

*Histoire des mathématiques
dans les nouveaux
programmes de lycée*

Journée « échanges de pratiques » de l'APMEP
régionale de Nantes
12 février 2020

Les anciens programmes

- Programmes des séries S, ES et L spé maths 2011/2012 :
- Des éléments **d'épistémologie** et d'histoire des mathématiques **s'insèrent naturellement** dans la mise en œuvre du programme. Connaître le nom de quelques **mathématiciens** célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique. **La présentation de textes historiques aide à comprendre la genèse et l'évolution de certains concepts.**
- Programme de TSTI2D/TSTL 2011/2012 :
- Des éléments d'histoire des mathématiques, **des sciences et des techniques peuvent s'insérer** dans la mise en œuvre du programme. Connaître le nom de quelques **scientifiques** célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution, fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique.

Nouveaux programmes 2019

2nde

- Il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel. L'histoire peut aussi être envisagée comme une source féconde de **problèmes** clarifiant le sens de certaines notions. Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur peut s'appuyer sur l'étude de **documents historiques**.
- **Nombres et calculs**
- La notion apparemment familière de nombre ne va pas de soi. Deux exemples : la crise provoquée par la **découverte des irrationnels** chez les mathématiciens grecs, la différence entre « nombres réels » et « nombres de la calculatrice ». Il s'agit également de souligner le gain en efficacité et en généralité qu'apporte le **calcul littéral**, en expliquant qu'une grande partie des mathématiques n'a pu se développer qu'au fur et à mesure de l'élaboration, au cours des siècles, de **symbolismes** efficaces. Il est possible d'étudier des textes anciens d'auteurs tels que **Diophante**, **Euclide**, **Al-Khwarizmi**, **Fibonacci**, **Viète**, **Fermat**, **Descartes** et mettre en évidence leurs aspects **algorithmiques**.

Nouveaux programmes 2019

2nde

- Géométrie
- Les progrès apportés par la « **méthode des coordonnées** » de **Descartes**, puis par la notion de **vecteur**, permettent de relier efficacement géométrie, physique et calcul.
- On pourra évoquer les mathématiques grecques, en mettant en évidence le rôle central de la géométrie dans la naissance de l'idée de **démonstration** ainsi que le faible développement de l'algèbre sous l'Antiquité, en partie dû à l'appui systématique sur la géométrie.

Nouveaux programmes 2019

2nde

- Fonctions

- On peut évoquer la très lente élaboration de la notion de fonction, depuis l'Antiquité jusqu'à la codification actuelle par Dirichlet, en mettant en évidence quelques étapes importantes : Newton, Leibniz, Euler. On souligne alors l'importance de la notation algébrique.

- Statistiques et probabilités

- L'histoire des probabilités fournit un cadre pour dégager les éléments de la mathématisation du hasard. Un exemple est le problème des partis, dit aussi du chevalier de Méré, l'échange de lettres entre Pascal et Fermat sur ce point puis les travaux de Pascal, Fermat et Huygens qui en découlent. Le problème du duc de Toscane ou les travaux de Leibniz sur le jeu de dés peuvent aussi être évoqués.

Nouveaux programmes 2019

2nde

- **Algorithmique et programmation**
- Les textes évoqués dans la thématique « Nombres et calculs » indiquent une préoccupation algorithmique tout au long de l'Histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, voire en un programme, ou inversement, est l'occasion de travailler des changements de registre qui donnent du sens au formalisme mathématique.

Nouveaux programmes 2019

1^{ère} Spé

- Algèbre
- Bien avant de faire l'objet d'une étude formalisée, les suites apparaissent dans deux types de situations :
 - approximation de nombres réels (encadrement de π par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) ;
 - problèmes de comptage (les lapins de Fibonacci, etc.).
- Les problèmes décrits dans les livres de Fibonacci, ou chez les savants arabes qui le précèdent, se modélisent avec des suites. Oresme calcule des sommes de termes de suites géométriques au XIV^e siècle.
- On trouve chez Diophante, puis chez Al-Khwârizmî, des méthodes de résolutions d'équations du second degré. Le travail novateur d'Al-Khwârizmî reste en partie tributaire de la tradition (utilisation de considérations géométriques équivalentes à la forme canonique) et de l'état alors embryonnaire de la notation algébrique, ainsi que de l'absence des nombres négatifs. Les méthodes actuelles sont un aboutissement de ce long cheminement vers un formalisme efficace et concis.

Nouveaux programmes 2019

1^{ère} Spé

- Analyse
- Le calcul différentiel s'est imposé par sa capacité à donner des solutions simples à des problèmes nombreux d'origines variées (cinématique, mécanique, géométrie, optimisation).
- Le développement d'un calcul des variations chez Leibniz et Newton se fonde sur l'hypothèse que les phénomènes naturels évoluent linéairement quand on leur applique des petites variations. Leurs approches partent de notions intuitives mais floues d'infiniment petit. Ce n'est que très progressivement que les notions de limites et de différentielles, qui en fondent l'exposé actuel, ont été clarifiées au XIXe siècle.
- La notation exponentielle et les fonctions exponentielles apparaissent vers la fin du XVIIe siècle, procédant d'une volonté de traiter des phénomènes de croissance comparables à ceux des intérêts composés. La modélisation de ces situations fait naturellement apparaître la caractérisation de la fonction exponentielle comme seule fonction vérifiant l'équation différentielle $y' = y$ et la condition initiale $y(0) = 1$.
- La trigonométrie a été utilisée chez les Anciens dans des problèmes de natures diverses (géométrie, géographie, astronomie). Elle est à l'époque fondée sur la fonction corde, d'un maniement bien moins facile que les fonctions sinus et cosinus de la présentation actuelle.

Nouveaux programmes 2019

1^{ère} Spé

- Géométrie
- La notion de vecteur était implicite en mécanique depuis Galilée mais a mis longtemps à prendre sa forme actuelle. On observe un lien entre analyse et géométrie en étudiant la façon dont la notion de vecteur apparaît chez Leibniz au cours de ses recherches sur l'élaboration d'un calcul des variations. Le XIXe siècle voit l'élaboration conjointe de ce qui deviendra le produit scalaire et de la notion de travail en physique.
- Le calcul vectoriel et le produit scalaire donnent une approche de la géométrie différente de celle des Anciens, avec l'avantage de combiner vision géométrique et calcul.
- Les cercles font partie des plus vieux objets mathématiques. La caractérisation du cercle de diamètre AB comme ensemble des points M tels que le triangle AMB soit rectangle en M semble remonter à Thalès. Mais ce n'est qu'au XVIIe siècle que Descartes élabore la méthode des coordonnées et écrit l'équation d'un cercle en repère orthonormé.

Nouveaux programmes 2019

1^{ère} Spé

- Probabilités et statistique

- Les probabilités conditionnelles peuvent être l'objet d'un travail historique en anglais ; elles apparaissent en effet dans des travaux de Bayes et de Moivre, écrits en anglais au XVIII^e siècle, même si c'est Laplace qui en a élaboré la notion. Les questions traitées par ces auteurs peuvent parfois surprendre (exemple : quelle est la probabilité que le soleil se lève demain, sachant qu'il s'est levé depuis le commencement du monde ?) ; néanmoins, les probabilités conditionnelles sont omniprésentes dans la vie courante et leur utilisation inappropriée mène facilement à de fausses affirmations.
- L'histoire des probabilités contribue à la réflexion sur la codification d'une théorie scientifique. On peut considérer que les origines du « calcul des probabilités » remontent au XVII^e siècle. Pascal, Huygens, Moivre, Bernoulli, Euler, d'Alembert appliquent les notions de variable aléatoire et d'espérance à des problèmes issus de questions liées aux jeux, aux assurances et à l'astronomie.
- Ce n'est que vers 1930 que la description actuelle, en termes d'univers, s'est imposée. Elle permet une formalisation souple dans laquelle l'univers joue le rôle de « source d'aléas ».
- La notion de variable aléatoire, présente sans définition précise depuis l'origine de la discipline, apparaît alors comme une fonction définie sur l'univers.

