plot

BULLETIN DES REGIONALES APMEP DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

Sommaire du n°17

Rencontres

Pratique

Echanges

Abonnement & Agenda

BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

Le premier prix est "port compris". Le prix entre parenthèses est "port non compris".

8. **Mots I**, 1974, 100 p., 14,50 F (10 F).
9. **Elem-Math I**, 1975, 56 p., 6 F (4 F).
10. **Carrés magiques**, par Belouze, Glaymann, Haug et Herz, 1975, 48 p., 6 F (4 F).
11. **Mots II**, 1975, 108 p., 14,50 F (10 F).
13. **Mathématique pour la formation d'adultes** (CUEEP), par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p., 21,50 F (15 F).
14. **A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième** (IREM de Toulouse - A.P.M.E.P.), 2ème édition 1976, 220 p., 21,50 F (15 F).
15. **Mots III**, 1976, 136 p., 16,50 F (12 F).
16. **Elem-Math II**, 1976, 56 p., 8 F (6 F).
17. **Hasardons-nous**, 1976, 220 p., 31,50 F (25 F).
18. **La Mathématique au Collège d'Enseignement Technique**, par J. Blion et C. Pagano, 1977, 32 p. Epuisé.
19. **Elem-Math III, La division à l'école élémentaire**, 1977, 100 p., 14,50 F (10 F).
20. **Quelques apports de l'Informatique à l'Enseignement des Mathématiques**, 1977, 280 p., 31,50 F (25 F).
21. **Géométrie au premier cycle, tome 1**, 1977, 208 p., 31,50 F (25 F).
22. **Géométrie au premier cycle, tome 2**, 1978, 328 p., 36,50 F (30 F).
23. **Pavés et bulles**, par Françoise Pécaut, 1978, 288 p., 31,50 F (25 F).
24. **Calculateurs programmables et algèbre de quatrième** (une recherche inter-IREM), 1978, 120 p., 24,50 F (20 F).
25. **Mots IV**, 1978, 152 p., 16,50 F (12 F).
26. **Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire**, 1978, 64 p., 13,50 F (9 F).
27. **Pour une mathématique vivante en Seconde**, 1979, 128 p., 19,50 F (15 F).
28. **Analyse des données, tome 1**, 1980, 248 p., 36,50 F (30 F).
29. **Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Elémentaire**, 1979, 192 p., 24,50 F (18 F).
30. **Les manuels scolaires de mathématiques**, 1979, 280 p., 36,50 F (30 F).
31. **Calculatrices 4 opérations** (Elémentaire et premier cycle), 1979, 176 p., 19,50 F (15 F).
33. **Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1**, 1979, 248 p., 31,50 F (25 F).
34. **Recherche inter-IREM, 1973-78**, en géométrie de 4ème-3ème, dite "**O.P.C.**" : réflexion critique et évaluation, 1979, 160 p. Epuisé.
35. **Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes**, 1979, 104 p., 24,50 F (20 F).
36. **Elem-Math VI, Le triangle à l'Ecole Elémentaire**, 1980, 64 p., 11 F (9 F).
37. **Mots V**, 1980, 114 p., 18,50 F (14 F).
38. **Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 2**, 1981, 140 p., 31,50 F (27 F).
40. **Analyse des données, tome 2**, 1980, 296 p., 40 F (33 F).
41. **Fragments d'histoire des mathématiques**, 1981, sous presse.
42. **"Mini-grille" d'analyse des manuels scolaires de mathématiques**, 1981, 56 p., 17,50 F (15 F).
43. **Mathématique active en Seconde**, 1981, 228 p., 45 F (38 F).

Commandez ces brochures à une des Régionales (voir en dernière page les adresses).

Francois Viète existe !
Des élèves de 5è l'ont rencontré...

Jean-Paul GUICHARD - Parthenay

*** Le cadre**

Le travail sur Viète dont il est question, effectué essentiellement par des élèves de 5ème, s'inscrit dans le cadre plus général d'un P.A.C.T.E. (Projet d'Activités Éducatives et Culturelles) mis en œuvre par les professeurs et élèves de 5ème du collège de Parthenay (treize 5ème, 311 élèves) dont le point de départ a été une série d'animations sur le thème «musique et danses de la Renaissance» Le PACTE a eu pour objet l'étude de divers aspects de la vie sociale et culturelle à l'époque de la Renaissance en liaison étroite avec la région.

La phase finale du travail a été une soirée sur la Renaissance en l'église Saint-Pierre de Parthenay-le-Vieux le jeudi 26 avril 1981 avec :

1/ une exposition : une vingtaine de panneaux, deux vitrines de livres anciens, des décors et fresques, ainsi que quelques pâtisseries de la Renaissance.

2/ une représentation des élèves (1ère partie du spectacle) :
- interprétation de la pavane «Belle qui tiens ma vie»
- enchaînement de danses
- montage théâtral à partir de textes de la Renaissance.

3/ un jeu musical, «Capriol» mêlant musique, danse et théatre par l'ensemble Praetorius et le théâtre du Bocage (2ème partie)

L'exposition quant à elle, a été réinstallée au Palais des Congrès de Parthenay jusqu'au dimanche suivant et doit l'être dans les deux établissements constituant le collège de Parthenay.

*** Le travail sur Viète**

C'est avec un certain retard que j'ai entrevu la possibilité d'insérer les professeurs de mathématiques dans ce PACTE, Le thème : «Viète», mathématicien fort méconnu. L'intérêt, entre autres, était que Viète (1540 - 1603) est né à Fontenay-le-Comte non loin de Parthenay (53 km) et que sa vie est liée à la famille des Parthenay-Larchevêque.

François Viète (1540-1603)

Comment s'est déroulé ce travail ?

1er temps : réunion d'information des professeurs de maths de 5ème sur Viète et le parti qu'on pouvait en tirer.

2ème temps : une sortie à Fontenay-le-Comte, un vendredi après-midi avec une cinquantaine d'élèves, quatre professeurs (dont trois de maths) et le documentaliste ; un car.

But de la sortie :
- visite de la bibliothèque municipale et confrontation avec des ouvrages de Viète.
- visite des monuments du Fontenay Renaissance.

Les élèves (4 de chaque classe de 5ème) avaient pour mission de faire un compte rendu devant leurs classes respectives de la visite de Fontenay, ce qui a été un grand facteur de motivation.

3ème temps : compte-rendu oral, dans chaque classe de 5ème, en cours de mathématiques (et aussi dans d'autres cours) de la visite de Fontenay, puis un compte rendu écrit de chaque classe.

4ème temps : réunion des professeurs de maths de de 5ème intéressés par un travail sur Viète avec leurs élèves, et répartition des thèmes abordables - à partir d'un document de travail - en fonction des intérêts suscités par la visite.

Bilan : 5 professeurs intéressés sur les thèmes suivants :
- la notation algébrique de la Renaissance (5ème)
- décodage de messages secrets (5ème)
- racines carrées et puzzles (5ème)
- l'équation d'Adrianus Romanus,
- le calcul de π par la formule de Viète
- le carré magique de Dürer, (5ème)

et la biographie de Viète (à partir de la collecte des compte rendus de toutes les 5ème).
- confection d'une carte de France en y faisant figurer les déplacements de Viète (CPPN)

Ont aussi été concernés deux autres professeurs pour :
- une traduction d'écrits en anglais sur Viète (dans une 3ème math)
- une traduction d'une courte biographie de Viète en espagnol (dans une 5ème espagnol)

Objectif : l'exposition du 27 avril

5ème temps : travail des élèves soit en cours, soit en dehors des heures de cours (maison ou clubs).

On doit noter l'intérêt témoigné par certains élèves dont les résultats en mathématique, et la motivation pour celle-ci étaient très faibles.

6ème temps : confection de 4 panneaux pour l'exposition (un mercredi, deux élèves et deux professeurs).

*** Les panneaux**

1er panneau : biographies de Viète agrandissement d'une photo tirée d'un livre (club photo), carré diabolique de Dürer

2ème panneau : carte des déplacements de Viète, biographies (suite), décodage de messages secrets : principe et exemples.

3ème panneau : l'équation d'Adrianus Romanus (le problème, le tableau des solutions, la construction géométrique des solutions) ;
la notation algébrique.

4ème panneau : racines carrées et puzzles ;
calcul de π : utilisation de l'algorithme de Viète avec l'aide d'une calculatrice.

*** Conclusion**

Ce travail a quelque peu bousculé les habitudes, et certains ont eu du mal à voir comment insérer un tel travail dans la pratique quotidienne de la classe. Cependant il a été une ouverture vers autre chose pour tous - élèves et professeurs -, un travail enthousiasmant pour quelques uns, et une recherche plus approfondie sur Viète pour moi-même.

La recherche des documents a été facilitée grâce au réseau du groupe inter-IREM d'épistémologie et au concours de l'IREM de POITIERS qui a fourni des documents intéressants de sources variées (bibliothèque municipale, prêt inter-universitaire...)

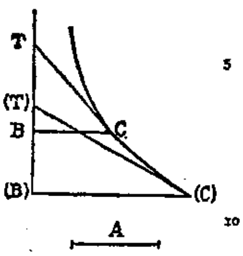
Francois Viète vu par...

A l'occasion de l'exposition réalisée par les classes du Collège de Parthenay, les élèves ont recherché un grand nombre de textes concernant François Viète. Leur moisson est abondante, et il nous a paru intéressant de reproduire certains d'entre eux, qui sont fort peu connus.

Toutes les photos reproduites dans ces pages ont été prises lors de l'exposition.

... LEIBNIZ (lettre à Malebranche 1679)

La géometrie est ce que j'estime le moins en M. Descartes ; il est assez aisé de tirer de l'analyse de Viète la plupart de ce qu'il en dit et si Viète ne s'est pas servi des lignes courbes au-dessus du cercle, c'est qu'il était dans la persuasion que ces constructions n'étaient pas géométriques ; car il avait un peu trop de respect pour les anciens. On n'a qu'à examiner de près ses ouvrages pour juger ce qu'il était capable de faire en Géometrie. Mais après tout, la Géométrie de Viète et de Descartes est à proportion de ce qu'on peut faire à présent comme les éléments d'Euclide sont à l'égard d'Archimède . Il s'en faut beaucoup que tous les problèmes se puissent réduire aux équations : par exemple qu'on trouve une ligne courbe C (C) de telle nature que si on mène d'un point pris dans la courbe C ou (C) une ordonnée CB ou (C) (B) et une tangente CT ou (C) (T) jusqu'à l'axe T (T) B (B) ; la partie de l'axe interceptée entre l'ordonnée et la tangente, savoir TB ou (T) (B) soit toujours égale à une même ligne droite donnée de grandeur A.



La plupart des plus beaux problèmes de mécanique reviennent à de telles questions de géométrie qui ne sont ni planes ni cubiques ni sur-solides, etc. , mais de toute autre nature. Pour manier ces problèmes il faut une toute autre espèce d'analyse, plus différente de celle de Viète et Descartes que la leur n'est de l'Algèbre de Cardan .

... FOURIER

« L'algèbre n'était encore qu'un art « ingénieux, borné à la recherche des nombres, « a dit Fourier, il en montra toute l'étendue, et « substitua des expressions générales à des ré- « sultats particuliers. Viète, qui avait médité « profondément sur la nature de l'algèbre, vit « que le caractère principal de cette science « consiste à énoncer ces rapports. Newton ex- « prima depuis la même pensée lorsqu'il définit « l'algèbre l'arithmétique universelle. Les pre- « mières conséquences de cette vue générale de « Viète sont l'application qu'il fit lui-même de « son *Analyse spécieuse* à la géométrie, et la « théorie des lignes courbes, due à Descartes, « idée capitale et féconde, qui sert de fondement « à l'analyse des fonctions, et devint l'origine « des plus sublimes découvertes. Elle donna lieu « de regarder Descartes comme le premier auteur « de l'application de l'algèbre à la géométrie; « mais cette découverte appartient à Viète; car « il résolvait les questions de géométrie par « l'analyse algébrique, et déduisait des solutions « les constructions géométriques. Ces recherches « le conduisirent à la théorie des sections angu- « laires, et il forma les équations générales qui « expriment les valeurs des cordes. C'est dans « cette théorie qu'il puisa l'explication inattendue « de la difficulté propre au cas irréductible. Il « ramena la recherche des racines à une question « de géométrie, ce que Raphaël Bombelli avait « déjà entrevu; et il apprit à trouver les racines « dans les tables trigonometriques. On ne pouvait « dans cette question paradoxale rien découvrir « de plus décisif et de plus clair. Viète posa aussi « les fondements de la théorie des équations « algébriques; car il apprit à former les coeffi- « cients des puissances successives de l'inconnue; « et il n'y a aucune propriété générale qui ne « dérive de ce principe. »

LAGRANGE

Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés (1798): «VIÈTE est le premier qui se soit occupé de la résolution des équations d'un degré quelconque. Il a fait voir dans son traité *De numerosa potestatum adfictorum resolutione,* comment on peut résoudre plusieurs équations de ce genre par des opérations analogues à celles qui servaient à extraire les racines des nombres. HARRIOT, OUGHTRED, PELL, *etc.*, ont cherché à faciliter la pratique de cette méthode en donnant des règles particulières pour diminuer les tâtonnements suivant les différents cas qui ont lieu dans les équations relativement aux signes de leurs termes. Mais la multitude des opérations qu'elle demande et l'incertitude du succès dans un grand nombre des cas l'ont fait abandonner entièrement».

«A la méthode de VIÈTE a succédé celle de NEWTON, qui n'est proprement qu'une méthode d'approximation ».

... Frédéric RITTER

Ingénieur au Corps Impérial des Ponts et Chaussées qui a résidé quelques années, à cause de ses fonctions à Fontenay le Comte et qui entreprit la traduction complète des œuvres de Viète, afin de «payer à Viète la dette contractée envers lui par la postérité oublieuse».
Il est mort en 1893.

« Avant Viete , la science que l'on nomme aujourd'hui algèbre n'existait pas; celle qui portait ce nom se réduisait à la recherche pénible de problèmes numériques, pour la plupart du domaine de l'arithmétique ordinaire, où l'on ne faisait usage de lettres et autres signes que pour soulager la mémoire et indiquer les quantités inconnues. On arrivait à résoudre les questions proposées par une série de calculs et de déductions logiques; mais comme on opérait sur des nombres, ceux-ci, se combinant les uns avec les autres, ne laissaient aucune trace de la marche que l'on avait suivie. Si la même question se présentait avec des données numériques différentes, il fallait recommencer tout le travail. Un exemple fort simple fera comprendre ce qu'était la science à cette époque. Supposons que l'on demande de déterminer deux nombres dont la somme soit 7 et la différence 5. On trouve 6 et 1. Mais rien ne montre comment 7 et 5 entrent dans le résultat obtenu. Par conséquent, si l'on propose la question avec d'autres nombres, il faudra reprendre tous les calculs.

» Viete conçut l'idée ingénieuse de représenter les quantités par des lettres, qui, ne pouvant se fondre par le calcul, présentaient, au moyen de certaines notations conventionnelles, la trace des opérations effectuées pour arriver à la solution des questions proposées. Ainsi, pour le problème indiqué plus haut, il l'énonçait dans les termes suivants : déterminer deux nombres dont la somme est A et la différence B. Il trouvait alors une expression symbolique ou *formule* qui lui apprenait que le plus grand s'obtenait en ajoutant la demi-somme à la demi-différence, et le plus petit en retranchant de la demi-somme la demi-différence. La même règle s'appliquait, quels que fussent les nombres donnés et la question une fois résolue, l'était pour toujours.

» Cette conception si simple fut étendue par son auteur à la représentation des lignes et, en général, à toutes les grandeurs géométriques. Elle permit d'exprimer par des formules les relations qui liaient les diverses parties d'une figure, et d'en trouver par leurs combinaisons d'autres qui, traduites en langage vulgaire, démontraient des propositions géométriques déjà connues, ou en faisaient découvrir de nouvelles. Cette science fut nommée par Viete, Arithmétique spécieuse [1] ou Algèbre nouvelle, *Speciosa Logistices seu Algebra nova.* Voici comme il la jugeait lui-même dans la dédicace de l'*Isagoge* à Catherine de Parthenay :

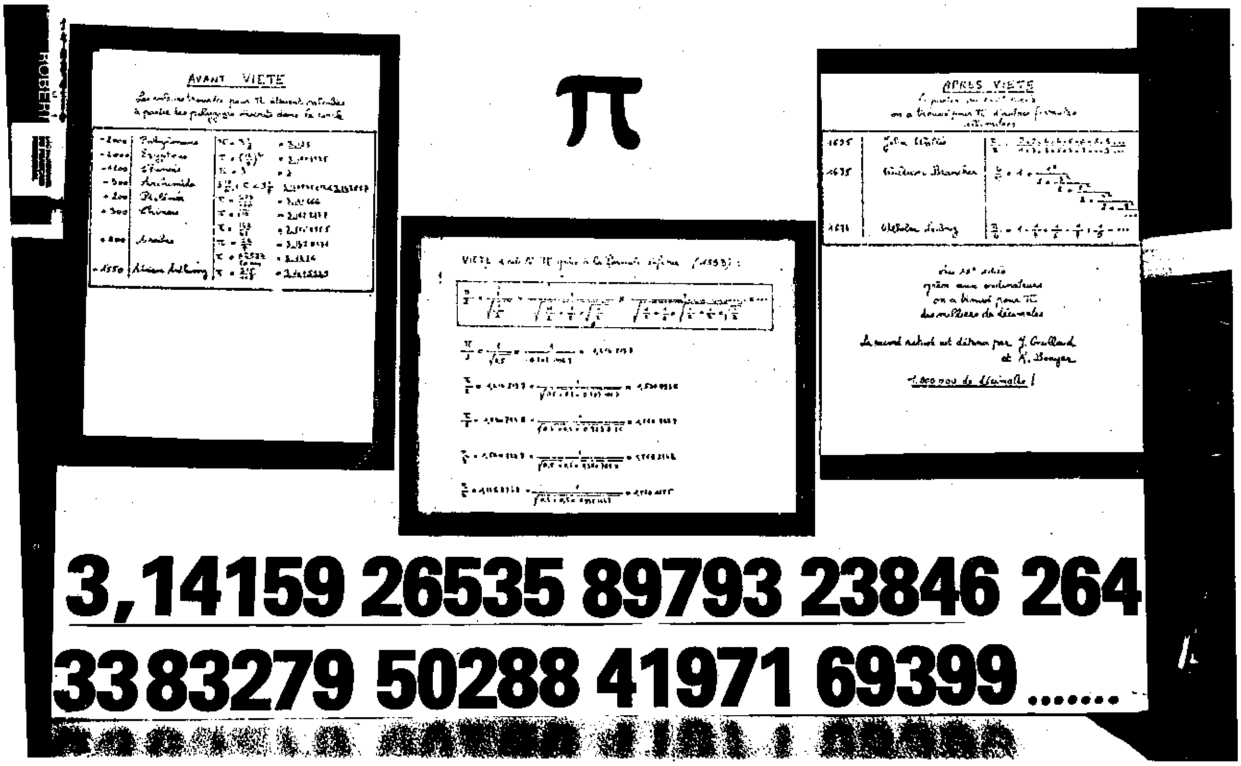
« L'art que je produis aujourd'hui est un art nouveau , ou du moins tellement degradé par le temps , tellement sali et souillé par les barbares, que j'ai cru nécessaire de lui donner une forme entièrement neuve, et après l'avoir débarrassé de toutes sespropositions erronées, afin qu'elle ne rétint aucune souillure, et qu'elle ne sentit la vétusté, imaginer et produire des mots nouveaux auxquels les oreilles étant jusqu' aprésent peu habituées , il sera difficile que plusieurs personnes n'en soient pas dès le seuil même épouvantées et offensées. Tous les mathématiciens savaient que sous leur Algèbre ou Almucabale qu'ils vantaient, et qu'ils nommaient *le Grand art*, étaient cachées des masses d'or incomparables , mais ils ne les trouvaient pas. Aussi vouaient-ils des hécatombes, faisaient-ils des sacrifices à Apollon et aux Muses lorsqu'ils parvenaient à la solution d'un seul de ces problèmes que je résous spontanément par dizaines et par vingtaines ; ce qui prouve que notre art est la méthode d'invention la plus certaine en mathématiques. »

«Elle changea la face de l'algèbre et ouvrit aux géomètres qui le suivirent cette carrière où, après lui, Descartes, Fermat, Newton, Pascal, Leibnitz et tant d'autres brillèrent d'un éclat si vif, qu'ils éclipsèrent l'inventeur de cette science admirable, et firent oublier un nom qui devrait être aussi populaire en France que celui de Newton en Angleterre.

