements du contexte conceptuel. Un concept peut être vu comme connaissance coordonnée et intégrée par la structure d'un groupement. Un tel "chargement" d'un groupement peut être classifié en des propriétés communes et différentes de ses états, englobant à la fois les teneurs extensive et intensive du concept. Inversement, les images mentales et structurales d'un certain contexte ou situations portent des informations coordonnées et intégrées quant au contexte donné et, ainsi, décrivent conceptuellement le contexte. Voilà pourquoi l'étude de groupements et de leur développement dans le processus de connaissance peut jeter une lumière nouvelle sur les processus de formation de concepts, eux qui sont cruciaux dans l'apprentissage et l'enseignement de la mathématique.

Solution des Mots Croisés

Horizontalement

I Pythagore. II Heine. III Nia - Loi. IV Talc - Ulve. V Elu - Sim. VI GIsant - EB. VII OT - TL. VIII Noé - Rodée. IX Euclide.

Verticalement

1 Pentagone. 2 Ia - Itou. 3 Thalès - EC. 4 He - Clan. 5 Ail - Un - Ri. 6 Gnou - Tiod. 7 Oeils - Dé. 8 Viète. 9 Ensembles.

Math & Langage au LEP

André CLOCHARD · La Rochelle

Quelques exemples d'un travail interdisciplinaire entre les mathématiques et le français dans un Lycée d'Enseignement Professionnel.

En mathématiques, dans la section comptabilité, on s'intéresse surtout aux nombres et aux opérations sur ces nombres (arithmétique, algèbre). Malheureusement, pour exprimer les propriétés qui les concernent, nous sommes contraints d'utiliser le langage courant dont le sens n'est pas toujours sans ambiguité.

Le langage du mathématicien doit être clair, net et précis. Il ne doit pas laisser apparaître des doutes ou des confusions dans ce qu'il exprime.

Pour condenser au maximum son expression écrite, on utilise des symboles; cela permet de mieux dominer ce qui est écrit car l'essentiel est justaposé en peu de place. Imaginez l'opération 725 343 x 704,318 écrite entièrement en français avec des lettres !

La signification des symboles doit donc être précise et surtout universelle, c'est à dire identique pour tout le monde. Cela nécessite un apprentissage de la part de chaque personne qui veut faire un peu de mathématiques. Il faut être initié pour comprendre l'expression écrite du mathématicien et l'utiliser correctement.

Les mathématiques modernes ont essayé de mettre de l'ordre dans la connaissance des nombres et des raisonnements logiques. Mais certains pays n'utilisent pas encore les mêmes symboles pour noter ne serait-ce que les chiffres. Cependant, le système de numération décimale et le système métrique se sont étendus à toute l'Europe.

Le langage courant est utilisé par nécessité par les mathématiciens qui sont chargés de faire comprendre les mathématiques aux non-spécialistes. Il est souhaitable de réfléchir sur les divers sens de quelques mots employés couramment.

Voici quelques travaux proposés aux élèves (colonne de gauche) et la correction proposée. (colonne de droite). Cette correction a eu lieu avec le professeur de Français qui a participé activement au travail.

RECTIFIER LES PHRASES FAUSSES SUIVANTES	*ENONCES VRAIS*
1. Aucun animal n'est féroce.	1. Certains animaux sont féroces. Parmi les animaux, il y en a qui sont féroces. Des animaux sont féroces.
2. Des êtres vivants sont mortels.	2. Les êtres vivants sont (tous) mortels. N'importe quel être vivant est mortel. L'être vivant est mortel (un jour ou l'autre, il meurt).
3. Les quadrilatères sont des trapèzes.	3. Certains quadrilatères sont des trapèzes. Des quadrilatères sont des trapèzes. Il existe des quadrilatères qui sont des trapèzes. Parmi les quadrilatères, il y en a qui sont des trapèzes.
4. Un nombre terminé par 3 est divisible (exactement) par 3.	4. Certains nombres terminés par 3 sont divisibles exactement par 3. Un nombre terminé par 3 n'est pas toujours divisible par 3. Un nombre terminé par 3 n'est pas forcément divisible par 3.
5. Chaque entier est pair.	5. Certains entiers sont pairs. Parmi les entiers, il y en a qui sont pairs.

6. Les parallélogrammes sont des carrés.	6. Les parallélogrammes ne sont pas forcément des carrés. Certains parallélogrammes sont des carrés. Les parallélogrammes ne sont pas tous des carrés.
7. Le nombre 17 n'a aucun diviseur.	7. Le nombre 17 possède deux diviseurs uniques et distincts (1 et 17). Le nombre 17, qui a deux diviseurs différents, et deux seulement, est un nombre premier.
8. Un être vivant est un mammifère.	8. Certains êtres vivants sont des mammifères. Il existe au moins un être vivant qui est un mammifère.
9. Les multiples de 3 sont multiples de 6.	9. Certains multiples de 3 sont multiples de 6. Parmi les pultiples de 3, il y en a qui sont également multiples de 6.
10. Tout nombre premier est divisible par 1 et par lui-même, et réciproquement.	10. Tout nombre premier est divisible par 1 et par lui-même, mais la réciproque est fausse. Un nombre divisible par 1 et par lui-même n'est pas forcément premier.

AMELIORER LES PHRASES IMPRECISES SUIVANTES	AMELIORATIONS PROPOSEES PENDANT LA CORRECTION
1. Le cercle a un rayon de 3 cm.	1. Ce cercle a un rayon de 3 cm.
2. La soustraction 15 - 35 est impossible.	2. La soustraction 15 - 35 est impossible dans N (et dans Z^+).
3. Les noms communs prennent un "s" au pluriel.	3. En général, les noms communs prennent un "s" au pluriel, mais il y a de nombreuses exceptions. Certains noms communs prennent un "s" au pluriel. La plupart des noms communs prennent un "s" au au pluriel.
4. Chaque nombre est supérieur à 10.	4. Certains nombres sont supérieurs à 10. Il existe au moins un nombre supérieur à 10.
5. Un nombre pair ne peut pas être divisible par 2.	5. Aucun nombre impair n'est divisible par 2. 2 ne divise aucun nombre impair.
6. Plusieurs nombres multiples de 10 sont divisibles par 5.	6. Tous les nombres multiples de 10 sont divisibles par 5. Lorsqu'un nombre est multiple de 10, alors il est forcément divisible par 5.
7. Quelques noms prennent un "x" au pluriel.	7. Les noms qui prennent un "x" au pluriel (dans la langue française) sont ....
8. Un nombre premier est pair.	8. Il existe au moins un nombre premier pair, c'est 2. Il en existe un et un seul.
9. Le carré est un rectangle.	9. Le carré est un rectangle particulier. Tout carré est avant tout un rectangle. Le carré est un rectangle ayant une longueur et une largeur égales.
10. Les noms changent au pluriel.	10. Certains noms communs changent au pluriel; les autres sont des noms invariables (mille par exemple).