Nouveaux programmes 2019

1^{ère} Ens Sc

Une place importante pour l'histoire raisonnée des sciences

L'une des manières de comprendre comment se construit le savoir scientifique est de retracer le cheminement effectif de sa construction au cours de l'histoire des sciences. Il ne s'agit pas de donner à l'élève l'illusion qu'il trouve en quelques minutes ce qui a demandé le travail de nombreuses générations de chercheurs, mais plutôt, en se focalisant sur un petit nombre d'étapes bien choisies de l'histoire des sciences, de faire comprendre le rôle clé joué par certaines découvertes. Le rôle prépondérant joué parfois par tel ou tel chercheur sera souligné. Ce sera aussi l'occasion de montrer que l'histoire du savoir scientifique est une aventure humaine. Des controverses, parfois dramatiques, agitent la communauté scientifique. Ainsi, peu à peu, le savoir progresse et se précise.

Exemple:

3. La Terre, un astre singulier

Histoire, enjeux et débats

L'histoire de la mesure du méridien terrestre par Ératosthène (et les hypothèses d'Anaxagore).

L'histoire de la mesure du méridien terrestre par Delambre et Méchain (détermination de la longueur du méridien reliant Dunkerque à Barcelone).

Histoire de la définition du mètre.

Quelques grandes étapes de l'étude de l'âge de la Terre : Buffon, Darwin, Kelvin, Rutherford.

Modalités de la construction d'une approche scientifique d'une question controversée pour aboutir à un résultat stabilisé.

Grandes étapes de la controverse sur l'organisation du système solaire : Ptolémée, Copernic, Galilée, Kepler, Tycho Brahe, Newton.

Nouveaux programmes 2019

1^{ère}

Techno

Diversité de l'activité mathématiques

Le professeur veille à montrer que les mathématiques sont vivantes et en perpétuelle évolution, qu'elles s'inscrivent dans un cadre historique mais aussi dans la société actuelle. Il s'agit par exemple :

- d'insérer des éléments d'histoire des mathématiques, des sciences et des techniques, en classe de mathématiques ;
- de présenter des faits d'actualité liés aux mathématiques (médaille Fields, évocation de mathématiciennes et mathématiciens contemporains, présentation vulgarisée de découvertes importantes...);
- de faire connaître des métiers et des études supérieures où les mathématiques sont utilisées, en veillant à déconstruire les stéréotypes de genre.

Programme de «spécialité « Maths-physique » en STI2D:

Une ouverture sur l'histoire des sciences peut être porteuse de sens et éclairer le cheminement de la connaissance.

Pas d'item « Histoire des mathématiques » dans les contenus.

Nouveaux programmes 2019

Term Spé

- Algèbre et géométrie
- Véritable porte d'entrée sur l'infini, le raisonnement par récurrence a été formalisé comme principe fondamental de raisonnement par **Pascal**, et surtout par **Peano** et ses collaborateurs et avait été anticipé comme mode de démonstration par les mathématiciens anciens (**nombres latéraux et diagonaux**), médiévaux (**al-Karaji**, **As-Samaw'al**, **Fibonacci**) et renaissants (**Maurolico**).
- Des propriétés arithmétiques du **Triangle de Pascal** étaient présentes dans les travaux combinatoires des mathématiques indiennes et chinoises. La combinatoire était un objet de prédilection des **récréations mathématiques** dès l'Antiquité et est encore présente chez des arithméticiens du XIXe siècle (**Lucas**, **Delannoy**, **Laisant**). Il est par ailleurs pertinent de souligner le développement récent des « **mathématiques discrètes** », motivé notamment par l'informatique et l'intelligence artificielle.
- Les concepts sous-jacents à la notion de vecteur apparaissent comme modèles physiques dynamiques longtemps avant leur formalisation. On trouve un concept de force et la composition des forces chez **Newton** ; ces notions, comme celles de vitesse, sont présentes dans le calcul géométrique de **Leibniz**. Au XIXe siècle, la notion de vecteur va émerger comme objet algébrique et géométrique, comme transformation ou comme outil de repérage. **Hamilton** construit les vecteurs par une approche algébrique. Dans sa **théorie des forces et des marées** de 1839, **Grassmann** propose une approche géométrique qui étend à l'espace la notion de vecteur et lui associe des règles de calcul algébrique, notamment un « produit linéaire » utilisant la projection orthogonale et qui deviendra notre produit scalaire. À la fin du siècle, des auteurs proches des mathématiques comme de la physique (**Maxwell**, **Gibbs**, **Heaviside** ou **Peano**) dégagent les principes du calcul vectoriel à trois dimensions ou plus, lui donnant une dimension dynamique tout en établissant la structure d'espace vectoriel.

Nouveaux programmes 2019

Term Spé

- **Analyse**
- Le calcul infinitésimal, qui contient les fonctions usuelles, le calcul différentiel et intégral ont historiquement précédé la notion de limite qui en donnera des fondements rigoureux.
- On trouve des anticipations du calcul intégral chez **Archimède** (longueur du cercle, quadrature de la parabole, cubature des solides), **Liu-Hui** (volume d'un cylindre), **Ibn al-Haytham** (volume d'un paraboloid) puis, bien plus tard, chez **Grégoire de Saint-Vincent** (méthode d'exhaustion) ou encore chez **Galilée** ou **Cavalieri** (méthode des indivisibles).
- Les procédés par lesquels les mathématiciens ont construit et tabulé le logarithme et les fonctions trigonométriques illustrent les liens entre discret et continu et fournissent une source féconde d'activités. On peut mentionner les méthodes de **Ptolémée** et d'**Al Kashi**, la méthode de **Briggs** ou l'utilisation de développements en série. Ces travaux, dont certains ont été anticipés hors d'Europe, par exemple en Inde par l'école du Kerala, indiquent une perception intuitive claire des questions de convergence.
- Le calcul différentiel s'est développé de concert avec la physique mathématique au XVIIe siècle. Parmi les initiateurs, **Fermat, Huygens, Pascal et Barrow** reconnaissent que **le problème des aires** (le calcul intégral) est **le problème inverse de celui des tangentes** (la dérivation) ; ce thème peut être abordé à partir des travaux sur la **quadrature de l'hyperbole**.
- Les travaux de **Newton et Leibniz** révèlent deux visions et deux pratiques différentes du calcul infinitésimal. La justification de telles méthodes nécessitait une mise au point de la notion de limite. Des fondations solides sont proposées dans le Cours d'Analyse de **Cauchy** (1821, 1823), qui définit précisément la notion de limites et en fait le point de départ de l'analyse. Parallèlement, les résolutions d'équations différentielles, provenant de la mécanique ou des mathématiques elles-mêmes, se structurent notamment en lien avec les séries (**Newton, Euler, D'Alembert, Lagrange, Cauchy, Clairaut, Riccati**) et illustrent là encore les ponts entre le discret et le continu.

