CONCOURS POUR L'ADMISSION EN FORMATION INITIALE POUR L'OBTENTION DES DIPLÔMES D'OFFICIER CHEF DE QUART MACHINE ET DE CHEF MECANICIEN 8000 kW

ANNÉE 2017 (Durée : 2 heures)

L'usage d'un formulaire est interdit; l'usage d'une calculatrice électronique à fonctionnement autonome, non programmable, non programmée, non imprimante, avec entrée unique par clavier est seul autorisé.

1re QUESTION **(valeur = 3)**

1. Résoudre l'équation différentielle : $(E) \quad y' + y = 0$.
2. Trouvez la fonction $y = f(x)$ telle que $f(0) = 1$
3. Déterminer le réel a tel que $\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = -2$
4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{\mathrm{e}^x}$.
   Montrer que f est une solution particulière de l'équation différentielle (E).

2e QUESTION **(valeur = 4)**

1. Déterminer le module et un argument du nombre complexe $u = \dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\mathrm{e}^{\frac{-\mathrm{i}\pi}{5}}$.
2. Soit z le nombre complexe de module 2 et d'argument $\dfrac{\pi}{3}$.
   a. Écrire le nombre complexe z sous forme algébrique.
   b. Écrire le nombre complexe $Z = \dfrac{2+z}{2-z}$ sous forme algébrique.
   c. Montrer que les points A, B, C d'affixes respectives 1, $\dfrac{z}{2}$ et Z sont alignés.

3e QUESTION **(valeur = 3,5)**

Les cinq termes u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 d'une suite géométrique croissante sont strictement positifs. Soit x la raison de cette suite. On pose $u_3 = a$.

1. Exprimer à l'aide de a et de x les sommes
   $S = u_1 + u_5$ et $s = u_2 + u_4$
2. Montrez que $s^2 = aS + 2a^2$
3. Calculez a sachant que $s = 34$ et $S = \dfrac{257}{2}$.

4e QUESTION **(valeur = 5)**

On considère la fonction $f(x) = \ln\left(\dfrac{x}{\mathrm{e}}\right) + \ln x$.

$(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f.
2. Établir que $f(x) = -1 + 2\ln x$ sur $\mathscr{D}_f$.

3. Soient deux réels a et b strictement positifs, vérifiant $ab = \text{e}$
Déterminer $f(a)$ en fonction de a, puis $f(b)$ en fonction de a.
En déduire que $f(a) + f(b) = 0$.
4. Déterminer $f'(x)$, et en déduire le tableau de variations de $f(x)$.
5. Déterminer l'équation de la tangente à $\left(\mathcal{C}_f\right)$ au point d'abscisse e.

5e QUESTION **(valeur = 4,5)**

La durée de vie d'un appareil est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$. Ainsi, pour tout réel t positif, la probabilité qu'un appareil ait une durée de vie inférieure à t années, notée $P(X \leqslant t)$ est donnée par : $p[X \leqslant t] = \displaystyle\int_0^t \lambda \text{e}^{-\lambda x}\,\text{d}x$.

1. Démontrer que $p[X \leqslant t] = 1 - \text{e}^{-\lambda t}$.
2. Déterminer λ sachant que $P(X > 5) = 0,4$.
3. Dans cette question on prendra $\lambda = 0,18$.
Sachant que la durée de vie de l'appareil dépasse 10 heures, quelle est la probabilité que sa durée de vie dépasse 20 heures ?

Nota :

1. *Aucun document n'est autorisé.*
2. *Délits de fraude : « Tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude se verra attribuer la note zéro, éliminatoire, sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics ».*