plot

BULLETIN DES RÉGIONALES APMEP
DE POITIERS, LIMOGES ET ORLÉANS-TOURS

Sommaire du n° 10

TURQUERIE MATHEMATIQUE

Bertrand HAUCHECORNE
Lycée Pothier - Orléans

Le turc va-t-il remplacer le latin dans l'enseignement secondaire ?

L'étude de la langue latine fut longtemps considérée comme formatrice de l'esprit. Encore élève, cette affirmation me paraissait incompatible avec la surcharge de la mémoire que nous imposait la multiplicité de ses déclinaisons et de ses conjugaisons. J'ai cru comprendre depuis que le latin en soi n'est pas plus logique que ne l'est le français mais que la principale formation de l'esprit qu'il peut apporter est l'exercice qui consiste à passer d'une langue plutôt synthétique, le latin, à une autre plutôt analytique, le français.

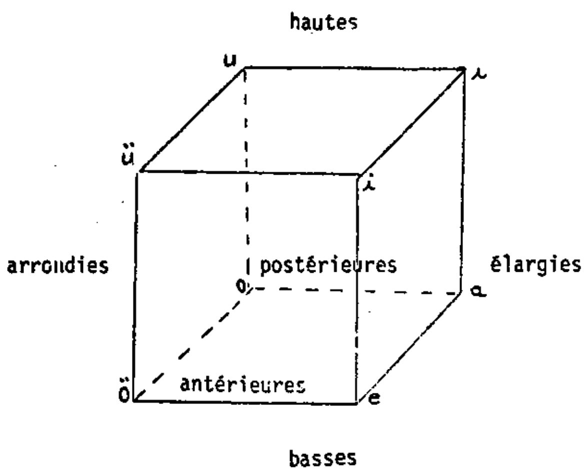
Poussons jusqu'au bout les conséquences de cette constatation, et pour former au mieux l'esprit logique de nos élèves, enseignons leur une des langues les plus synthétiques qui soit, le turc.

Tout cela, cependant, paraît bien loin des mathématiques me direz vous. Mais puisque les mathématiques ont elles aussi la prétention d'être logiques, tentons à l'aide d'outils mathématiques d'exposer les rudiments de la langue turque (de Turquie). Je propose de plus à la fin quelques exercices mathématiques sur la phonologie et la syntaxe du turc.

LE SYSTEME VOCALIQUE DU TURC

Le turc comporte huit voyelles : a,e(prononcer è), i,ı sans point (prononcer comme le ы russe : les lèvres sont placées comme pour un i mais la langue comme pour un ou.) o,ö (eu dans beurre), u(=ou),ü (=u). Soit $\mathcal{V} = \{a,e,i,ı,o,ö,u,ü\}$ l'ensemble des voyelles du turc.

Les voyelles turques sont classées selon trois critères d'articulation :
1. critère de profondeur ou d'articulation palatale : la langue est placée plus en arrière pour la prononciation de a,u,o,ı, d'où leur appellation de voyelles postérieures, que pour celle de e,i,ö,ü, nommées voyelles antérieures.
2. critère de hauteur suivant que la langue est abaissée ou remontée (a,e,o,ö sont basses mais u,ü,i,ı sont hautes).
3. critère d'élargissement labial (a,e,i,ı se prononcent avec les lèvres étirées alors que o,ö,u,ü se prononcent avec les lèvres arrondies).



Ceci permet de représenter les voyelles du Turc à l'aide du cube comme ci-contre.

Nous demanderons au lecteur de se reporter le moins possible à ce schéma et de retrouver directement les caractéristiques de chaque voyelle en observant la position des lèvres et de la bouche en la prononçant. Voici cependant un moyen mnémotechnique pour se souvenir des voyelles postérieures : on les retrouve toutes dans le mot başı bozuk (ş = ch) à ne pas prononcer comme le Capitaine Haddock !

THEOREME

$\mathcal{V}$ est un espace affine associé à l'espace vectoriel $E = (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3$ pour l'opération de $(E,+)$ sur $\mathcal{V}$ définie par $g = (g_1, g_2, g_3) \in E$ et $x \in \mathcal{V}$ par $g.x$ est la voyelle obtenue en changeant la progondeur (resp. la hauteur, resp. l'élargissement) de x si g_1 (resp. g_2, resp. g_3) vaut 1, et en la laissant intacte s'il vaut 0.

Ex. $(1,0,1).a = ö$.

Démonstration : on vérifie que $(E, +)$ opère de façon simplement transitive sur $\mathcal{V}$, d'où le résultat.

Remarque : pour une représentation graphique se reporter à la figure.

HARMONIE VOCALIQUE DU TURC

Les mots turcs respectent les règles vocaliques suivantes :

1 - chaque syllabe contient une et une seule voyelle.

2 - les voyelles d'un même mot ont toutes la même profondeur.

3 - les voyelles basses et arrondies (o,ö) ne se trouvent que dans la première syllabe.

4 - si une voyelle d'une syllabe est haute (u,ü,i,ı), elle a le même élargissement que celle de la syllabe précédente.

Il y a malheureusement quelques exceptions à ces règles dues soit à des mots d'emprunt tels otomobil, şoför ou kuaför soit à des mots composés tel Atatürk, accolés lors de la réforme orthographique de 1928, soit certains noms propres d'origine étrangère tel İstanbul. Nous en ferons abstraction et nous appellerons mot admissible tout mot composé des lettres de l'alphabet turc (alphabet latin augmenté de quelques symboles diacritiques) et respectant les quatre règles énoncées plus haut ; nous noterons $\mathcal{M}$ l'ensemble des mots admissibles.

OPÉRATEURS SUFFIXAUX

Soit $\mathcal{V}_1 = \{a,e,i,ı,u,ü\}$ l'ensemble des voyelles pouvant intervenir à la deuxième syllabe d'un mot admissible ou aux suivantes. Définissons sur $\mathcal{V}_1$ la relation d'équivalence "avoir la même hauteur" et soit $B = \{a,e\}$ et $H = \{i,ı,u,ü\}$

les deux classes d'équivalences. Soit p la surjection canonique de $\mathcal{V}_1$ sur l'ensemble quotient. Soit $\mathcal{M}_1$ l'ensemble des mots admissibles ne contenant ni o ni ö et soit $\hat{p}$ l'application qui, à un élément de $\mathcal{M}_1$ fait correspondre le "mot" obtenu en remplaçant toute voyelle par son image par p ; par exemple $\hat{p}$ (eski)= BskH.
Posons $\mathcal{M}' = \hat{p}(\mathcal{M}_1)$; on appellera pseudo-mot ses éléments.
Proposition : $\hat{p}$ est surjective mais n'est pas injective.
Démonstration triviale.

Soit M_1 et M_2 deux éléments de $\mathcal{M}$; on note $M_1 * M_2$ le mot obtenu par concaténation de M_1 et de M_2 ; par exemple başı * bozuk = başıbozuk ; mais comme le montre l'exemple, $M_1 * M_2$ n'est pas forcément dans $\mathcal{M}$ (ou si vous préférez * n'est pas une loi de composition interne sur $\mathcal{M}$).

THEOREME FONDAMENTAL

Soit $M \in \mathcal{M}$ et $m' \in \mathcal{M}'$; il existe M' unique $(M' \in \mathcal{M}_1)$ tel que :

(i) $\hat{p}(M') = m'$
(ii) $M * M' \in \mathcal{M}$

démonstration par récurrence sur le nombre n de syllabes de m'.

Soit $m' \in \mathcal{M}'$; on pose pour $M \in \mathcal{M}$, $T_{m'} : M \longmapsto M * M'$ où M' est défini comme dans le théorème.
$T_{m'}$ s'appelle opérateur suffixal.

Propriété :

$T_{m'} \circ T_{m''} = T_{m'' * m'}$ ou * est la concaténation dans $\mathcal{M}'$.

Exemples :

T_{1Br} appelé "opérateur pluriel"
ata (le père) ; T_{1Br}(*ata*) = *atalar* (les pères)

şiş (la broche) ; T_{1Br}(*şiş*) = *şişler* (les broches)

Ce qui est intéressant dans la langue turque, c'est que la plupart des opérations syntaxiques s'expriment à l'aide d'opérateurs suffixaux qui se composent (dans un ordre précis cependant); par exemple : *kol* (le bras) ; T_{1br}(*kol*) = *kollar* (les bras). T_{Hn} "opérateur génitif" : T_{Hn}(*kol*) = *kolun* (du bras)

On obtient alors : $T_{Hn} \circ T_{1Br}$ (*kol*) = T_{1BrHn}(*kol*) = *kolların*

On a de même *kollarınım* (de mes bras) et *kollarınımız* (de nos bras). Nous laissons le soin au lecteur de trouver les opérateurs suffixaux utilisés, de les définir grammaticalement puis de traduire : mes bras ; de notre bras. On peut ainsi obtenir des mots assez impressionnants, par exemple : *söhret-le-n-dir-me-dik-ler-iniz-den-dir* qui signifie "il est de ceux que vous n'avez pas rendu célèbre".

TURC OU LATIN ?

Pour conclure, citons les avantages que possède la langue turque sur la langue latine.

Le turc possède des décompositions syntaxiques plus fines. La notion de génitif existe en turc et, en latin, ce n'est qu'une vue de l'esprit ; seules les notions de "génitif singulier" d'une part et de génitif pluriel d'autre part sont pertinentes ;

dans dominorum la terminaison orum n'est pas l'addition d'un génitif et d'un pluriel comme c'est le cas dans kolların.

La régularité du système phonologique pourrait être l'ébauche d'une étude sérieuse de la prononciation ; un élève formé au turc saurait bien analyser le rapport entre le son émis et la position de ses organes buccaux ; ce serait un apprentissage à l'étude de l'anglais (qu'on pourrait étudier dès la classe de seconde avec la réforme en préparation).

L'unicité des désinences permettrait un allègement de l'effort de mémoire.

A ces avantages j'en ajouterai deux plus pratiques. D'abord pour les voyageurs précisons que les langues de la famille turque, très proches entre elles, sont parlées par quatre vingt dix millions de personnes réparties sur un territoire de près de neuf millions de kilomètres carrés. Ensuite, remarquons que pour les turcophones que formerait notre enseignement le coût des télégrammes serait très bas.

Exercices :

1) Montrer que i,i,o,ö est un parallélogramme dont les diagonales sont parallèles. Caractériser linguistiquement les translations de vecteur u dans les cas suivants : u = (1,0,0) ; u = (0,0,1) ; u = (1,1,1).
2) On munit l'espace affine du repère d'origine a et défini par la base canonique de E.
   a - montrer que l'ensemble des voyelles hautes est un plan dont on donnera l'équation cartésienne.
   b - même question qu'au a- pour le plan des voyelles P postérieures. Montrer que si la première voyelle d'un mot admissible est o, les autres voyelles de ce mot sont astreintes à rester dans P mais que théoriquement elles peuvent le décrire entièrement.
   c - montrer que si la première voyelle d'un mot admissible est a, les voyelles de ce mot sont astreintes à rester dans une droite que l'on précisera.
3) Soit P_n la proportion de mots turcs ayant n syllabes. Soit X_n la variable aléatoire à valeur dans $\mathcal{V} \cup \{\omega\}$ qui à un mot turc (admissible) fait correspondre ω si ce mot a strictement moins de n syllabes et la voyelle de la n$^{\text{ième}}$ syllabe sinon. On suppose que toutes les voyelles ont la même probabilité d'apparition si les lois phonologiques le permettent.

   Montrer que le processus $(X_n)\ n \geqslant 1$ est une chaîne de Markov ; explicitez $E(X_{n+1}/X_n)$ (donnez la matrice de Markov de passage).

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

Sur la langue turque : *1) Principes de grammaire turque*, par Jean Deny (Librairie d'Amérique et d'Orient; Adrien-Maisonneuve). On peut cependant trouver des renseignements dans tout manuel de Turc, par exemple *Turkish*, par G.L. Lewis (collection "Teach Yourself")

Sur le processus de Markov (pour faire le dernier exercice). L'exercice proposé peut être traité avec pour seul secours l'article *Processus stochastiques* de l'Encyclopédie Universalis (tome 15 page 391). Pour plus de détails, signalons les ouvrages :

An introduction to probability theory and its applications, par Feller (John Wiley and sons)

Théorie des processus markoviens, par Dynkin.