☆ ☆ ☆

Vol à Voile

Pierre DAUDiN · Orléans

L'activité que nous vous présentons a servi de base de travail aux élèves de Seconde (indifférenciée et option technologique lourde) du lycée Benjamin Franklin d'Orléans.

Dans ces classes nous avons introduit la notion de fonction en proposant successivement aux élèves trois situations "concrètes" qui avaient été conçues dans le but de faire manipuler par les élèves des fonctions dans des situations diverses : dans la première situation, les fonctions étaient définies par des formules; dans la seconde, elles l'étaient par un tableau; enfin, dans la troisième situation qui est celle que nous proposons ici, c'est un graphique qui définit les fonctions manipulées.

Dans les deux premières activités les questions posées aux élèves, ou qu'ils se sont posées eux-mêmes, les ont amenés à effectuer de nombreux passages du type :

tableau --> formule --> graphique.

Au cours de l'activité n° 3 "Polaire des vitesses d'un planeur", les élèves ont eu à :

- *Déterminer graphiquement des images et des antécédents par une fonction.*
- *Donner le sens de variation et les extrema d'une fonction.*
- *Utiliser et interpréter la pente de droites sécantes ou tangentes à une courbe.*

Cette situation a également conduit les élèves à utiliser des savoir-faire moins liés à la notion de fonction. Ils ont dû par exemple :

- *Utiliser le théorème de Pythagore.*
- *Appliquer leurs connaissances de trigonométrie.*
- *Transformer des mesures de vitesses, de distances ou de temps, d'une unité à l'autre.*
- *Interpréter en langage courant les résultats trouvés.*

Le pilote d'un planeur peut, en faisant varier l'*assiette* de son appareil, choisir sa vitesse de vol sur une trajectoire entre deux limites extrêmes : la *vitesse de décrochage* et la *vitesse à ne jamais dépasser*, dite "VNE". S'il tire le manche vers l'arrière, il réduit son assiette (c'est à dire sa pente) et sa vitesse sur trajectoire diminue. Au contraire, s'il pousse le manche vers l'avant, le planeur pique davantage et sa vitesse augmente.

La vitesse sur trajectoire est exprimée en km/h et elle est lue sur l'anémomètre de la planche de bord. La composante verticale de cette vitesse est appelée *taux de chute*; il est exprimé en m/s et il est indiqué sur le variomètre

Pour représenter les performances d'un planeur à ses différentes vitesses d'utilisation, il a semblé commode d'établir un graphique appelé *POLAIRE DES VITESSES.* Il indique le taux de chute du planeur correspondant à chaque vitesse sur trajectoire en air calme. Il est établi pour un poids bien précis, le planeur étant en vol symétrique et en ligne droite. Dans toutes les questions suivantes, on supposera que ces conditions sont satisfaites. Les questions se rapportent aux graphiques ci-joints.

QUESTIONS

1. Quelles sont les vitesses extrêmes d'utilisation de ces deux planeurs ?

2. Quels sont les taux de chute de ces planeurs correspondants à une vitesse de 100km/h ? Même question pour 150 km/h.
Comparer les taux de chute de ces deux planeurs.

3. Pour quelle vitesse obtient-on le plus faible taux de chute ? Dans quel but un pilote vole-t-il à cette vitesse ?

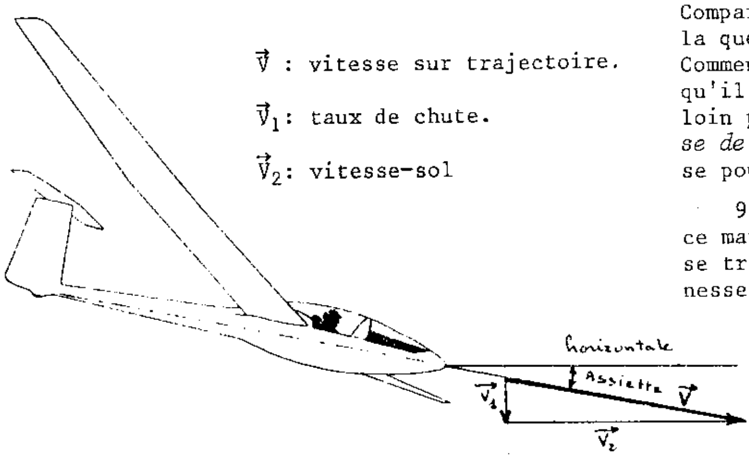
4. Un planeur du type (2) est à 3000 m de hauteur par rapport au sol. Quelle vitesse son pilote doit-il choisir pour que sa descente dure au moins 20 mn ?
Quelle est la durée maximum de cette descente ?
Quelle serait la durée de sa descente à 90 km/h ?

5. Est-il exact de dire que "plus un planeur vole vite, plus son taux de chute est important" ?
Si non, formuler cette propriété de manière rigoureuse.

6. Comparer la vitesse sur trajectoire et la vitesse-sol d'un planeur de type (2) évoluant à 220 km/h et d'un planeur de type (1) évoluant à 170 km/h.
Exprimer la mesure de leur assiette en degrés.

Dans toute la suite, on considérera que les vitesses sur trajectoire et par rapport au sol sont sensiblement égales.

7. Un vélivole se trouve à 1600 m de hauteur à bord d'un planeur (2) à la verticale d'un village L situé à 50 km de son terrain d'atterrissage T. Pourra-t-il se poser sur son terrain T s'il décide de rentrer à 150 km/h ? Même question s'il prend des vitesses constantes de 120, 100, 90, 85, 72, 70 km/h ? Calculer, pour chacune de ces vitesses, la durée du vol entre la verticale de L et le passage au-dessus de la piste T. Calculer également les hauteurs de ces différents passages.



$\vec{V}$: vitesse sur trajectoire.