» Pourquoi, en effet, est-il si peu connu aujourd'hui? C'est que la conception si belle de Viete est tellement simple, que personne ne songe à s'enquérir de son créateur; c'est à peine si on le trouve mentionné dans le coin d'une préface ou dans une note perdue au bas d'une page. Et cependant, ouvrez n'importe quel livre de géométrie, d'astronomie, d'algèbre, de mécanique, la conception de Viete s'y trouve écrite à chaque instant, et c'est peut-être parce qu'elle est partout, que le nom de son auteur n'est nulle part.»

... CHASLES (5 Mai 1841)

« Fibonacci et ses prédécesseurs ne possédaient donc aucun moyen de faire entrer directement les quantités littérales dans le calcul, et de figurer avec ces seules quantités les détails des différentes opérations à exécuter. Or, c'est là ce qu'on fait *à présent*; c'est là ce qu'on appelle *opérations algébriques;* c'est là l'invention de Viète. C'est cet art qu'il avait appelé avec raison *logistique spécieuse*, ou *calcul des symboles*, par opposition à la *logistique numérique* de l'ancienne analyse qui, ne s'exerçant que sur des nombres, était la cause, comme le dit Viète, du peu de progrès qu'avait fait l'analyse des Anciens . Cette *logistique spécieuse* était donc un *calcul* nouveau, absolument inconnu auparavant, et qui assure à Viète une gloire qu'on ne pourra ni altérer, ni lui ravir ».



... DELAMBRE

Viète n'était pas astronome, mais il était le plus grand géomètre de son temps; il a complété, enfin, le système trigonométrique des Arabes; il est le premier auteur des formules analytiques qui servent à la résolution de tous les triangles; il a mis dans un ordre plus satisfaisant les méthodes que les astronomes ont suivies longtemps de préférence; il a donné des règles qui facilitent la construction des tables de sinus, de tangentes et de sécantes. Une place distinguée lui est donc due dans l'histoire de l'astronomie.

... FERMAT

« François Viète, d'une si haute intelligence et que l'on ne saurait jamais trop louer : *Subtilissimus ille nec unquam satis laudatus, Franciscus Vieta.* »

Voici enfin un discours prononcé lors de la distribution des prix au lycée impérial de Poitiers, le 10 Août 1867.

Au delà d'un style fleuri et volontiers lyrique, ce texte nous apprend bien des choses sur la vie très méconnue de François VIETE.

Né à Fontenay-le-Comte, en 1540, d'une famille modeste et aisée, François Viète se distingua tout d'abord par des études brillantes et rapides. Non-seulement il avait terminé à vingt ans ses examens de droit à Poitiers, mais il était déjà pourvu à cet âge du titre d'avocat. Un an après, sa capacité était tellement constatée et sa réputation si bien établie, qu'on lui confiait, entre autres affaires importantes, la liquidation des fermages du Poitou affectés au douaire de la veuve de François Ier, Eléonore d'Autriche, qui venait de mourir en Espagne.

Cette précocité d'esprit n'était pas rare au XVIe siècle. Elle tenait sans doute à l'ardeur singulière que les jeunes écoliers apportaient alors à l'étude des lettres. Permettez-moi de vous rappeler, pour vous en donner une idée, ce qu'on lit dans les Mémoires de Henri de Mesmes, magistrat contemporain de Viète, sur la manière dont on étudiait dans ce temps-là.

« L'an 1545 (Henri de Mesmes était alors âgé » de 15 ans), je fus envoyé à Toulouse pour étu- » dier en lois, avec mon précepteur et mon frère, » sous la conduite d'un vieil gentilhomme tout » blanc, qui avait longtemps voyagé par le monde. » Nous fûmes trois ans auditeurs en plus étroite » vie et pénibles études que ceux de maintenant » ne voudraient supporter. Nous étions debout à » quatre heures et ayant prié Dieu, allions à cinq » heures aux études, nos gros livres sous le bras, » nos écritoires et nos chandeliers à la main. Nous » oyons toutes les lectures jusques à dix heures » sonnées sans intermission. Puis nous venions » dîner, après avoir en hâte conféré demie heure » sur ce qu'avions écrit des lectures. Après dîner, » nous lisions par forme de jeu Sophocles, ou » Aristophanes, ou Euripides, et quelquefois » Démosthènes, Cicero, Virgilius, Horatius. A » une heure aux études, à cinq au logis, à répé- » ter et à voir dans nos livres, les lieux allégués, » jusques après six. Puis nous soupions et lisions » en grec ou en latin. Les fêtes, à la grand'messe » et à vêpres. Au reste du jour un peu de musique » et de pourmenoir. Quelquefois nous allions dî- » ner chez les amis paternels, qui nous invitaient » plus souvent qu'on ne nous y voulait mener. »

Voilà, Messieurs, comment on étudiait le droit à Toulouse et probablement à Poitiers, au milieu du XVIe siècle. C'était vers ce temps que le célèbre père de Pantagruel, après avoir tracé à son fils un programme d'études, terminait ses pressantes exhortations par ce mot : En somme, mon fils, que je te voie un abîme de science. Combien de pères avaient alors pour leur fils une telle ambition ! Témoin ce seigneur de Montaigne qui donnait à son fils un précepteur en même temps qu'une nourrice, et obligeait dans son château, *par une règle inviolable*, sa femme et ses domestiques à *jargonner* en latin avec le jeune Michel.

Viète subit à un haut point cette influence des idées de son temps. On voit par ses ouvrages qu'il s'était surtout passionné pour l'étude du grec et qu'il avait appliqué à la lettre ce précepte d'Horace :

. . . . Vos exemplaria græca
Nocturna versate manu, versate diurna !

NOTATIONS DE VIETE

$\overline{B quad. + D quad.}$ $\sqrt{B quad. + D quad.}$

$\sqrt{Bq. + Dq.}$

ET MAINTENANT

$(B^2 + D^2)$ $\sqrt{B^2 + D^2}$

Les auteurs qui captivèrent le plus le jeune avocat de Fontenay, dont les œuvres faisaient ses délices et l'objet de ses constantes méditations, étaient surtout ces illustres et immortels savants de l'ancienne Grèce qu'on nomme Euclide, Archimède, Apollonius, Diophante et Ptolémée. Toutes les inventions de ces hommes de génie lui furent bientôt familières. Il put même restituer plus tard quelques-uns de leurs ouvrages emportés par le temps, et accroître encore les précieuses richesses qu'ils nous ont léguées, et qui ont été respectées par les siècles.

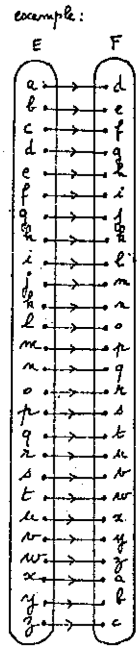
Avec ce goût si vif pour le grec et les mathématiques, on comprend que le jeune avocat poitevin dût se trouver à l'étroit dans le barreau de Fontenay, et qu'il brûlât du désir de se montrer sur un plus grand théâtre. Il s'éloigna des affaires et de sa ville natale pendant sept années de sa jeunesse (1567-1574), et se rendit à Paris auprès de son cousin Barnabé Brisson, membre influent et distingué du Parlement. Le séjour de la capitale lui permit de se lier avec les savants alors en réputation et de se perfectionner encore dans les mathématiques, où il devait surtout se sentir attiré. Viète put ainsi amasser lentement et en silence les matériaux qu'il réunit plus tard avec la force et la sûreté du génie pour construire un monument impérissable. Cette partie de la vie de notre savant poitevin correspond à une époque fort troublée de notre histoire politique. Il fut loin d'être indifférent aux agitations et aux violences de son temps, et faillit même en devenir une fois victime. Il échappa au péril dont sa vie était menacée, grâce à l'appui et la protection de deux femmes célèbres et courageuses du Poitou, Catherine Larchevêque de Parthenay et Françoise de Rohan. Viète conserva pour elles une profonde reconnaissance. Il avait surtout pour Catherine de Parthenay une affection et une admiration sans bornes. Celle qui, tenant tête à Richelieu, fut plus tard l'héroïne du siége de la Rochelle, écrivait non-seulement dans sa jeunesse des tragédies comme *Judith et Holopherne*, mais s'était aussi fortement appliquée à l'étude des mathématiques. Capable de comprendre Viète et d'en apprécier le talent, elle le soutint et l'encouragea constamment dans ses recherches et dans ses travaux. Le nom de cette femme éminente par les qualités de l'esprit et du cœur revient souvent dans les écrits de notre savant, qui aimait à lui rapporter, comme à une déesse bienfaisante *(diva Melusinis)*, ses meilleures inspirations.

Au milieu des vicissitudes des partis et des crimes abominables auxquels la religion servait de prétexte, et dont Viète fut témoin, notre savant se sentit peu à peu attirer vers les idées de tolérance religieuse, qui commençaient déjà à se faire jour, et qui, en inspirant plus tard le célèbre édit de Nantes, ont inauguré dans notre pays la liberté de conscience. On s'explique ainsi assez bien quelques particularités de la vie publique du savant magistrat. Après avoir passé six ans à Rennes, en qualité de conseiller du Parlement de Bretagne, et avoir éprouvé dans ce poste de graves difficultés dont il triompha cependant, il fut nommé en 1580, par l'appui des Rohan et le crédit de Barnabé Brisson, maître des requêtes du roi Henri III. Cette charge lui fut ensuite ravie, lors de la recrudescence formidable de la Ligue, en 1584, après la mort du duc d'Anjou. Il rentra ainsi par force dans la vie privée, et ne put en sortir, malgré deux pétitions curieuses, présentées en sa faveur au roi Henri III et à Catherine de Médicis, en mars et avril 1585, par le roi de Navarre, qui le prit dès lors sous sa protection. Ces démarches furent sans résultat immédiat; mais lorsqu'en 1589, Henri III constitua auprès de lui un nouveau Parlement à Tours, Viète fut un des premiers à se rendre à l'appel du souverain. Il put ainsi assister et peut-être même concourir à la réconciliation des deux Henri, qui eut lieu dans cette mémorable année.

UN CODE SECRET

CRYPTOGRAPHIE : code graphique déchiffrable par l'émetteur et le destinataire
D'après l'auteur latin Suétone, c'est Jules César qui utilisa le premier une méthode de codage systématique pour transmettre des messages à ses généraux. Pour Jules César, coder, c'était définir une bijection de l'ensemble des lettres de l'alphabet dans lui-même ; décoder, c'était utiliser la bijection réciproque.

exemple :



message à coder :

VIVE LES MATHEMATIQUES
↓↓↓↓ ↓↓↓ ↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓
YLYH OHV PDWNHPDWLTXHV

message codé

La ~~bijection~~ pouvait être réalisée par un décalage de lettres (exemple : décalage de 3 lettres)

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
↓ ↓
C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B

Avec les 26 lettres de l'alphabet, on peut ainsi trouver 26 bijections différentes.

Au XVI^e siècle, VIGENÈRE (1525-1590), puis VIETE (1540-1603) se sont rendus célèbres par leurs travaux cryptographiques.
Vigenère eut l'idée, pour compliquer le décodage des messages secrets d'introduire une clef (mot ou phrase qui permettait d'utiliser simultanément les 26 bijections précédentes.

A partir de ce moment, la fortune de Viète suivit celle de son puissant protecteur Henri IV, qui le nomma membre de son conseil privé en 1594, lors de sa rentrée dans la capitale.

On ne peut douter qu'avant l'avénement du nouveau roi, Viète ne fût en possession des principales découvertes dont il a enrichi les mathématiques, bien que les ouvrages où elles sont consignées soient presque tous postérieurs à cette époque. La réputation de son savoir et de la pénétration de son esprit était déjà si grande, que, vers les premières années du règne de Henri IV, ce souverain eut recours à lui dans une circonstance intéressante qui mérite d'être rappelée. On venait d'intercepter plusieurs dépêches espagnoles importantes, écrites avec des caractères inconnus, au nombre de 500 environ, assemblés entre eux suivant un ordre et une méthode qui semblaient impénétrables. On les apporta à Viète de la part du roi, avec la mission de déchiffrer un pareil grimoire. Notre savant en vint à bout, et, grâce à lui, la politique étrangère n'eut plus de secret pour Henri IV. Lorsque les Espagnols apprirent plus tard, à n'en pouvoir douter, que nous avions découvert le secret de leur correspondance, ils furent convaincus, tant la chose leur parut extraordinaire, que nous avions eu recours, pour y arriver, à la magie et aux sortiléges. Ils dénoncèrent en conséquence Henri IV au Pape, et voulurent

$$45x - 3795x^3 + 956345x^5 - 1138500x^7 + 7811375x^9 - 34512075x^{11} + 105306075x^{13} \ldots$$

$$+ 2360306525x^{25} - 117679100x^{27} + 46955700x^{29}$$

l'obliger à venir se justifier à Rome de ses horribles maléfices. Le prince, qui avait alors beaucoup d'autres affaires, ne se pressa pas de se rendre à cet appel. Viète reçut, à cette occasion, des lettres de noblesse et fut nommé *interprète et déchiffreur* du roi. Les services qu'il avait rendus à la cour lui coûtèrent cependant peu de peine. Notre savant se contentait à la fin de transmettre les dépêches à son secrétaire; qui était devenu en peu de temps, par les leçons de Viète, assez habile pour le remplacer.

L'illustre historien de Thou nous apprend que l'application de Viète au travail allait si loin, qu'on le vit quelquefois rester jusqu'à trois jours de suite, sans repos ni sommeil, auprès de sa table de travail, la tête appuyée sur le coude. Entièrement plongé dans ses méditations, il se dérangeait à peine pour réparer par quelques aliments pris à la hâte ses forces épuisées.

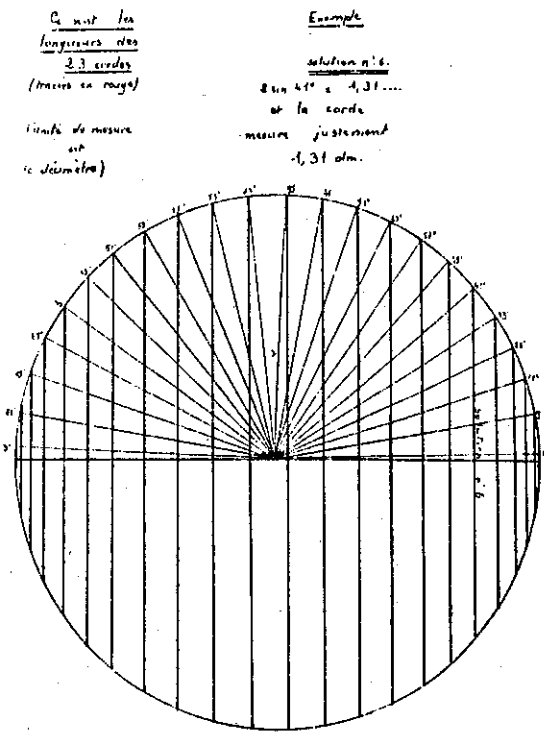
Un fait qui se rattache à la vie scientifique de Viète, et que je vais vous raconter, révèle en même temps l'estime dont Henri IV honorait son savant conseiller. Ce roi montrait un jour à Fontainebleau à l'ambassadeur de Hollande les splendides et coûteuses curiosités du palais, et l'entretenait en même temps de quelques-unes des célébrités de son royaume. L'ambassadeur se permit de faire sur ce dernier sujet une réserve aux éloges du roi. Sire, dit-il, vous n'avez pas cependant ici de mathématicien. Un géomètre flamand nommé Adrien Romanus vient de publier un ouvrage dans lequel il défie tous les savants de l'Europe de résoudre un problème qu'il leur propose, et de tous les mathématiciens de notre temps cités dans son livre, je n'en ai trouvé aucun qui fût Français. « Si fait, si fait, » répondit vivement le roi, « nous en avons un excellent; qu'on aille quérir M. Viète. On soumit à notre savant, qui avait suivi la cour à Fontainebleau, le problème de Romanus. Pour tout autre que pour le sagace et érudit Fontenaisien, l'énigme eût été embarrassante. Il ne s'agissait de rien moins que de résoudre une équation du 45e degré, renfermant 24 termes, dont l'un est arbitraire et dont les autres sont multipliés par des nombres, la plupart de 9 chiffres, c'est-à-dire de plusieurs centaines de millions d'unités.