LES BOULIERS (SUITE)

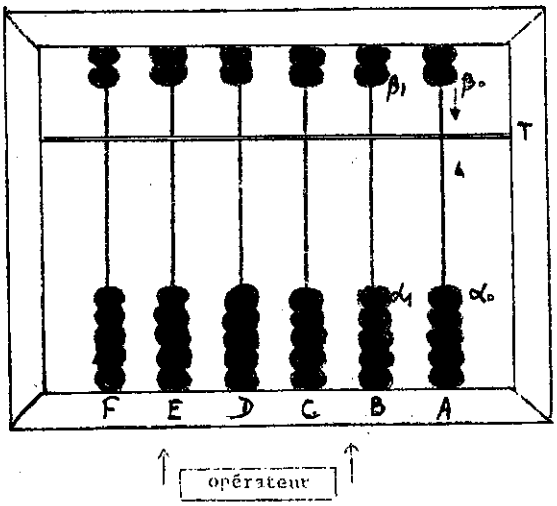
Roger CREPIN

Irem de Limoges

Tout vient à point ... Voici la suite du précédent article paru il y a 3 ans ...

Pour cette deuxième partie, on suppose que le lecteur est familiarisé avec la manipulation des quatre bouliers présentés en décembre 1976.

L'opérateur disposera les bouliers devant lui comme c'est indiqué ici pour le boulier Chinois et le boulier Opéra.



Boulier chinois et Boulier japonais

Règle du jeu :

1) tige A : a $\boxed{1}$ signifie : additionner 1
La boule α_0

a $\boxed{5}$ signifie : additionner 5
La boule β_0 est mise près de la tige T

2) tige B : a $\boxed{1}$ signifie : additionner 10
La boule α_1 est mise près de la tige T

a $\boxed{5}$ signifie : additionner 50
La boule β_1 est mise près de la tige T

3) même règles pour les tiges suivantes avec
pour C : a $\boxed{1}$ et a $\boxed{5}$ qui signifient "a 10^2 " et "a 5×10^2 "
pour D : a $\boxed{1}$ et a $\boxed{5}$ qui signifient "a 10^3 " et "a 5×10^3" etc...

4) Si l'on veut additionner 3, on l'indiquera par : A a 3 $\boxed{1}$
additionner 7, on l'indiquera par : A a $\boxed{5}$ * a 2 $\boxed{1}$ etc...

5) Le nombre 6347 positionné sera indiqué par : D a $\boxed{5}$ * a $\boxed{1}$, C a 3 $\boxed{1}$, B a 4 $\boxed{1}$, A a $\boxed{5}$ * a 2 $\boxed{1}$

6) L'état de la tige sera codé par un couple, par exemple pour D ci-dessus, on a (1;1)

7) Les déplacements dans l'autre sens seront codés par s au lieu de a.

Manipuler avec les exercices donnés dans Plot n° 3 et écrire quelques manipulations avec le code ci-dessus.

On peut simplifier les écritures en donnant l'état des tiges de la manière codée en 6.

boulier russe et opéra : sur D la notation 6 signifie que l'on a agi

a 6 $\boxed{1}$

Boulier russe et Boulier Opera

Règle du jeu:

1) tige A : a $\boxed{1}$ signifie additionner 1

La boule α_0 est rapprochée de l'opérateur

2) tige B : a $\boxed{1}$ signifie additionner 10

La boule α_1 est rapprochée de l'opérateur

3) même règle pour les tiges suivantes avec

pour C : a $\boxed{1}$ qui signifie "a 10^2"

pour D : a $\boxed{1}$ qui signifie "a 10^3" etc...

4) Si l'on veut additionner 7, on l'indiquera par

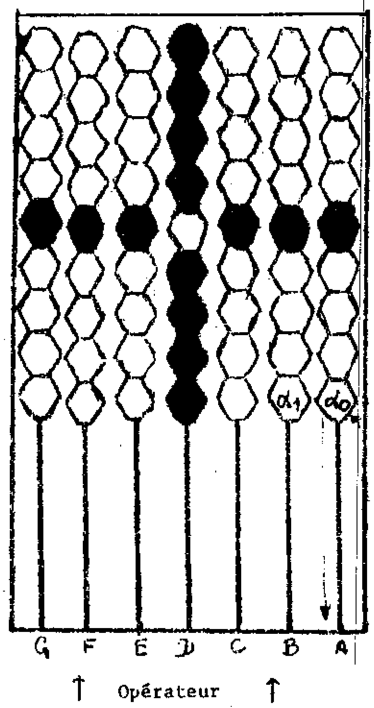
A a 7 $\boxed{1}$ etc...

5) Le nombre 6347 positionné sera indiqué :

D a 6 $\boxed{1}$, C a 3 $\boxed{1}$, B a 4 $\boxed{1}$, A a 7 $\boxed{1}$.

6) L'état d'une tige sera codé par un nombre, par exemple pour D ci-dessus : 6.

7) Les déplacements dans l'autre sens seront codés par s au lieu de a.



boulier chinois et japonais : sur D la notation (1,1) signifie que l'on a agit a $\boxed{5}$ * a $\boxed{1}$

LA MULTIPLICATION

L'usage des bouliers permet de mieux comprendre la propriété fondamentale de distributivité de la multiplication sur l'addition.

Multiplication par 10, 10^2, 10^3...

Voici les manipulations correspondant à la multiplication de 732 par 10, 100, 1 000, 10 000,... Voici l'état des diverses tiges :

	Russe								Chinois						Japonais						Opéra							
	H	G	F	E	D	C	B	A	F	E	D	C	B	A	F	E	D	C	B	A		G	F	E	D	C	B	A
m 10					7	3	2				(1,2)	(0,3)	(0,2)				(1,2)	(0,3)	(0,2)						7	3	2	
m 100				7	3	2				(1,2)	(0,3)	(0,2)				(1,2)	(0,3)	(0,2)						7	3	2		
m 1000			7	3	2				(1,2)	(0,3)	(0,2)				(1,2)	(0,3)	(0,2)						7	3	2			
m 10 000		7	3	2					...	(0,2)					...	(0,2)						7	3	2				

Nous retrouvons pour la situation du nombre sur le boulier ce que nous connaissions sur la numération de position.

Multiplication par un nombre inférieur à 10

Effectuons d'abord : 132 x 4 ; puis 132 x 8

Voici les états successifs des tiges dans les manipulations.

	Russe								Chinois						Japonais						Opéra						
	H	G	F	E	D	C	B	A	F	E	D	C	B	A	F	E	D	C	B	A	G	F	E	D	C	B	A
x4 1					1	3	2				(0,1)	(0,3)	(0,2)				(0,1)	(0,3)	(0,2)					1	3	2	
2					1	3		8			(0,1)	(0,3)		(1,3)			(0,1)	(0,3)		(1,3)				1	3		3
3					1	1	2	8			(0,1)	(0,1)	(0,2)	(1,3)			(0,1)	(0,1)	(0,2)	(1,3)				1	1	2	8
4						5	2	8				(1,0)	(0,2)	(1,3)				(0,1)	(0,2)	(1,3)					5	2	8
x8 1					1	3	2				(0,1)	(0,3)	(0,2)														
2					1	3	1	6			(0,1)	(0,3)	(0,1)	(1,1)													
3					1	2	5	6			(0,1)	(0,2)	(1,0)	(1,1)													
4					1	0	5	6			(0,1)																

<u>Principe</u> : 132 x 4 = (130 x 4) + (2 x 4) = (100 x 4) + (30 x 4) + 8 = (100x4) + 128 = 528

132x8 = (130x8) + 16 = (100x8) + [(30x8) + 16] = (100x8) + 256 = 1056

<u>Manipulations</u> : Elles sont toutes des manipulations du type additif.

<u>Multiplier par 4</u> : 0<132 x 4 <132x10, on affiche ainsi 1,320 pour [disposer de plus de latitude, on peut afficher 13 200 au départ]

<u>1ère manipulation</u> : On conserve 1300, on effectue 2x4 en pensant à 2+2+2+2 ou 4+4 ou... tout simplement à 8 tout de suite (si on est savant !)

on fait : B s 2 $\boxed{1}$, A a 8 $\boxed{1}$ ou A a $\boxed{5}$ * a 3 $\boxed{1}$

<u>2ème manipulation</u> : On conserve 1000, on effectue 30 x 4...

on fait C s 3 $\boxed{1}$; B a 12 $\boxed{1}$ soit C a $\boxed{1}$; B a 2 $\boxed{1}$; A a 8 $\boxed{1}$

<u>3ème manipulation</u> : Facile à effectuer

D s $\boxed{1}$; C a (4+1) $\boxed{1}$; B a 2 $\boxed{1}$; A a 8 $\boxed{1}$

<u>Multiplier par 8</u> 0<132 x 8<132 x10 ; on affiche 1320 (boulier japonais par ex.)

<u>1ère manipulation</u> : 5+3+5+3 donne A : a(3+3) $\boxed{1}$ ou a $\boxed{5}$ * a $\boxed{1}$

pour B : s 2 $\boxed{1}$ suivi de a $\boxed{1}$, finalement revient à s $\boxed{1}$

<u>2ème manipulation</u> : 30x8 = 200 + 40 pour B : a 4 $\boxed{1}$ soit a $\boxed{5}$ suivi de A $\boxed{1}$

pour C : s $\boxed{1}$

<u>3ème manipulation</u> : 100 x 8 = 800 correspond à C a 8 $\boxed{1}$ soit C a $\boxed{5}$ * a 3 $\boxed{1}$

ce qui se manipule C s 2 $\boxed{1}$ on conserve D (0,1)

Exercices à faire :

<u>Exerçons nous</u> à multiplier par un nombre de deux chiffres

Effectuons : 732 x 38

On sait que 732x10<732x38<732x100, on affiche <u>732x100</u>

732 x 38 = 732 x (30+8)

Chaque manipulation n'agit que sur deux tiges au maximum.

Pour ces multiplications, on peut indiquer le "multiplicateur 38" complètement à gauche sur le boulier, ou l'inscrire sur une feuille de papier.

Les étapes peuvent s'écrire sous forme d'égalités successives :

732 x 38 = (730x38) + (2x30) + 16 = (730x38) + 76 = (700x38) + (30x30) + (8x30) + 76

= (700x38) + 900 + 316 = (700x38) + 1216 = (700x30) + 5600 + 1216
= 21 000 + 6816 = 27 816

	Russe							Chinois						Japonais						Opéra						
États	G	F	E	D	C	B	A	F	E	D	C	B	A	F	E	D	C	B	A	G	F	E	D	C	B	A
1			7	3	2				(1,2)	(0,3)	(0,2)				(1,2)	(0,3)	(0,2)					7	3	2		
2			7	3	2	1	6		(1,2)	(0,3)	(0,2)	(0,1)	(1,1)		(1,2)	(0,3)	(0,2)	(0,1)	(1,1)			7	3	2	1	6
3			7	3		7	6		(1,2)	(0,3)		(1,2)	(1,1)		(1,2)	(0,3)		(1,2)	(1,1)			7	3		7	6
4			7	3	3	1	6		(1,2)	(0,3)	(0,3)	(0,1)	(1,1)		(1,2)	(0,3)	(0,3)	(0,1)	(1,1)			7	3	3	1	6
5			7	1	2	1	6		(1,2)	(0,1)	(0,2)	(0,1)	(1,1)		(1,2)	(0,1)	(0,2)	(0,1)	(1,1)			7	1	2	1	6
6			7	6	8	1	6		(1,2)	(1,1)	(1,3)	(0,1)	(1,1)		(1,2)	(1,1)	(1,3)	(0,1)	(1,1)			7	6	8	1	6
7			2	7	8	1	6		(0,2)	(1,2)	(1,3)	(0,1)	(1,1)		(0,2)	(1,2)	(1,3)	(0,0)	(1,1)			2	7	8	1	6

Sur le boulier chinois 316 à deux écritures, la deuxième est :

C (0,2) B(2,1) A(1,1)

1216 a d'autres écritures :

D(0,1) C(0,1) B(2,1) A(1,1)

D(0,0) C(2,1) B(2,1) A(1,1)

D(0,0) C(2,2) B(0,1) A(1,1)

Toutes ces écritures du même nombre peuvent faciliter les manipulations

Le fonctionnement étant ainsi analysé, il est bon de s'exercer longuement pour connaître les coups les plus économiques (économie de geste et économie de temps).