Nouveaux programmes 2019

Term Spé

- Probabilités
- La parution de l'Ars Conjectandi de Jacques Bernoulli (1713), reprenant notamment d'anciens travaux de Huygens, marque une rupture dans l'histoire des probabilités. On y trouve la première étude de la distribution binomiale, introduite dans le cadre d'un tirage sans remise pour un modèle d'urne.
- Un résultat majeur de cet ouvrage est son « théorème d'or », la loi des grands nombres, qui relie fréquences et probabilité, valide le principe de l'échantillonnage et est le premier exemple de « théorème limite » en théorie des probabilités. Le mathématicien français Bienaymé (en 1853, publication en 1867) et le mathématicien russe Tchebychev (en 1867) démontrent l'inégalité qui porte leur nom, en parlant de fréquences d'échantillons plutôt que de variables aléatoires. Ils fournissent ainsi la possibilité d'une démonstration plus simple de la loi des grands nombres.
- Au début du XIXe siècle, la modélisation des erreurs de mesure va devenir centrale pour faire de la statistique une science à part entière. Lagrange et Laplace développent une approche probabiliste de la théorie des erreurs. Gauss (1809, 1821), après Legendre (1805), imagine une méthode des moindres carrés qu'il applique avec succès à la prédiction de la position d'un astéroïde. Il y propose de comprendre l'écart-type comme une « erreur moyenne à craindre ».
- L'introduction de méthodes statistiques en sociologie est l'œuvre du mathématicien et astronome belge Quételet dans les années 1830. Il réfléchit à la distribution de données autour de la moyenne, ce qui sera approfondi notamment par l'Anglais Galton.

Nouveaux programmes 2019

Term, expertes

- **Nombres complexes**
- L'algèbre s'est longtemps identifiée à l'étude des équations polynomiales. La recherche de formules pour les racines analogues à celles du second degré a constitué un problème central chez les mathématiciens italiens de la Renaissance, notamment Tartaglia, Cardan, Bombelli, ou encore chez Descartes ou Girard, chez qui on voit apparaître des quantités complexes sous forme symboliques. Ces textes révèlent l'importance des notations en mathématiques ; ils soulignent la différence entre formules de résolution symbolique et méthodes d'approximation. Ils montrent aussi que la découverte de nouveaux objets mathématiques ne passe pas par les chemins qui semblent rétrospectivement les plus directs.
- La réalisation géométrique des nombres complexes apparaît plus tard chez Gauss, Argand ou Mourey, où l'on trouve un lien entre les nombres complexes et la tentative de formaliser ce qui deviendra les vecteurs. Une illustration de l'efficacité de ce lien entre calcul et géométrie est le calcul de $\cos(\pi/5)$, qu'on peut mettre en perspective avec la construction du pentagone régulier dans les Éléments d'Euclide. Klein introduit, dans son programme d'Erlangen, un point de vue sur la géométrie qui transparait dans l'étude des similitudes directes du plan complexe.
- Les nombres complexes, introduits pour des raisons internes aux mathématiques, sont désormais des outils importants en physique (électricité notamment) et économie (cycle de croissance, de prix)

Nouveaux programmes 2019

Term, expertes

- **Arithmétique**
- L'arithmétique des entiers est présente chez les mathématiciens grecs, par exemple dans les Éléments d'**Euclide**, chez **Nicomaque de Gérase**, **Théon de Smyrne** ou encore **Diophante**, dont certains développements touchent à la combinatoire. Les aspects algorithmiques sont présents depuis l'origine : méthodes de fausse position, algorithme d'Euclide, algorithme d'Euclide étendu de **Bachet** (1612) puis **Bézout** (1766), applications aux **fractions continues** chez **Euler** (1737), **nombre de racines d'une équation** chez **Sturm** (1835).
- L'histoire de la théorie des nombres, qui permet d'évoquer les travaux de **Fermat**, **Lagrange**, **Gauss**, **Dirichlet** et de bien d'autres, fourmille de théorèmes d'énoncés simples aux preuves difficiles, ainsi que de conjectures de formulation élémentaire mais non résolues.
- Des questions issues de l'arithmétique, apparemment gratuites, ont donné lieu à des applications spectaculaires en **cryptographie** ou **codage**. On peut noter enfin l'intérêt historique de l'étude de nombres particuliers par exemple ceux de **Fermat**, **Mersenne**, **Carmichael** ou **Sophie Germain**.

Nouveaux programmes 2019

Term, expertes

- **Graphes et matrices**

- L'histoire de cette partie combine trois thèmes très contemporains : les graphes, outils fondamentaux des mathématiques discrètes, les matrices et les chaînes de **Markov**. Les liens mis en évidence soulignent l'unité et l'efficacité des mathématiques.
- L'histoire des graphes remonte au moins à **Euler**, par exemple à travers le **problème des ponts de Königsberg**. Des applications plus récentes en intelligence artificielle, concernant notamment les **réseaux**, soulignent la pertinence et l'actualité de la modélisation à l'aide de graphes et matrices.
- La considération de tableaux de nombres en liaison avec les systèmes linéaires est très ancienne, mais l'introduction par **Cayley** des matrices comme objets de calcul représentant des transformations linéaires date du milieu du XIXe siècle, et leur importance ne sera clairement reconnue qu'au XXe siècle.
- L'étude des **chaînes de Markov**, qui remonte au début du XXe siècle, donne une belle utilisation du formalisme matriciel

Nouveaux programmes 2019

Term, expertes

- Problèmes :
- Démonstrations du petit théorème de Fermat.
- Étude de tests de primalité : notion de témoin, nombres de Carmichael.
- Recherche de nombres premiers particuliers (Mersenne, Fermat).
- Détermination des triplets pythagoriciens.
- Étude des sommes de deux carrés par les entiers de Gauss.
- Formules de Viète.
- Modèle de diffusion d'Ehrenfest :

http://maths.ac-creteil.fr/IMG/pdf/diapo_erhenfest.pdf

Nouveaux programmes 2019

Term,
complémentaires

• Analyse

- Le programme d'analyse est construit autour des notions suivantes : suites, fonctions usuelles, limite et continuité, dérivation, intégration. Le développement de ces notions a été complexe et il peut être l'occasion d'études historiques ou épistémologiques intéressantes.
- Le calcul infinitésimal, qui contient les fonctions usuelles, le calcul différentiel et intégral ont historiquement précédé la notion de limite qui en donnera des fondements rigoureux. Le thème dont les origines sont les plus anciennes est le calcul intégral. On peut en trouver des prémisses chez Archimède (longueur du cercle, quadrature de la parabole, etc.), Liu Hui ou encore Cavalieri.
- L'étude des procédés par lesquels les mathématiciens ont construit et tabulé le logarithme illustre les liens entre discret et continu et fournit une source féconde d'activités. Le lien avec des problèmes de quadrature ou celui des tangentes est également possible.
- Le calcul différentiel est une création du XVIIe siècle où il s'est développé de concert avec la physique mathématique. En dépit de la fragilité des fondations, l'efficacité du calcul infinitésimal et la variété de ses applications en ont imposé l'usage. Au-delà de la célèbre querelle, l'évocation des noms de Newton et Leibniz permet de faire voir deux visions et deux pratiques différentes du calcul infinitésimal.
- Parallèlement, les résolutions d'équations différentielles, provenant de la mécanique ou des mathématiques elles-mêmes, se structurent notamment en lien avec les séries (Newton, Euler, D'Alembert, Lagrange, Cauchy, Clairaut, Riccati) et illustrent là encore le lien entre le discret et le continu

Nouveaux programmes 2019

Term,
complémentaires

- **Analyse**
- La parution de l'Ars Conjectandi de **Jacques Bernoulli** (1713) marque une rupture dans l'histoire des probabilités. On y trouve la première étude de la distribution binomiale, introduite dans le cadre d'un tirage sans remise pour un modèle d'urne. Le résultat majeur de cet ouvrage est la loi des grands nombres de **Bernoulli**, qui relie fréquences et probabilité, et valide le principe de l'échantillonnage. Il constitue le premier exemple de « théorème limite » en théorie des probabilités. **Bayes** puis **Laplace** théorisent un peu plus tard les **problèmes de probabilités inverses**.
- Au XVIIIe siècle, sous l'influence d'hommes politiques et d'économistes, les publications de données sur **la démographie, les maladies, les impôts**, etc., se multiplient considérablement, consacrant la naissance de la statistique en tant qu'instrument mathématique d'observation sociale. Avec Bayes, on assiste aux débuts de la statistique inférentielle.
- Au début du XIXe siècle, la **modélisation des erreurs de mesure** va devenir centrale pour faire de la statistique une science à part entière. **Lagrange et Laplace** développent une approche probabiliste de la théorie des erreurs. **Gauss** (1809, 1821), après **Legendre** (1805), imagine une méthode des moindres carrés qu'il applique avec succès à **la prédiction de la position d'un astéroïde**. Il y propose de comprendre l'écart-type comme une « erreur moyenne à craindre ».
- L'introduction de méthodes statistiques en sociologie est l'œuvre du mathématicien et astronome belge **Quételet** dans les années 1830. Il réfléchit à la distribution de données autour de la moyenne, ce qui sera approfondi notamment par l'Anglais **Galton**. De son côté, **Pearson** s'intéresse à la corrélation entre variables quantitatives, à la base de la régression linéaire. Au XXe siècle, **Student** et **Fisher** développent la **biométrie** et précisent la différence entre le domaine des probabilités et celui d'une statistique devenue mathématique.
- Aujourd'hui, les statistiques jouent un rôle essentiel dans les algorithmes de l'intelligence artificielle et de l'apprentissage machine.