Viète, après avoir examiné attentivement cette équation, eut le plaisir de retrouver une ancienne connaissance. C'était une des nombreuses équations auxquelles donne lieu la division des arcs de cercle en parties égales, et qu'il avait particulièrement étudiées. Il aperçut aussitôt la solution qui faisait seule l'objet du problème d'Adrien Romanus; et Viète constata son triomphe en s'appliquant, avec une légère variante, un vers du poëte romain :

Ut *legi*, ut *solvi*, *nec* me malus abstulit error !

« J'ai résolu, en le lisant, le problème d'Adrien Romanus, et sans qu'aucune erreur ne m'ait troublé l'esprit. » Mais ce qu'il y eut de plus piquant fut la remarque de Viète que ce problème admettait vingt-deux autres solutions auxquelles le bon Romanus n'avait pas songé. Lorsque l'écrit que

LES 23 SOLUTIONS



notre savant publia à ce sujet fut parvenu à Romanus, qui habitait alors la ville de Wurtzbourg, en Franconie, l'admiration de ce dernier pour le génie et l'incontestable supériorité du géomètre français fut telle, qu'il se résolut à partir sur-le-champ pour Paris, afin de voir de près cet homme prodigieux. Au moment où Romanus arriva dans notre capitale, Viète, par un contre-temps fâcheux, venait précisément d'en sortir pour aller rétablir par l'air natal une santé déjà chancelante. Il ne s'agissait que de faire encore un peu plus de cent lieues pour approcher du grand homme. Le géomètre flamand n'hésita pas; il partit pour Fontenay, où Viète accueillit affectueusement son enthousiaste admirateur. Il le retint auprès de lui

(en écriture actuelle)

$$\ldots 2326762 80x^{15} + 384942375x^{17} - 488494125x^{19} + 483841800x^{21} - 378658800x^{23}$$

$$\ldots 14945040x^{31} + 37764565x^{33} - 740259x^{35} + 111150x^{37} - 12300x^{39} + 945x^{41} - 45x^{43} + x^{45} = A$$

six semaines, et nos deux savants, après avoir résolu pendant ce temps bien des problèmes de géométrie et d'algèbre, ne se quittèrent pas sans peine. Viète voulut lui-même reconduire Romanus à ses frais jusqu'à la frontière du pays.

C'est peu de temps après cette entrevue qu'il faut placer une querelle assez vive que notre savant Poitevin eut avec un des plus grands érudits du siècle. Joseph Scaliger venait de publier un in-folio sur la géométrie, où il exposait sa nouvelle découverte de la quadrature du cercle. Ce savant estimable, mais qui n'avait pas le défaut d'être trop modeste, lançait vertement Archimède

VIETE a calculé π grâce à la formule infinie (1593) :

$$\boxed{\frac{\pi}{2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}}}} \times \cdots}$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{1}{\sqrt{0,5}} = \frac{1}{0,7071067} = 1,4142137$$

$$\frac{\pi}{2} = 1,4142137 \times \frac{1}{\sqrt{0,5 + 0,5 \times 0,7071067}} = 1,5307336$$

$$\frac{\pi}{2} = 1,5307336 \times \frac{1}{\sqrt{0,5 + 0,5 \times 0,9238795}} = 1,5607227$$

$$\frac{\pi}{2} = 1,5607227 \times \frac{1}{\sqrt{0,5 + 0,5 \times 0,9807852}} = 1,5682742$$

$$\frac{\pi}{2} = 1,5682742 \times \frac{1}{\sqrt{0,5 + 0,5 \times 0,9951847}} = 1,5704655$$

$$\frac{\pi}{2} = 1,5704655 \times \frac{1}{\sqrt{0,5 + 0,5 \times 0,9987954}} = 1,5706384$$

$$\frac{\pi}{2} = 1,5706384 \times \frac{1}{\sqrt{0,5 + 0,5 \times 0,9996988}} = 1,5707356$$

$$\frac{\pi}{2} = 1,5707356 \times \frac{1}{\sqrt{0,5 + 0,5 \times 0,9999246}} = 1,5707864$$

dans sa préface et dans son livre : « Que les jeunes gens, disait-il, se défient de cet auteur ; il est rempli d'écueils, et j'ai reconnu dans ses ouvrages beaucoup d'erreurs et d'absurdités. » L'accusation était grave. Scaliger passait alors pour un oracle, et il n'était pas aisé de le contredire. Viète eut cependant cette audace. « C'est à tort que j'entends plaindre Archimède des blessures que lui ont faites nos nouveaux géomètres, » dit-il au commencement de sa réponse à la cyclométrie de Scaliger. « Les traits lancés contre lui sont sans force et ne l'ont pas même atteint. Archimède vit encore. » En quelques pages nettes et décisives, le savant mit ensuite à néant les laborieux arguments de Scaliger. La colère du roi, comme dit Salomon, est terrible. Le prince de Vérone, peu endurant, éclata en railleries, en invectives et en menaces. Cet océan d'érudition, comme on l'appelait alors, ignorait, paraît-il, la valeur de son nouvel adversaire . . Grâce cependant à l'intervention d'un ami commun, le célèbre de Thou, on parvint enfin à le calmer. Il revint même un peu sur ses pas, et, depuis ce temps, on assure qu'il conserva *en secret* beaucoup d'estime et de vénération pour Viète

Notre géomètre eut, vers la fin de sa vie, une autre contestation plus grave, qui ne se termina pas aussi heureusement et dut attrister beaucoup ses derniers jours. La grande réforme du calendrier, proposée par Grégoire XIII, venait d'être adoptée par tous les États catholiques de l'Europe. Son but principal était de satisfaire d'une manière irrévocable aux conditions imposées en l'an 326, pour la célébration de la fête de Pâques, fixée, comme on sait, par le concile de Nicée, au dimanche qui suit la première pleine lune du printemps. Les règles de ce calendrier relatives à la détermination des nouvelles et des pleines lunes, ont paru à quelques auteurs, et notamment à Viète, moins heureusement imaginées que celles qui assurent le retour des saisons aux mêmes jours de l'année. Elles avaient été proposées et soutenues par un jésuite allemand, nommé Christophorus Clavius, auteur jouissant alors d'une grande réputation, surtout à Rome. Entre autre défauts fort graves, Viète reprochait au calendrier de Clavius de supputer tous les quatre ans à peu près un mois lunaire de trente et un jours. Le savant français, pour montrer qu'on pouvait éviter cet inconvénient et les autres qu'il avait signalés, fit un nouveau calendrier propre à remplacer celui de Clavius, et dans lequel toutes les lunaisons, calculées avec une exactitude suffisante, sont alternativement de 29 et de 30 jours, sans dépasser ces limites de durée. Les règles qui permirent à Viète d'atteindre à ce résultat sont très-ingénieuses et d'une telle simplicité, qu'on peut en un instant, au moyen de ses tables et de son calendrier, résoudre toutes les questions relatives aux phases de la lune pour des époques éloignées, et éviter néanmoins les difficultés que Clavius avait cru et ne cessa de croire invincibles. Le savant Poitevin ne s'en tint pas là ; il conçut le projet, d'une exécution plus difficile, de faire agréer par le nouveau pape, Clément VIII, son nouveau calendrier, qu'il appelait le vrai calendrier grégorien, parce qu'il répondait fidèlement, selon lui, aux vues de Grégoire XIII. En vain son ami de Thou essaya-t-il de l'ébranler dans sa résolution. L'habile diplomate connaissait la prudente et sage lenteur de la cour romaine : « Je prévoyais bien, dit-il, qu'elle ne reviendrait pas sur une décision aussi récente et qui n'avait pas été prise sans de longues et sérieuses délibérations; car on tient là pour un des secrets de l'art de gouverner, de ne jamais, en quoi que soit, avouer qu'on s'est mépris ou qu'on aurait pu mieux faire. » L'écrit de Viète ayant fait quelque bruit, on dut s'en occuper à Rome. Le saint-office eut recours à sa procédure ordinaire. Il instruisit secrètement (*indicta causa*) cette grave affaire, et Clavius, juge et partie dans le débat, se fit confier le soin d'en faire le rapport (1). Les voyages de Viète, les démarches qu'il fit et fit faire auprès des cardinaux et du légat du pape, n'aboutirent pas à un résultat heureux pour lui. Cet insuccès et les avanies qui furent à ce sujet infligées à l'illustre savant français durent lui être extrêmement pénibles, et peut-être même contribuèrent-ils à abréger sa noble et trop courte existence. Etre le protégé, l'ami de Henri IV, et se faire battre par un jésuite d'Allemagne; être un magistrat français, et se voir condamner contre les règles du droit civil et du droit canon! Plus que tout cela, être Viète et être repris d'erreur en géométrie par Clavius! Voilà ce que notre savant Poitevin dut souffrir. Ce ne fut pas cependant sans faire entendre une protestation vigoureuse contre son accusateur. Je me contenterai, pour vous en donner une idée, de vous citer un passage de cet écrit, le dernier sorti de la plume de notre auteur.

« Sans égard, dit Viète, pour aucune considé-
» ration divine ou humaine, Clavius, abusant de
» la faveur dont il jouit auprès du Saint-Pontife,
» me calomnie et cherche à me déshonorer. Il
» déclare par des lettres envoyées à diverses per-
» sonnes qu'il m'a entièrement confondu dans
» un ouvrage qu'il doit bientôt publier. Que si-
» gnifie cette insolente bravade? Hé quoi, Cla-
» vius, est-il donc en ton pouvoir de me rendre
» coupable de toutes les erreurs qu'il te plaira de
» m'imputer? Que l'ouvrage que tu annonces pa-
» raisse, et si Dieu le permet, je montrerai, non
» pas demain, mais à l'instant même, la vanité
» de tes efforts! »

Dieu, Messieurs, n'a pas exaucé ce souhait du savant irrité. Viète est mort (1) sans connaître les erreurs graves que lui reprochait Clavius et qui furent la cause principale de sa condamnation à Rome. Les critiques du savant jésuite, son adversaire, n'ont été publiées que plus tard, sans aucun ménagement pour une tombe illustre et respectable. Elles furent, de plus, suivies d'autres écrits pleins d'amertumes et injurieux contre sa mémoire. L'ami de notre savant poitevin, de Thou, assure que le débat se fût promptement terminé du vivant de Viète.

« Si ceux, dit-il, qui n'ont pas hésité à s'attaquer à l'homme mort, l'avaient osé quand il était debout, ils auraient senti les verges du maître (2). »

Il me reste maintenant, Messieurs, pour terminer, à vous dire encore quelques mots des autres travaux du savant du Poitou, qui n'ont eu à subir, Dieu merci, aucune contradiction sérieuse.

Quoique les écrits scientifiques de Viète ne soient pas fort nombreux, ils lui assurent un rang hors ligne dans la petite phalange des hommes de génie qui méritent l'admiration et la reconnaissance de la postérité. A l'époque de Viète, il existait différentes méthodes particulières pour résoudre les problèmes de l'algèbre. L'Italie de la renaissance avait ajouté de nouvelles découvertes à celles des anciens, et reculé les limites connues de cette science. Le savant français substitua à ces règles isolées une méthode générale ayant pour but de résoudre tous les problèmes (1). Je vous en aurai, je pense, fait comprendre la portée et la valeur, en vous disant que cette magnifique conception du génie de Viète forme encore aujourd'hui la base de l'analyse mathématique moderne. La grande loi de l'homogénéité qui embrasse et domine toutes les mathématiques, l'emploi des lettres pour désigner non-seulement les inconnues d'une question, mais aussi les grandeurs connues et déterminées, le moyen ingénieux de résoudre les problèmes en n'établissant d'abord aucune distinction entre les quantités connues et inconnues, enfin l'art de préparer, de transformer et de résoudre les équations : telles sont, bien imparfaitement résumées, les précieuses découvertes dont Viète a enrichi les mathématiques. Je passe sous silence d'autres inventions en géométrie et en trigonométrie qui eussent suffi à couvrir de gloire un autre savant, et sur lesquelles vous m'excuserez, j'en suis sûr, de ne pas entrer dans plus de détails. Tous ceux qui ont lu et approfondi les œuvres de l'excellent auteur poitevin, l'ont déclaré l'un de nos grands géomètres; et c'est par l'étude de ses travaux que se sont formés les illustres mathématiciens du XVII[e] siècle. Dans la préface de l'Algèbre du mathématicien anglais Harriot, qui parut en 1631, Viète est cité comme l'homme qui, par son admirable habileté en mathématiques, a fait le plus grand honneur à la France (1). Enfin, plus de cent ans après l'apparition de ses premiers ouvrages, le savant anglais Edmond Halley l'a très-justement proclamé, aux applaudissements de l'Europe éclairée, le restaurateur et le promoteur de l'algèbre moderne ▪

La rubrique du Rubik (2)

Gérard Chauvat et Pierre Nury

INTRODUCTION

Dans notre précédent article *(1)* , nous avons cherché à optimiser la remontée du premier étage du cube. Afin de simplifier les écritures des manoeuvres qui nous serviront pour la remontée du deuxième rappelons, à l'aide d'exemples, la notion de commutateur et introduisons celle de conjugué.

- Commutateur

Notation [D,A];

$[D,A] = DA\bar{D}\bar{A}$; $\overline{[D,A]} = [A,D]$

L'action d'un commutateur sur le cube est rappelé sur les figures 1 et 2.

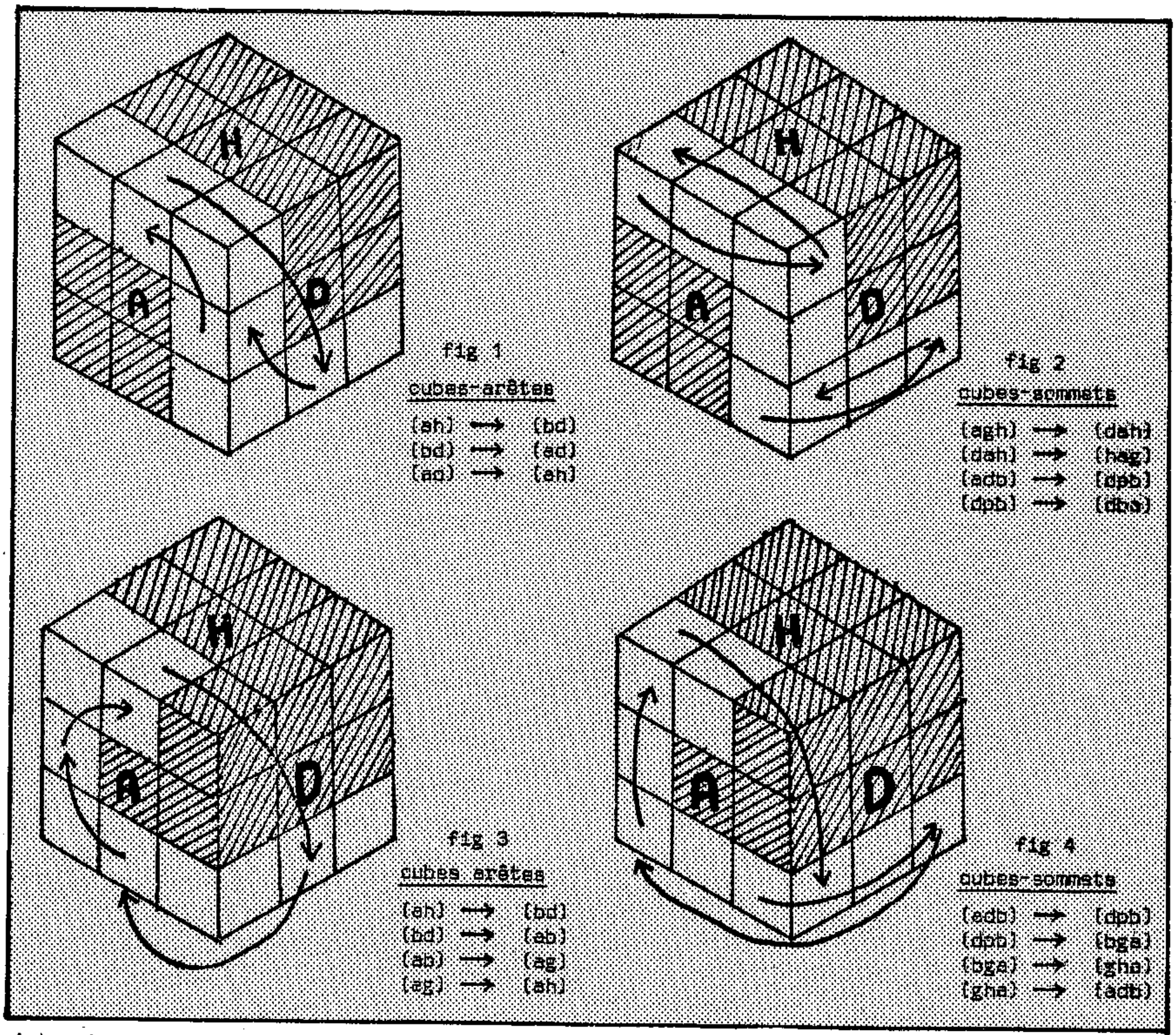
Un commutateur permet donc en particulier de permuter des triplets de cubes-arêtes se trouvant sur trois arêtes consécutives.

- Conjugué de A par D

Notation : A_D ; $A_D = DA\bar{D}$

L'action du conjugué sur le cube est étudié ci-dessous (figures 3 et 4).

La conjugaison agit donc sur quatre arêtes consécutives, par permutation circulaire des cubes-arêtes (c-a) et des cubes-sommets (c-s); elle permettra de ranger des structures particulières du cube, en les conservant.