Exercices

1/ Progressions arithmétiques et multiplication

Soit la relation réitérée $x \longmapsto x + 59$, avec $x_0 = 0$

On construit la suite : 59, 118, 177, 236, 295, 354, 413,...

c'est à dire : 59 x 1, 59 x 2, 59 x 3, 59 x 4, 59x 5, 59 x 6, 59x7,...

mais 59 = 60 - 1

ce qui permet avec la distributivité de la multiplication sur la soustraction de gagner du temps en calculant : 60 - 1, 120 - 2, 180 - 3, 240 - 4, 300 - 5, 360 - 6, 420 - 7, ...

Exercices semblables avec additionner 61, 62, 63, ... , 67, 68, 69

c'est à dire : (60+1), (60+2), (60+3) ... (70-3), (70-2), (70-1)

avec soustraire 101, 102, 103.... 107, 108, 109

c'est à dire (100+1), (100+2), (100+3)... (110-3), (110-2), (110-1),

2/ Conséquence

Multiplier par 11, 21, ..., 12, 22, ... , 13, 23,

et par 9, 19, ... 8, 18, ... 7, 17...

Faire des essais avec multiplier par 17 en multipliant par (10+7) et comparer au temps que l'on met en multipliant par (20-3).

Faire le tableau correspondant à 732 x 38 = 732 (40-2)

Les étapes sont :

732x 38 = 730 x 38 + 2 x (40-2) = 730 x 38 + (80-4)

= 700 x 38 + 30x(40-2) + 76 = 700 x 38 + (1200-60) + 76

= 700 (40-2) + 1216 = (28000 - 1400) + 1216 = (28000-200) + 16 = 27816

Il suffit de connaître les tables de multiplication par 2,3,4,5 puisque $6 = 10 - 4$, $7 = 10 - 3$, $8 = 10 - 2$, $9 = 10 - 1$

3/ Exercices d'élévation à une puissance

- Calculer successivement : 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, ... et inscrire les résultats sur une feuille de papier au fur et à mesure.

Les enfants jouent à deux, contrôlent leur temps tous les cinq résultats et comparent leurs résultats.

- Calculer de deux manières: 8, 8^2, 8^3, 8^4,...,

  c'est à dire multiplier par 8 et multiplier par (10-2)

  exemple : 85 x 8

Les deux méthodes sur le boulier Opéra donnent les états suivants si l'on utilise la distributivité à partir de la "gauche" :

m 8

G	F	E	D	C	B	A
		3	2	7	6	8
	2	4	2	7	6	8
	2	5	6	7	6	8
	2	6	1	6	6	8
	2	6	2	0	8	8
	2	6	2	1	4	4

m (10 - 2)

G	F	E	D	C	B	A	
		3	2	7	6	8	a 30 000 x 10
	3		2	7	6	8	b 6 000 (3 000 x 2)
	2	4	2	7	6	8	a 2000 x 10
	2	6		7	6	8	b 400 (200 x 2)
	2	5	6	7	6	8	a 700 x 10
	2	6	3		6	8	b 140 (70 x 2)
	2	6	1	6	6	8	a 60 x 10
	2	6	2	2		8	b 60 x 2
	2	6	2	0	8	8	a 8 x 10
	2	6	2	1	6		b 8 x 2
	2	6	2	1	4	4	

Soit :

32 768 x 8 = (2768) + 240 000
= (768x8) + 256 000
= (76x8) + 261 600
= (8x8) + 262 080

Calculer 9^n en multipliant par (10-1)

4/ Exercices permettant de vérifier toutes les propriétés de la multiplication. Associativité - Commutativité.

5/ Méthode russe de multiplication

	~~732~~	~~38~~
	1464	19
+	2928	9
	~~5856~~	~~4~~
	~~11712~~	~~2~~
+	23424	1
	27816	

Avec deux bouliers l'un des deux assurant l'addition.

G	F	E	D	C	B	A
3	8			7	3	2
1	9		1	4	6	4
9			2	9	2	8
4			5	8	5	6
2		1	1	7	1	2
1		2	3	4	2	4

G	F	E	D	C	B	A
			1	4	6	4
			4	3	9	2
		2	7	8	1	6

Cet exercice peut servir d'approche à la division au boulier.

LA DIVISION

Exercices d'approche : ⓐ -Prendre la moitié, le quart... d'un nombre c'est à dire diviser par les puissances de 2.

Cherchons le quotient de 826 par 2 : 826 = 2 x 413 q = 413
de 826 par 4 : 826 = 2x(2x206+1) q = 206
de 826 par 8 : 826 =4x(2x103)+ 2 q = 103
de 826 par 16 : 826 =8x(2x51 + 1) + 2 q = 51
de 826 par 32 : 826 =16x(2x25+1) + 10 q = 25
de 826 par 64 : 826 = 32x(2x12+1) + 26 q = 12 etc...

Pour le travail sur le boulier on procède comme à l'exercice 5 de la multiplication.

G	F	E	D	C	B	A
				8	2	6
2				2	2	6
2	7				1	6
2	7	5				1

ⓑ Prendre le tiers d'un nombre
826 = 600 + 210 + 15 + 1
= (200 + 70 + 5) x 3 + 1 q = 27 ; reste 1.

Division par un nombre à un chiffre

<u>Règle du jeu</u> : Positionner le nombre à diviser sur les tiges A B C...

Le quotient sera inscrit à gauche. Il faut laisser une ou deux tiges libres entre le quotient et les états successifs du dividende.

Le diviseur peut s'inscrire sur des tiges inutilisées(ou sur une feuille de papier) pour l'avoir présent pendant tout le calcul. Le dividende restera écrit sur une feuille :

exemple : (6 107 ; 7) $\longmapsto$ (9 , 2)

Calculons q et r : 6 107 = 7 x q + r r < 7.

RUSSE							CHINOIS						JAPONAIS						OPERA						
G	F	E	D	C	B	A	F	E	D	C	B	A	F	E	D	C	B	A	G	F	E	D	C	B	A
			6	1	0	7			(1,1)	(0,1)	(0,0)	(1,2)			(1,1)	(0,1)	(0,0)	(1,2)				6	1	0	7
8				5	0	7	(1,3)			(0,5)	(0,0)	(1,2)	(1,3)			(1,0)	(0,0)	(1,2)	8				5	0	7
8	7				1	7	(1,3)	(1,2)			(0,1)	(1,2)	(1,3)	(1,2)			(0,1)	(1,2)	8	7				1	7
8	7	2				3	(1,3)	(1,2)	(0,2)			(0,3)	(1,3)	(1,2)	(0,2)			(0,3)	8	7	2				3

6 107 = 7 x 872 + 3

Les égalités successives que l'on peut écrire, font intervenir la distributivité de la multiplication sur l'addition .

6 107 = (7 x 800) + 507 = 7x(800 +70) + 17 = 7 x (800 + 70 + 2) + 3.

<u>Exercices</u> :
1) Choisir un nombre et le diviser par 5, par 8, par 9, par 10.
2) Faire plusieurs manipulations.
3) La distributivité de la multiplication sur la soustraction peut être mise en évidence dans la division par 9 (9 vu sous l'écriture (10 - 1)). Voici les manipulations successives lorsqu'on cherche

le couple (q ; r) image du couple (476; 9) dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

G	F	E	D	C	B	A
				4	7	6
4						
				1	1	6
5						
					2	6
5	2					
						8

Faire (10-1) x 40 c'est "faire" s 400 suivi de a 40

Faire (10-1) x 10 c'est "faire" s 100 suivi de a 10

Faire (10-1)x 2 c'est "faire" s 20 suivi de a 2

donc 476 = 9 x 52 + 8

Les égalités successives sont :

$$476 = (400-40) + 116 = [(400-40) + (100-10)] + 26$$
$$= 9 \times 50 + 26$$
$$= 9 \times 50 + (20-2) + 8$$
$$= 9 \times (50+2) + 8$$

4) Jouer à deux : l'un divise par 8, l'autre par (10-2)
Quel est celui qui atteint le résultat exact le plus rapidement ?

Division par un nombre à 2 chiffres et plus

La méthode est un peu plus complexe, elle nécessite une triple opération qui regroupe :

- la division par un nombre d'un chiffre
- la multiplication,
- la soustraction.

Présentons un exemple sur le boulier OPERA.
La division à faire est : (6387 ; 17) $\longmapsto$ (q ; r)
Le principe est d'encadrer 6 387 par deux multiples consécutifs de 17 :

1700 < 6 387 < 17 000

La solution est : 5 100 < 6387 < 6 800, pour une première approche de q. Sur le boulier, sachant que 17 = 10 + 7.

La division par 10, fait apparaître 6 au quotient (sous la forme 600), mais 600 x 17 > 6 387. Essayons 5 au quotient (sous la forme 500) mais 500 x 17 > 6387, ..., on découvre ainsi 3. On peut aller plus vite si l'on calcule bien mentalement. Utilisons deux bouliers OPERA.

G	F	E	D	C	B	A
			6	3	8	7
3						
			1	2	8	7
3	7					
					9	7
3	7	5				
					1	2

s 5100 (17 x 300)

s 1190 (17x70)

s 85 (17x5)

G	F	E	D	C	B	A
					1	7
					8	5
					5	1
				1	3	6
				1	1	9

m5 m3 m8 m7

$\boxed{6\ 387 = 17 \times 375 + 12}$

Boulier des soustractions et du quotient et reste

Boulier pour calculs multiplicatifs

- On peut remplacer le boulier multiplicatif par un tableau de relation numérique que l'on construit avec la distributivité de la multiplication sur l'addi-

tion et.
la soustraction

m 17							
1	2	10	9	8	3	7	---
17	34	170	153	136	51	119	...
			170-17	170-34	17+34	170-51	...

La méthode précédente est très élaborée, on peut travailler sur un seul boulier et faire des calculs de différences successives, qui peuvent être moins organisés et qui conduisent aussi bien au résultat.

Voici un exemple :

Faire la division (58 947 ; 371)

G	F	E	D	C	B	A	
		5	8	9	4	7	Δ 371 × 100
1		2	1	8	4	7	Δ 371 × 10
1	1	1	8	1	3	7	Δ 7420
1	3	1	0	7	1	7	Δ 3710
1	4		7	0	0	7	Δ 3710
1	5		3	2	9	7	Δ 1113
1	5	3	2	1	8	4	Δ 1113
1	5	6	1	0	7	1	Δ 371
1	5	7		7	0	0	Δ 371
1	5	8		3	2	9	

58 947 = 371 × 158 + 329

On soustrait les premiers multiples de 371, de façon à limiter les difficultés dans le calcul des différences.

$(58\ 947\ ;\ 371) \longmapsto (158\ ;\ 329)$

D'autres méthodes sont possibles. Ce qui est important c'est de manipuler pour effectuer des calculs exacts le plus souvent possible et le plus rapidement possible.

Du point de vue pédagogique la manipulation des bouliers permet la mise en place correcte chez les enfants de la distributivité de la multiplication sur l'addition ou sur la soustraction.

<u>NB</u>. L'usage des bouliers pour les calculs avec les nombres décimaux *est* aussi simple. Il faut bien faire attention au positionnement de la virgule.

PETITE ANNONCE (gratuite !)

Un réseau d'information a été fondé dans l'Académie d'Orléans-Tours. Il dépend à la fois de l'IREM et de la Régionale APMEP.

Son nom : G.I.E.A. (Groupe d'Intérêt sur l'Enseignement de l'Analyse).

Son but : Faire circuler rapidement l'information sur l'enseignement de l'Analyse entre les professeurs intéressés.

Ses moyens : Un petit bulletin très sommaire où sont reproduites les idées, les réalisations et les projets de chacun. Tout membre de ce réseau doit alimenter le bulletin au moins une fois par an.

Pour devenir une maille du réseau, il suffit de se signaler à l'IREM (Université - 45045 Orléans Cédex). Une participation aux frais de photocopie sera demandée aux membres du réseau en 1980.

LE PLAN A QUARANTE-NEUF DOMINOS

MArc BLANCHARD
Poitiers

La théorie (pacifique) des dominos.

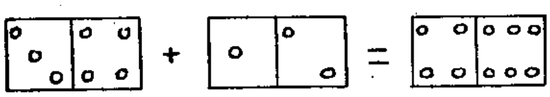
Il y a de multiples façons de jouer ou de se poser des problèmes avec des dominos. En voici un exemple.