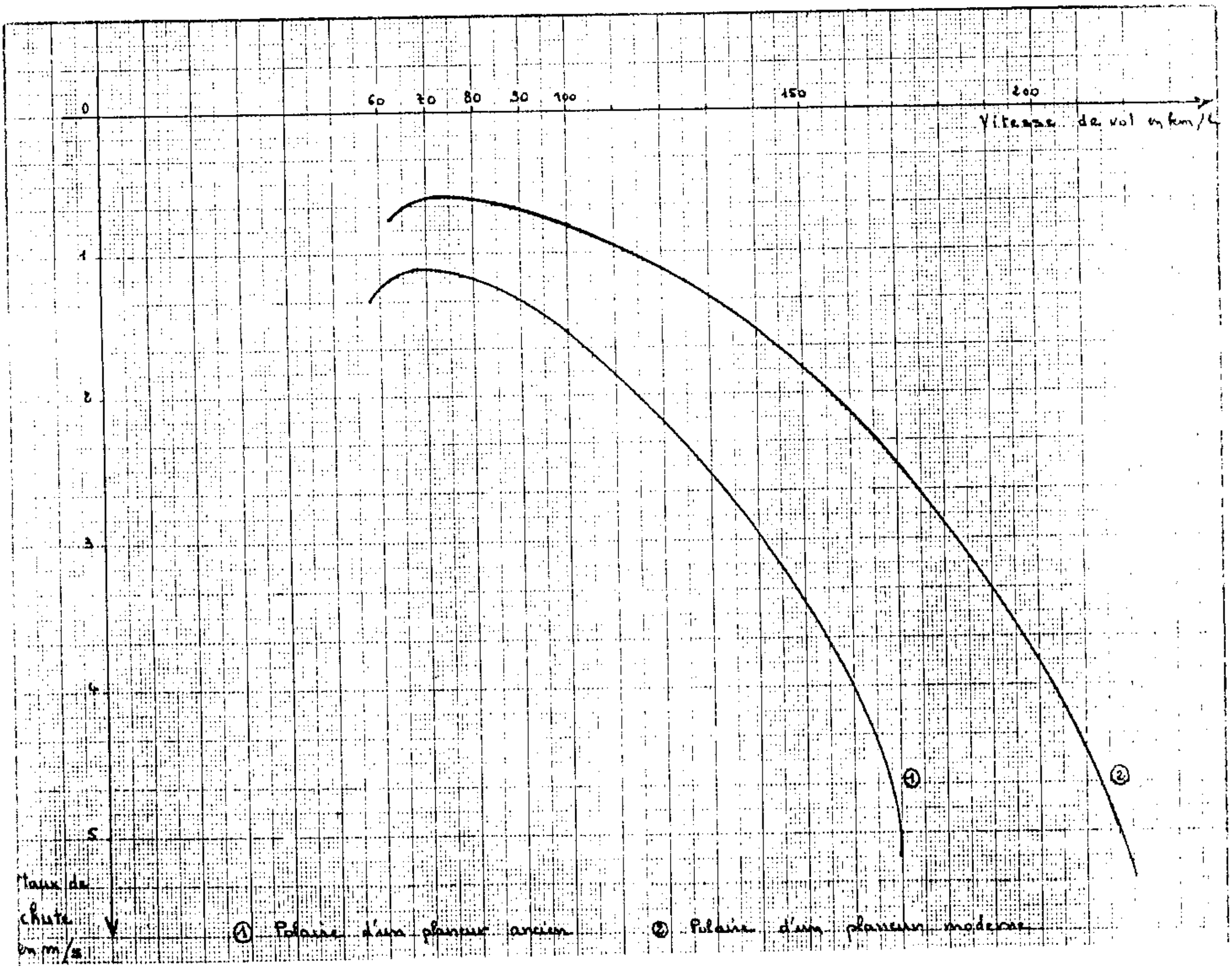
$\vec{V}_1$: taux de chute.

$\vec{V}_2$: vitesse-sol

Quelle vitesse faut-il utiliser pour que la durée du vol retour de L à T soit la plus courte possible ?
Quelle vitesse faut-il prendre pour que le survol de T se fasse le plus haut possible à l'arrivée ?

8. Quelle est la distance maximum que peut franchir un planeur qui se trouve à 1000 m de haut et qui évolue à la vitesse constante de 160 km/h ?
Soit A et A' les points des courbes d'abscisse 160. Calculer les coefficients directeurs des droites OA et OA' (attention aux unités !). Comparer vos résultats avec les réponses de la question 7.
Comment déterminer géométriquement la vitesse qu'il faut choisir lorsqu'on veut voler le plus loin possible ? Cette vitesse est appelée *vitesse de finesse maximale*. Quelles est cette vitesse pour les planeurs (1) et (2) ?

9. On appelle "finesse maximale" la distance maximale que peut franchir un planeur qui se trouve à 1000 m du sol. Quelles sont les finesses des deux planeurs étudiés ?



QUELQUES RESULTATS, FOURNIS PAR UN MATHEMATICIEN VELIVOLE

1. Planeur de type 1 : Vitesse de décrochage :58km/h.
VNE : 170 km/h
Planeur de type 2 : Vitesse de décrochage: 62km/h
VNE : 221 km/h

2. Taux de chute :

à 100 km/h : 1,6 m/s pour le planeur 1
0,8 m/s pour le planeur 2

à 150 km/h : 3,4 m/s pour le planeur 1
1,8 m/s pour le planeur 2

Les deux taux de chute ne peuvent être comparés que sur l'intervalle des valeurs des vitesses d'utilisation communes aux deux planeurs, c'est à dire entre 62 km/h et 170 km/h. Entre ces deux vitesses on remarque que, pour une vitesse donnée, le taux de chute du planeur ancien est plus élevé que celui du planeur moderne (cela est dû en grande partie à la forme de la voilure, au "profil" du planeur).

3. Vitesse de taux de chute mini :

68-69 km/h pour le planeur 1
73-74 km/h pour le planeur 2

Le pilote choisit cette vitesse dans le but de rester "en l'air" le plus longtemps possible (une épreuve du brevet de pilote de planeur consiste à effectuer un vol d'au moins 2 heures).

4. a) $\frac{3000}{120}$ = 2,5 m/s. Ce taux de chute correspond à 170 km/h. Il ne doit pas excéder 170 km/h.