(1) voir PLOT n° 16 (3è trimestre 1981)

I. REMONTONS

Le premier étage fait, placez la face reconstituée vers le bas (en B sur les figures). Il s'agit maintenant de mettre en bonne position les quatre cubes-arêtes de la tranche centrale "horizontale".

i) si le c-a à placer se trouve dans l'étage supérieur on peut toujours se ramener, quitte à effectuer H, $\bar{H}$ ou H^2, à l'un des deux cas des figures 5 et 6 (cas énantiomorphes).

ii) si le c-a à placer se trouve au deuxième étage, les mêmes manoeuvres permettent de le faire remonter au troisième (voir aussi le ch. II).

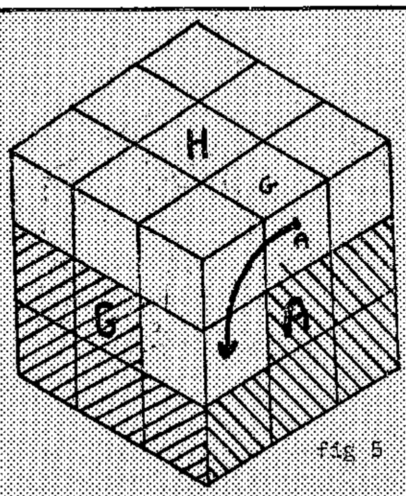


fig 5 $[\bar{H},\bar{G}][H,A]$

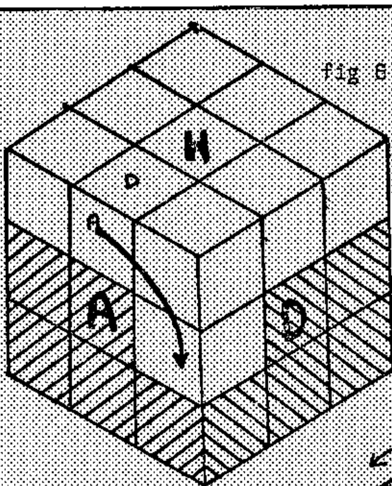


fig 6 $[H,D][\bar{H},\bar{A}]$

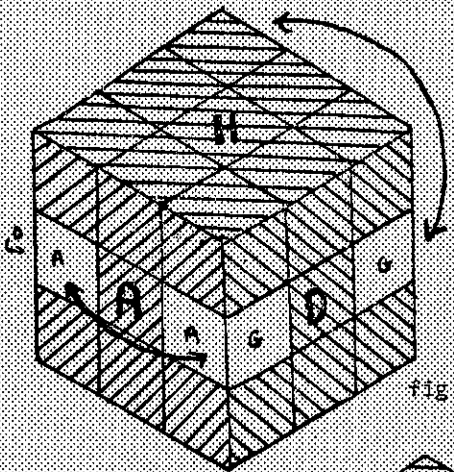


fig 7 $A^2H^2B^2P^2H^2B^2$ [12]

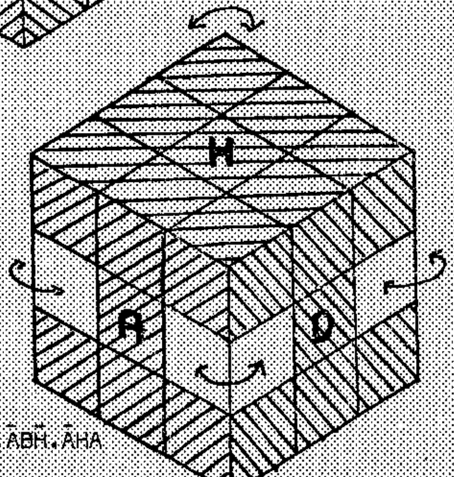


fig 8
$\bar{A}\bar{H}A.\bar{D}B\bar{H}.\bar{P}B\bar{H}.\bar{G}B\bar{H}.\bar{A}B\bar{H}.\bar{A}HA$
[18]

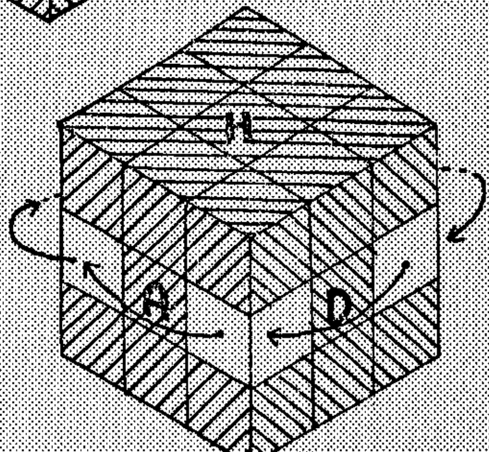


fig 9 $A^2.B\bar{H}.D^2.\bar{B}H$ [8]

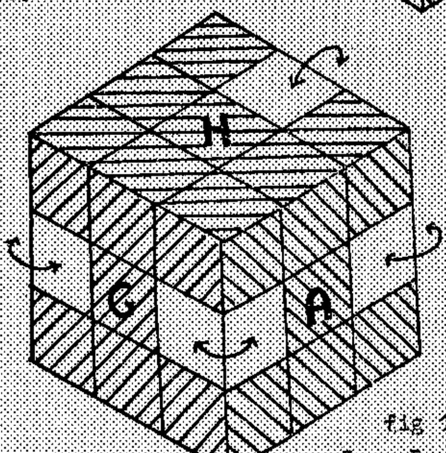


fig 10
$D.H\bar{B}.A.H\bar{B}.G.H\bar{B}.P.H\bar{B}.$ [12]

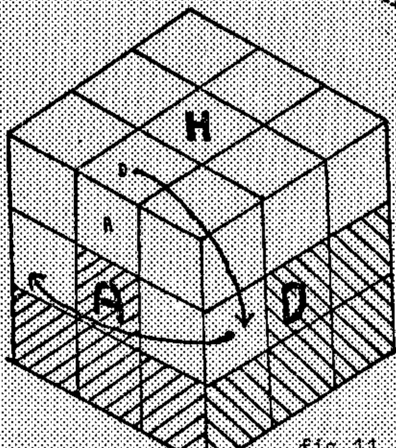


fig 11 $AGA\bar{G}\bar{H}\bar{A}$ [6]

II. CHERCHONS ET OPTIMISONS

i) manoeuvres intervenant sur 4 c-a du deuxième étage (fig 7 et 8).

ii) manoeuvres intervenant sur trois c-a (fig 9 et 10).

iii) manoeuvres intervenant sur 2 c-a (fig 11 et 12).

iv) manoeuvres intervenant sur 1 c-a (fig 13 et 14).

v) Tampon de Jullien

Cette technique, due à Pierre Jullien (Université de Grenoble), consiste à ne pas terminer complètement le premier étage (en laissant un "mauvais" c-s) avant de monter le deuxième. On procède ainsi :

- placer d'abord le c-s tampon sous le c-a que l'on veut mettre en bonne position (manoeuvrer la face B).
- mettre le c-a en place en utilisant J1 ou J2 (fig 15 et 16).
- quand tous les c-a sont placés, mettre les c-s (en particulier, celui de la face B) en position grâce aux manoeuvres données pour le troisième étage (voir le prochain numéro ...).

Remarque : cette technique permet également de résoudre le problème n° 14 précédent (flip d'un c-a) en 7 coups seulement (si vous trouvez mieux, dites-le nous): [D,H]AHA

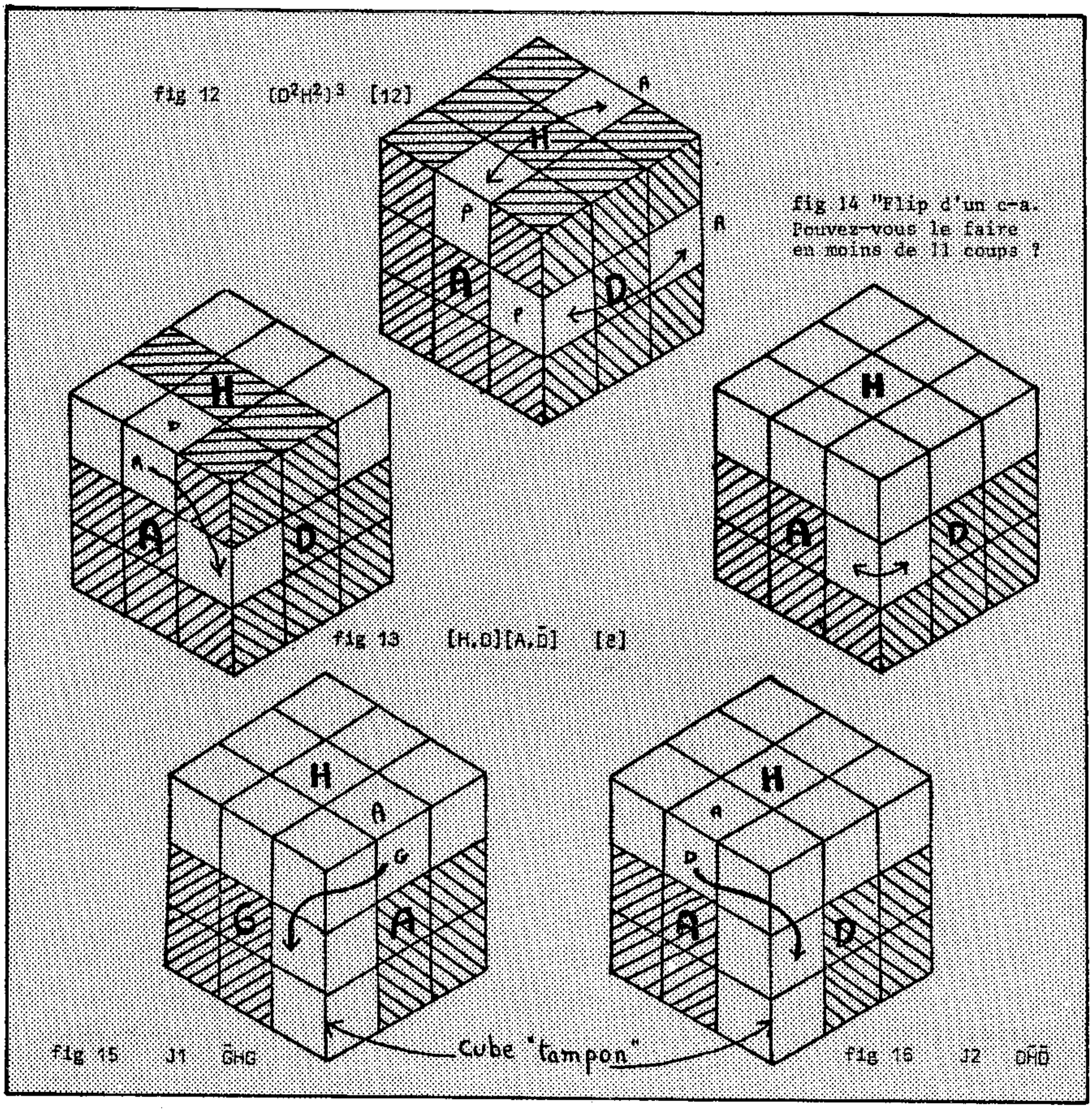


fig 12 $(D^2H^2)^3$ [12]

fig 14 "Flip d'un c-a. Pouvez-vous le faire en moins de 11 coups ?

fig 13 $[H,D][A,\bar{D}]$ [8]

fig 15 J1 $\bar{G}HG$

fig 16 J2 $\bar{D}\bar{H}\bar{D}$

III. UTILISONS DANS LA CLASSE

1. De l'action !

i) Définitions

On dit qu'un groupe G opère sur un ensemble X si on a défini une application :

$$G\times X \longrightarrow X$$
$$(g,x) \longmapsto g.x$$

appelée action de $g\varepsilon G$ sur $x\varepsilon X$, telle que (I étant l'élément neutre de G, et pour tout $x\varepsilon X$ et $(g_1,g_2)\varepsilon G\times G$) :

$$I.x = x \quad \text{et} \quad (g_1.g_2).x = g_1.(g_2.x)$$

Si un groupe G opère sur un ensemble X, deux points x et x' de X sont dits équivalents pour G s'il existe un élément g de G tel que g.x = x'. Cette relation est une relation d'équivalence et, en raison des exemples géométriques, on appelle les classes d'équivalence les orbites de G dans X. On note

$$Gx_o = \{g.x_o \mid g\varepsilon G\}$$

l'orbite de x_o pour l'action de G dans X. (voir par exemple : S. Mac Lane et G. Birkhoff : Algèbre, tome 1; Gauthiers-Villars).

ii) Où le groupe des manoeuvres opère sur l'ensemble de tous les états possibles du CH

Soit M = <A,B,D,G,H,P> le groupe engendré par les six quarts de tour des faces du cube (dans le sens des aiguilles d'une montre). Seules 48 facettes du CH sont susceptibles de changer de couleur; ces facettes étant ordonnées à votre convenance, un "état" du cube sera un "48-uplet" de couleurs par exemple.

Soit X l'ensemble de tous les états possibles du cube après un remontage quelconque.

Q1 Déterminer Card X (nombre d'éléments de X).
Réponse : Card X = $8! \times 3^8 \times 12! \times 2^{12}$ *(2)*

On peut faire opérer M sur X de la manière canonique suivante :
Soit $m\varepsilon M$, $x\varepsilon X$, m.x sera l'état obtenu après avoir fait subir la manoeuvre m au cube pris dans l'état x.
Deux états x_1 et x_2 sont équivalents s'il existe une manoeuvre permettant de passer de x_1 à x_2.
Soit x_o l'état "fondamental", celui dans lequel est vendu le cube, les six faces unicolores.
Soit x_1 l'état identique à x_o à l'exception d'un seul cube sommet "twisté" (dans le sens des aiguilles d'une montre), par exemple :
(ahd) ⟶ (dah)
Soit x_2 l'état identique à x_o à l'exception d'un seul cube arête "flippé", par exemple:
(ah) ⟶ (ha)
Soit x_3 l'état identique à x_o à l'exception d'une seule paire de c-a échangés, par ex:
(ha) ⟷ (hp)
Soit x_4 l'état identique à x_o à l'exception d'une seule paire de c-s échangés, par ex:
(ahd) ⟷ (dhp)

Q2 Montrer que x_o et x_1, x_o et x_2, x_o et x_3, x_o et x_4, x_1 et x_2, x_1 et x_3, x_1 et x_4, x_2 et x_3, x_2 et x_4 ne sont pas équivalents, mais que x_3 et x_4 le sont.

Q3 En déduire qu'il existe exactement 12 orbites de M dans X et calculer le cardinal de chacune d'elles.

iii) Où le groupe des symétries du cube opère sur le groupe des manoeuvres.

Soit G le groupe des 48 symétries du cube. Il est formé de 24 symétries directes et de 24 énantiomorphismes.

Les 24 symétries directes se composent de :
- 8 rotations de ±120° autour des diagonales (de période 3)
- 6 demi-tours autour d'un axe joignant les milieux de deux arêtes "opposées" (de période 2)
- 6 quarts de tour autour des droites joignant les centres des faces opposées (de période 4)
- 3 demi-tours autour de ces mêmes droites (de période 2)
- de l'identité.

Les 24 énantiomorphismes peuvent être considérés comme les composés de symétries directes avec la symétrie centrale (par rapport au centre du cube)

Q4 Vérifier toutes ces affirmations !

Soient r_A, r_D et r_H les quarts de tour (dans le sens des aiguilles d'une montre) autour des droites joignant les centres des faces A et P, D et G, H et B.

Q5 Vérifier que G^+, sous-groupe des symétries directes, est engendré par deux quelconques de ces quarts de tour.

Les éléments de G peuvent être représentés par les 48 matrices possibles s'écrivant avec 6 zéros et 3 uns précédés du signe + ou du signe - (voir par ex: F.J. Budden, La Fascination des groupes, OCDL). Celles dont le déterminant est +1 correspondent aux symétries directes, celles dont le déterminant est -1 aux énantiomorphismes. Comment ?

Considérons un repère dont l'origine est au centre du cube et dont les axes passent par les centres des faces. Tout élément de G envoie les points U(1,0,0), V(0,1,0) et W(0,0,1) sur les points dont les coordonnées sont les colonnes de la matrice.

(2) ce qui fait $5,19.10^{20}$ (N.D.L.R.)

Exemples :

r_A est représenté par $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Inversement, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ représente un énantiomorphisme qui conserve U et W; il s'agit de la symétrie par rapport au plan médiateur vertical passant par U et W.

Q6 Trouver les matrices représentant r_D, r_H.

Action de G sur M

M étant engendré par les quarts de tour A,B,D,G,H,P, il suffit de définir l'action de tout $g \varepsilon G$ sur ces générateurs et de poser: quels que soient $m_1, m_2 \varepsilon M$:

$g.(m_1 m_2) = (g.m_1)(g.m_2)$

Si $g \varepsilon G^+$, c'est une symétrie directe qui réalise une permutation des faces du cube. Nous définirons l'action de g en remplaçant les faces par les 1/4 de tous associés !

Ex :

r_A ↓	A	B	D	G	H	P
	A	G	B	H	D	P

r_D ↓	A	B	D	G	H	P
	G	B	A	P	H	D

Q7 Une symétrie directe pouvant être représentée par une matrice de déterminant égal à +1, comment déterminer rapidement son action au vu de cette matrice ?

Facile ! L'action sur A, D et H est déterminée par la 1ère, 2ème et 3ème colonne, respectivement, de la matrice, avec les identités :

$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $G = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$H = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $P = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

l'action sur les autres quarts de tour s'en déduisant immédiatement.