Matériel nécessaire

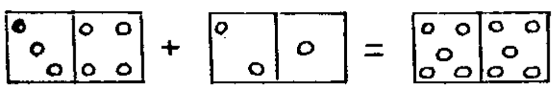
2 jeux semblables de cominos, de la peinture à l'eau et un petit pinceau.

Activité proposée

On peut "ajouter" des dominos.



Cette "addition" n'est pas toujours possible, le double-blanc est élément neutre, l'ordre de l'"addition" est indifférent (on peut "commuter" ou "associer" les dominos comme bon nous semble) à condition de conserver la position des dominos, à savoir leur orientation gauche-droite.
En effet :



et ce résultat diffère de l'exemple précédent.

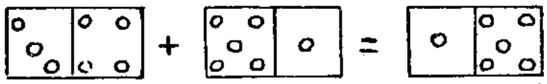
Ces remarques conduisent à se demander comment on peut définir à partir de dominos, une "bonne addition", c'est-à-dire conférant à l'ensemble des dominos, une structure de groupe abélien.

Tout d'abord, il convient de reconnaître la gauche de la droite d'un domino. On peut par exemple peindre différemment les deux moitiés d'un même domino, ou faire une encoche à l'un des coins et décider que cela déterminera le côté gauche. Cela revient à transformer les combinaisons avec répétition que sont les dominos, en couples.

Pour avoir $D = \{1 ; 2 ; \dots ; 6\}^2$, il faudra compléter à l'aide des dominos non-doubles d'un jeu semblable.

Pour définir une addition sur D qui prolonge l'opération partiellement définie au début, on pense immédiatement à rendre $(D, +)$ isomorphe à $((\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^2, +)$.

Par exemple :

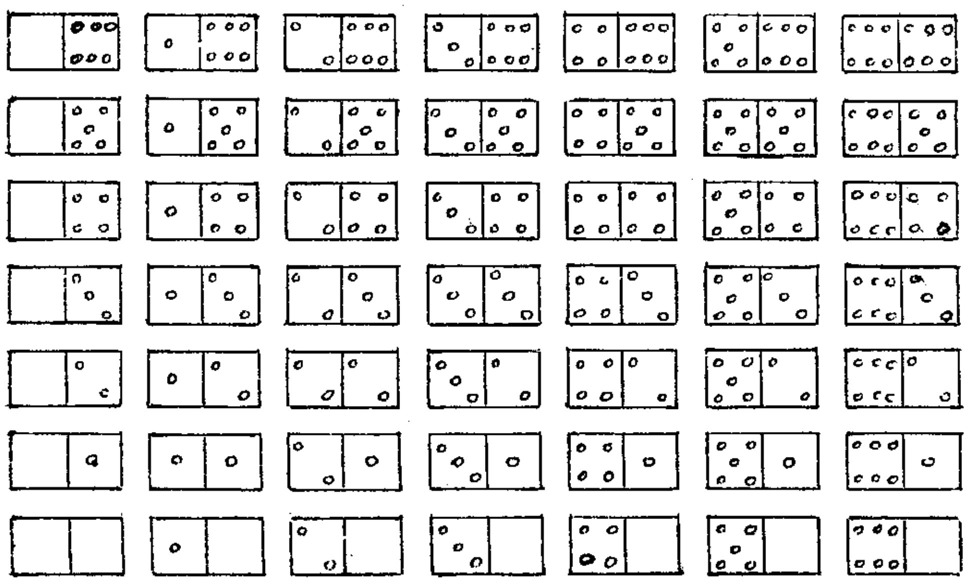


$(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}, +, \times)$ étant un corps (car 7 est premier), il est donc loisible désormais de "faire de la géométrie" sur un plan (vectoriel ou affine) à 49 points en définissant comme il convient une multiplication externe de $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z} \times D$ vers D.

<u>Intérêts</u> :

La "mini-géométrie" a eu ses partisans. En-a-t-elle encore ? L'avantage d'utiliser des dominos est que le plan à 49 points étudié, n'est pas figé. Les figures peuvent se construire, se modifier au gré ou à la volonté du manipulateur.

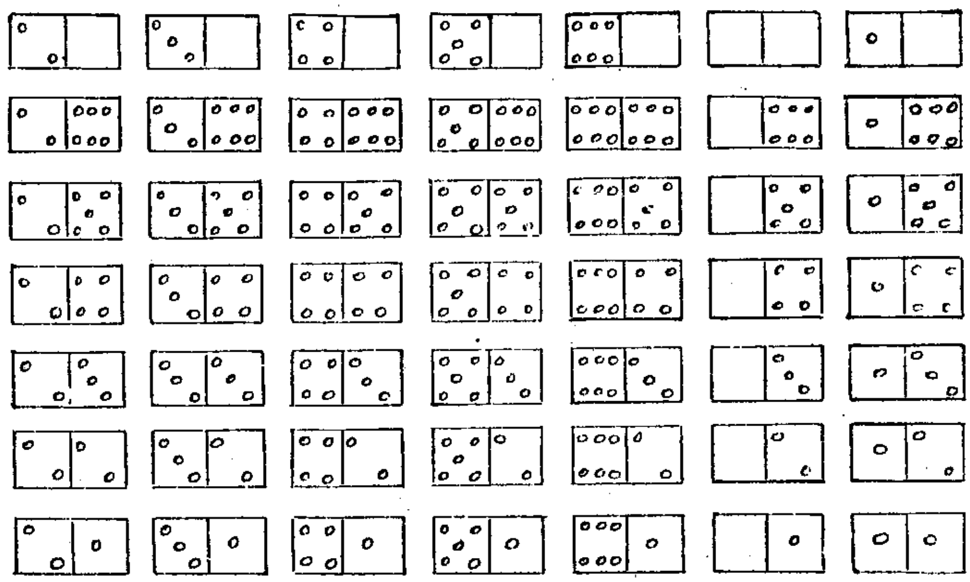
On peut par exemple disposer les dominos ainsi :



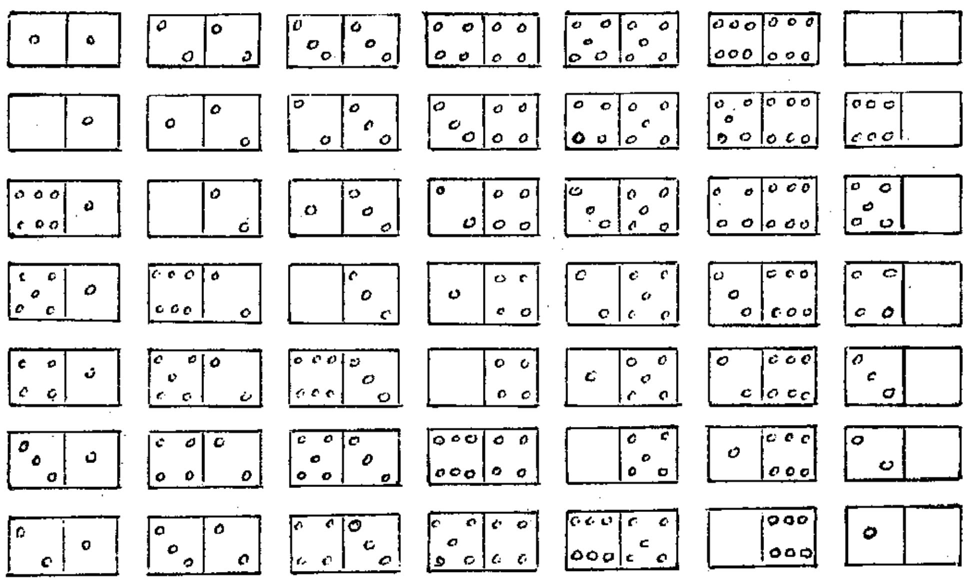
Certaines droites (vectorielles ou affines) se lisent aisément sur la figure d'autres moins bien. En fait $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ est un tore et pour mettre en évidence (sans le dire nécessairement) cette structure, on peut translater une ou plusieurs lignes ou colonnes de gauche à droite, ou de bas en haut, ou vice-versa, sans changer l'espace.

Une translation se réalise de la même façon. Par exemple, la translation de vecteur $(2, 1)$ mène à la configuration :

(elle est obtenue après décalage des 2 premières colonnes de gauche à droite et de la première ligne de bas en haut, l'ordre indifère).



Pour changer la base d'un repère, il convient au préalable de bouleverser les dominos pour les réordonner. Par exemple dans le repère d'origine (2, 1) et de vecteurs de base (1, 1) et (1, 0), on peut présenter le plan ainsi :



Il est alors mis en évidence qu'un espace affine ou un espace vectoriel sont la "même chose" (même ensemble sous-jacent) sur laquelle, on définit des droites formant un faisceau particulier privilégiant un point dans le cas vectoriel, ou, dans le cas affine, en cessant de privilégier un point.

QUESTIONS POSSIBLES :

- Activités classiques sur le parallélogramme, le parallélisme (Thalès !), le triangle.

- En supprimant les dominos contenant des 5 ou des 6, on forme $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}, +, .)$, plan à 25 points.

- En utilisant les dominos ayant seulement blanc, un ou deux, il reste $((\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^2, +, .)$ plan à 9 points dans lequel on a le joli théorème : dans un triangle les médianes sont parallèles.

QUESTIONS IMPOSSIBLES :

- Faire de la géométrie dans un "plan" à 36 points.

- Faire de la "mini-géométrie" euclidienne (distance, orthogonalité) car il n'est pas question d'ordonner les corps finis.

QUESTION DELICATE :

- Faire de la géométrie dans un plan à 16 points, il ne peut s'agir de $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +, .)$, le corps à 4 éléments, utilisé alors est de caractéristique 2, la notion de milieu s'évanouit donc.

LES PUBLICATIONS DE L'A.P.M.E.P.

Commandez ces brochures à votre Régionale (voir adresse en dernière page)
Le premier prix est "port compris"
Le prix entre parenthèses est "port non compris"

8. *Mots I*, 1974, 100 p., 14 F (10 F).
9. *Elem-Math I*, 1975, 56 p., 6 F (4 F).
10. *Carrés magiques*, par Belouze, Glaymann, Haug et Herz, 1975, 48 p., 6 F (4 F).
11. *Mots II*, 1975, 108 p., 14 F (10 F).
12. *Substitutions et groupe symétrique*, par J. Dautrevaux. Epuisé.
13. *Mathématique pour la formation d'adultes* (CUEEP), par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p., 21 F (15 F).
14. *A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième* (IREM de Toulouse - A.P.M.E.P.), 2ème édition 1976, 220 p., 21 F (15 F).
15. *Mots III*, 1976, 136 p., 16 F (12 F).
16. *Elem-Math II*, 1976, 56 p., 8 F (6 F).
17. *Hasardons-nous*, 1976, 220 p., 31 F (25 F).
19. *Elem-Math III, La division à l'école élémentaire*, 1977, 100 p., 14 F (10 F).
20. *Quelques apports de l'Informatique à l'Enseignement des Mathématiques*, 1977, 280 p., 31 F (25 F).
21. *Géométrie au premier cycle, tome 1*, 1977, 208 p., 31 F (25 F).
22. *Géométrie au premier cycle, tome 2*, 1978, 328 p., 36 F (30 F).
23. *Pavés et bulles*, par Françoise Pécaut, 1978, 288 p., 31 F (25 F).
24. *Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM)*, 1978, 120 p., 24 F (20 F).
25. *Mots IV*, 1978, 152 p., 16 F (12 F).
26. *Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire*, 1978, 64 p., 13 F (9 F).
27. *Pour une mathématique vivante en Seconde*, 1979, 128 p., 19 F (15 F).
29. *Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Elémentaire*, 1979, 192 p., 24 F (18 F).
30. *Les manuels scolaires de mathématiques*, 1979, 280 p., 36 F (30 F).
31. *Calculatrices 4 opérations (Elémentaire et premier cycle)*, 1979, 176 p., 19 F (15 F).
32. *Texte d'orientation A.P.M.E.P. 1978* dans le prolongement des Chartes de Chambéry et de Caen, 2 F (sans port : gratuit). [Ce texte figure aussi dans le Bulletin n° 314).
33. *Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1*, 1979, 248 p., 31 F (25 F).
34. *Recherche inter-IREM, 1973-78, en géométrie de 4ème-3ème, dite "O.P.C." : réflexion critique et évaluation*, 1979, 160 p., 34 F (30 F).
35. *Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes*, 1979, 180 p. environ, 32 F (28 F).

