CONCOURS POUR L'ADMISSION EN FORMATION INITIALE POUR L'OBTENTION DES DIPLOMES D'OFFICIER CHEF DE QUART MACHINE ET DE CHEF MECANICIEN 8000 kW

ANNÉE 2019 (Durée : 2 heures)

L'usage d'un formulaire est interdit; l'usage d'une calculatrice électronique à fonctionnement autonome, non programmable, non programmée, non imprimante, avec entrée unique par clavier est seul autorisé.

1re QUESTION **(valeur = 5)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm. On considère les nombres complexes

$$z_{\mathrm{A}} = 2-7\mathrm{i},\ z_{\mathrm{B}} = -4+\mathrm{i} \quad \text{et} \quad z_{\mathrm{C}} = 4-3\mathrm{i}.$$

On appelle A, B et C les points d'affixes respectives z_{A}, z_{B} et z_{A}.

1. Déterminer les coordonnées du point O′ milieu de [AB].
2. Donner l'équation cartésienne de la droite (AB).
3. Calculer la longueur AB.
4. Ecrire le nombre complexe $\dfrac{z_{\mathrm{B}}-z_{\mathrm{C}}}{z_{\mathrm{A}}-z_{\mathrm{C}}}$ sous forme algébrique, puis sous forme exponentielle.
5. Donner une mesure en radians de l'angle de $\left(\overrightarrow{\mathrm{CA}},\ \overrightarrow{\mathrm{CB}}\right)$.

2e QUESTION **(valeur = 2,5)**

Lors d'un sondage opposant deux candidats, on observe parmi les 100 personnes interrogées :

- $N_x = 50$ personnes votent pour le candidat X
- $N_y = 20$ personnes votent pour le candidat Y
- $N_A = 30$ personnes s'abstiennent de voter

On note P_x la probabilité (inconnue) de voter pour le candidat X et P_y la probabilité (inconnue) de voter pour le candidat Y.

1. Déterminer les deux intervalles de confiance de P_x et de P_y avec la probabilité $0,95$.
2. Le sondage permet-il de départager les candidats avec la probabilité $0,95$?

3e QUESTION **(valeur = 2)**

1. Résoudre l'équation différentielle $2y'+5y=0$.
2. Déterminer les valeurs de a et b tels que la fonction $f(x) = ax+b$ soit une solution de l'équation différentielle $2y'+5y=5x-3$.

4e QUESTION **(valeur = 6,5)**

3x2-3x On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\,;\,2\}$ par

$$f(x) = \frac{3x^2-3x}{(x+1)(x-2)}.$$

1. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que pour tout x de $\mathbb{R}\setminus\{-1\ ;\ 2\}$:

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2}$$

2. Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = \dfrac{-6(2x-1)}{(x+1)^2(x-2)^2}$.
3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Déterminer les valeurs de x qui annulent $f(x)$.
5. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en $x = 1$.
6. $\mathscr{D}$ est le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$ la droite des abscisses et les droites d'équation $x = 3$ et $x = 5$. L'unité graphique est 2 cm. Calculer la valeur exacte de l'aire de $\mathscr{D}$ en cm^2,

5e QUESTION **(valeur = 4)**

u 2+9
On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par

$$u_{n+1} = \frac{u_n^2+9}{2u_n} \text{ pour } n > 0 \quad \text{et } u_0 > 3.$$

ainsi que la suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$ définie par $v_n = \ln(u_n+3) - \ln(u_n-3)$

1. Montrer que $v_{n+1} = 2v_n$ pour tout $n \geqslant 0$.
2. En déduire l'expression de v_n en fonction de n et de v_0
3. Démontrer que $v_n = \ln\left(1 + \dfrac{6}{u_n-3}\right)$ pour tout $n \geqslant 0$.
4. En déduire l'expression de u_n en fonction de n et de v_0.

Nota :

1. *Aucun document n'est autorisé.*
2. *Délits de fraude : « Tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude se verra attribuer la note zéro, éliminatoire, sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics ».*