Déterminer l'action de r_H, $r_P = r_A^{-1}$

si h est un énantiomorphisme, il existe $g \varepsilon G^+$ tel que $h = gs$, où s est la symétrie centrale. Nous définirons l'action de h de la manière suivante :

quel que soit $m \varepsilon M$:

$h.m = (gs).m = g.(s.m)$

l'action de s étant définie par la table

s ↓	A	B	D	G	H	P
	$\bar{P}$	$\bar{H}$	$\bar{G}$	$\bar{D}$	$\bar{B}$	$\bar{A}$

Ex : l'action de s_V, symétrie par rapport au plan médiateur vertical, est définie par la table :

s_V ↓	A	B	D	G	H	P
	A	$\bar{B}$	$\bar{G}$	$\bar{D}$	$\bar{H}$	$\bar{P}$

Q8 Déterminer l'action de s_D, symétrie par rapport à un plan diagonal défini par la matrice :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ces actions, définies par la table, permettent alors de trouver rapidement des manoeuvres "symétriques" de manoeuvres connues. Ainsi, la manoeuvre

$$m = [\bar{H},\bar{G}].[H,A]$$

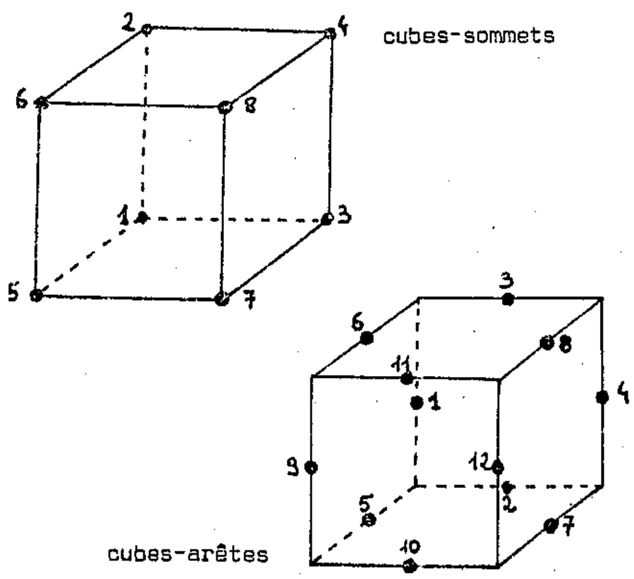
"descend" le c-a (ah) en (ag); si l'on veut trouver une manoeuvre qui "descend" le c-a (ah) en (ad) symétriquement par rapport au plan médiateur vertical, il suffira de faire agir s_V sur m :

$$s_V.m = [H,D].[\bar{H},\bar{A}]$$

2. "Je conjugue, tu conjugues, il conjugue..."

Dans l'introduction, nous avons montré l'effet d'une conjugaison sur le cube hongrois. Nous allons ici essayer d'aller plus loin dans l'étude de cette opération.

Commençons tout d'abord par numéroter les c-s et les c-a de la manière suivante.

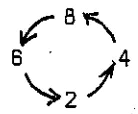


Q9 Cette numérotation a sa logique. Trouvez-la !

Les coups A, B, ..., P et par suite toute manoeuvre entraînent une permutation des c-s et des c-a. Ainsi le coup H, par exemple, produit l'effet suivant :

- le cube sommet n° 8 est remplacé par le n° 4 qui est remplacé par le n° 2, qui est remplacé par le n° 6 lui-même remplacé par le n° 6, les autres c-s restant inchangés. Nous pouvons représenter cet effet par les schémas suivants :

$8 \dashrightarrow 4 \dashrightarrow 2 \dashrightarrow 6 \dashrightarrow 8$

ou mieux 

Une telle permutation s'appelle un 4-cycle (4 étant la longueur du cycle) et peut se noter plus simplement (8 4 2 6)

– le cube-arête n° 11 est remplacé par le n° 8 qui est remplacé par le n° 3, qui est remplacé par le n° 6, lui-même remplacé par le n° 11, les autres c-a restant inchangés. Là aussi nous trouvons un 4-cycle :
(11 8 3 6)

Nous noterons alors $H = \begin{pmatrix}(8\ 4\ 2\ 6)\\(11\ 8\ 3\ 6)\end{pmatrix}$, la première ligne donnant la permutation des c-s, la seconde celle des c-a.

Q10 Vérifier que :

$$A = \begin{pmatrix}(8\ 6\ 5\ 7)\\(11\ 9\ 10\ 12)\end{pmatrix} \qquad A H \bar{A} = \begin{pmatrix}(6\ 4\ 2\ 5)\\(9\ 8\ 3\ 6)\end{pmatrix}$$

$$[AD] = \begin{pmatrix}(6\ 8)(3\ 7)\\(11\ 7\ 12)\end{pmatrix} \qquad H[AD]\bar{H} = \begin{pmatrix}(8\ 4)(3\ 8)\\(8\ 7\ 12)\end{pmatrix}$$

Nous constatons alors que H et son conjugué par A, ainsi que [AD] et son conjugué par H, contiennent des cycles de même longueur; nous avons là l'exemple d'un théorème plus général :

> Le conjugué d'une permutation donnée par une autre permutation contient des cycles de même longueur que ceux de la permutation donnée.

Mais il y a plus ! Vérifions également la " règle de calcul" suivante :

Soit Y une manoeuvre et Y_X la manoeuvre conjuguée. Pour obtenir les cycles de Y_X, il suffit de remplacer les éléments, dans chaque cycle de Y, par leurs images par les permutations engendrées par X.

Exemples : H : (8 4 2 6) et (11 8 3 6)
$\downarrow A$ $\quad\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \qquad \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow$
$A H \bar{A}$: (6 4 2 5) et (9 8 3 6)

(Puisque par A, 8 donne 6, 6 donne 5, 4 et 2 restent inchangés pour les c-a et 11 donne 9; 8, 3 et 6 restent inchangés pour les c-s)

Q11 Déterminer ainsi [AD]H[DA]

Conjugués et commutateurs

Q12 Comparer les manoeuvres $[AD]_H = H[AD]\bar{H}$ et $[A_H, D_H] = [H A \bar{H}, H D \bar{H}]$

Là encore, on retrouve un résultat plus général que vous pouvez démontrer dans un groupe G quelconque : si p, q et x ε G, on a : $[p,q]_X = [p_X, q_X]$

Inverse d'un conjugué

Q13 Quelle est la manoeuvre inverse de $[AD]_H$?
Démontrer de façon plus générale que :
Quels que soient $x, y \in G$, on a $\overline{y_X} = (\bar{y})_X$

Mais pourquoi conjuguer ?

Conjuguer, c'est faire une certaine opération, puis une autre, et enfin faire l'inverse de la première opération. Cette séquence se rencontre dans de nombreuses situations familières. En voici quelques exemples empruntés à F.J. BUDDEN (La fascination des Groupes) :

On ouvre une porte, on passe dans l'autre pièce, et ensuite on referme la porte.

On se lève, s'habille, travaille pendant la journée, se déshabille et ensuite on retourne au lit.

On met le clignotant d'une voiture, on tourne et on enlève le clignotant.

Un message est codé, puis transmis, puis décodé.

......

Q14 Trouver des exemples semblables

Suite (en fin) au prochain numéro

Etudier la fonction ...

Michel DARCHE et Marie-Laure GIORGI · Orléans

Dans le PLOT n° 13 (4è trimestre 1980), nous avions proposé six situations essayant d'aborder sous un angle différent la sempiternelle question :

Etudier et représenter graphiquement la fonction ....

Nous en proposons ici six autres, qui vont dans le même sens. Nous renvoyons le lecteur au n° 13 du PLOT pour s'informer des principes qui ont guidé notre travail.

Rappelons malgré tout que notre objectif essentiel est de permettre à l'enseignant d'organiser des situations d'apprentissage en choisissant :

- des situations ouvertes qui permettent à l'élève de faire des choix.
- des situations orientées qui visent l'apprentissage de notions précises.
- des situations révélatrices des acquis, des manques, des besoins de l'élève vis-à-vis de ces notions.

POINT PAR POINT (3ème, 2nde, 1ère)

Donnez une représentation graphique des fonctions de R vers R suivantes.

On précisera les extrema de chaque courbe et son comportement pour x très grand. On vérifiera les symétries de chaque courbe s'il y a lieu.

Les calculs pourront se faire à l'aide d'une calculatrice.

1. $f : x \longmapsto 4(x^2 - x - 3)$
2. $f : x \longmapsto - x^4 + x^2 + 2$
3. $f : x \longmapsto 4x^3 - 3x$
4. $f : x \longmapsto \dfrac{4x - 3}{2x + 3}$
5. $f : x \longmapsto 4x - 3 + \dfrac{1}{2x + 3}$

Ces exercices peuvent être suivis ou précédés de l'étude graphique faite de façon analogue des fonctions suivantes de R vers R

$$g : x \longmapsto \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$h : x \longmapsto \frac{1}{(3x^2-1)^2}$$

Les fonctions ci-dessus sont choisies pour leurs particularités énumérées ci-après mais on peut choisir d'autres fonctions comme les fonctions des calculettes, Log, a^x, ... ou des fonctions préprogrammées par le prof, ou les élèves.

Commentaires

Les fonctions sont données dans l'ordre pour faire apparaître successivement les problèmes d'extrema, de parité, de branches infinies, d'ensembles de définition et surtout de champ de nombres utilisés.

Chaque fois on laisse les élèves opérer et on se "contente" de soulever de nouveaux problèmes en leur demandant de placer un point de plus dont on choisit "judicieusement" l'abscisse pour invalider ou faire préciser la courbe tracée par l'élève.

Fonction 1 : Comment préciser le minimum ? Combien de points choisir ? Les élèves choisissent de préférence des nombres entiers. La symétrie de la parabole par rapport à son axe apparaît et peut être utilisée pour déterminer l'extremum. Vérification par calculatrice.

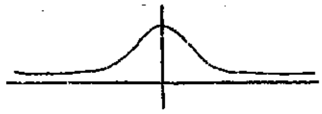
Fonction 2 : Là encore, apparition ou non du "dos de chameau" suivant que l'élève travaille dans ℕ ou non. Symétrie et fonction paire.

Fonction 3 : Problème des extrema. Si les élèves ne reprennent que des entiers, la courbe tracée ne fait pas apparaître les extrema. Fonction impaire et courbe symétrique par rapport à 0. Problème du choix des unités pour le repère.

Fonction 4 : Problème de l'hyperbole (2 morceaux) lié à l'ensemble de définition. Ne pas oublier les nombres négatifs. Problème des branches infinies. calculatrice puis preuve. Comment placer son repère.

Fonction 5 : Confirmation de l'asymptote $x = -3/2$ due au dénominateur $2x+3$. Apparition de l'asymptote oblique $y = 4x-3$ sur le graphique (problème qui se rencontre quand on fait tracer une courbe par ordinateur).

Fonction g : Une belle cloche. Fonction paire. Branches infinies.



Fonction h : Si l'élève ne prend que des nombres entiers, il obtient une courbe semblable à la précédente. Ensemble de définition et parité. Branches infinies et asymptotes.

2 PARABOLES, 2 HYPERBOLES ET LEURS TRANSLATEES (2nde, 1ère)

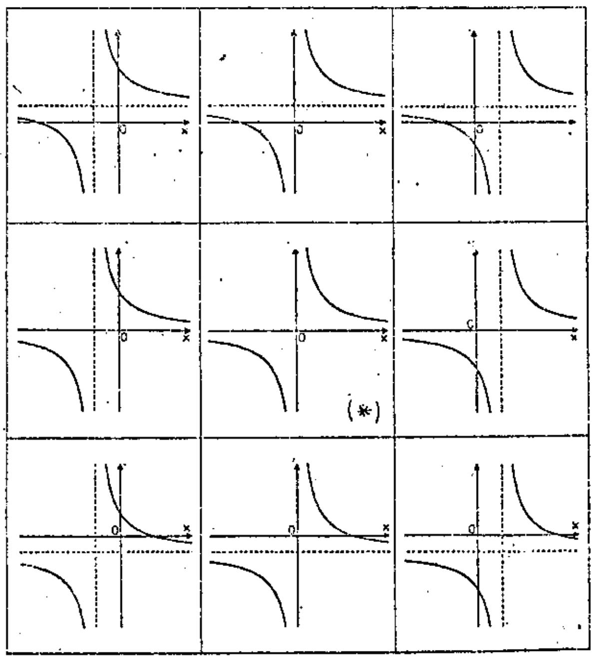
1ère phase.

Les courbes marquées (*) sont les images graphiques des fonctions :

$x \longmapsto x^2$ pour la parabole

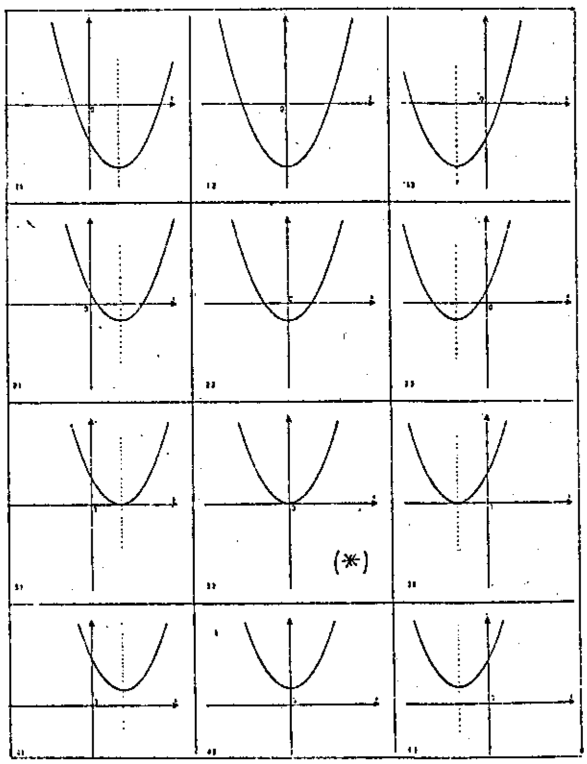
$x \longmapsto 1/x$ pour l'hyperbole.

Trouvez l'expression des fonctions représentées par les autres courbes. On prendra comme unité sur les axes le demi-centimètre.



2è phase.

Les mêmes dans l'autre sens : on retour- la feuille (bas en haut) et on trouve 21 autres courbes. De quelles fonctions sont-elles les images graphiques ?



3è phase.

Quelles courbes représentent des fonctions du type :

$f : x \longmapsto ax^2 + bx + c$ (a,b et c positifs)

$g : x \longmapsto \dfrac{ax + b}{cx + d}$ (a, b, c et d positifs)

Commentaires

Cette situation, construite à partir d'une idée du groupe zéro de Valenca et du CUEEP de Lille, a pour but de fournir rapidement des outils de reconnaissance des fonctions standards mais aussi dans ses prolongements de se ramener à des fonctions standards par changement de repère.

TABLEAUX DE VARIATION (2nde, 1ère)

Voici les tableaux de variation de 12 fonctions. Essayez de représenter graphiquement ces fonctions en demandant le minimum de renseignements complémentaires.

1

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f(x)	$\frac{1}{2}$	↗	$\frac{5}{2}$	↘	$\frac{1}{2}$

2

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f(x)	-3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-3

3

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
f(x)	$-\frac{1}{2}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$-\frac{3}{2}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\frac{1}{2}$

4

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}(1-\sqrt{10})$		$\frac{2}{3}(1+\sqrt{10})$		$+\infty$
f(x)	2	↘	$1-\sqrt{10}$	↗	$1+\sqrt{10}$	↘	2

5

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
f(x)	$+\infty$	↘	$-\frac{25}{4}$	↗	$+\infty$

6

x	$-\infty$		$-1,57$		$+\infty$
f(x)	$+\infty$	↘	$-\frac{11}{12}$	↗	$+\infty$

7

f est paire et définie sur IR

x	0		$\sqrt{\frac{10}{2}}$		$+\infty$
f(x)	4	↘	$-\frac{9}{4}$	↗	$+\infty$

8

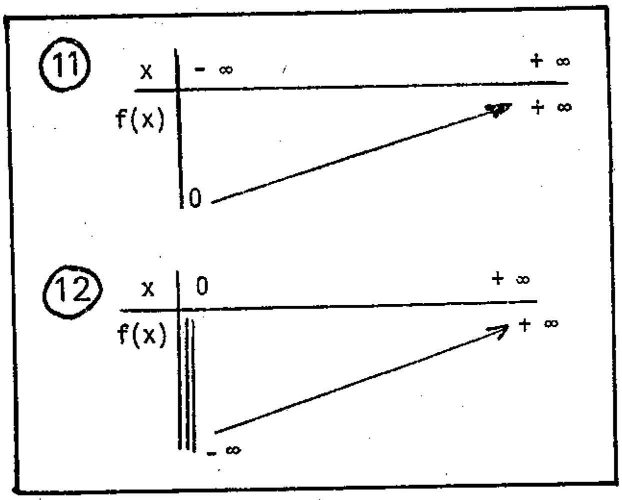
x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
f(x)	$+\infty$	↘	-32	↗	0	↘	$-\infty$

9

x	$-\infty$		$+\infty$
f(x)	$-\infty$	↗	$+\infty$

10

x	0		$+\infty$
f(x)	0	↗	$+\infty$



la fonction. seules les variations apparaissent nettement (différence avec le tracé de l'ordinateur).

L'ordre de présentation est celui qui demande de plus en plus d'informations (càd de 1 à 12). On peut, à la demande :
- dire quel est le type de la fonction (polynôme de degré n, homographique...).
- indiquer que les variations sont de plus en plus ou de moins en moins accentuées (C'est la vitesse de variation qui renseigne sur la concavité et le comportement aux bornes).
- indiquer l'existence de symétrie, périodicité, translation d'une courbe de fonction standard, etc...).
- donner l'image d'un nombre fourni par les élèves.
- répondre vaguement à des questions vagues (quelle est l'allure de la courbe ? réponse : elle est belle !).

Les questions posées s'inscrivent au tableau et s'analysent collectivement. La validation peut se faire à partir des courbes (tracées par le prof).