Nouveaux programmes 2019

Term,
complémentaires

Thèmes d'études à dominante « historique » :

- Approche historique de la fonction logarithme
- Calculs d'aires
- (Interférence bayésienne)

Dont les problèmes...

- Le développement des besoins pratiques de calcul, notamment pour l'astronomie ou la navigation conduit à la recherche de méthodes facilitant multiplication, division, extraction de racine. Influence des tables trigonométriques.
- Lien entre suites arithmétiques et géométriques (depuis Archimède). Construction de tables d'intérêts.
- Les travaux de Neper. Le passage du discret au continu.
- Vision fonctionnelle $f(xy) = f(x) + f(y)$ plus tardive.
- Quadrature de l'hyperbole, problème des sous-tangentes constantes.
- Quadrature de la parabole par la méthode d'Archimède.
- Quadrature de l'hyperbole par une ou deux méthodes (Brouncker, Grégoire de Saint-Vincent).
- Approximation de l'aire sous la courbe de la fonction exponentielle sur $[0,1]$ par la méthode des rectangles.
- Estimation de l'aire sous une courbe par la méthode de Monte-Carlo.
- Approximation de π et aire d'un disque.

Nouveaux programmes 2019

Bilan :

- Réelle volonté de mettre l'accent sur l'histoire des mathématiques, à tous les niveaux (au moins en série générale).
- Un gros travail a été fourni pour proposer des pistes, avec de nombreux mathématiciens nommés, des repères chronologiques, des situations et contextes évoqués.
- Beaucoup d'informations pour le professeur, et à la fois peu balisé, d'où une difficulté probable à s'y mettre.
- Une entrée sous forme de problèmes (comme en maths complémentaires) aurait peut-être été plus lisible et efficace ????
- Nécessité de ressources et de formations pour que les professeurs puissent préparer ces nouveaux contenus.

Où trouver des sources?

- **Manuels scolaires** (avec précautions)
- **Ouvrages** (notamment de la Commission Inter-IREM épistémologie et histoire des maths) :
 - Des actes de colloques
 - Des ouvrages à thèmes
 - Des ouvrages généralistes
 - Des ouvrages en lien avec la classe
- **Articles**
- **Brochures**
- **Sites internet**
- **Formations**

Où trouver des sources?

- **Manuels scolaires** (Hyperbole 1^{ère}, enseignement de spécialité, Nathan)
- Pages de présentation du chapitre (ou du thème) • Exercices repérés « histoire des mathématiques »

Histoire des maths

9^e SIECLE
NAISSANCE DE L'ALGÈBRE

Les Babyloniens et les Grecs savaient résoudre des problèmes conduisant à des équations de degré deux. L'essor de l'algèbre a eu lieu au début du 9^e siècle dans les bibliothèques de Bagdad.

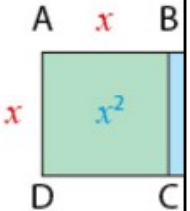
Le mathématicien **Al- Khwârizmi** donne des méthodes de résolution générales qu'il suffit d'appliquer pas à pas. Il invente ainsi la notion d'algorithme. Une des méthodes, appelée al-jabr, donnera le mot algèbre.

1202
PREMIÈRE MODÉLISATION D'UNE ÉVOLUTION


Dans son livre Liber abaci



100 Histoire des maths **1.** Le Khwârizmi imaginait que l'équation $x^2 + 10x = 39$ revenait à trouver un rectangle de dimensions x et $x + 10$ dont l'aire est 39.



Pour cela, il découpe le rectangle en un carré de côté x et un rectangle de dimensions 10 et x .



Où trouver des sources?

- **Manuels scolaires** (Indice MATHS 1^{ère}, enseignement de spécialité, Bordas)
- Sommaire
- Frise chronologique

ILS ONT FAIT

.....	306
.....	307
.....	308
.....	308
.....	310
.....	316
.....	316
.....	323
.....	79
.....	58
.....	84
.....	324
.....	326
.....	327
.....	327
.....	328
.....	330

Antiquité et Moyen Âge (jusqu'à 1492)

- Archimède (250 av. J.-C.) Syracuse
- Euclide (290 av. J.-C.) Alexandrie
- Hipparque de Nicée (190 av. J.-C. - 120 av. J.-C.) Grèce
- Al-Khwārizmī (825 ap. J.-C.) Perse
- Leonardo Fibonacci (1175 - 1240) Italie

Époque moderne (jusqu'à 1789)

- Christophorus Clavius (1538 - 1612) Allemagne
- Pierre Varignon (1624 - 1722) France
- Christian Huygens (1629 - 1695) Hollande
- Jean Bernoulli (1667 - 1748) Suisse
- Thomas Bayes (1702 - 1761) Angleterre
- Nicolas Bernoulli (1695 - 1726) Suisse
- Leonhard Euler (1707 - 1783) Suisse
- Samuel Koenig (1712 - 1757) Allemagne

Timeline: -600, -400, -200, 0, 200, 300, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400, 1500, 1600, 1700

Centuries: XVI^e siècle, XVII^e siècle, XVIII^e siècle

Où trouver des sources?

- **Manuels scolaires** (Indice MATHS 1^{ère}, enseignement de spécialité, Bordas)

- Activité de découverte

The screenshot shows a digital resource page with the following elements:

- Sommaire** and **Ressources** navigation tabs at the top.
- éditeur** logo in the top right corner.
- Activité 2** title in blue text with a yellow bracket.
- Objectif** (Objective) section: Découvrir un texte historique sur les probabilités.
- Cours 1** (Course 1) section: Probabilité conditionnelle.
- Point Histoire** (History Point) section: Thomas Bayes (1702-1761) est...
- An Essay towards solving a** in the **Doctrine of Chances** title in pink text.
- Text: Le révérend Thomas Bayes est connu grâce à son la *Royal Society of London** en 1763. En voici un extrait.
- Excerpt: PRO... The probability that two subseque compounded of the probability of the supposition the 1st happens.
- Questions:
 - 1 Quel est le sens à donner à l'expression « two
 - 2 Qu'énonce la propriété ci-dessous ?
- Partial text at the bottom: Corollary. Hence if of two subsequ