Vitesse (km/h)	150	120	100	90	85	72	70
Taux de chute (m/s)	1,8	1,1	0,8	0,7	0,65	0,6	0,65
Distance (km)	37,037	48,48	55,55	57,14	58,12	53,33	47,86
Temps de vol pour 50 km	vaché!	vaché!	30'	33'19"	35'17"	41'39"	vaché!
Hauteur de passage en T (m.)	x	x	160	200	223,95	100	x

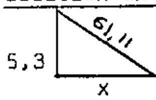
b) Le taux de chute mini est 0,6 m/s à 74 km/h.
$\frac{3000}{0,6}$ = 5000 s ⟶ 83' 20" ⟶ 1h 23' 20"

c) A 90 km/h, son taux de chute est de 0,7 m/s
$\frac{3000}{0,7}$ = 4286 s ⟶ 71' 25" ⟶ 1h 11' 25"

5. Cette phrase est vraie pour des vitesses comprises entre la vitesse de taux de chute mini et la VNE. En revanche, pour des vitesses comprises entre la vitesse de décrochage et la vitesse de taux de chute minimum on peut dire que : "Plus le planeur vole vite, moins son taux de chute est important" ou bien "Si la vitesse du planeur augmente, son taux de chute diminue".

6. A 220 km/h, le planeur 2 chute à 5,3 m/s

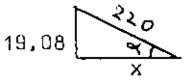
Solution en m/s :



220 km/h ⟶ 61,11 m/s

$x = \sqrt{(61,11)^2 - (5,3)^2} = 60,88$ m/s

Solution en km/h :



5,3 m/s ⟶ 19,08 km/h

$x = \sqrt{(220)^2 - (19,08)^2} = 219,17$ km/h

On remarque qu'on peut confondre vitesse sur trajectoire (ici 220) et vitesse par rapport au sol (ici 219,17)?

$\sin \alpha = \frac{19,08}{220} = 0,086\,727\,3$ d'où $\alpha = 4,975°$

7. A 150 km/h, il chute de 1,8 m/s.

Le temps de vol sera $\frac{1600}{1,8}$ = 888,88 s ⟶ 14' 50"

Il pourra parcourir $\frac{150}{3600}$x888,88 = 37,037 km

Conclusion : il ne pourra pas rejoindre son terrain d'atterrissage !

D'une manière générale, on trouve que la distance qu'il peut parcourir est donnée par :

$$\frac{1600}{3600} \times \frac{\text{vitesse (km/h)}}{\text{taux de chute(m/s)}} = \frac{4}{9} \times \frac{\text{vitesse}}{\text{taux de chute}}$$

La vitesse la plus élevée qui lui permet de rentrer au terrain (T) est 113 km/h. La durée de vol sera alors $\frac{50}{113}$ = 0,4425, ce qui correspond à 26'33";

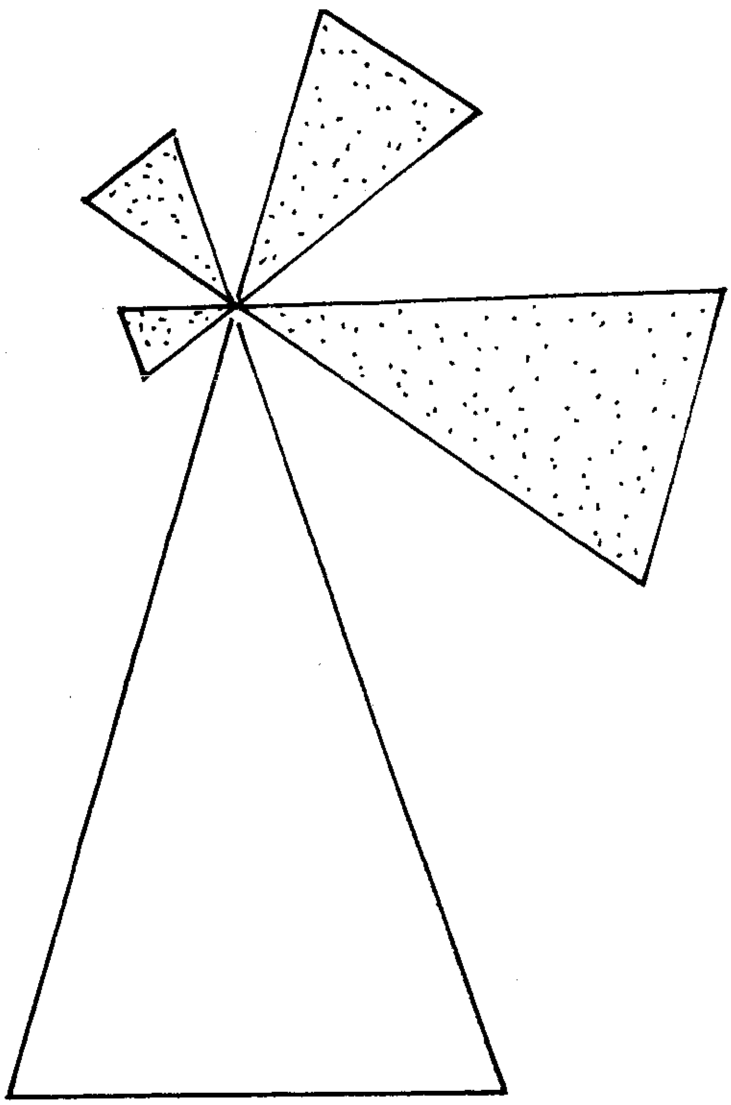
S'il vole à 85 km/h, le survol du terrain se fera à 224 m de hauteur, ce qui est la sécurité !

8. D'après la question précédente, cette distance est $\frac{1000}{3600} \times \frac{160}{2,15}$ = 20,67 km pour le planeur 2

$\frac{1000}{3600} \times \frac{160}{4}$ = 11,11 km pour le planeur 1

Le Moulin Doré

Jean SAUVY · Meudon



Observez le "Moulin Doré" représenté ci-contre.
Cherchez quelques unes de ses particularités.
Découvrez comment il a été construit.
Précisez quel(s) rapport(s) li(ent) les divers segments entre eux.
A quel polygone peut-on le rattacher ?
Pourquoi l'ai-je appelé "Moulin Doré" ?

Pour calculer les coefficients directeurs des droites OA et OA', il serait peut-être plus facile d'exprimer les taux de chute par des nombres négatifs. Donc, on peut dire aux élèves de remplacer 1, 2, 3 ... par -1, -2, -3 ...