Voici les fonctions dont il s'agit :

Commentaires

En dehors de savoir lire et utiliser de tels tableaux, cette activité vise à montrer
- qu'un tableau n'est pas suffisant pour construire la courbe et qu'il faut parfois des informations supplémentaires.
- que de toute façon la courbe n'est qu'une représentation graphique approximative de

1. $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 6}{2x^2 - 4x + 4}$

2. $f(x) = \dfrac{3x + 2}{1 - x}$

3. $f(x) = \dfrac{-x^2 + 2x + 4}{2(x - 3)(x + 1)}$

4. $f(x) = \dfrac{2x\,(x + 6)}{x^2 + 4}$

5. $f(x) = x^2 + 3x - 4$

6. $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} + x$

7. $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$

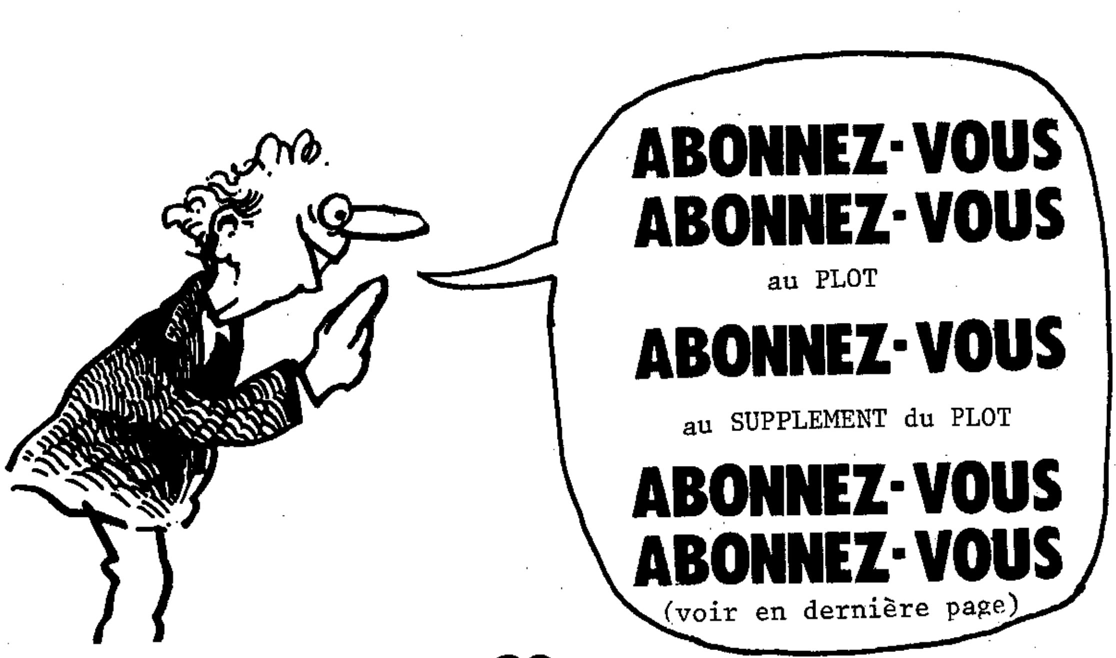
8. $f(x) = -(x - 3)^2\,(x + 3)$

9. $f(x) = x^3 + x - 2$

10. $f(x) = \sqrt{x}$

11. $f(x) = 10^x$

12. $f(x) = \mathrm{Log}_{10}x$



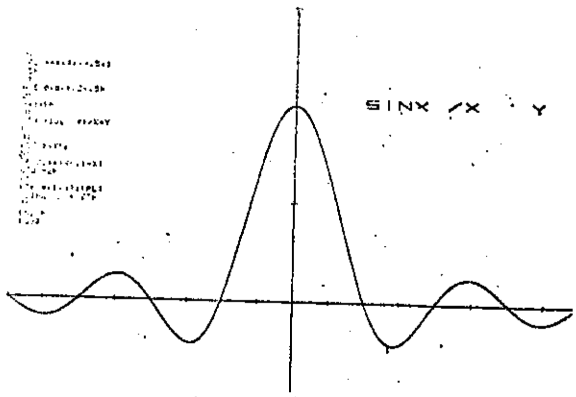
COURBES MYSTERIEUSES (3ème à Terminale)

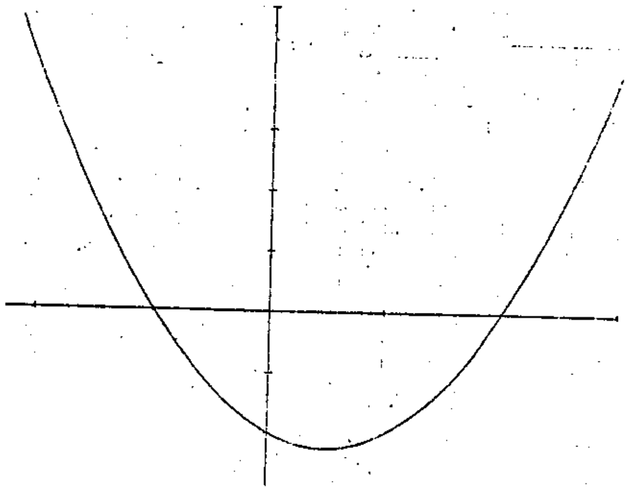
" J'ai devant les yeux la courbe-image d'une fonction, non visible par les élèves.

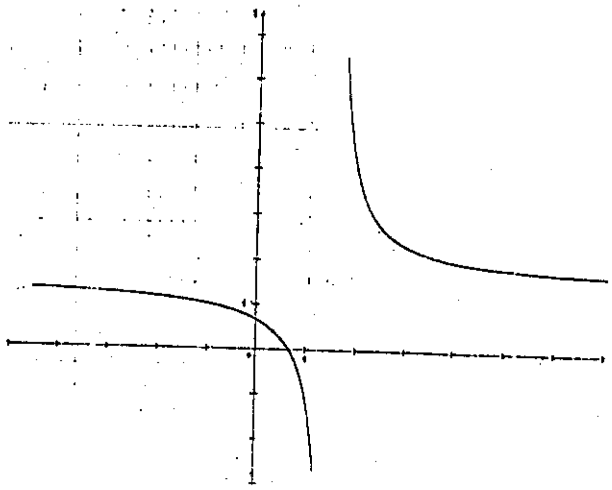
Essayez de la trouver en me posant des questions auxquelles je répondrai si je peux. "

Chaque groupe pose, à son tour, une question dont la validité est discutée par les autres, puis le prof fournit une réponse collective en lisant son graphique et en adaptant son langage à celui utilisé par les élèves, et en particulier par celui qui pose la question.

Le rôle de " celui-qui-sait " peut être joué par un élève.



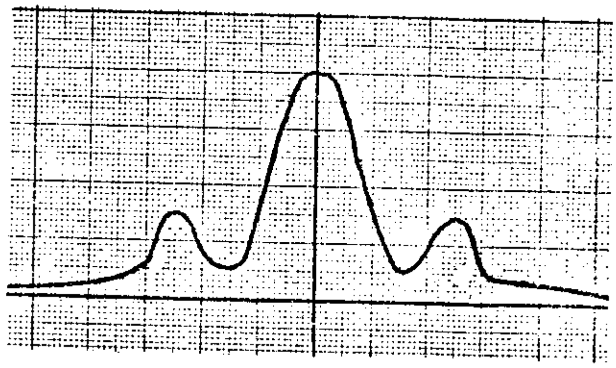




Commentaires

Cette situation permet de mobiliser les ressources des élèves vis à vis des graphiques et de leur faire formuler des questions aussi précises que possible : à question floue, réponse floue. Le choix des repères, les extrema, le nombre de branches, le comportement aux bornes se posent d'autant plus vivement que les courbes sont ici tracées par ordinateur. On peut prolonger l'activité en jouant sur les discontinuités et les points de rebroussement qui "cassent" l'allure de la courbe.

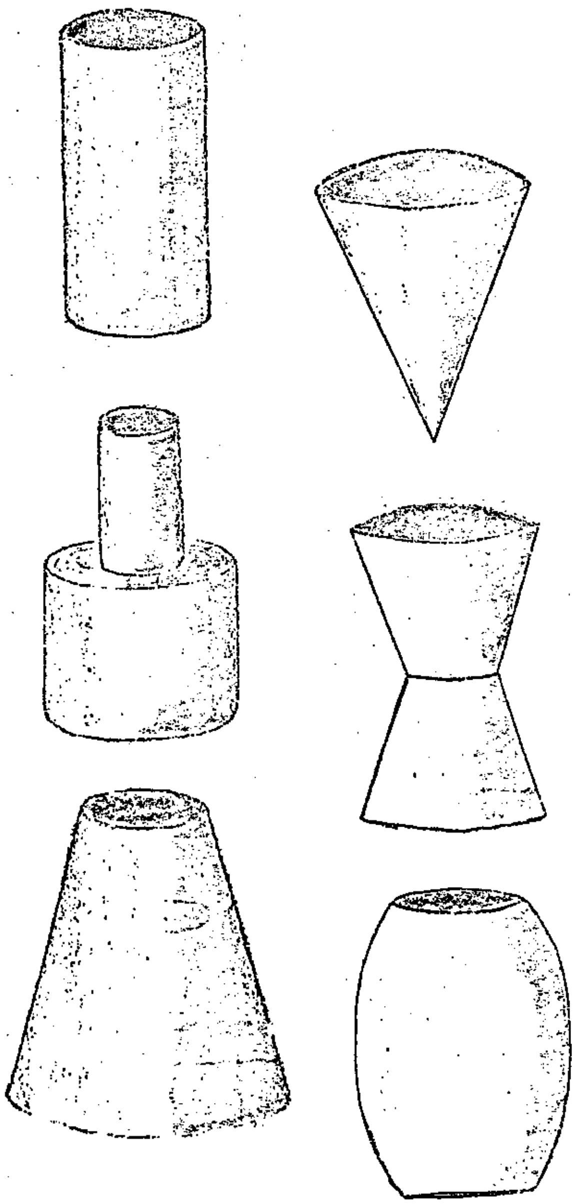
Terminer par ... une triple cloche !



PROBLEMES DE ROBINETS (3ème à DEUG)

On remplit successivement 6 récipients de même hauteur (80 cm) et de même capacité (100 litres) dessinés ci-dessous.

Pouvez-vous étudier la variation du niveau de l'eau entre le début et la fin du remplissage et en faire une représentation graphique. Le robinet a un débit constant de de 1 litre toutes les 4 secondes.



"Rappels" inutiles, mais qui peuvent rassurer :

* Débit normal d'un robinet de ménage

$0{,}5\ m^3/h$ pour une section intérieure de 1 cm.
$1\ m^3/h$ pour une section de 1,2 cm

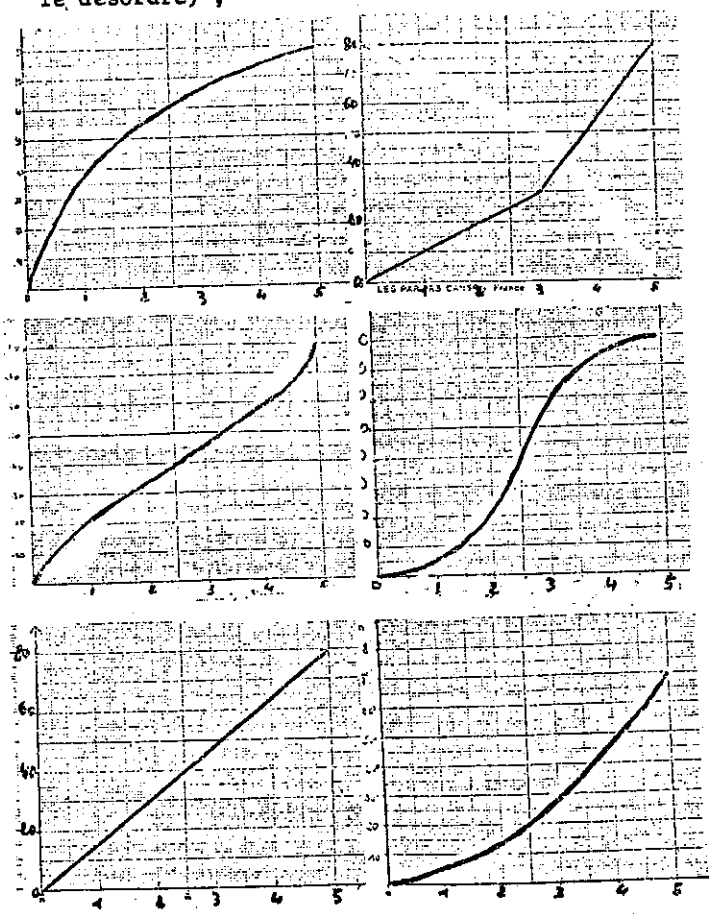
* Volumes

Cylindre $B \times h$; Cône $\frac{1}{3} B \times h$

Tonneau $h(r + \frac{2}{3}(R - r))^2$

Commentaires et prolongements

Cette situation peut être traitée avec des niveaux d'approfondissement très variés: de l'approche globale et très approximative qui donne les courbes suivantes (dans le désordre) ,



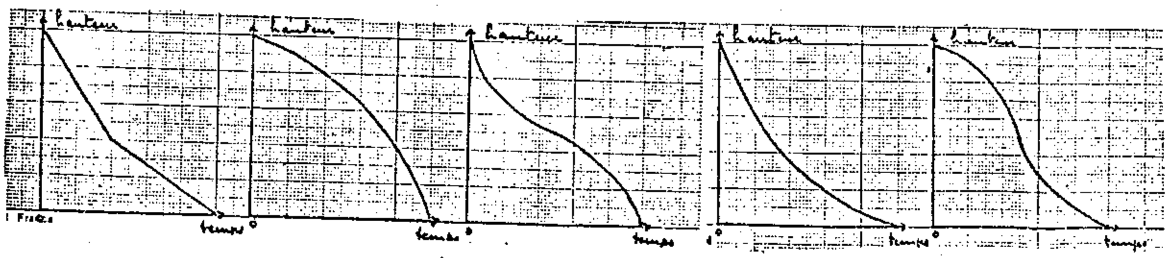
à une approche utilisant l'intégration au sens de Riemann ou la méthode d'exhaustion d'Eudoxe de Cnide.

Prolongements

On peut demander de construire les graphiques correspondant à la vidange des récipients par le bas

1) en supposant le débit constant égal au précédent.
2) en supposant que le débit varie avec la hauteur du liquide.

On peut enfin demander de dessiner des récipients qui auraient pour graphique de vidange à débit constant les courbes suivantes :



Dernier problème : Quelles peuvent être les mesures non données des 6 récipients du départ ? On pourra prendre les doubles cônes et doubles cylindres coupés à mi-hauteur et R et R/3 et R ou R/2 comme rayons.

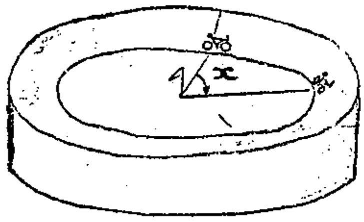
COMMENT FAIRE LA DIFFERENCE PAS A PAS ? (3ème, 2nde, 1ère)

1. Une course

Deux cyclotouristes décident de faire une course sur la nouvelle piste cyclable qui joint Orléans à La Source, aller et retour. Le plus grand "grâce au vent" ... arrière fait l'aller à 50 km/h et le retour à 30 km/h. Le plus petit se jouant du vent fait l'aller et le retour à 40 km/h !

Qui arrive le premier ?

2. Les " 6 jours "



Voici un tableau donnant à chaque seconde l'angle "décrit" par un coureur cycliste sur un circuit circulaire depuis son départ (le temps t en secondes, l'angle x en degrés).

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11	.... ?
x	15	24	35	?	63	80	99	?	143	.... ?

- Que pouvez-vous dire du déplacement de ce mobile ?
- En combien de temps bouclera-t-il son premier tour ?
- Que pouvez-vous dire de sa "vitesse angulaire" moyenne d'une seconde à l'autre ? de son accélération ?

3. Le septième jour ...

Voici un tableau donnant la "vitesse angulaire" d'un autre coureur sur le même circuit (le temps t en secondes, la "vitesse angulaire" v en degré par seconde).

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11	... ?
V	9	11	13	?	17	19	21	?	25	... ?

- Pouvez-vous exprimer sa vitesse à chaque instant en fonction du temps ?

Questions perfides

- Quelle est sa vitesse à la fin du premier tour ?
- Si les deux coureurs partent en même temps, qui boucle le premier tour le premier ?

Prolongement (Pour les élèves curieux ... et machistes !) :

- Sur une autoroute, au volant d'une voiture de sport, une femme parcourt "constamment" 100 km en une heure. Une heure et demie après le départ, ellea parcouru... 160 kilomètres !?!

4. Références :

Vers les différences finies.

Bibliographie :

- Pour une mathématique vivante en Seconde (Publication APMEP n° 27 . 1979)
- Suites de figures, Suites de nombres (IREM - APMEP d'Orléans . 1981)

Commentaires

La richesse de ces situations permet des exploitations variées. Elles visent ici à faire un travail sur les différences finies à partir d'un exemple concret. Mais elles peuvent être utilisées pour elles-mêmes, comme exemples de situations linéaires et non linéaires, ou comme exemple de mouvement circulaire uniformément varié.

De plus, l'absence de données sur les distances permet un traitement inductif des problèmes.

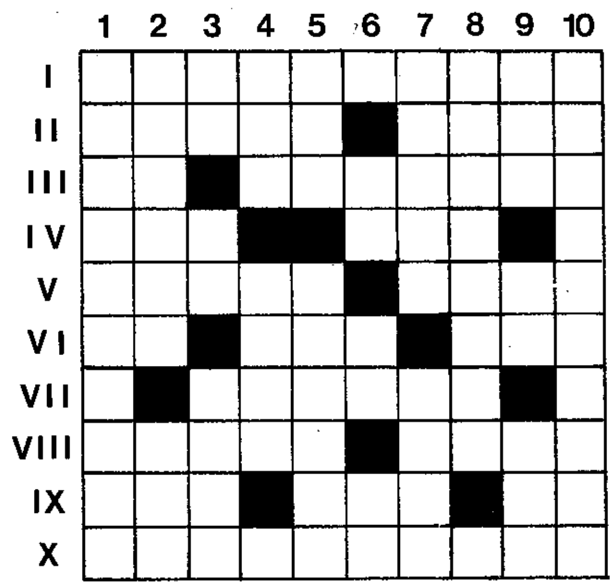
1ère situation : On pourra l'illustrer à l'aide de proverbes anti-gaspi :
"Qui veut voyager loin ménage sa monture"
"Qui va piano, va sano".
Après avoir proposé le problème collectivement et avoir recueilli et fait discuter les premières hypothèses (essentiellement l'hypothèse "ils arrivent en même temps"), le prof peut faire travailler les élèves en petits groupes, dans lesquels ceux-ci valideront leur hypothèse. Le choix d'une distance est aussi révélateur de l'influence de l'aspect métrique : et si on change la distance ?