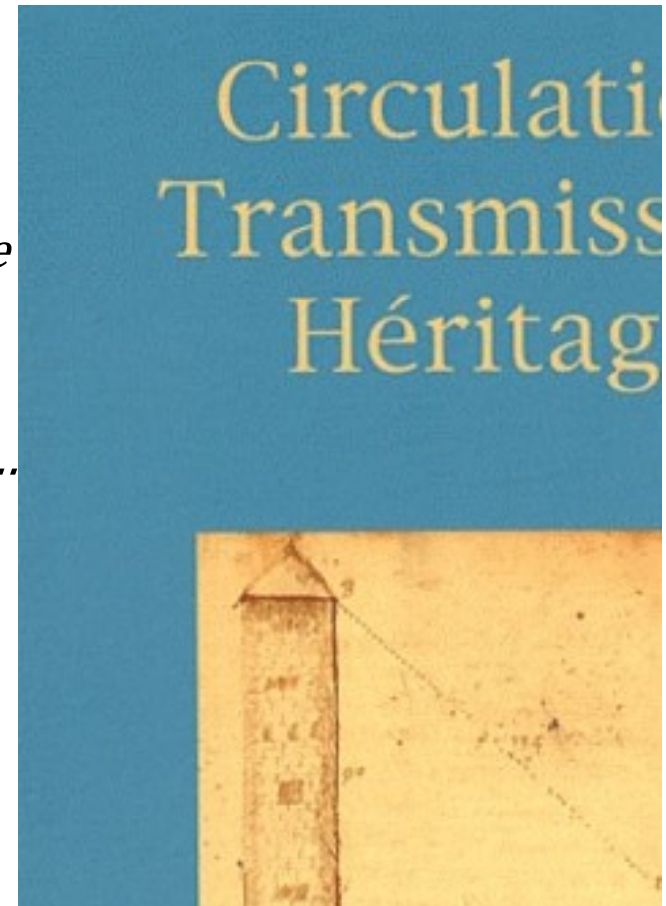
Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des actes de colloques CII**

Caen, 28-29 mai 2010

Circulation, transmission, héritage

- *Les mathématiques en pays d'Islam : héritages, innovations et circulation en Europe*
Ahmed Djebbar,
- *Règle de trois et proportionnalité dans une arithmétique pratique niçoise du XVIe siècle ..*
Martine Bühler & Anne Michel-Pajus,
- *L'algèbre nouvelle de Viète et ses héritiers*
Jean-Paul Guichard,
- *L'invention de la médiane*
Denis Lanier, Jean Lejeune & Didier Trotoux



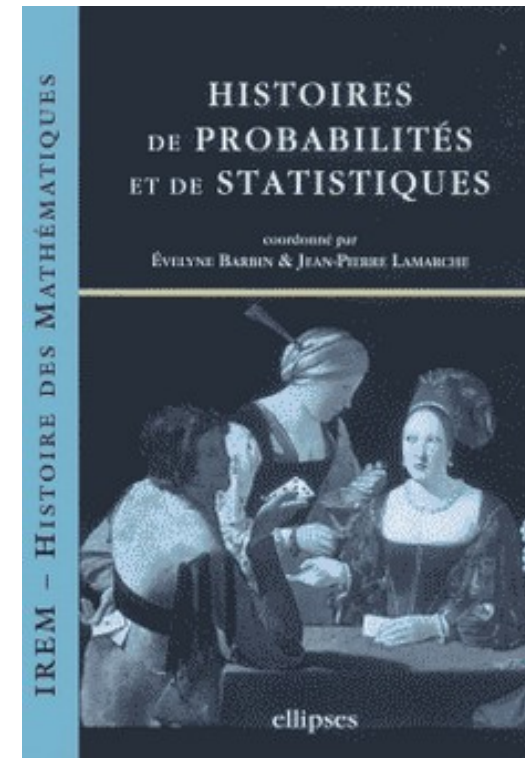
Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des actes de colloques CII**

Colloque d'Orléans, 2002

Histoire de probabilités et de statistiques.

- *Le problème des partis avant Pacioli,*
par Norbert Meusnier, Université Paris 8
- *La démonstration par Jacques Bernoulli
de son théorème,*
par Michel Henry, IREM de Besançon
- *La théorie des erreurs (1750-1820),
enjeux, problématiques, résultats,*
par Michel Armatte, Université Paris-Dauphine
et Centre Koyré



Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des ouvrages à thème**

Histoire d'algorithmes . Du caillou à la puce, 1994, 2010
(nouvelle édition)

- Autour de méthodes de fausse position
- Autour de l'algorithme d'Euclide
- De la mesure du cercle au calcul de pi
- Accélération de convergence
- Vers un concept d'algorithme

Images (1)



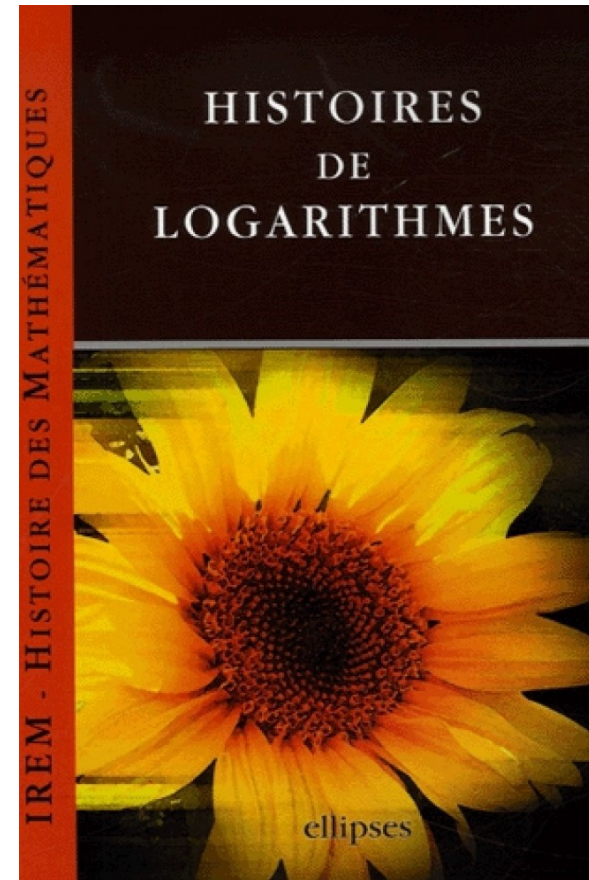
Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des ouvrages à thème**

Term, complémentaire

Histoires de logarithmes, 2006

- III. John Neper et la merveilleuse table des logarithmes
par Loïc Lecorre
- V. Les logarithmes servent aussi à calculer...
par Xavier Lefort
- VI. Figure des logarithmes : l'horizon des quadratures
par Dominique Bénard
- X. Des logarithmes ordinaires aux logarithmes naturels
par Anne Boyé

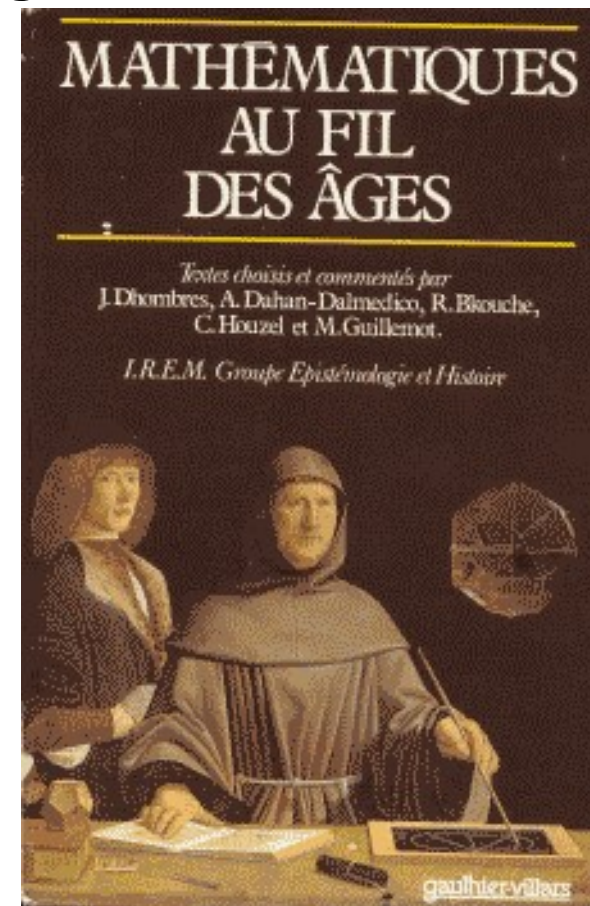


Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des ouvrages généralistes**

Mathématiques au fil des âges, 1987

- Chapitre 1 : OBJET ET UTILITÉ DES MATHÉMATIQUES,
- Chapitre 2 : ARITHMÉTIQUE ET THÉORIE DES NOMBRES,
- Chapitre 3 : ALGÈBRE,
- Chapitre 4 : ANALYSE,
- Chapitre 5 : CALCUL DES PROBABILITÉS,
- Chapitre 6 : GÉOMÉTRIE



Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des ouvrages généralistes**

Histoire de problèmes, histoire des mathématiques, 1993

3. Comment mesurer la pyramide ?

Michèle GRÉGOIRE,

4. Pourquoi la règle et le compas ?

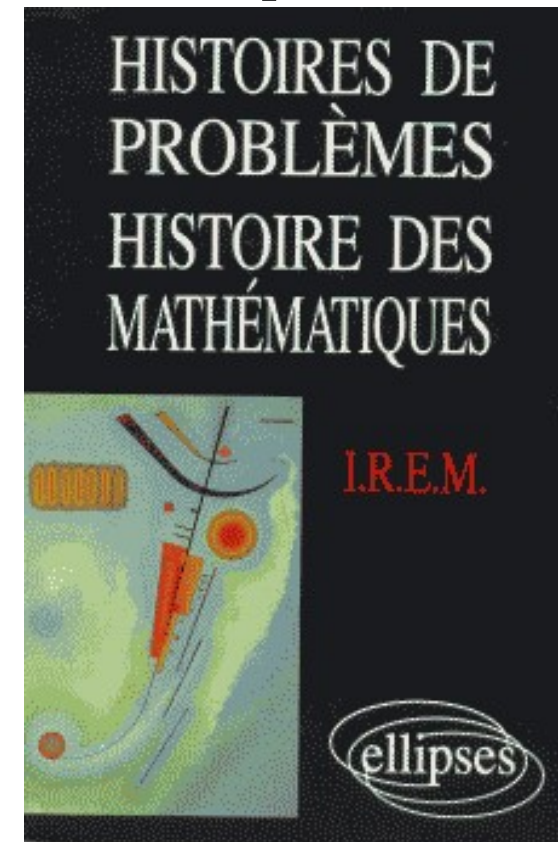
Joëlle DELATTRE et Rudolf BKOUCHE,

8. Le problème brachistochrone,

Jean-Luc CHABERT

9. Mais où est donc passée la troisième dimension ?

Didier BESSOT et Jean-Pierre LEGOFF

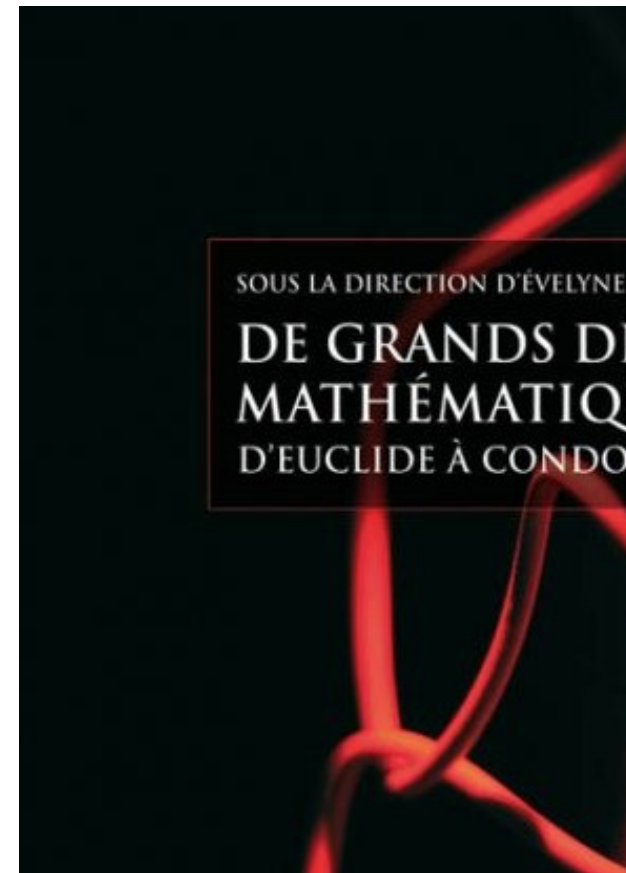


Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des ouvrages en lien avec la classe**

De grands défis mathématiques d'Euclide à Condorcet, 2010

- Quand Leibniz joue aux dés
Renaud Chorlay, IREM de Paris
- Des chemins ou lignes dirigées ... aux vecteurs
Anne Boyé, IREM des Pays de la Loire
- Les angles au collège : arpentage et navigation
Jean-Paul Guichard, IREM de Poitiers
- La géométrie d'Euclide en classe de Seconde
Frédéric Laurent, IREM de Clermont-Ferrand

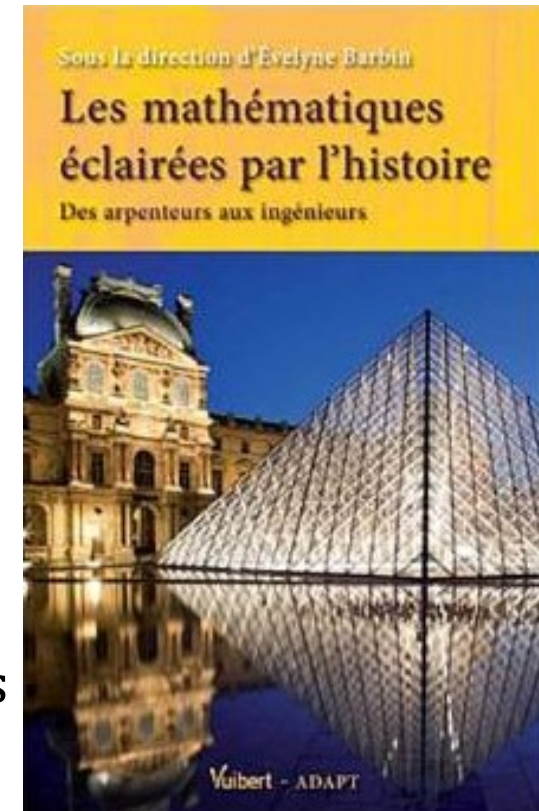


Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des ouvrages en lien avec la classe**

Les mathématiques éclairées par l'histoire - Des arpenteurs aux ingénieurs, 2012

- La proportionnalité des égyptiens aux grecs
Evelyne Barbin
- Le volume de la pyramide chez Euclide,
Liu Hui, Cavalieri et Legendre
Jean-Paul Mercier
- Introduction de la loi normale à partir du
texte original de Gauss
Xavier Lefort
- Calculer avec des hyperboles et des paraboles
Dominique Tournès



Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des ouvrages en lien avec la classe**

Passerelles : enseigner les mathématiques par l'histoire au cycle 3, 2018

Marc Moyon et Dominique Tournès (directeurs d'éditions)

