De la résolution des équations
à l'invention des nombres complexes

Acte 1 : les équations du second degré (Moyen-Age arabe)

Au Moyen-Age, les savants arabes reprennent et enrichissent les écrits grecs et indiens. Ils progressent notamment dans la résolution des équations. Ainsi au 9 ème siècle à Bagdad, Al-Khwarizmi publie *Al-djabr,* qui traite en particulier des équations du second degré.

Par exemple il reprend un vieux problème grec (Diophante) : trouver deux nombres connaissant leur somme et leur produit.

Il constate que cela revient à résoudre une équation du second degré.

Exemple : trouver deux nombres de somme 4 et de produit 1.

Cas général : trouver deux nombres de somme S et de produit P.

Acte 2 : les équations du 3^e degré (Renaissance italienne)

Le savoir des Arabes s'est transmis en Europe par l'Espagne (Tolède), les croisades, les voyages (Fibonacci, Marco Polo ...).

Dans la première moitié du 16ème siècle, en Italie du Nord (Bologne, Pise ...), des savants (del Ferro, Fior, Tartaglia, Cardano, Ferrari, Bombelli) cherchent à résoudre les équations du 3^e degré.

Dans son *Ars Magna* (1545), Cardano (Cardan) publie une méthode pour résoudre les équations de la forme

$x^3 = px + q$.

Exemple : $x^3 = 36x + 91$.
L'idée est de chercher x sous la forme u + v.
Il suffirait (pourquoi ?) que $u^3 + v^3 = 91$ et $uv = 12$.
La deuxième condition peut s'écrire $u^3v^3 = 12^3$, si bien que u^3 et v^3 sont donnés par leur somme et leur produit. On sait donc les calculer, ce qui fournit u et v, et donc x.

Cas général : $x^3 = px + q$.
Retrouver la formule de Cardan

(on sera conduit à considérer la quantité $\Delta = q^2 - \dfrac{4p^3}{27}$).

Acte 3 : l'audace de Bombelli

Bombelli est un disciple de Cardan. Dans son *Algèbre* (1572), il explique comment il résout l'équation $x^3 = 15x + 4$:

Pour cela il veut appliquer la formule de Cardan ...

(à suivre)