Le coefficient directeur de OA' est donc :

$$\frac{-\ 2,15 \times 3600 \text{ (taux de chute en m/h)}}{160 \times 1000 \text{ (vitesse en m/h)}} = -\ 0,048$$

De même, le coefficient directeur de OA est donc:

$$\frac{-\ 4 \times 3600}{160 \times 1000} = -\ 0,09$$

Les nombres obtenus sont les opposés des inverses des réponses précédentes. Il faut donc déterminer géométriquement les points F et F' des courbes 1 et 2 pour lesquels les coefficients directeurs de OF et OF' sont maximums. Les points F et F' sont les points de contact des tangentes aux courbes 1 et 2 passant par O. La vitesse de finesse maximum est 85 km/h environ pour les planeurs de type 1 et 2.

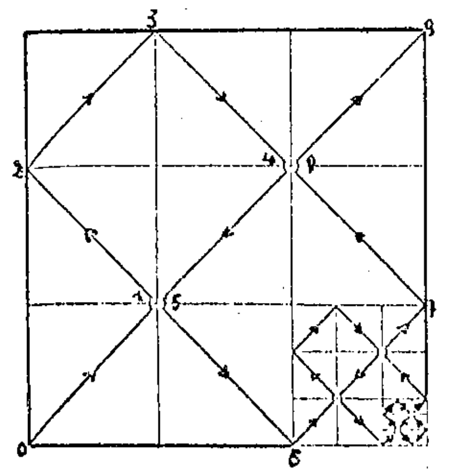
★ ★ ★

R & R² en bijection

Michel DARCHE · Orléans

On sait depuis Cantor que R^2 a la puissance du continu. Les courbes de Peano et leurs dérivées, ainsi qu'un raisonnement utilisant les fractions continues, permettent d'appréhender des bijections possibles entre R et R^2.

Les courbes de Peano (1858-1932) [1] montrent comment tout compact peut être mis en bijection avec un segment borné. Cantor (en 1878) [2,3] va plus loin en justifiant que R et R^2 sont en bijection. On peut donc caractériser un point du plan non pas par deux nombres, mais par un seul.



La courbe de Peano.

Sierpinski (en 1908) en donne une preuve simple et rapide qui s'appuie sur les fractions continues. Voici comment il procède.

Pour tout réel x_0, il détermine a_0 égal à la partie entière de x_0 plus un :

$a_0 = 1 + E(x_0)$

On a alors

$0 < a_0 - x_0 < 1$

Soit x_1 tel que

$$x_0 = a_0 - \frac{1}{x_1} \quad \text{c'est à dire} \quad x_1 = \frac{1}{a_0 - x_0}$$

Comme $x_1 \geqslant 1$, on pose

$a_1 = 1 + E(x_1)$ (donc $a_1 \geqslant 2$)

Soit x_2 tel que

$$x_1 = a_1 - \frac{1}{x_2} \quad \text{c'est à dire} \quad x_2 = \frac{1}{a_1 - x_1}$$

donc $x_2 \geqslant 1$.

En réitérant le procédé, on obtient ainsi une suite infinie (a_i) $(i \in N)$ d'entiers tous supérieurs ou égaux à 2 à partir de a_1.

On peut écrire

$$x_0 = a_0 - \cfrac{1}{a_1 - \cfrac{1}{a_2 - \cfrac{1}{a_3 - \dots}}}$$

Exemples :

$$\frac{3}{5} = 1 - \cfrac{1}{3 - \cfrac{1}{3 - \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{2 - \dots}}}}$$

avec $a_0 = 1$, $a_1 = a_2 = 3$ et pour $n \geqslant 3$ $a_n = 2$

$$\sqrt{2} = 2 - \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{4 - \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{4 - \dots}}}}$$

avec $a_0 = 2$ et pour $n \geqslant 1$ $a_{2n-1} = 2$, $a_{2n} = 4$

On écrira $\frac{3}{5} \to (1,3,3,\overline{2},\overline{2},\dots.)$

et $\sqrt{2} \to (2,\overline{2,4},\overline{2,4},\dots.)$

Vérifier que :

$\pi \to (4,2,2,2,2,2,2,17,294,15,2,2,4,\dots\ ?)$

$e \to (3,4,3,2,2,2,3,8,3,2,2,2,2,2,\dots..\ ?)$

Ainsi à tout réel on associe une suite infinie d'entiers tous supérieurs ou égaux à 2 à partir de a_1. Sierpinski [4] affirme que cette correspondance est bijective. Vous pouvez-vous ! y attaquer en vous inspirant des fractions continues [5] *(1)*.

Revenons à notre bijection entre R et R^2 ou plutôt entre R^+ et $(R^+)^2$; par la bijection "de" Sierpinski, à tout réel positif x est associé une suite d'entiers (a_i) avec :

$a_0 \geqslant 1$ donc $a_0 = 1 + \alpha_0$ et $\alpha_0 \geqslant 0$

et, pour $i \geqslant 1$:

$a_i \geqslant 2$ donc $a_i = 2 + \alpha_i$ et $\alpha_i \geqslant 0$

Par cette translation, à tout x_0 positif, on peut associer de manière unique une suite "infinie bien définie" (α_i) de réels positifs. Notons φ cette bijection de R^+ dans l'ensemble des suites réelles. Elle permet de mettre en bijection R^+ et $(R^+)^2$. Voici comment.

Soit x et y deux réels positifs. On a :

$\varphi(x) = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots)$ et

$\varphi(y) = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots)$

Associons leur le réel positif z tel que

$\varphi(z) = (\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \ldots.)$

Réciproquement, à tout réel positif z tel que

$\varphi(z) = (\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \ldots)$

on associe le couple (x,y) de réels positifs tels que

$\varphi(x) = (\gamma_0, \gamma_2, \ldots, \gamma_{2n}, \ldots)$ et

$\varphi(y) = (\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{2n+1}, \ldots.)$

Tout point du quadrant $(x \geqslant 0, y \geqslant 0)$ est ainsi entièrement déterminé par... un seul nombre réel !