Nombres et calculs

Chapitre 1 - Voyage en numération maya

Chapitre 2 - De l'abaque à jetons au calcul posé

Chapitre 3 - La mécanisation du calcul

Chapitre 4 - Les rapports de nombres

Grandeurs et mesures

Chapitre 5 - Doubler le carré avec Platon

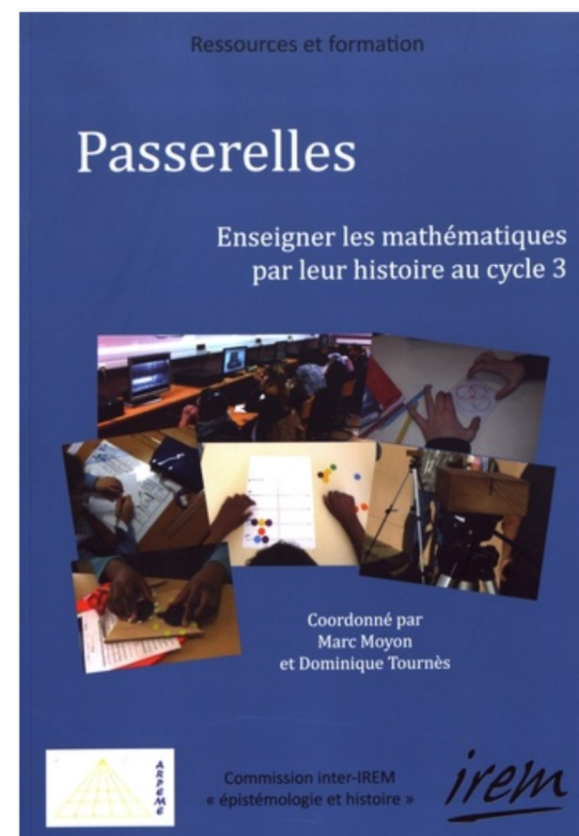
Chapitre 6 - 1793, la révolution du temps

Chapitre 7 - Et si nous mesurions la cour de l'école : expériences d'arpentage

Espace et géométrie

Chapitre 8 - La géométrie des carnets de Léonard de Vinci

Chapitre 9 - Se protéger grâce aux mathématiques : la géométrie de la fortification



Où trouver des sources?

- **Ouvrages : des ouvrages en lien avec la classe**

Faire des mathématiques avec l'histoire au lycée, 2019

Evelyne Barbin

Partie I - Histoires de nombres et de calculs

2. L'inverse d'un nombre : l'algorithme babylonien

Partie II - Histoires de grandeurs et de figures

12. La méthode de René Descartes

Partie III - Histoires d'inconnues et d'équations

2. Le Livre d'algèbre d'Al-Khwarizmi

Partie IV - Histoires de courbes et de fonctions

5. La trajectoire parabolique des projectiles par Galilée

Partie V - Histoires de hasards et de lois

1. Un paradoxe dans un jeu de dés par Galilée



Où trouver des sources?

- Articles : dans Repères IREM



- Cinquantenaire des IREM
- Carte des IREM
- Agenda des IREM (ADIREM, C2I...)
- Assemblée des directeurs d'IREM (ADIREM)
- Commissions inter-IREM (CI)
- Comité scientifique (CS)
- Actualités, manifestations,

Consultation en ligne

Consultation par numéro : cliquez sur une case

1	2	3	4	5	6
16	17	18	19	20	21
31	32	33	34	35	36
46	47	48	49	50	51
64	65	66	67	68	69

REPERES - IREM. N° 114 - janvier 2019

Où trouver des sources?

- **Brochures :**
- Mesurer aussi bien la Terre que le Ciel ou de la forme de la Terre à la 1^{ère} carte de France à l'échelle (Boyé, Lefort, 1990)
- Des difficultés d'enseigner le hasard et les probabilités (Boyé, 1996, puis édition corrigée en 2009)
- Apprendre à chercher ; chercher pour apprendre (Groupe d'Angers, 2006)
- L'enseignement des mathématiques au lycée – Histoire des mathématiques en 1^{ère} et Terminale (Nouet, 1991)
- Démontrer avec les aires (Plane, Janvier, Gravier, 2000, 2001)

Où trouver des sources?

- **Sites internet :**

- <http://www.apmep.fr/-Histoire-des-maths-> (pages du groupe de travail « Histoire des maths » de l'APMEP)

- ▶ **Utiliser l'histoire des mathématiques**

Des raisons pour le faire, des moyens pour...

- ▶ **Ressources APMEP**

Brochures, Journées nationales, PLOT, P...

- ▶ **Programmes 2019 pour la seconde**

Des liens vers des ressources en histoire...

Accueil »

Introduction de la notion de

Introduction de la notion de dérivée

par Martine Buhler, IREM de Paris 7, Lycée Flora Tristan, Noisy

À partir de 2011 en 1^{re}S et de 2012 en TS, la notion de limite fini
L'introduction du nombre dérivé d'une fonction en un point pou
logiciels de géométrie (voir par exemple les documents d'accom
faudra aller plus loin que la seule introduction préconisée par le
sens pour les élèves.

Où trouver des sources?

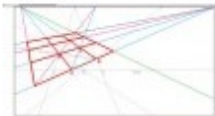
- Sites internet:

<http://www.math.ens.fr/culturemath/index.html>

CultureMATH

Site de ressources mathématiques pour les enseignants

La géométrie : histoire et épistémologie

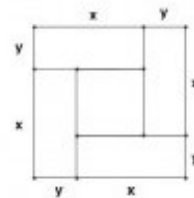


Ce diaporama a été élaboré en Terminale sci d'Élisabeth ARBOGAST, professeur de mathématique philosophie, toutes deux au lycée Ribeaupierre de Mme Haidar avait souhaité un exposé sur la géomé aborder les questions d'épistémologie au progr Scientifique. Très vite, nous nous sommes mis d'ac mouvement une dynamique de réflexion qui rompe a

qui amène les élèves à se dire lorsqu'ils font des mathématiques : qu mathématiques ? En quoi est-ce une science exacte ? Comment s'est-el je fais en philosophie ? Et lorsqu'ils sont en cours de philosophie : quels apprentissages, mathématiques, physique, SVT, etc. pour donner corps illustrer des thèmes comme intuition, évidence, vérité, rigueur, imagination,

Les numérations anciennes

Calcul et géométrie: résoudre des équations algèbr



A l'origine du calcul littéral figure notamment la réso Babylone à Galois. Le problème de la résolution polynôme donné possède plusieurs types de répons exemple, développements décimaux d'ordre donn nombre fini), construction géométrique de segmen des racines positives de l'équation, algorithmes bas emploi de fonctions spéciales (elliptiques par exem

important de la naissance et du développement des techniques de calcul (

Où trouver des sources?

- Sites internet : <https://irem.u-paris.fr/en/node/12200>

METEO 44 BP Banque Postale L'ÉQUIPE Médiat Agenda Escalade its e-lyco AB

rsité
ris

🏠 > Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques > Histoire

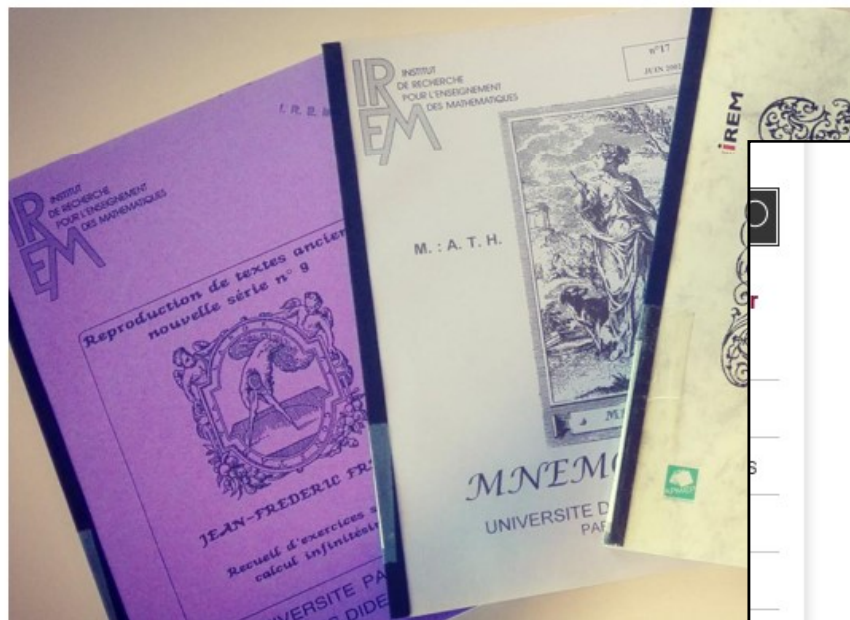


he sur
s

nations

EM

ie



N° Spécial 3, Mnemosyne à la BNF, 2010
N° Spécial 2, Guillaume Gosselin, Algébriste de la Renaissance
N° Spécial 1, Histoires de Pyramides par Michèle Grégoire

Reproduction de Textes Anciens :

Ancienne série :

n°4, Dictionnaire Mathématiques ou Idée Générale des Mathématiques
n°3, Dictionnaire Mathématiques ou Idée Générale des Mathématiques
n°2, Leçons sur certaines questions de géométrie - Félix Clavius
n°1, La Disme - Simon Stevin - édition reproduite de 1634

Nouvelle Série :

n°14, Jacques Peletier du Mans - Algèbre
n°13, R.P. Bernard Lamé - Géométrie ou de la mesure d

Où trouver des sources?