MATHEMATIQUES-TECHNOLOGIE EN CLASSE DE TROISIEME

Michel LABROUSSE et Bernard POMMIER
Collège Donzelot - Limoges

La plupart des phénomènes étudiés en technologie en classe de 3ème conduisent à des relations de proportionnalité entre les différentes quantités.

Nous avons donc axé notre effet sur ce point :
"applications linéaires ; proportionnalité ; applications affines"

La démarche que nous avons adoptée est classique : Nous avons essayé de dégager la notion d'application linéaire à partir d'expériences réalisées en technologie puis, une fois dégagées les propriétés des applications linéaires, nous les avons utilisées à résoudre d'autres exercices.

Nous avons insisté sur les représentations graphiques et sur l'utilisation que l'on peut faire.

Les différentes expériences ont été réalisées dans l'ordre chronologique indiqué ci-après ; mais du fait des impératifs du programme de 3e de technologie, ces expériences ont été très échelonnées dans le temps.

QUANTITÉ DE CHALEUR

Expérience 1

a)-Chauffer doucement 150 g d'eau dans un ballon
- prendre comme temps 0, l'instant où la température est 30° C (θ_o = 30° C)
- Lire les temps de chauffage
- Inscription des résultats dans un tableau :

température θ en ° C	30	40	50	60	70	80
Echauffement : $\theta - \theta_o$ en ° C	0	10	20	30	40	50
Durée de chauffage t : en s	0	39	80	127	169	212

b) - On appelle f la relation $\theta - \theta_o \longrightarrow t$

- Faire la représentation graphique de f   t (u = 50) θ-θ_o (u = 10)

c) - f : θ-$\theta_o \longrightarrow$ t

10 →	39	
20 →	80	
30 →	127	119

f : θ-$\theta_o \longrightarrow$ t

20 →	80	
30 →	127	
50 →	212	207

f θ-$\theta_o \longrightarrow$ t

40 →	169	
10 →	39	
50 →	212	208

f	$\theta - \theta_o$	t	
	10	39	
	20	80	78

f	$\theta - \theta_o$	t	
	20	80	
	40	169	160

Expérience 2

a) - Chauffer dans le ballon 80 grammes d'eau

- Prendre comme temps 0, l'instant où la température atteint 40° C. Comme il y a une inertie entre le moment où on met l'eau à chauffer et le moment où le thermomètre enregistre la température, il faut commencer à chauffer quelques temps avant pour obtenir un régime de chauffe régulier.
- Lire le temps mis pour que la température atteigne 80° C
- Vider l'eau chaude et recommencer l'expérience avec 120 g, ..., 240 g.

Résultats :

masse d'eau m	en g	0	80	120	160	200	240
durée de chauffage t	en s	0	116	182	236	294	355

b) Tracer la représentation graphique de g

c)

g : m → t	
80	116
160	236
	352
240	355

g : m → t	
80	116
120	182
	299
200	294

g : m → t	
80	116 x2
	232
160	236

g : m → t	
120	182 x 2
	364
240	355

g m → t	
80	116 x 3
	348
240	355

- Pourrais-tu chercher le temps nécessaire pour chauffer 100 g, 50 g, 150 g, 280 g, 320 g ?

d) - En utilisant la représentation graphique, quel serait le temps nécessaire pour chauffer 100 g, 150 g, 175 g d'eau ?

- Quelle masse d'eau serait chauffée en 2 mn 30 s ? en 3 mn 20 s ?

ÉTUDE MATHÉMATIQUE DES PROPRIÉTÉS DES APPLICATIONS LINÉAIRES

- Autres exemples, contre exemples.
- Propriétés
- Représentation graphique

LECTURE DES APPAREILS ÉLECTRIQUES

Cet exercice "artificiel" a eu pour but de préparer les élèves à lire les appareils de mesures électriques (ampèremètres, voltmètres, contrôleurs).

a) Présentation d'un tour lors de la visite du lycée technique voisin R. Dautry.

b) On suppose qu'un tour dispose de 3 vitesses et d'un seul compte tours gradué de 0 à 100 et utilisable quelle que soit la vitesse enclenchée.

Les données pour la fréquence de rotation du tour sont les suivantes :

1ère vitesse : fréquence f_1 : variable de 0 à 100 tr/min.

2ème vitesse : fréquence f_2 : variable de 0 à 500 tr/min.

3ème vitesse : fréquence f_3 : variable de 0 à 3000 tr/min.

On appelle n le nombre de graduations lues sur le compte-tours.

Les relations qui lient n et la fréquence f_i sont des applications linéaires $u_i : n \longrightarrow f_i = \alpha_i n$. Les élèves déterminent les coefficients α_i puis remplissent un tableau :

n	$f_1 = \alpha_i n$	f_2	f_3
15			
32			
		260	
			1520

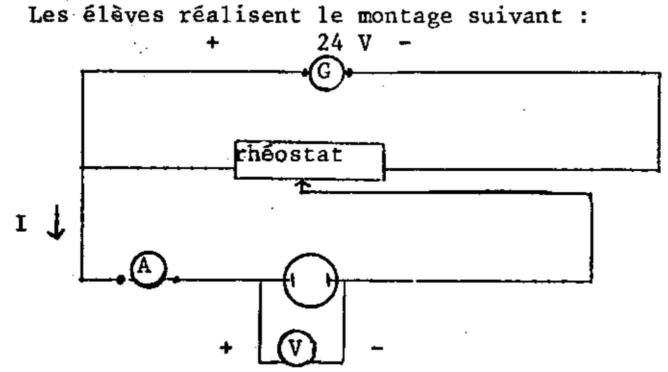
ÉTUDE MATHÉMATIQUE DES APPLICATIONS AFFINES

Voir les manuels classiques.

QUELQUES CARACTÉRISTIQUES DES RÉCEPTEURS

a) Caractéristique d'un électrolyseur

Les élèves réalisent le montage suivant :



Compléter le tableau :

U	4 V	8 V	12 V	16 V	20 V	24 V
I en A	0,127	0,41	0,72	1,06	1,38	1,7

Représenter graphiquement la relation $f : I \longrightarrow U$

La représentation graphique de f est une droite ne passant pas par l'origine donc f est une application affine. La droite est appelée caractéristique de l'électrolyseur.

$f : I \longrightarrow U$ est affine donc

$U = a I + b$

Les élèves déterminent les coefficients a et b en résolvant un système d'équation à 2 variables.

b) Caractéristique d'une lampe à incandescence.

Même montage avec remplacement de l'électrolyseur par la lampe.

I	0A	0,28	0,36	0,4	0,47	0,59	0,71	0,82	0,91	1 A
U	0V	1V	2V	3V	4V	8V	12V	16V	20V	24V

Représenter graphiquement la relation g : I $\rightarrow$ U sur le même dessin

La caractéristique d'une lampe à incandescence est une courbe qui passe par l'origine.

Pour une tension supérieure à 4 V cette courbe peut être assimilée à une droite.

Pour $U \gg 4$ V, on a donc : $U = a' I + b'$

Les élèves déterminent a' et b'.

c) Condition identique de fonctionnement des deux récepteurs

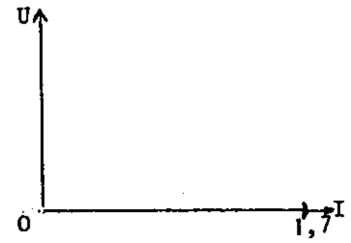
Les deux récepteurs fonctionnent dans des conditions identiques au point d'intersection des deux droites.

Les élèves déterminent graphiquement puis par le calcul les coordonnées du point d'intersection.

d) Autres exercices possibles utilisant ces deux relations

Détermination graphique et par le calcul d'antécédents : autrement dit si on donne une valeur à U, il faut chercher la valeur correspondante de l'intensité...

1 cm pour 1



20 carreaux = 10 cm pour 1

AUTRES DIRECTIONS DE RECHERCHE

a) Relation $U = R I + E$

b) Applications croissantes et décroissantes (signification physique des phénomènes)

c) $P = R I^2$

application ni affine ni linéaire

d) En mécanique, le domaine d'expérimentation est également très vaste :

- Suites inversement proportionnelles (engrenages) $\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{f_B}{f_A}$

  Z nombres de dents, f fréquence)

- Mesure des écarts angulaires, transformation de radians en tours ou en degrés...

GROUPE PLURIDISCIPLINAIRE

Annie COURTEIX, Monique SAINT-GEORGES et Jean MICHOUX
Lycée Suzanne valadon - Limoges

Depuis 4 ans a lieu, dans le cadre de l'I.R.E.M. de LIMOGES, au lycée Suzanne Valadon, une expérimentation pluridisciplinaire en mathématique, sciences physiques et sciences économiques et sociales.

Elle se déroule de la manière suivante :

.Chaque semaine a lieu dans la classe une séance de 2 heures en présence de deux ou trois professeurs. Cette séance permet d'étudier un thème (ordre de grandeur - énergie - caractéristiques de dipoles...)

.Une concertation de 3 professeurs permet de faire le point sur la séance du matin et de préparer la séance de la semaine suivante.

.Le lendemain une deuxième séance permet une mise au point du travail réalisé de façon à en tirer un document écrit, dessiné, enregistré.

Ce travail en équipe de 3 professeurs, outre l'intérêt relationnel de tout travail à plusieurs offre des avantages dus à la pluridisciplinarité. En voici une liste non exhaustive :

- Il nous permet une connaissance à la fois efficace et pratique des matières voisines par exemple le professeur de physique a mieux compris comment utiliser la notion de vecteur lorsque nous avons préparé ensemble la fiche-élève "déplacement vitesse".

- Il nous a permis de prendre connaissance et d'expérimenter les techniques pédagogiques utilisées par nos collègues. Dans notre cas, travail des élèves par équipes sur fiches, dialogue avec la classe puis exposés à partir de documents, cours oral suivi d'exercices ont été successivement expérimentés par chaque enseignant.

- Il nous permet une meilleure compréhension des contraintes existantes dans les autres disciplines.

- Il nous permet de faire travailler les élèves plus efficacement en habillant un concept de façons différentes (par exemple : la linéarité).

Ce travail en équipe de 3 professeurs, outre l'intérêt relationnel de tout travail à plusieurs offre des avantages dus à la pluridisciplinarité. En voici une liste non exhaustive :

- Il nous permet une connaissance à la fois efficace et pratique des matières voisines par exemple le professeur de physique a mieux compris comment utiliser la notion de vecteur lorsque nous avons préparé ensemble la fiche-élève "déplacement vitesse".

- Il nous a permis de prendre connaissance et d'expérimenter les techniques pédagogiques utilisées par nos collègues. Dans notre cas, travail des élèves par équipes sur fiches, dialogue avec la classe puis exposés à partir de documents, cours oral suivi d'exercices ont été successivement expérimentés par chaque enseignant.

- Il nous permet une meilleure compréhension des contraintes existantes dans les autres disciplines.

- Il nous permet de faire travailler les élèves plus efficacement en habillant un concept de façons différentes (par exemple : la linéarité).

Puisque nous sommes deux dans la classe, nous pouvons mieux observer les élèves donc ensuite mieux adapter notre enseignement à chaque enseigné.