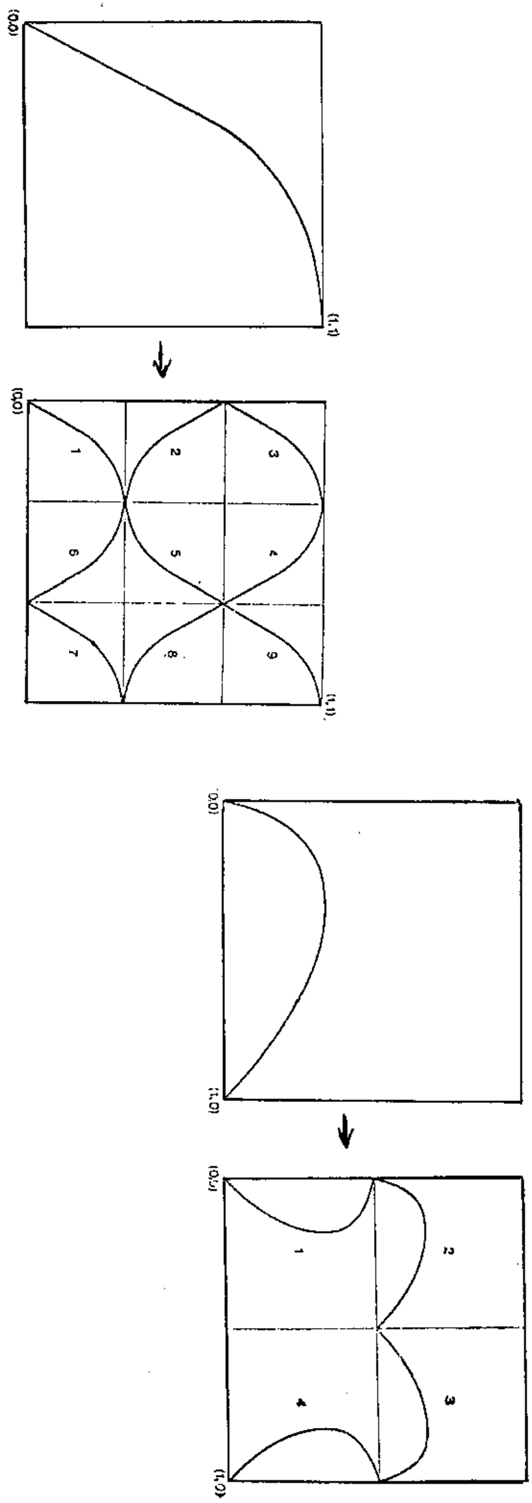
Exemple.

Le point de coordonnées $(3/5, \sqrt{2})$ est ainsi déterminé par le réel associé à la suite (0,1,1,0,1,2,0,0,0,2,0,0,...)

Quels sont les points déterminés par les réels associés :
à la suite (2,0,0,2,0,0,0,0,...) ?
à la suite (1,0,2,0,2,0,2,0,...) ?

Quels sont les vingt premiers termes de la suite liée au réel définissant le point de coordonnées (e,π) ?

Je vous laisse prolonger ce raisonnement à R et R^2, R^3, R^n. Heureusement, définir un point du plan ou d'un espace de dimension n $(n \geqslant 2)$ par un seul nombre est bien incommode dans la pratique; il suffit de connaître des fractions continues "non périodiques" pour s'en convaincre. On peut donc en rester à la seule connaissance de ce "paradoxe" qui ne fait pas de différence entre les fonctions réelles d'une seule ou de plusieurs variables réelles et rend R et C, la droite et le plan, équipotents.



Autres courbes "remplissant" le carré, et définies par itération.

(1) A toute suite $(a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots)$ correspond un et un seul réel x qui est la fraction continue

$$a_0 - \cfrac{1}{a_1 - \cfrac{1}{a_2 - \cfrac{1}{a_3 - \ldots.}}}$$

En effet, toute réduite d'ordre n s'écrit

$$a_0 - \frac{1}{q_0 q_1} - \frac{1}{q_1 q_2} - \ldots.. - \frac{1}{q_{n-1} q_n}$$

avec $q_0 = 1$, $q_1 = a_1$ et pour tout $k \geqslant 2$:

$q_k = q_{k-1} \cdot q_k - q_{k-2}$.

Par ailleurs, pour tout $k \geqslant 0$ on a, par récurrence : $q_k \geqslant k+1$.

La série S de terme général $\frac{1}{q_{k-1} \cdot q_k}$ est donc majorée par la série S' de terme général $\frac{1}{k(k+1)}$ qui converge.

La série S converge donc et le réel x_0 existe, unique et égal à a_0.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Courbes de PEANO, *in PLOT n° 9 (oct 79) (encadrés pages 16 à 20).*

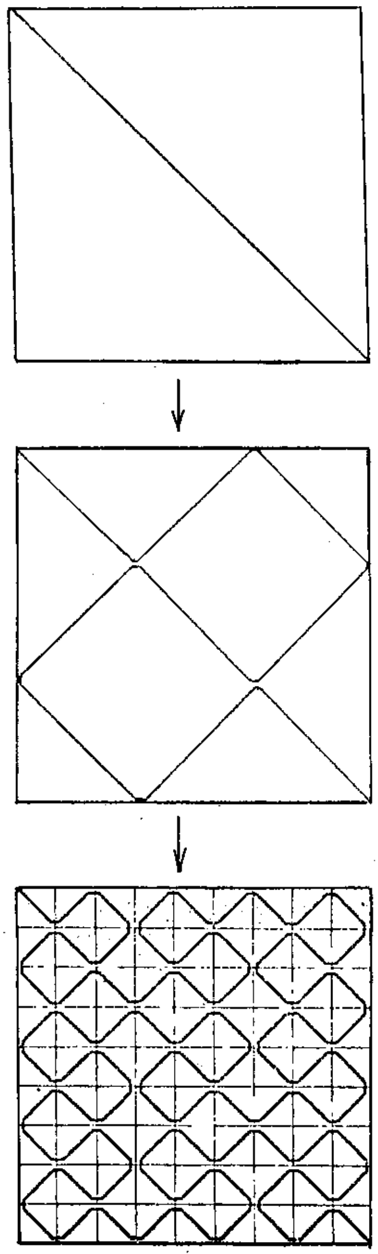
[2] CANTOR : Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre. *Journal für reine und angewandre Mathematik (1978 - Page 242).*

[3] BOREL : Leçons sur la théorie des fonctions. *Paris 1848.*

[4] Waclaw SIERPINSKI : Sur un théorème de Cantor *in Oeuvres choisies. Académie polonaise des Sciences (tome 2, 1975).*

[5] Calculs 2. *Irem de Paris-Sud (Mars 1980). page 41.*

[6] PEANO *in Encyclopedia Universalis (12. p. 651).*



Les trois premières étapes du "remplissage" du carré par la courbe de Peano.

