CONCOURS POUR L'ADMISSION EN FORMATION INITIALE POUR L'OBTENTION DES DIPLÔMES D'OFFICIER CHEF DE QUART MACHINE ET DE CHEF MECANICIEN 8000 kW

ANNÉE 2016 (Durée : 2 heures)

L'usage d'un formulaire est interdit; l'usage d'une calculatrice électronique à fonctionnement autonome, non programmable, non programmée, non imprimante, avec entrée unique par clavier est seul autorisé.

1^re^ QUESTION **(valeur = 3)**

1. Développer $(2x+1)(x-1)$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux équations suivantes :
   a. $2(\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$
   b. $2e^{-2x} - e^{-x} - 1 = 0$

2^e^ QUESTION **(valeur = 3,5)**

Soit X une variable aléatoire de loi uniforme sur l'intervalle $[-5\,;\,5]$.

1. Donner la fonction densité de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance et la variance de X.
3. Quelle est la probabilité que X appartienne à l'intervalle $[2\,;\,4]$?
4. Sachant que X est supérieur à 1, quelle est la probabilité que X appartienne à $[2\,;\,4]$?

3^e^ QUESTION **(valeur = 5)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

On considère le nombre complexe suivant : $z = \dfrac{1-2\mathrm{i}}{\sqrt{5}}$.

On appelle M, A, B et C les points d'affixes respectives z, $\overline{z}$, $-\dfrac{1}{z}$ et $\dfrac{-\mathrm{i}}{2z}$.

1. Écrire les complexes $\overline{z}$, $-\dfrac{1}{z}$ et $\dfrac{-\mathrm{i}}{2z}$ sous forme algébrique.
2. Montrer que les points A, C et M appartiennent à une même droite. Donner l'équation cartésienne de cette droite.
3. Déterminer AC et BC. En déduire que le triangle ABC est isocèle en C.
4. Ecrire $\overline{z}$, , $-\dfrac{1}{z}$ et $\dfrac{-\mathrm{i}}{2z}$ sous forme exponentielle et en déduire la nature du triangle ABM.

4^e^ QUESTION **(valeur = 5)**

Soit la fonction définie par

$$f(x) = 1 - 2x + e^{2x}$$

On appelle C la courbe représentative de la fonction f dans un plan rapporté à un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Montrer que la droite D d'équation $y = 1 - 2x$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$.
   Donner la position de C par rapport à cette asymptote.
3. Montrer que pour tout $x \neq 0$, on a $f(x) = x\left(\dfrac{1}{x} - 2 + \dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{x}\right)$.
   En déduire la limite de f et $+\infty$.
4. Calculer la dérivée de f et donner le tableau de variation de f.
5. Tracer D et C.

5e QUESTION **(valeur = 3,5)**

On considère $(u_n)_{n\geqslant 0}$ une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison $q \neq 0$ vérifiant

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_3 \times u_4 \times u_5 & = & 27 \\ u_3^2 + 2u_3 + u_4^2 & = & 8 \end{array}\right.$$

1. Exprimer $u_3 \times u_4 \times u_5$ en fonction de u_4.
2. Déterminer les termes u_4 puis u_3.
   En déduire que $q = -3$ et calculer le terme u_0.
3. On pose $v_n = u_{n+3}^2$ pour tout $n \geqslant 0$.
   Montrer que la suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite géométrique. Donner son premier terme et sa raison.

Nota :

1. *Aucun document n'est autorisé.*
2. *Délits de fraude : « Tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude se verra attribuer la note zéro, éliminatoire, sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics ».*