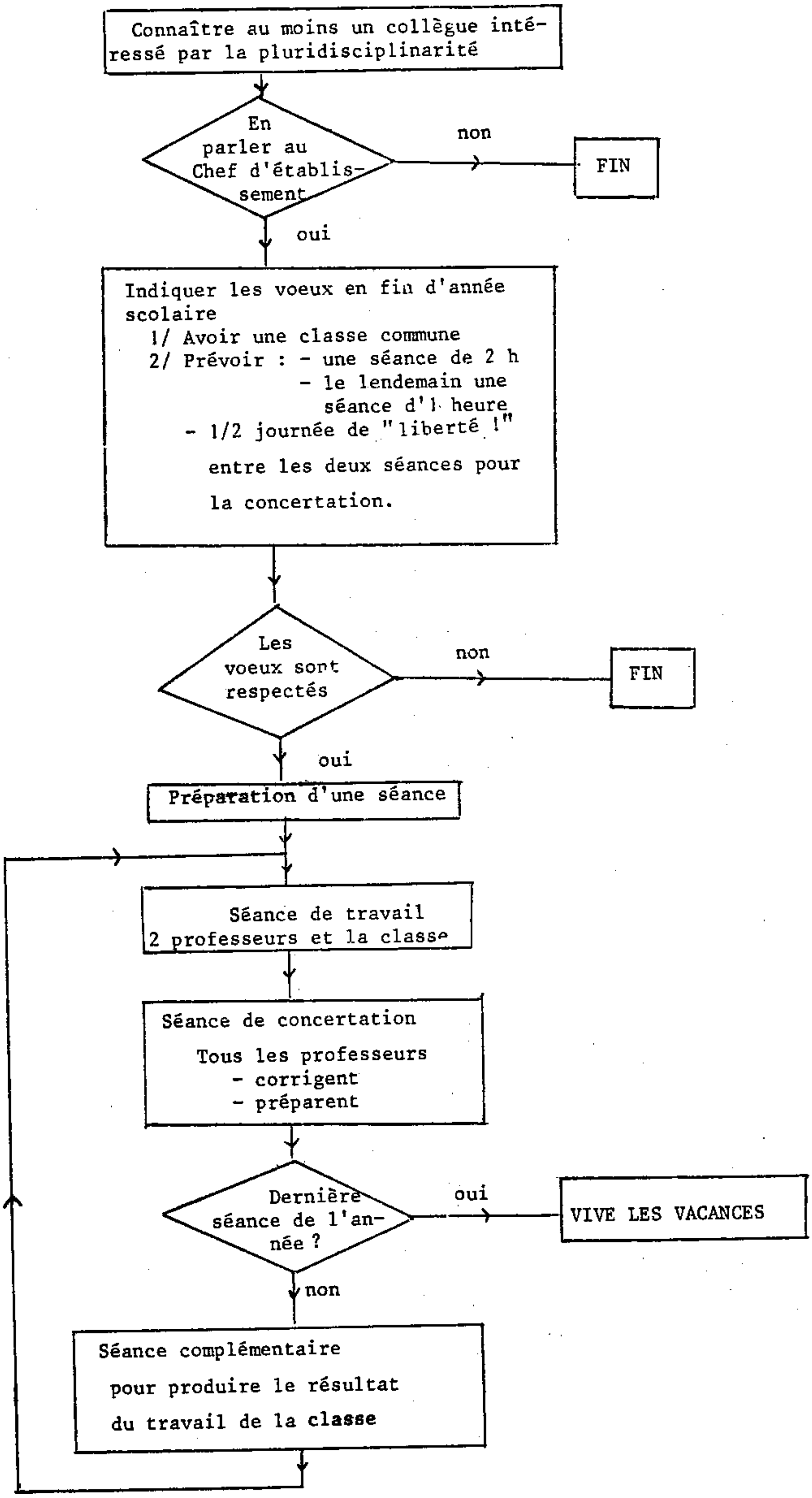
Le travail pluridisciplinaire permet un approfondissement de sa propre discipline pour "l'expliquer" à des collègues ayant un vécu plus riche que les élèves.

De plus l'approche pluridisciplinaire d'un concept oblige à renouveler la manière de présenter le cours : le professeur d'économie ne pourra plus expliquer les problèmes de l'énergie sans s'appuyer, beaucoup plus qu'avant, sur les données techniques.

En conclusion, nous pensons qu'il s'agit d'une **remise** en question continuelle de l'enseignant tant en ce qui concerne les contenus de son enseignement que la manière de les enseigner.

Un préalable important nous paraît être que chaque professeur doit conserver sa spécificité et qu'un professeur ne peut pas remplacer son voisin.

COMMENT LANCER UNE EXPÉRIENCE PLURIDISCIPLINAIRE ?



LES FRACTALES (SUITE...)

Michel DARCHE et Pascal MONSELLIER
Lycées Jean Zay et Benjamin Franklin - Orléans

Les lecteurs du PLOT ne semblant pas encore fatigués par le thème "Fractale" (s'ils le sont, ils n'ont qu'à le dire !), nous vous présentons un autre thème de cette série : les Gones.

Si vous êtes bien sages, amis lecteurs, et si le comité de rédaction du PLOT se laisse toujours aussi facilement convaincre, d'autres thèmes de cette famille paraîtront dans les prochains numéros.

Bon courage, et suivez la tortue............................. 

Bibliographie complémentaire

La bibliographie sur Fractales (cf PLOT n° 9 . Pages 26 et 27) ayant été involontairement écourtée, en voici la fin qui aurait dû paraître dans le précédent numéro. Avec nos excuses.

(6) Courbes étranges, ensembles minces, *par J.P. Kahane (in Bulletin de l'APMEP n° 275 - 1970). Le premier article, sur le plan chronologique, ayant abordé les monstres mathématiques pour le grand public des enseignants.*

(7) Courbes de Von Koch *(in Petit Archimède n° 49-50, juin 1978. Réponses in P.A. n° 51-52, octobre 1978). L'étude du flocon de neige, et la généralisation à d'autres polygones étoilés.*

(8) A propos des courbes de Von Koch : Les fractals *(Article en deux parties : in Petit Archimède 55-56, février 1979, et dans P.A. n° 57-58, avril 1979). Texte explicatif reprenant les principales propriétés de ces objets.*

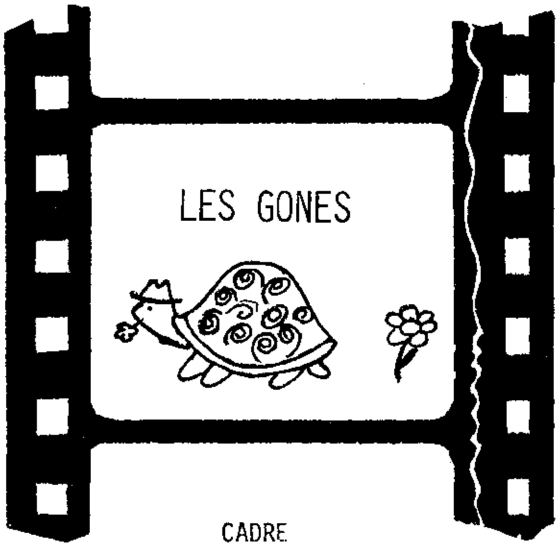
(9) Les Fractals : des monstres mathématiques, *par Lancelot Herrisman (in Science et Vie n° 723, décembre 1977). Article de vulgarisation assez général.*

(10) Courbes, tangentes et cartes géographiques, *par Jean Brette (in Revue du Palais de la Découverte).*

(11) Courbes comme limites de suites polygonales, *par Cundy et Rollett (in Modèles Mathématiques. Cedic 1978).*

(12) Récurrence infinie, *par Martin Gradner (in Jeux Mathématiques du Scientific American. Cedic 1979)*

(13) Paradoxes mathématiques, *par Northrop (Dunod).*



CADRE

Population : dela 6è à la Terminale. Enseignants en formation continuée.

Contenus mathématiques : - polygones, mesures, angles, rapports
- homothéties, similitudes
- programmation
- fractales

Intentions : 1 - s'initier à la programmation
2 - lier géométrie, informatique et analyse
3 - induire, de manière active, certains concepts d'analyse.

Objectifs : 1 - construire des figures simples à la règle et au rapporteur à partir d'un programme de construction.
2 - coder et décoder des suites d'instructions
3 - inventer des programmes de construction de figures.

Matériel : papier quadrillé - règle graduée - rapporteur
(pour le prof, rétroprojecteur et transparents seraient très utiles).

Méthode par exemple : travail en petits groupes et synthèse collective.

Bibliographie :

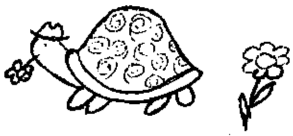
Sur le langage LOGO :
- Publication APMEP n° 20 "Quelques apports de l'informatique à l'Enseignement des Mathématiques" pages 176 à 179.
- Manuel LOGO (septembre 1974) : traduction Guy Monpetit - Québec
- "Comment transformer l'éducation en se servant de la technologie" (MIT 1975) traduction Guy Monpetit - Québec.
- Elément de cours PERMAMA : PMM 3016 et PMM 5015 (Télé-Université - Québec)
- "Journées mini-ordinateurs" : compte-rendu du colloque inter-Irem de Rennes 1974 (pages 61 à 72)

Sur les Jolygones, Rosagones, Bolygones ... et autres gones :
- "Le Petit Archimède" n° 14, n° 27-28 (A.D.C.S. Collège Sagebien - 80000 Amiens).
- Publication APM n° 20 (op. cité), pages 208 à 210
- "Ludions 78" article de C. Naudet (CEREMO - 49000 Angers).

POLYGONES

Idées pour la classe (voir quelques solutions page 31)

(1) La Tortue (↑)



Les activités qui suivent consistent à suivre le trajet d'une... tortue représentée par une flèche qui indique le sens et la direction du déplacement et un point qui indique le point de départ ou d'arrivée.

Choisissons comme unité de longueur : le centimètre.
comme unité d'angle : le degré.

Placez votre "tortue" sur une feuille de papier et exécutez la suite d'instructions ci-contre :

AV	5
DR	90
AV	5
DR	90
AV	5
DR	90
AV	5
DR	90

. AV 5 *signifie :* avance de 5 cm
. DR 90 *signifie :* tourne de 90° à droite.

? - Quelle est la figure obtenue ?

? - Pouvez-vous donner une liste d'instructions pour construire
. un triangle équilatéral
. un pentagone régulier.

- Faites vérifier par votre voisin.

(2) La Boucle

En programmation plutôt que de répêter plusieurs fois une instruction ou une même suite d'instructions on indique la répétition dans les instructions.

Ainsi : pour les instructions données en (1) on écrit :

REPETE 4(fois) — [AV 5 / DR 90]

? - Qu'auriez-vous écrit pour un triangle équilatéral ?
pour un pentagone ?

? - Quelle est la figure obtenue en suivant la procédure suivante :

REPETE 5 — [RE 10 / GA 144]

. RE 10 *signifie* : recule de 10 cm
. GA 144 *signifie* : tourne à gauche de 144°

? - Quelle liste d'instructions permet de construire une étoile à 6 branches ? Un dodécagone régulier ? (12 côtés) ?

? - Quelles sont les figures obtenues en suivant les instructions suivantes ?

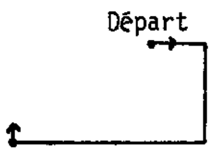
REPETE 5 — [AV 5 / DR 144 / AV 10 / DR 144]

REPETE 3 — [REPETE 3 — [AV 4 / DR 120] / DR 120]

JOLYGONES

L'instruction <u>REPETE (5,k)</u> *signifie* REPETE 5 fois la suite d'instructions en multipliant chaque fois par k la longueur du ou des segments de l'étape précédente.

Exemple : pour <u>REPETE (3,2)</u> [AV 1 / DR 90], on obtient



? - Quelle figure obtient-on avec la suite d'instructions ci-contre ? <u>REPETE $(6,\frac{3}{2})$</u> [AV 1 / DR 120]

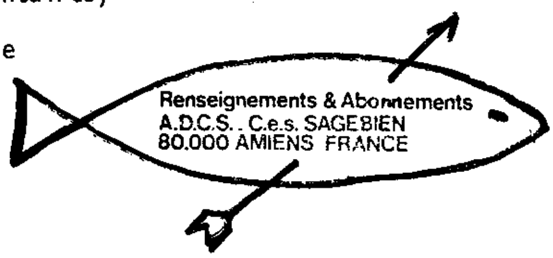
? - Que se passe-t-il si l'on respecte cette instruction indéfiniment ?

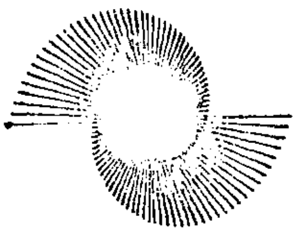
? - Où "finit" la tortue ?