QUI SONT LES ABONNES AU plot ?

Aucun sondage ne nous permet de dire avec précision la marque de bière préférée de nos abonnés. Nous pouvons quand même dire plusieurs choses à leur propos.

Tout d'abord, la majorité de nos lecteurs enseignent les mathématiques. Cela paraît couler de source, mais il ne faut pas oublier la frange de non-enseignants qui nous lit : quelques conjoints d'enseignants, par exemple, dont les activités professionnelles sont bien éloignées des classes...

Plus sérieusement, on peut étudier la répartition géographique *de nos abonnés (en oubliant les journaux vendus au numéro). On obtient la répartition suivante au 15 Juin 1982, date de "bouclage" de ce numéro :*

REGIONALE DE POITIERS

148 abonnés, dont

16	Charente :	16
17	Charente Maritime :	41
79	Deux Sèvres :	32
86	Vienne :	59

REGIONALE DE LIMOGES

82 abonnés, dont

19	Corrèze :	18
23	Creuse :	7
87	Haute Vienne :	57

REGIONALE D'ORLEANS-TOURS

250 abonnés, dont

18	Cher :	28
28	Eure et Loir :	39
36	Indre :	22
37	Indre et Loire :	62
41	Loir et Cher :	31
45	Loiret :	68

AUCUN DES DEPARTEMENTS PRECEDENTS

188 abonnés, dont

France Métropolitaine :	174
Ile de la Réunion :	3
Pays étrangers :	11

(Allemagne Fédérale, Brésil, Canada, Espagne, Ethiopie, Luxembourg, Portugal, Suisse, Tunisie).

On constate, à défaut d'une analyse plus fine, que dans les trois Régionales éditrices, les membres de l'APMEP sont loin d'être tous abonnés au PLOT. De même, le nombre d'abonnés provenant d'autres départements est en progression régulière.

Dans les Revues

Le dernier numéro du PLOT a signalé un très intéressant numéro de

MATH-ECOLE n° 100/101 (nov 81) (11, rue Sillem CH 1207 Genève)

Voici quelques indications qur quelques articles qui ne sont pas des résumés mais seulement des points de repère, de questionnement. Ces indications ne veulent qu'inciter le lecteur à consulter l'article ibtégral.
Alors, bonne lecture..... J.M. Guignard.

"Ce numéro anniversaire comprend des articles en "provenance de tous les pays francophones. Il "est, dans sa diversité, unreflet des préoccupa-"tions du moment. (Raymond Hutin)".

QUELQUES INDICATIONS SUR QUELQUES ARTICLES

MATHEMATIQUES ET EDUCATION DU SENS CRITIQUE par Renato Traversi Bellinzone. (page 8)

On retrouve dans cet article des idées proches des Instructions du Cycle Moyen français. En particulier :

"Le sens critique peut se manifester de plu-"sieurs manières :
-savoir repérer des erreurs, des contradictions dans les contextes les plus variés.
-savoir rechercher des informations nécessaires pour atteindre un objectif.
-savoir estimer, formuler des hypothèses et vérifier les résultats.
-savoir poser des questions, inventer de manière autonome un problème.
...."

L'article est illustré de situations couvrant ces objectifs.

A PROPOS DE LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES par Jean Brun, FPSE, Université de Genève (page 14).

Une réflexion sur la place de la didactique dans l'ensemble de la pédagogie.

"L'analyse didactique se caractérise principalement par la mise en relation de trois éléments:
- les contenus de savoir.
- la situation didactique et ses composantes.
- l'activité cognitive des élèves.

x les contenus de savoir.
Réflexion sur la prise en compte des savoirs et savoir-faire proposés par les programmes :
- ne pas se limiter aux contenus des programmes.
- ces contenus ne fixent pas les limites dans lesquelles les élèves élaborent leurs représentations des concepts mathématiques.
- pertinence des découpage des programmes.

x la situation didactique et ses composantes.
La situation didactique au sens large consiste en un ensemble d'interactions entre le maître, les élèves, les contenus du savoir et le milieu.

x l'activité cognitive des élèves.
Elle est constituée par l'interaction entre la situation didactique et les élèves"

Enfin une réflexion sur la conduite de la recherche en didactique où l'observation et l'expérimentation sont capitales mais comportent des limites; elles sont d'autant meilleures qu'elles s'appuient sur des résultats obtenus par d'autres moyens : entretiens individuels, expériences planifiées ...
Et surtout, elles doivent être préparées par l'analyse de la situation et la mise au point de questions et des anticipations que l'on peut faire à propos des conduites des élèves.

JEUX PEDAGOGIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHEMATIQUE A L'ECOLE PRIMAIRE par Linda Allal (Faculté de psychologie et des Sciences de l'Education de Genève) (page 33).

Une réflexion à partir et sur une expérience didactique conduite avec des jeunes enfants du primaire.
Comparaison des activités classiques (leçons, exercices et situations-problèmes) et des jeux.
Par exemple

"La signification de la réussite et de l'échec est différente de celle que l'élève rencontre habituellement dans des situations de non-jeu à l'école. La différence principale réside dans le fait que la réussite ou l'échec d'un joueur s'inscrit dans une partie; le résultat d'un jeu n'est donc jamais définitif...

Il est plus difficile, par contre, d'identifier des points de repère adéquats pour distinguer des jeux de deux autres dispositifs pédagogiques :
- les exercices,
- les situations-problèmes ..."

C'est ce qui est tenté dans la suite de l'article. On y trouve aussi le début du compte rendu de l'expérience .... A suivre.

APPRENDRE LES MATHEMATIQUES A L'ECOLE AUJOURD'HUI par Jacques Colomb, INRP Paris (page 53).

D'abord, une brève réflexion sur les résultats de deux enquêtes conduites, l'une par l'INRP ("Enquête sur l'enseignement des maths à l'école élémentaire" INRP Paris 78/79), l'autre par le service de la Recherche Pédagogique de Genève ("Mathématique 4P SRP" Genève 1981).

Quelques paramètres importants dans la construction des connaissances mathématiques :
- la place du matériel didactique.
- la complexité de la situation.
- le rôle de la communication.