2è situation : Les élèves utilisent des méthodes récurrentes pour trouver qu'il fait un tour en 18" . On peut essayer de sortir de cette méthode et essayer de leur faire trouver le polynôme $t \longmapsto x$ (qui est $x = t^2 + 2t$) en leur demandant le temps mis pour faire 10 tours (59"), 14 tours (70"), en supposant bien sûr que le phénomène se conserve, ce qui fait réfléchir sur l'espect local d'un modèle.

3è situation : Sur l'ensemble donné, la vitesse peut être représentée par une fonction affine du temps $v = 2t + 3$. On constate une proportionnalité entre les accroissements de t et de v. De plus, la vitesse est choisie en relation avec la seconde situation : c'est la vitesse moyenne de la situation 2 entre les instants t et t+1. On retrouvera un problème analogue à la 1ère situation, mais ici le second cycliste va de plus en plus vite entre t et t+1. Sa vitesse moyenne est donc supérieure à celle du second cycliste.

Mots Croisés

Michel Labrousse



Horizontalement.

I Sers localement. II Instrument - Révisé. III Une abréviation pour "Non vide" - Stabiliser. IV Tel un salaire - Lettres de Ptolémée. V Inversé : mathématicien français (1874-1932) - Nécessaires pour Théetète. VI Note - Selon le sens, ferme ou prénom d'amuseur mathématique - Un début pour Tychonoff. VII Démontra que R n'est pas dénombrable. VIII Aplanit - Partie de satellite. IX Initiales d'un mathématicien "non euclidien" - Il faut trouver celle de chaque problème pour le résoudre - Satellite de Jupiter. X Comme certain anneau.

Verticalement

1 Ses algèbres sont connues. 2 Un de ceux du I horizontal peut l'être - Communes à rationnel et à rotation. 3 A moitié fait - Symbole chimique - Fort en thème. 4 Inversé: planche - Peut être ouvert. 5 Pronom - Ses espaces sont normés. 6 Initiales de l'auteur français d'une théorie algébrique des nombres - Sur le calendrier - Article.
7 Se trouve sur un cube - Soustraire. 8 Mesureur. 9 Permutation d'île - Une fin à Berkeley - A ses groupes. 10 Nécessaire mais non suffisante pour une bijection.

Solution page 29

Prérequis

Nous publions ici deux documents issus d'un groupe de travail national de l'APMEP. Dans le cadre d'une réflexion sur les besoins mathématiques des élèves au cours du Premier Cycle, ce groupe a élaboré une liste de prérequis à l'entrée en Seconde d'une part, et une liste de prérequis à l'entrée en LEP d'autre part.

Nous souhaitons vivement que nos lecteurs réagissent sur ces textes dont la mise au point orientera l'action de l'APMEP durant les prochaines années. Les réactions des lecteurs sont à adresser à la responsable du groupe de travail national :

Mme Janine Cartron
1, impasse des Fauvettes
79000 Niort.

LES PREREQUIS A L'ENTREE EN L.E.P.

Présentation

Le document rédigé ci-après est une tentative d'inventaire des compétences qui semblent nécessaires pour suivre l'enseignement d'un LEP après la cinquième (vers un CAP en trois ans) ou après la troisième (vers un BEP en deux ans).

Il a été conçu en tenant compte, bien entendu, des besoins du professeur de mathématique et de physique, mais aussi de ceux des autres matières et notamment de l'enseignement professionnel : pratique, technologie, dessin.

Ce n'est qu'un projet qu'il conviendra de discuter et aussi de moduler selon les spécialités préparées. En effet, les besoins mathématiques ne sont pas les mêmes dans une préparation BEP électromécanicien, BEP constructeur en bâtiment, BEP comptable mécanographe...

Jean-Pierre ORHAN

A. Les prérequis à l'entrée en LEP, préparation CAP (en 3 ans après la cinquième).

1) *Calcul numérique*

- Ecrire des nombres décimaux (D' et sept chiffres maximum)
- Ordonner une liste de décimaux (liste de 3 nombres de même partie entière. Exemple : 45,25 : 45,02 ; 45,2).
- Effectuer sur des décimaux une opération isolée (+ ; × ; − ; :)
  — à la main sur des nombres simples (deux ou trois chiffres)
  — à la machine (sans notation scientifique).
- Effectuer mentalement les multiplications et divisions par 0,1 ; 0,01 ; 10 ; 100 ; 2 sur des nombres de trois chiffres au plus.
- Calculer le carré et le cube d'un nombre décimal.
- Calculer la valeur numérique d'une expression littérale ne faisant intervenir ni parenthèses, ni exposant autre que 2 ou 3 ($V = \frac{4}{3}\pi R^3$; $S = \frac{b \times h}{2}$)

2) *Lecture de tableaux*

- Trouver par lecture directe, dans un tableau à double entrée, la valeur numérique correspondant à une valeur fixée.

3) *Représentation graphique*

- Exploiter une courbe tracée sur papier millimétré (c'est-à-dire : abscisse fixée → ordonnée ; ordonnée fixée → abscisse).
- Représenter graphiquement sur papier millimétré un tableau de valeurs (axes fournis et gradués).

4) *Mesures*

- Mesurer un segment à l'aide d'une règle graduée.
- Mesurer un angle inférieur à un plat à l'aide d'un rapporteur.

5) *Unités de mesures*

- Connaître le sens de *centi, déci, milli, déca, hecto, kilo.*
- Transformer des cm en mm et inversement, des m en cm et inversement.
- Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle. Calculer le volume d'un pavé droit.

6) *Proportionnalité*

- Traiter des problèmes relatifs à deux suites proportionnelles (étant donné un tableau : compléter le tableau par application des critères de linéarité et calculer le coefficient de proportionnalité, éventuellement par enchaînement d'opérateurs : $\otimes$; $\odot$).
- Reconnaître la proportionnalité ou non (par application des critères au calcul du coefficient) de deux suites de nombres (trois nombres au maximum dans chaque suite).

7) *Vocabulaire et figures en géométrie*

- Savoir reconnaître, à l'aide d'instruments, la perpendicularité de deux droites, le parallélisme de deux droites, la perpendicularité d'une droite et d'un plan, le parallélisme de deux plans.
- Savoir reconnaître, visuellement, un rectangle, un carré, un triangle rectangle, une médiatrice, une bissectrice.

8) *Constructions (instruments au choix)*

- Tracer un segment isométrique à un segment donné.
- Tracer une parallèle à une droite donnée et passant par un point donné.
- Tracer une perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné.
- Tracer un cercle de rayon donné.
- Tracer un secteur angulaire d'angle donné.

B. Les prérequis à l'entrée en LEP, préparation BEP (en deux ans après la troisième)

1) *Calcul numérique*

- Simplifier dans $\mathbf{Q}^+$ l'écriture des fractions (par 2 ; 3 ; 5 et 10...).
- Effectuer dans $\mathbf{Q}^+$ une opération isolée (+ ; × ; − ; :).
- Calculer la valeur numérique d'une grandeur donnée par son expression littérale (Ex. : $S = \frac{(b+B)h}{2}$) avec des chaînes de calculs courtes (par exemple : $I = \frac{\pi h^3}{3} (A_1 + \sqrt{A_1 A_2} + \ldots$ est exclu !)
- Transformer les égalités du type $a * b = c$ ($*$ est + ; − ; × ; :) pour exprimer a ou b en fonction des deux autres.

2) *Fonction linéaire*

- Une situation de proportionnalité étant présentée sous l'une des formes suivantes : tableau numérique, expression algébrique, représentation graphique, passer d'un mode de représentation à chacun des deux autres.

- Utiliser le modèle linéaire pour traiter des problèmes d'échelles : connaissant deux des données suivantes : échelle, dimension réelle, dimension du dessin, trouver la troisième.
- Traiter* des problèmes d'opérateurs fractionnaires, en particulier ceux liés aux pourcentages : prendre tant % de ; augmenter ou diminuer une quantité de tant % ; savoir inverser un opérateur.
- Traiter* des problèmes relatifs à deux suites proportionnelles : trouver le coefficient de proportionnalité, l'écrire sous forme d'un pourcentage, compléter un tableau.
- Déduire si une situation est du type linéaire ou non, soit
  — en faisant une représentation graphique qui sera interprétée
  — en trouvant la forme algébrique standard
  — en calculant le coefficient de proportionnalité } éventuellement

3) *Fonction affine*

- Une situation liée à une fonction affine étant présentée sous l'une des formes suivantes : tableau numérique, expression algébrique standard, représentation graphique, passer d'un mode de représentation à un autre (tableau → expression algébrique et graphique → expression algébrique : exclus).

4) *Constructions et tracés*

- Exécuter les tracés suivants : segment isométrique à un autre, parallèle à une droite donnée, perpendiculaire à une droite donnée, cercle de rayon donné, secteur angulaire d'angle donné (instruments au choix).
- En utilisant les tracés précédents, tracer un triangle connaissant les mesures des côtés, construire un secteur angulaire de même angle qu'un secteur angulaire donné, construire un rectangle connaissant les mesures des côtés.
- Tracer la médiatrice d'un segment donné.

---

* *Traiter :* Ce mot signfie ici : "programmer une chaîne de calculs ou une méthode de travail qui conduira, après exécution, à la résolution de la situation". Il est extrait d'un document officiel dont il a été largement fait usage dans la rédaction du présent document.

- Tracer un cercle passant par deux points donnés et de rayon donné ; ayant pour diamètre un segment donné.
- Tracer la bissectrice d'un secteur angulaire donné.

5) *Pythagore*

- Calculer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les mesures des deux autres.
- Déduire si un triangle est rectangle ou non en utilisant la relation de Pythagore.

6) *Thalès*

- Calculer la longueur d'un segment en utilisant la propriété de Thalès.

7) *Vecteurs*

- Construire le vecteur somme de deux vecteurs donnés.
- Représenter graphiquement un vecteur dont les composantes sont données dans une base donnée.
- Calculer les coordonnées numériques de la somme de deux vecteurs dont les coordonnées numériques sont données.

8) *Géométrie dans l'espace*

- Conditions de perpendicularité d'une droite et d'un plan.
- Conditions de parallélisme de deux plans.

9) *Trigonométrie*

- Donner une valeur numérique approchée du cosinus, du sinus, de la tangente d'un angle inférieur à 90° (table ou calculatrice).
- Trouver, à partir du cosinus, du sinus, de la tangente d'un angle, une mesure de cet angle.
- Calculer dans un triangle rectangle la mesure d'un côté et la mesure d'un angle en utilisant une ligne trigonométrique.

LES PRÉREQUIS A L'ENTRÉE EN SECONDE

Le texte qui suit émane d'un groupe de travail A.P.M.E.P. qui a critiqué, complété, amendé un premier projet d'un de ses membres.

Il s'agissait de déterminer ce qu'on attendait d'élèves entrant en Seconde de détermination en fait de capacités relativement aux contenus d'un programme de premier cycle (qui ne serait pas exactement le programme actuel). Parallèlement, le groupe a travaillé sur un texte analogue concernant l'entrée en L.E.P., en fin de Troisième ou en fin de Cinquième.

Une telle entreprise présente des dangers sérieux :

a) Elle semble subordonner l'enseignement en premier cycle aux exigences, plus ou moins fondées, des enseignements ultérieurs. Nous pensons au contraire que le premier cycle, faisant partie de la scolarité obligatoire, n'est pas — ne devrait pas être — l'antichambre sélective du second cycle.

b) Chacun plaide éloquemment en faveur de tel ou tel aspect des mathématiques "qu'il faut absolument" maintenir ou introduire au premier cycle, sur "ce qu'il n'est pas permis d'ignorer", etc. La réunion de tous ces vœux risque de constituer un contenu trop abondant et trop ambitieux (c'est, en gros, ce qui s'est passé pour la plupart des programmes de mathématiques du second degré ces dernières années).

L'avenir dira si notre groupe a évité ces écueils. Pour l'instant, que le lecteur de ce texte veuille bien le considérer comme provisoire et destiné à être utilisé dans la visée plus ample d'une réflexion sur l'enseignement des mathématiques au premier cycle.

Louis DUVERT

1. CALCUL NUMÉRIQUE

- Savoir trouver mentalement un ordre de grandeur et penser spontanément à le faire.
- Savoir utiliser une calculatrice "4 opérations" et en connaître les limites.
- Savoir simplifier spontanément une fraction numérique simple.
- Savoir passer, pour un décimal, de l'écriture décimale à une écriture fractionnaire, et inversement.
- Savoir ramener une somme, une différence, un produit, un quotient de deux fractions à une seule fraction.
- **Inutile :** savoir réduire à un même dénominateur raffiné (exemple : $\frac{374}{1981} + \frac{28}{3287}$) ; savoir calculer "à la main" 372,493 : 0,7329 ou $\sqrt{385,234}$.
- Savoir que $(\sqrt{2})^2 = 2$
- Savoir utiliser les puissances de 10 à exposants naturels (*souhaitable :* savoir utiliser les puissances de 10 à exposants entiers).
- Savoir calculer le "t%" d'un nombre et, inversement, étant donné deux nombres, trouver quel t% permet de passer de l'un à l'autre.

2. CALCUL LITTERAL

- Savoir, devant une écriture (littérale ou numérique), écrire un programme de calcul (par exemple sous forme d'arbre), en tenant compte des règles de priorité.
- Savoir cataloguer une écriture (est-ce une écriture polynome ? Si oui, est-elle réduite ? Quel est son degré ?...).
- Savoir transformer une écriture (développer, factoriser,...) en utilisant deux ou trois identités remarquables et la distributivité de la multiplication sur l'addition (et sur la soustraction). Mais, d'abord, savoir quel type d'écriture (factorisée ? développée ?) on souhaite.
- Savoir simplifier $\frac{2a+6b}{4a}$, $1-\frac{x-1}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$,...
- Savoir exploiter une égalité pour substituer, ailleurs, un membre à l'autre, substitution qui requiert souvent l'introduction de (nouvelles) parenthèses.
- Savoir que $\sqrt{a}$ ne désigne jamais plusieurs nombres à la fois.
- Savoir que $|a|$ désigne a si $a>0$, $-a$ si $a \leqslant 0$.
- Savoir que le machin-du-truc n'est pas toujours égal au truc-du-machin.

3. FONCTION LINEAIRE

- Savoir utiliser le modèle linéaire pour des problèmes d'échelles, de pourcentages, plus généralement d'opérateurs fractionnaires.
- Savoir associer une fonction linéaire, un tableau de nombres, une représentation graphique.
- Savoir compléter deux suites proportionnelles.
- Savoir reconnaître si une situation est de type linéaire ou non.

4. RESOLUTIONS (d'équations, d'inéquations,...)

- Savoir distinguer entre trouver *une* (ou *des*) solution(s) et résoudre (c'est-à-dire trouver l'ensemble des solutions).
- Une fois la résolution terminée, voir, pour chaque solution, si elle appartient à l'ensemble de nombres imposé par le problème initial.
- Savoir traduire un problème simple à une inconnue en une équation.
- Savoir résoudre graphiquement (avec interprétation) un système (d'équations et inéquations du premier degré) traduisant des contraintes.

5. STATISTIQUES, PHENOMENES ALEATOIRES

- Savoir lire et faire un graphique cartésien simple (*souhaitable :* savoir lire un graphique "en fromage"), un tableau à double entrée, et savoir les interpréter en termes de "tendance".
- Savoir interpréter et calculer des pourcentages liés à des données de nombres.

Et, dans le cadre de programmes de premier cycle révisés :

- Savoir condenser l'information numérique par des valeurs-types : moyenne, médiane, écart-type.
- Savoir faire un pari sensé, réfléchi, ou savoir refuser un pari, dans des situations simples (dé, pièces de monnaie, loto, tiercé).
- Savoir que, dans le cas d'événements indépendants, le hasard n'a pas de mémoire.

6. INFORMATIQUE

- Savoir utiliser une calculatrice ("4 opérations", au moins), en liaison avec des écritures numériques ou littérales.
- Savoir analyser, et traduire par un ordinogramme, un algorithme simple (1 test, 1 boucle).

7. GEOMETRIE

- Savoir manier les instruments de dessin ordinaires.
- Savoir distinguer les notations où figurent deux points (par exemple [AB], (A,B), [A,B], $\overrightarrow{AB}$, AB, (AB),...) et savoir distinguer les notions associées.
  Inutile : notation $\overline{AB}$
- Maîtriser un minimum de vocabulaire : milieu, centre, hauteur, médiane, médiatrice,... ; savoir que de nombreux mots usuels (diamètre, côté, hauteur,...) ont chacun plusieurs sens.
- Savoir calculer aires et volumes de figures usuelles, à partir de formules.
- Savoir schématiser une situation topographique réelle simple (appartement, collège,...) en un plan ; et, inversement, savoir utiliser un plan pour se déplacer dans un lieu.
- Savoir transporter, agrandir ou réduire une figure sous certaines contraintes (faire tenir dans tel emplacement, laisser tel élément invariant,...)
- Etant donné une figure et son image par une transformation (translation, symétrie, projection), savoir reconnaître, à vue, quelle est cette transformation.
- Savoir relier "Thalès" à la proportionnalité.
- Savoir calculer des longueurs dans des "situations" de Thalès ou de Pythagore. Savoir reconnaître qu'un triangle est rectangle quand on connaît ses trois côtés.
- Savoir extraire une sous-figure d'une figure donnée.
- Savoir rédiger (en français, ou sous forme d'un déductogramme) une démonstration (cherchée et trouvée en groupe).

8. GEOMETRIE ANALYTIQUE

- Savoir placer un point dans le plan ou dans l'espace connaissant ses coordonnées. Savoir, inversement, lire les coordonnées d'un point déjà marqué dans le plan repéré.
- Savoir calculer la distance de deux points en repère orthonormé.
- Savoir, pour des distances ou des angles, contrôler les mesurages par les calculs et inversement.
- Savoir établir le parallèle entre une fonction f et sa représentation graphique R, entre l'équation $f(x)=0$ et l'intersection de R et de l'axe des abscisses,...
- *Souhaitable :* Savoir choisir et associer trois aspects : figure sans repère, calcul analytique après choix d'un repère, calcul vectoriel. Savoir utiliser $x\vec{i}+y\vec{j}$ ou le couple des composants (x,y) du vecteur.
- **Inutile :** Savoir par cœur des formules donnant une équation d'une droite passant par deux points donnés, ou passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée,...