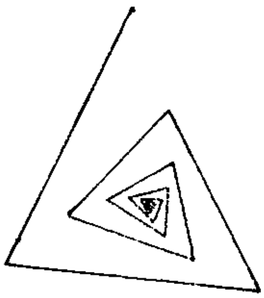
Mêmes questions avec la suite d'instructions <u>REPETE $(16,\frac{3}{4})$</u> [AV 8 / DR 90]

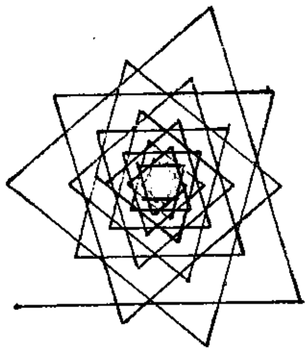
Ces figures s'appellent des Jolygones (voir Commentaires)

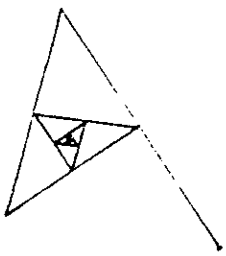
Voici d'autres Jolygones, tirés du Petit Archimède

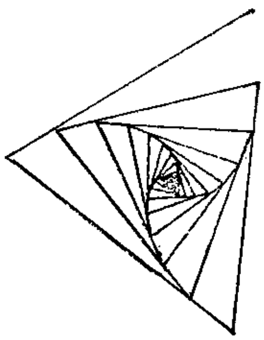


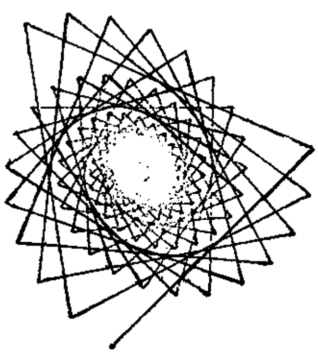












TÉRAGONES

Sur le même dessin, pouvez-vous construire la suite de figures correspondant aux instructions ci-contre ?

Fig. 0 REPETE 3 [AV 9 DR 120]

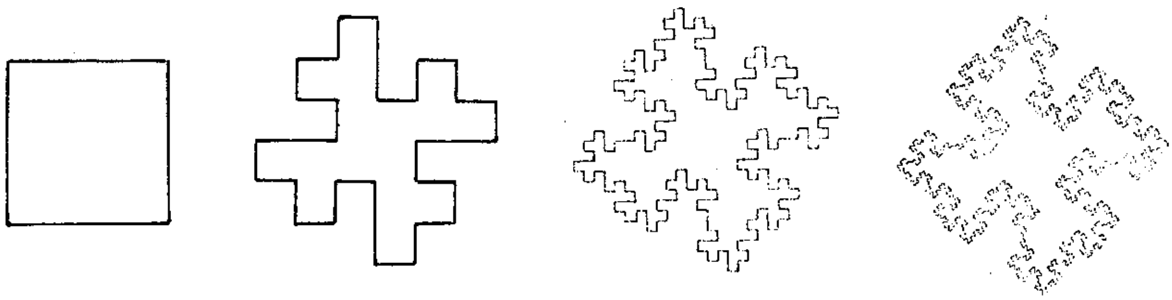
Fig. 1 REPETE 6 [AV 3 GA 60 AV 3 DR 120]

Fig. 2 REPETE 24 [AV 1 GA 60 AV 1 DR 120]

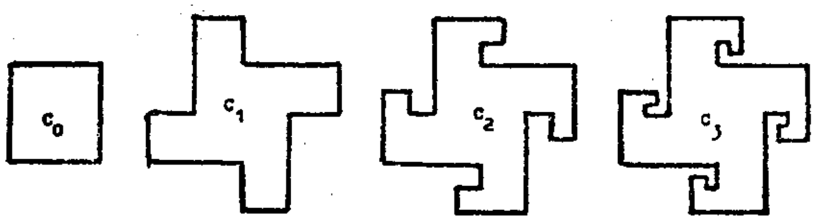
? - Pouvez-vous trouver une liste d'instructions pour la figure d'ordre n ? Pour l'ensemble des figures 1 à 10 ?

? - Pouvez-vous trouver une suite de listes d'instructions pour :

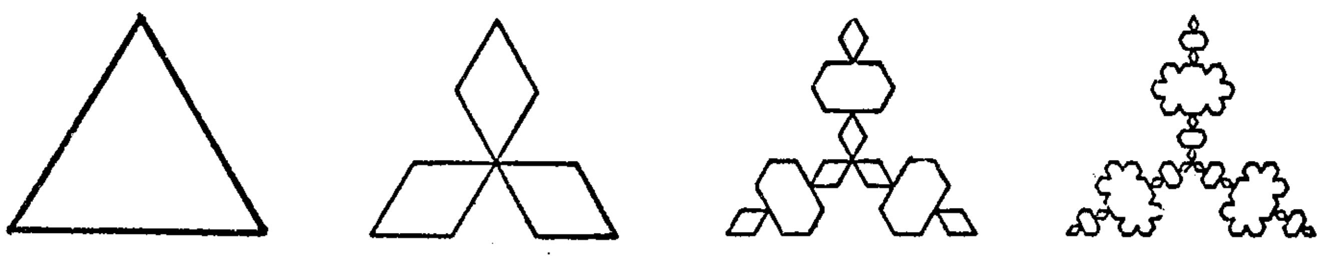
- la suite de figures suivantes :



- les suites de figures de la fiche "et ainsi de suite..." (Plot n° 9). par exemple :



ou encore "l'anti-flocon de neige"



QUELQUES SOLUTIONS

Plutôt que des solutions nous vous proposons suivant les cas des pistes de solution et/ou des résultats. Nous pensons qu'ainsi le plus important vous reste à faire : mettre en place l'action qui conduit au résultat.

POLYgones : on obtient un carré et la tortue se remet dans sa position de départ (voir intérêt pour la boucle)

triangle équilatéral : REPETE 3 [AV 5 / DR 120]

REPETE 5 [AV 5 / DR 72] donne un pentagone régulier

La boucle : Avec REPETE 5 [RE 10 / GA 144] on obtient :

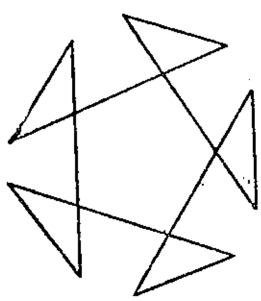
REPETE 10 [AV 4 / DR 36] donne un décagone régulier

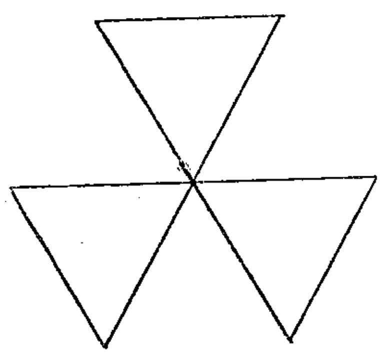
. Pour l'étoile à 6 branches c'est plus difficile car elle est constituée de 2 triangles équilatéraux. Il y a plusieurs solutions par exemple :

REPETE 6 [AV 2 / RE 6 / AV 2 / GA 60] ou

REPETE 6 [AV 2 / DR 60]
REPETE 6 [GA 60 / AV 2 / DR 120 / AV 2]

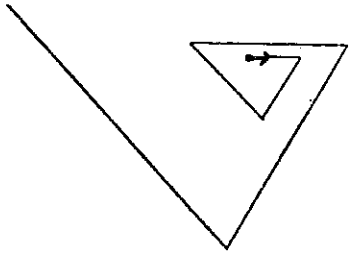
ou ...



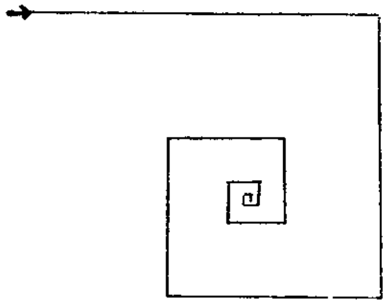


JOLYgones

ça "explose"



on trouve un point-limite



TERAgones

pour la figure d'ordre n ($n \geq 1$)

```
REP (3/2.4^n) | AV  9/3^n
              | GA 60
              | AV  9/3^n
              | DR 120
```

pour les figures 1 à 10 un seul programme par exemple

```
REP (10,1/3) | REP (3/2.4^n) | AV  3
             |               | GA 60
             |               | AV  3
             |               | DR 120
             | n = n+1
```

POLYGONES, JOLYGONES, TÉRAGONES ... QU'EST-CE A DIRE ?

Polygone : voir tout manuel classique de mathématique.

Jolygone : polygone qui se construit par une procédure itérative basée sur une rotation interne (voir "Le Petit Archimède' n° 14 en particulier).

Teragone : Jolygone qui se construit par une procédure itérative effectuée avec un rapport d'homothétie interne.
Remarquons que le préfixe Tera a deux sens :
- en grec, il signifie "monstrueux", ce que sont bien les teragones
- dans le système métrique, il représente 10^{12} (un teragone a de très nombreux côtés).

Pour ceux qui s'intéressent aux "gones", il y a aussi les :

Rosagones (cf Publication APM "Quelques apports de l'informatique à l'enseignement des mathématiques" pages 208 à 210).

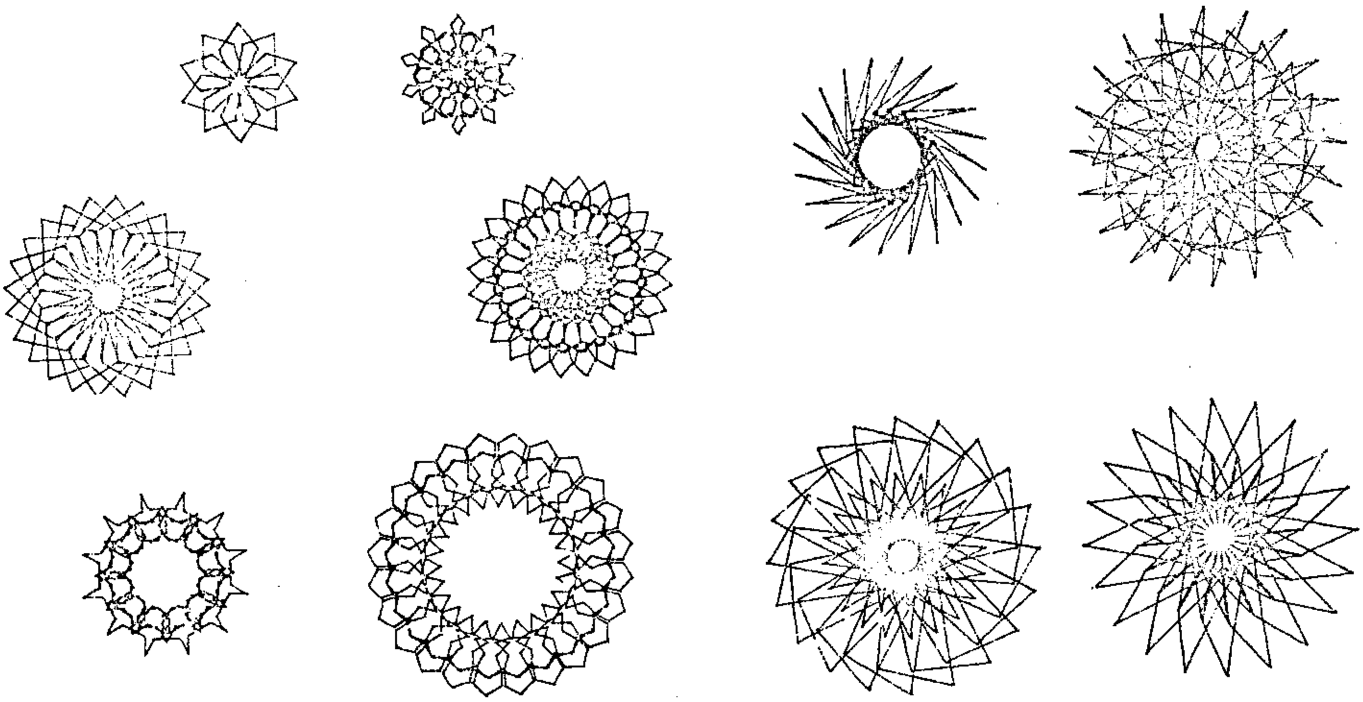
Bolygones (cf "Le Petit Archimède" n° 27-28, et "Lutions 73", article de C.Naudet).