Commentaires des principaux objectifs pour un apprentissage à la résolution de problèmes :
- savoir rechercher, sélectionner et organiser l'information.
- savoir résoudre des problèmes.
- savoir valider des solutions.
- savoir communiquer les démarches et les résultats.

REGIONALE DE LIMOGES

CCP : LIMOGES 177 66 R

Secrétariat : IREM. 123, rue Albert Thomas 87060 LIMOGES Cedex (55).79.24.12
Président d'honneur : Mr ROGERIE 22, rue L. Codet 87200 St JUNIEN (55).02.15.69
Président : Mr NICOLAS 29, rue A. Tixier 87100 LIMOGES (55).77.07.76
Vice-Présidents :
-Corrèze : Mr BOUTEILLER 7 bis, av. du Pdt Roosevelt 19100 BRIVE (55).74.20.11
-Creuse : Mr BOURCY Ecole Primaire 23130 CHENERAILLES
-Hte Vienne : Mr LABROUSSE 9, rue du Petit Tour 87100 LIMOGES (55).33.49.70
Secrétaire : Mr LABROUSSE.
Secrétaire-adjoint : Mr LERY 14, rue C. Flammarion 19100 BRIVE (55).87.33.36
Trésorier : Mr DUVEAU 4, rue Eugène Leroy 87500 St YRIEIX (55).75.07.32
Brochures : Mme ROUGIER 37, av. de la Vienne 87170 ISLE (55).50.25.00
Mr CATHALIFAUD 20, allée de Villagory 97100 LIMOGES (55).30.58.56
Enseignement Primaire : Mme ROUGIER, Mr CATHALIFAUD
Liaison CM_2-6è : Mr CREPIN 94, av. de Locarno 87100 LIMOGES (55). 33.46.68
Premier Cycle : Mr LACOTTE 6, av. René Coty 87100 LIMOGES (55).01.31.61
Second Cycle : Mme PESTEL Collège Guy de Maupassant 97100 LIMOGES
Mr FELDMAN 16, impasse J. Roux 87100 LIMOGES (55).37.47.09
Post Baccalauréat : Mr MORIN 18, domaine de la Garde 87100 LIMOGES
Formation des maîtres : Mr FREDON 40, rue Regnard 87100 LIMOGES (55).79.34.02
Liaisons interdisciplinaires : Mr ROUGIER 35, av. de la Vienne 87170 ISLE (55).50.25.00
C.A. de l'IREM : Mr ROUGIER
P.L.O.T. : Mr CREPIN

REGIONALE D'ORLEANS - TOURS

CCP : LA SOURCE 1440 09 X

Siège Social : IREM. Université 45046 ORLEANS Cedex
Président : Jacques PINAUD 4, rue de la Tuilerie. Chambléan-Garnay
28500 VERNOUILLET (37).46.82.82
Trésorier : André DUTHILLEUL 13, rue du Domaine 37300 JOUE LES TOURS (47).27.75.74
Secrétaires : Rémy CHARPENTIER 1, av. Voltaire 45100 ORLEANS (38).63.23.86
Michel DARCHE 1, rue Albert Laville 45000 ORLEANS (38).62.22.85
Patrick MARTHE 15, rue Berthollet 45100 ORLEANS (38).63.12.83
Pascal MONSELLIER Les Tourelles. Marcilly-en-Villette
45240 LA FERTE SAINT AUBIN (38).65.11.77

Tâches du bureau : Enseignement Elémentaire - Matériel Pédagogique : Michel Darche
Enseignement du Premier Cycle : André Duthilleul
Enseignement du Second Cycle : Jacques Pinaud
Enseignement Supérieur : Rémy Charpentier
Informatique : Patrick Marthe
Publications : Pascal Monsellier

REGIONALE DE POITIERS CCP : BORDEAUX 3852 59 D

Siège Social : CRDP 6, rue Sainte Catherine 86034 Poitiers
Président : J. FORT (Université)
Secrétaire : M. PUYGRENIER La Folie 86500 MONTMORILLON (49).91.15.36
Trésorière : J. CARTRON 1, impasse des Fauvettes 79000 NIORT (49).24.41.29

Secrétaires des Départementales :

16 : M. MESNARD Résidence des Tilleuls, rue Parmentier 16000 ANGOULEME (45).92.95.69
17 : M. FOURNIER 10, avenue de Terrefort 17100 SAINTES (46).93.28.74
79 : J-P GUICHARD Le Chenim Vert. Boisvert. Le Tallud 79200 PARTHENAY
86 : M-H CHAUSSEAU 14, rue Maurice Bedel 86100 CHATELLERAULT (49).21.84.51

Commissions :

Elémentaire : J. BELLICAUD 28, la Dinière 86180 BUXEROLLES (49).61.00.44
1er Cycle : D. PORTE 10, rue des Grands Chênes 86280 St BENOIT (49).88.43.87
2ème Cycle : D. PORTE 10, rue des Grands Chênes 86280 St BENOIT (49).88.43.87
Technique : M. FOURNIER
Informatique : G. DESENFANT St Gelars 79410 ECHIRE (49).75.01.38
Jeux : J .FROMENTIN 17, rue de la Roussille 79000 NIORT (49).28.39.77
Sujets d'examen : G. BORION 12, rue E. Grimaux 86000 POITIERS (49).01.77.84
Publications régionales : J. FROMENTIN et
J. BOROWCZYK 1, rue de Provence 86000 POITIERS (49).47.71.27
Supérieur et Formation Continue :
C. BLOCH 138, rue de la Mérigote 86000 POITIERS (49).41.40.74
Représentant de l'APM au Conseil de gestion de l'IREM : G. BORION (suppléant : BONNEVAL)
Candidat de la Régionale pour le Comité National : J. COURTOIS

ABONNEMENT AU plot

Tarif pour 1982 (France et Etranger voie de surface) : Tarif normal ....: 40 F
Tarif réduit (membres de l'APMEP) : 30 F
Abonnement au SUPPLEMENT du PLOT 2 numéros ....: 30 F

POUR S'ABONNER :

Envoyer vos NOM, Prénom et adresse (avec code postal complet) à APMEP. Irem. Université 45046 ORLEANS Cedex

Joindre à l'envoi un chèque d'un montant correct libellé à l'ordre de REGIONALE APMEP (ne rien préciser d'autre)

ATTENTION ! Seuls les abonnés au PLOT peuvent s'abonner au SUPPLEMENT du PLOT.