9. TRIGONOMETRIE

- Connaissant 2 côtés, ou 1 côté et 1 angle aigu, d'un triangle rectangle, trouver les autres angles et côtés.
- *Souhaitable :* Savoir retrouver rapidement les sinus, cosinus, tangentes de 0°, 90°, 180°, 30°, 45°, 60° (sauf tg 90°...).

10. METHODOLOGIE

- Savoir lire l'énoncé, globalement, puis mot par mot.
- Savoir utiliser une documentation personnelle pour retrouver le sens d'un mot, l'énoncé d'un théorème.
- Savoir analyser un problème : de quoi s'agit-il ? ai-je une théorie générale à ma disposition ?...
- Savoir critiquer (courtoisement) un énoncé.
- Savoir conclure (une étude, un calcul, une résolution, une démonstration).
- Savoir tirer profit des résultats acquis ou admis dans les questions précédentes.
- Savoir distinguer entre constatation et démonstration, entre illustration (par des exemples) et démonstration.
- *Souhaitable :* Ne pas être paralysé devant un problème d'un genre nouveau ; essayer, tâtonner,... ; savoir mettre en équation puis revenir au problème posé. ■

SOLUTION DES MOTS CROISES

Horizontalement

I Voisinages. II Outil - Relu. III N.V.(Non vide) - Asseoir. IV Net - PTM. V Erieb (Baire) - EEEE. VI Ut - Mas ou Sam (Sam Lloyd) - Tyc. VII Cantor. VIII Arasa - Teli. IX NIL (N.I. Lobatchevski) - Clé - Io. X Noetherien.

Verticalement

1 Von Neumann. 2 Ouvert - RIO. 3 It - Ti - Calé. 4 Sia - Amas. 5 Ils - Banach. 6 SP (Samuel Pierre) - St - Le. 7 Arête - Oter. 8 Géomètre. 9 Eli - Ey - Lie. 10 Surjection.

nouveau LE SUPPLEMENT DU plot

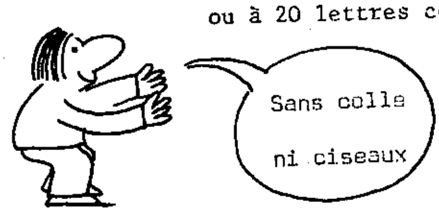
EN 1982, DEUX NUMEROS HORS-SERIE DU PLOT :

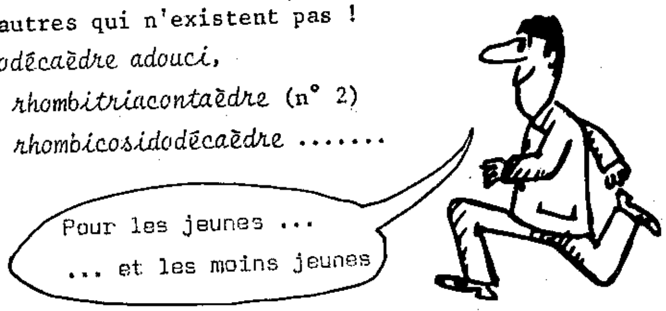
POLYEDRES n° 1 & POLYEDRES n° 2

Avec le matériel fourni, vous pourrez réaliser, ou faire réaliser dès le plus jeune âge des dizaines de polyèdres :

7 polyèdres réguliers : les 5 polyèdres de Platon
1 polyèdre de Képler (n° 2) *(1)*
1 polyèdre de Poinsot (n° 2)

les 13 polyèdres semi-réguliers d'Archimède (dont 9 avec le seul POLYEDRES n° 1),
des prismes et des antiprismes,
des polyèdres convexes et des polyèdres étoilés,
des polyèdres qui existent... et d'autres qui n'existent pas !
des polyèdres à 92 faces comme le *dodécaèdre adouci*,
des polyèdres à 19 lettres comme le *rhombitriacontaèdre* (n° 2)
ou à 20 lettres comme le *rhombicosidodécaèdre* ....





Vous pourrez également fabriquer vous-même votre matériel et construire d'autres polyèdres....

Chaque numéro Hors-Série contient :

* 30 feuilles prédécoupées de carton en 3 couleurs permettant d'obtenir
  pour le POLYEDRES n° 1 : des polygones réguliers à 3, 4, 5, et 6 côtés
  pour le POLYEDRES n° 2 : des éléments pour fabriquer des octogones; des décagones, des "rhombes" (pour réaliser des polyèdres étoilés)...
* Une feuille-modèle pour reproduire vous-même ces pièces.
* Plusieurs textes d'explication pour assembler et reproduire les polyèdres sans colle ni ciseaux, mais avec des élastiques !

Les numéros 1982 du PLOT fourniront des fiches techniques sur les polyèdres et des activités à faire avec ce matériel.

Pour recevoir ces numéros Hors-Série, il suffit de souscrire lors du renouvellement de votre abonnement au PLOT (voir en dernière page)

Prix de l'abonnement aux deux numéros du Supplément : 30 F

(1) La référence (n° 2) indique que le numéro POLYEDRES n° 2 est indispensable pour réaliser le polyèdre indiqué.

Courrier...

Marc Blanchard, qui cultive actuellement les mathématiques au bord du Nil, nous a fait parvenir quelques compléments à son article "Drôles d'aires" paru dans le PLOT n° 16 du 3è trimestre 1981.

"Signalons que le résultat se généralise aisément dans tout espace euclidien de dimension finie quelconque rapporté à un repère orthonormé. Appelons réseau l'ensemble des points à coordonnées entières.

- en dimension 3, le volume d'un polyèdre dont les sommets appartiennent au réseau est la somme des poids de tous les points du réseau relativement au polyèdre. Pour calculer le poids d'un point, on introduit une sphère suffisamment petite centrée au point et un angle solide mesuré en "stéréotour" (mesure d'angle solide telle que l'angle plein est l'unité), intersection de la sphère et du polyèdre.

- en dimension 1, la longueur d'un segment dont les extrémités sont d'abscisses entières, est la somme des poids des points du réseau. Le poids d'un point relativement à un segment est 0 s'il est extérieur, 1/2 s'il est extrémité, 1 s'il est intérieur. C'est un point de vue original du problème-piège du nombre (n-1) d'intervalles délimités par n piquets alignés.

- en dimension n, on peut calculer l'hypervolume de parallélotopes.

Enfin, pour présenter les résultats obtenus en dimension 2 aux élèves, on peut utiliser agréablement une planche à clous et des élastiques de couleur."

CIEAEM 1982

COMMISSION INTERNATIONALE POUR L'ETUDE ET L'AMELIORATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Orléans : 30 Juillet - 6 Août 1982

Thème : Les moyens et les médias dans l'enseignement des mathématiques : bilans et perspectives.

Sous-Thèmes :

1) Comment ont évolué, ou devraient évoluer le contenu et l'utilisation des manuels, des fiches de travail, etc...

2) Les conditions d'utilisation et de création du matériel de manipulation pour l'apprentissage des mathématiques.

3) En quoi les techniques audio-visuelles devraient-elles favoriser les apprentissages des mathématiques.

4) Comment l'usage des calculettes et des ordinateurs peut-il modifier la pratique de la classe.

5) Média et diffusion de la culture mathématique.

APMEP 1982

JOURNEES NATIONALES DE L'APMEP

23-24-25 Septembre 1982

Le Comité d'organisation a le plaisir d'annoncer les prochaines Journées Nationales de l'APMEP qui auront lieu à Poitiers, du Jeudi 23 Septembre au Samedi 25 Septembre 1982.

La Régionale de Poitiers a proposé comme thème des travaux des Journées :

Elaboration et utilisation du matériel didactique pour la classe.

1. Programme didactique

Les travaux des Journées comporteront des activités liées au thème et des réunions des instances nationales et régionales de l'Association (Commissions, Groupes de travail, Régionales).

Les activités consacrées au thème des Journées seront réparties en une vingtaine de sections et divers ateliers.

Les participants aux Journées pourront présenter du matériel didactique accompagné d'une affiche pendant toute la durée des travaux. Des ateliers seront mis en place le Jeudi après-midi : les auteurs se tiendront près de leur affiche pour en parler et expérimenter avec les participants. Les résumés de ces présentations seront rassemblés dans un document spécial. Quelques salles seront réservées pour des rencontres en petits groupes faisant suite à ces présentations. Il sera possible d'afficher des avis au centre d'information.

Ce programme sera complété par diverses expositions invitées, ainsi que par des expositions commerciales.

Il sera possible de visionner des films et des vidéo-cassettes. Les participants qui apportent leur propre matériel audio-visuel devront faire part du titre et de la durée des documents, et mentionner les normes du matériel nécessaire pour les visionner.

2. Activités sociales

Une réception, un concert et des divertissements seront organisés pendant les Journées. De petites excursions dans et autour de Poitiers vous feront découvrir la région.

3. Logement

Le logement pourra se faire dans des hôtels de diverses catégories et en résidence universitéire.

4. Inscription

Des informations plus détaillées seront données dans le Bulletin de l'APMEP n° 333 (Avril 1982), qui comportera un imprimé pour l'inscription et la réservation du logement et des repas.

Pour tout renseignement, contactez le Comité d'organisation à l'adresse suivante :

JOURNEES NATIONALES DE L'APMEP - 1982
Mathématiques - Université de Poitiers
40, avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS Cedex

Algorithmique

DES LIVRES POUR VOTRE CALCULATRICE

en français :

ENGEL, Mathématiques Elémentaires d'un point de vue algorithmique *(1979, Cedic 0152, 89F).*

CARASSO, Analyse Numérique *(214 pages, 1971, Lidel Inc. Montréal; diffusion Vuibert).*

DEMIDOVITCH & MARON, Eléments de Calcul Numérique *(670 pages*

BAKHVALOV, Méthodes Numériques *(660 pages, éditions Mir, Moscou, 60 F).*

DEMIDOVITCH & MARON, Eléments de Calcul Numérique *(670 pages, Editions Mir, Moscou, 44,50 F).*

IREM de MARSEILLE, Analyse I *(monographie polycopiée, 174 pages, 1978).*

en anglais :

LAX, BURSTEIN & LAX, Calculus with Applications and Computing *(Volume 1, Springer-Verlag).*

HILDEBRANDT, Introduction to Numerical Analysis *(éditions Mc Graw Hill)*

BURDEN, FAIR & REYNOLDS, Numerical Analysis.

KNUTH, The Art of Computer Programming *(Vol I - III, Addison-Wesley Publishing Company, 1973).*

en allemand :

TISCHEL, Angewandte Mathematik *(Dieterwey Salle).*

Nouvelles Revues

TOPOLOGIE STRUCTURALE, *revue éditée par le groupe de recherche " Topologie Structurale " de l'Université de Montréal.*
Ecole d'Architecture. Université de Montréal; Montréal. Québec H3C 3J7. Canada.
(3 numéros par an à partir de 1979: abonnement 25 dollars en 1981).

FOR THE LEARNING OF MATHEMATICS, *revue éditée par David Wheeler.*
FLM Publishing Association. 1625 de Maisonneuve West. Suite 2611. Montréal. Québec H3H 2N4. Canada.
(3 numéros par an à partir de Juillet 1980, 18 dollars US par volume : juillet, novembre mars).

The UMAP journal (The journal of Undergraduate mathematics and its applications) *revue éditée par* Birkhäuser Boston Inc. 380 Green Street, Cambridge, MA 02139. Etats-Unis d'Amérique.
(4 numéros par an; abonnement 15 dollars en 1981).

l'EPI Centre

Les différents adhérents de l'EPI (Association ENSEIGNEMENT PUBLIC et INFORMATIQUE) dans l'Académie d'Orléans-Tours sont extrêmement isolés et dispersés. De plus, le nombre d'établissements dotés ou en instance de dotation s'accroît. Notre Association doit s'implanter davantage dans l'Académie d'Orléans-Tours. Une Régionale structurée avec bureau...etc permettrait une meilleure efficacité par une meilleure connaissance des conditions régnant dans notre Académie.

Il faut faire connaissance, établir des structures, tenter de contacter de nouveaux collègues, définir nos activités. Le tirage d'un dépliant national destiné à faire connaître l'Association est une occasion.

Pour tout contact de l'EPI dans l'Académie d'Orléans-Tours, s'adresser à

J.Y. Dupont 20, rue Rabelais 37230 LUYNES	ou	J.Y. Dupont Lycée P.L. Courier 37042 TOURS cedex

REGIONALE DE LIMOGES

CCP : LIMOGES 117 66 R

Secrétariat : IREM. 123, rue Albert Thomas 87060 LIMOGES Cedex (55).79.24.12
Président d'honneur : Mr ROGERIE 22, rue L. Codet 87200 St JUNIEN (55).02.15.69
Président : Mr NICOLAS 29, rue A. Texier 87000 LIMOGES (55).77.07.76
Vice-présidents :
-Corrèze : Mr BOUTEILLER 7 bis av. du Pdt Roosevelt 19100 BRIVE (55).74.20.11
-Creuse : Mr BOURCY Ecole Primaire 23130 CHENERAILLES
-Hte Vienne : Mr LABROUSSE 9, rue du Petit Tour 87000 LIMOGES (55).33.49.70
Secrétaires : Mme BALARD 12, rue des Myosotis 87260 PIERRE BUFFIERE (55).00.68.56
Mr LABROUSSE
Trésorier : Mr DUVEAU 4, rue Eugène Leroy 87500 St YRIEX (55).75.07.32
Brochures : Mme ROUGIER 35, avenue de la Vienne 87170 ISLE (55).32.54.23
Mr CATHALIFAUD 20, allée de Villagory 87000 LIMOGES (55).30.58.56
Enseignement Primaire et maternel : Mme ROUGIER, Mme CATHALIFAUD
Premier Cycle : Mr BATIER 12, rue Charles Péguy 87700 AIXE sur VIENNE (55).70.16.68
Liaison CM2-6è : Mr CREPIN 94, av. de Locarno 87000 LIMOGES (55).33.46.68
Second Cycle : Mr FELDMAN 16, impasse Jean Roux 87000 LIMOGES (55).37.47.09
Mme PESTEL Collège Guy de Maupassant 87000 LIMOGES
Enseignement post-bac : Mr SOURD 58, rue Meissonier 87000 LIMOGES (55).77.05.57
Formation des maîtres : Mr FREDON 40, rue Regnard 87100 LIMOGES (55).79.34.02
Liaisons interdisciplinaires : Mr ROUGIER
Jeux : Mr CATHALIFAUD
Informatique : Mr DUVEAU
Conseil d'Administration de l'Irem : Mr ROUGIER
Plot : Mr FREDON

REGIONALE D'ORLEANS - TOURS

CCP : LA SOURCE 1440 09 X

Siège Social : IREM. Université 45046 ORLEANS Cedex
Président : Jacques PINAUD 4, rue de la Tuilerie. Chambléan-Garnay
28500 VERNOUILLET (37).46.82.82
Trésorier : André DUTHILLEUL 13, rue du Domaine 37300 JOUE LES TOURS (47).27.75.74
Secrétaires : Rémy CHARPENTIER 1, av. Voltaire 45100 ORLEANS (38).63.23.86
Michel DARCHE 1, rue Albert Laville 45000 ORLEANS (38).62.22.85
Patrick MARTHE 15, rue Berthollet 45100 ORLEANS (38).63.12.83
Pascal MONSELLIER Les Tourelles. Marcilly-en-Villette
45240 LA FERTE SAINT AUBIN (38).65.11.77

Tâches du bureau : Enseignement Elémentaire - Matériel Pédagogique : Michel Darche
Enseignement du Premier Cycle : André Duthilleul
Enseignement du Second Cycle : Jacques Pinaud
Enseignement Supérieur : Rémy Charpentier
Informatique : Patrick Marthe
Publications : Pascal Monsellier

REGIONALE DE POITIERS CCP : BORDEAUX 3852 59 D

Siège Social : CRDP 6, rue Sainte Catherine 86034 Poitiers
Président : J. FORT (Université)
Secrétaire : M. PUYGRENIER La Folie 86500 MONTMORILLON (49).91.15.36
Trésorière : J. CARTRON 1, impasse des Fauvettes 79000 NIORT (49).24.41.29

Secrétaires des Départementales :

16 : M. MESNARD Résidence des Tilleuls, rue Parmentier 16000 ANGOULEME (45).92.95.69
17 : M. FOURNIER 10, avenue de Terrefort 17100 SAINTES (46).93.28.74
79 : J-P GUICHARD Le Chemin Vert. Boisvert. Le Tallud 79200 PARTHENAY
86 : M-H CHAUSSEAU 14, rue Maurice Bedel 86100 CHATELLERAULT (49).21.84.51

ABONNEMENT AU plot

L'abonnement est valable pour l'année civile.

Tarif pour 1982 (France et Etranger voie de surface) : Tarif Normal.....................: 40 F
Tarif réduit (membres de l'APMEP) : 30 F

Abonnement au SUPPLEMENT DU PLOT (voir page 30) : POLYEDRES n° 1 & n° 2............: 30 F

La gestion des abonnés du PLOT est décentralisée, car elle est assurée par des bénévoles. Merci de lire ATTENTIVEMENT les instructions qui suivent.

Pour régler l'abonnement : ATTENTION ! Le libellé du chèque et l'adresse d'envoi dépendent de votre Académie de résidence (voir ci-dessous).

Si vous résidez dans l'Académie de POITIERS (départements 16 - 17 - 79 - 86)
chèque à l'ordre de : Régionale APMEP de Poitiers. CCP Bordeaux 3852 59 D
à envoyer à : APMEP. CRDP. 6, rue Ste Catherine 86034 Poitiers.

Si vous résidez dans l'Académie de LIMOGES (départements 19 - 23 - 87)
chèque à l'ordre de : Régionale APMEP de Limoges. CCP Limoges 117 66 R
à envoyer à : APMEP. Irem. 123 rue Albert Thomas. 87060 Limoges Cedex

DANS TOUS LES AUTRES CAS,
chèque à l'ordre de : Régionale APMEP d'Orléans-Tours. CCP : La Source 1440 09 X
à envoyer à : APMEP. Irem. Université. 45046 Orléans Cedex.