COMMENTAIRES ET PROLONGEMENTS

Tout ce travail de programmation de la tortue est réalisé sur ordinateur dans certaines écoles du 1er degré et du 2nd degré aux Etats Unis, au Québec et en France (Orléans, Paris VI, ...). La tortue est matérialisée soit par une demi-sphère placée sur 3 roues (comme un triporteur) soit par un petit triangle isocèle qui apparaît sur un écran de visualisation. Le langage que vous avez utilisé ici et que les enfants utilisent s'appelle le langage LOGO, (ou langage de la tortue). Il a été inventé et mis au point par Seymour PAPERT et son équipe au Massachusetts Institute of Technology (M.I.T. Boston-U.S.A.)

Avec les élèves, vous pourrez faire vivre physiquement les instructions de programme, vous pourrez noter comment les élèves suivent les instructions "RECULE", "AVANCE", suivent la position de la flèche, utilisent l'angle extérieur, arrivent à une codification minimale des instructions, perçoivent la notion de boucle...
Vous pourrez leur (ils pourront vous) proposer de nombreux prolongements, par exemple sur les suites de figures (voir Plot n°9 "Et ainsi de suite..."), sur angles et polygones en étudiant les valeurs α que l'on peut choisir en fonction de n pour obtenir un polygone étoilé ou régulier avec la liste d'instructions:

REPETE n $\boxed{\begin{array}{l} \text{AV } 5 \\ \text{DR } \alpha \end{array}}$



Rosagones extraits de "Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques"

VARIATIONS SUR UN THEME D'OLYMPIADES

Serge GOUIN
Rochefort sur Mer

Comment le PLOT prépare les Jeux Olympiques.

Il s'agit de déterminer quel est le plus grand des deux nombres :

$$\frac{1,0000004}{(1,0000005)^2} \quad \text{et} \quad \frac{(0,9999995)^2}{0,9999998} \quad \text{(Olympiades suédoises)}$$

Les calculatrices de poche sont impuissantes devant ce problème qui dépasse leur capacité. Le calcul direct est possible, mais long, sans intérêt et présente un fort risque d'erreur.

Une première idée peut être d'utiliser les formules d'approximation $(1+t)^2 \simeq 1+2t$ (avec une incertitude de t^2) et $\frac{1}{1+t} \simeq 1 - t$ (avec une incertitude de $\frac{t^2}{1+t}$). Mais en examinant les deux nombres en question, on s'aperçoit qu'ils sont très voisins l'un de l'autre et que leur différence risque d'être du même ordre que les incertitudes sur les calculs approchés.

Calculons justement cette différence. Désignons par A le premier nombre, par B le deuxième, et posons $x = 10^{-7}$.

$$A-B = \frac{(1+4x)\ (1-2x) \quad - \quad (1+6x)^2\ (1-5x)^2}{(1+6x)^2\ (1-2x)}$$

$$A-B = \frac{51x^2 + 60x^3 - 900x^4}{(1+6x)^2\ (1-2x)}$$

Le dénominateur est évidemment positif.

$51x^2 + 60x^3 - 900x^4 = 3x^2\ (17+20x - 300x^2\ ).$

Si $x = 10^{-7}$, $300x^2 = 3\times10^{-12}$, nombre inférieur à 1.

$17 + 20x - 300x^2$ est donc positif, ainsi que la différence A-B.

Donc $\boxed{A>B}$

Petite Généralisation

On peut se poser la question de savoir s'il en est de même quel que soit le nombre de 0 et de 9, c'est-à-dire si x prend toute valeur dans $\{10^{-1},\ 10^{-2},\ \ldots\ldots\ 10^{-n},\ \ldots\}$

Le discriminant de $-300x^2 + 20x + 17$ est : $\Delta' = 5\,200$

Ce polynome a donc pour zéros : $\dfrac{1+\sqrt{52}}{30}$ et $\dfrac{1-\sqrt{52}}{30}$

$$\frac{1-\sqrt{52}}{30} < 0 \qquad 0{,}27 < \frac{1+\sqrt{52}}{30} < 0{,}28$$

x, dont la valeur la plus grande est 0,1, est donc entre $\dfrac{1-\sqrt{52}}{30}$

et $\dfrac{1+\sqrt{52}}{30}$, ce qui fait que A - B est toujours positif et que le résultat est le même quel que soit le nombre de 0 et de 9 (à condition que ce soit le même dans les quatre nombres concernés).

Calcul effectif

Lorsque j'ai proposé ce problème en Première, un élève n'a pas hésité à effectuer les deux divisions. Il me fallait bien contrôler ses résultats, mais je n'ai pas eu le courage de suivre ses traces (essayez donc !) et j'ai cherché un procédé plus rapide et plus intéressant.

Nous avons à calculer $A = \dfrac{1+4x}{(1+6x)^2}$ et $B = \dfrac{(1-5x)^2}{1-2x}$, avec $x = 10^{-7}$. Effectuons la division suivant les puissances croissantes des polynomes correspondants.

$$\begin{array}{l|l} 1+4x & 1+12x+36x^2 \\ \hline -8x - 36x^2 & 1-8x+60x^2-432x^3 \\ \quad 60x^2+288x^3\ldots\ldots & \\ \quad\quad -432x^3\ldots\ldots & \end{array}$$

D'où $A \simeq 1 - 8 \times 10^{-7} + 60 \times 10^{-14} - 432 \times 10^{-21} = 0{,}999999\,200\,000\,599\,999\,568$

avec une erreur inférieure à 10^{-21}

De même :

$$\begin{array}{r|l} 1-10x+25x^2 & 1-2x \\ \hline -8x+25x^2 & 1-8x+9x^2+18x^3 \\ 9x^2 & \\ 18x^3 & \end{array}$$

D'où $B \simeq 1 - 8 \times 10^{-7} + 9 \times 10^{-14} + 18 \times 10^{-21} = 0{,}999999\,200\,000\,090\,000\,018$

avec une erreur inférieure à 10^{-21}

La supériorité de A sur B est ainsi confirmée.

Un problème voisin

Il s'agit cette fois de comparer

$$\frac{2,00000000004}{(1,00000000004)^2 + 2,00000000004} \quad \text{et} \quad \frac{2,00000000002}{(1,00000000002)^2 + 2,00000000002}$$

Malgré le nombre impressionnant de 0, l'affaire est cette fois vite et élégamment réglée. Considérons en effet la fonction

$$x \longmapsto f(x) = \frac{2 + x}{(1+x)^2 + 2 + x}$$ (Vous voyez le rapport ?)

$$F(x) = \frac{x + 2}{x^2+3x +3}$$ f a pour ensemble de définition $\mathbb{R}$ entier.

Dérivons :

$$F'(x) = \frac{- x^2 - 4x - 3}{(x^2 + 3x + 3)^2} = -\frac{(x+1) \quad (x+3)}{(x^2 + 3x + 3)^2}$$

Signe de f'(x) : $\underset{}{-} \; \underset{-3}{|} \; + \; \underset{-1}{|} \; - \; \rightarrow x$

La fonction est donc décroissante dans $[- 1, + \infty[$

4×10^{-11} et 2×10^{-11} étant éléments de cet ensemble, et 2×10^{-11} étant le plus petit des deux, nous en déduisons que

$$F(4 \times 10^{-11}) < F(2 \times 10^{-11})$$

Le premier nombre écrit dans l'énoncé du problème est donc inférieur au deuxième.

ELLE EST DANS VOTRE VILLE !

L'exposition commune IREM d'Orléans - Régionale APMEP d'Orléans-Tours circule dans l'Académie. Son titre : MATHEMATIQUES DANS LA VIE, MATHEMATIQUES DANS LA VILLE

Son public : Tout public, enfant et adulte

Son itinéraire : *14 Janvier au 2 Février*.. Loiret

4 février au 9 Mars...... Indre et Loire

10 Mars au 30 Mars....... Loir et Cher

31 Mars au 4 Mai......... Cher

5 Mai au 25 Mai.......... Eure et Loir

26 Mai au 15 Juin........ Indre

LA REGIONALE A.P.M.E.P. DE LIMOGES ET LA PRESSE....

Recherche et enseignement des maths : On casse aussi...

« Il nous faut assurément aménager la formation initiale des maîtres », déclarait Valéry Giscard-d'Estaing en octobre dernier à l'UNESCO. *« 1979, l'année de formation des enseignants »*, renchérissait récemment le très officiel « Courrier de l'Education » de M. Beullac.

Voilà pour les bonnes intentions... Quant aux réalités... une journée portes ouvertes qui s'est déroulée hier à Limoges à la faculté de Sciences a permis à chacun d'en prendre conscience.

Cette manifestation avait pour but de mieux faire connaître l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges (IREM). L'Institut correspond exactement à ce que le président de la République et son ministre de l'Education M. Beullac se proposaient en paroles de développer. Depuis sa création en 1973 l'IREM de Limoges était devenu un centre important de la vie mathématique dans l'Académie.

Pour un enseignement « antisclérosé »

Centre d'accueil, de documentation et de formation, pendant 5 ans, l'Institut s'était attaché à enrichir et actualiser la culture scientifique des maîtres par la formation permanente. Centre de Recherche pédagogique et d'expérimentation il était devenu un lieu d'échanges et de rencontres où se retrouvaient des enseignants de différents degrés et de différentes disciplines collaborant à des tâches communes. Centre d'élaboration et de diffusion de documents destinés à tous les enseignants il rayonnait sur toute l'Académie en informant l'ensemble des enseignants des travaux accomplis. Enfin les actions de l'IREM s'étaient décentralisées, des groupes de travail ou « l'instit du primaire » discutait avec « le prof de fac », se réunissant régulièrement à Brive, Tulle, Ussel, Limoges et Guéret. Bref un institut destiné à promouvoir un enseignement « antisclérosé » et ouvert sur la vie. Les travaux exposés hier au public démontraient amplement que ces objectifs étaient déjà atteints mais aussi qu'il restait encore beaucoup à faire dans ce sens là.

Aujourd'hui l'avenir de l'IREM n'est-il pas derrière lui ? On peut le craindre. Le pouvoir est en effet en train de casser l'IREM. En deux ans il a diminué de 36 % ses crédits de fonctionnement et de déplacement. Enfin et surtout, pour la rentrée prochaine, il a supprimé les heures de décharges accordées aux stagiaires du second degré. Auparavant les professeurs du second degré qui désiraient participer aux stages de l'IREM bénéficiaient d'une décharge sur leur emploi du temps normal. « Devaient-ils » 18 heures de cours de l'administration, lorsqu'ils consacraient 2 heures de formation permanente à l'IREM, ils bénéficiaient d'une décharge en conséquence. L'année scolaire prochaine, cette décharge sera supprimée et les 250 stagiaires actuels devront s'ils veulent continuer à se former payer de leur temps et de leur argent.

Et M. Beullac sans vergogne de clamer : « 1979 sera l'année de formation des enseignants ».

Un visiteur attentif...

De nombreuses personnalités se sont rendues à la journée portes ouvertes sur l'IREM.

Parmi elles, Bernard Ebenstein au nom du président du Conseil général de la Haute-Vienne et aussi le doyen national des professeurs de mathématiques, M. Rogerie, un Limousin de 97 ans que l'avenir de la discipline qu'il a enseignée voici un demi-siècle passionne toujours.

L'Echo du Centre (31-05-79)

Profs de maths : Imposer la formation continue

Limoges. — La régionale de Limoges de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public vient de fixer son programme pour les mois à venir.

La formation continue des enseignants demeure une de ses préoccupations prioritaires. « Elle est un droit dû à tout travailleur, déclare l'A.P.M.E.P. Elle doit faire partie intégrante du service des enseignants et ne doit, en aucune façon, être basée sur le bénévolat. l'A.P.M.E.P. se propose de mener des actions pour que ce droit soit enfin respecté pour tous les enseignants ».

Les projets d'activité retenus sont les suivants :

— Novembre : Utilisation de l'ordinateur en théorie des nombres (conférence de M. Nicolas, accessible à tous).

— Décembre : Jeux mathématiques et rôle du jeu à l'école (M. Cathalifa).

— Janvier : Conférence sur l'énergie solaire (M. Monange) avec visite de l'école de céramique.

— Février : Analyse mathématique (M. Sourd, niveau terminale).

— Mars : M. Rogerie, doyen actif de l'A.P.M.E.P. (96 ans), exposera ses recherches sur l'échec en mathématiques.

— Avril : Dans le cadre de la liaison classe de 6e - cours moyen, la division par Mme Rougier.

Le Populaire du Centre (29-10-79)