- Sites internet : Chronomath

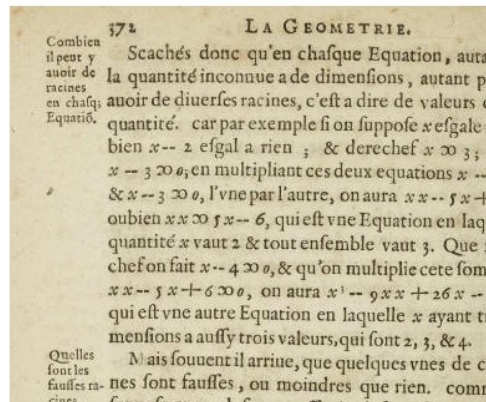
<http://serge.mehl.free.fr/>

Avant-propos Maths & histoire Notations & concepts Courbes remarquables Exos CLG Exos

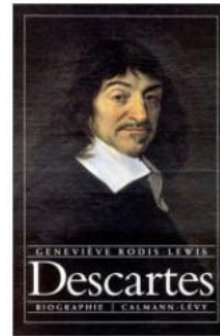


De Babylone au X
Des pyramides
La victo

→ Descartes utilisa l'expression *nombre imaginaire* (1637) pour désigner les nombres complexes. Il énoncera le *théorème fondamental de l'algèbre* : une équation polynomiale de degré n admet n solutions complexes et *fausses* (négatives).



▶ DESCARTES René, français, 1596-1650



Philosophe et savant universel, René Descartes, sieur du Perron, Poitou, aujourd'hui appelée La Haye-Descartes. Il sera élevé par son père au titre de Seigneur du Perron, » réf. 3), car sa mère mourut (1597) à l'âge de 3 ans.

Descartes fit ses études au collège de la Flèche (Sarthe) fondé par l'abbé de Mersin, l'établissement deviendra école militaire dès 1764). En cette école, pendant ses études de droit, Descartes fit de nombreux voyages en Italie. Le physicien hollandais Isaac Beeckman (1588-1637) fut sans doute son maître de pensée scientifique et philosophique. Renonçant à publier "Le monde" (celle de Galilée qui venait d'être condamnée par l'inquisition pour avoir dit que la Terre tournait sur elle-même et autour du Soleil, il publia sa *méthode pour conduire correctement la Raison et chercher la Vérité* (1637) et ses essais scientifiques novateurs : *Dioptrique* (lois de la réfraction),

Descartes développa une philosophie basée sur la science et le raisonnement déductif. Il énonça sa célèbre maxime "Je pense, donc je suis" et estima pouvoir démontrer scientifiquement l'existence de Dieu, à l'exception de l'Église.

Travaux en algèbre, mise en place de nos notations modernes :

Où trouver des sources?

- Sites internet : Publimath

<http://publimath.irem.univ-mrs.fr/>

The logo for Publimath features the word "Publimath" in a stylized, cursive font. The letters are primarily red with a gradient effect, transitioning to orange at the top. A large, orange, curved line arches over the top of the letters, resembling a stylized 'P' or a decorative flourish.

Base de données bibliographiques sur l'enseignement des mathématiques

La Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques parle de p

Présentation

Aide à la recherche

Chercher : dans les fiches

Où trouver des sources?

- Sites internet : Publimath



Aide à la recherche

Requête : activité

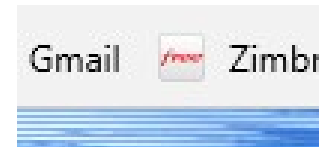
activité historico-mathématique **Nouvelle recherche** dans les fiches Afficher les fiches par 20

305 fiches trouvées Réponses 1 à 20 ⇌ ⇌

- 1 2019 Au fil des maths. N° 534. p. 4-6. L'histoire des mathématiques dans les nouveaux programmes de lycée gén
- 2 2019 Collection Barbazo. Mathématiques 1re Spécialité. Programme 2019.
- 3 2019 Collection Barbazo. Mathématiques 2de. Programme 2019.
- 4 2019 Hyperbole. Mathématiques 2de.
- 5 2019 Les Cahiers Clairaut. N° 165. p. 27-29. Un ballon-sonde envoyé à 26000 m pour mesurer la température de
- 6 2019 Math'x 2de.
- 7 2019 Mathématiques récréatives. Eclairages historiques et épistémologiques.
- 8 2019 Mathématiques récréatives. Eclairages historiques et épistémologiques. Entre histoire et mathématiques : ve
205-223.
- 9 2019 Mathématiques récréatives. Eclairages historiques et épistémologiques. Récréations mathématiques et algo
p. 225-252.
- 10 2019 Métamaths. Maths 1re.
- 11 2019 Proceedings of the Eighth European Summer University on History and Epistemology in Mathematics Educa

Où trouver des sources?

- **Formations :**



Stages proposés par le groupe IREM des pays de Loire

- 2018/2019 : Calculer des aires sans formules, de la 2de à la Terminale (2 journées)
 - 2019/2020 : Perspectives historiques dans l'enseignement des mathématiques (2 journées)
- ... Reconduction en 2020/2021**

Introduction de l'histoire dans la classe de mathématiques

- Pourquoi ?

Intérêt pour l'enseignant

- Acquérir une culture complémentaire de l'aspect seulement « technique » de la matière.
- Connaître les problèmes (internes ou externes) qui ont nourri la réflexion mathématique.
- Être confronté à des mathématiques non usuelles (écriture, forme de démonstration, symbolisme)
- Pouvoir se placer dans une perspective historique avec les élèves.
- Utiliser les obstacles épistémologiques pour comprendre les difficultés des élèves, et trouver des solutions pour les surmonter.

Intérêt pour l'élève

- Voir les mathématiques comme une science en construction.
- Humaniser, et peut-être par ce biais dynamiser la discipline.
- Relier les problématiques mathématiques aux problèmes du monde.
- Comprendre que certaines difficultés sont naturelles, en apprenant qu'elles ont constitué des obstacles historiquement.

Introduction de l'histoire dans la classe de mathématiques

- **Comment ?**
- Anecdote historique afin de susciter de la curiosité, de l'amusement...
- Exposer un problème ou un contexte historique comme amorce à une notion qui va être abordée.
- Etudier une réponse à un problème ou une démonstration.
- Etudier des textes historiques (comprendre une méthode, comparer des méthodes, transposer éventuellement en langage actuel).
- Suivre les développements historiques d'une notion pour bâtir un cours, sans forcément que la référence à l'histoire ne soit explicitée.

Quelques exemples : une anecdote

1^{ère} Spé

- Les sommes de Gauss

- Visionnage de la vidéo :

<https://www.youtube.com/watch?v=JE1BI9jEI3o>

- Application en classe :

Discussion autour de la méthode, ont-ils compris?

- Application numérique

- Trace écrite dans le cours.

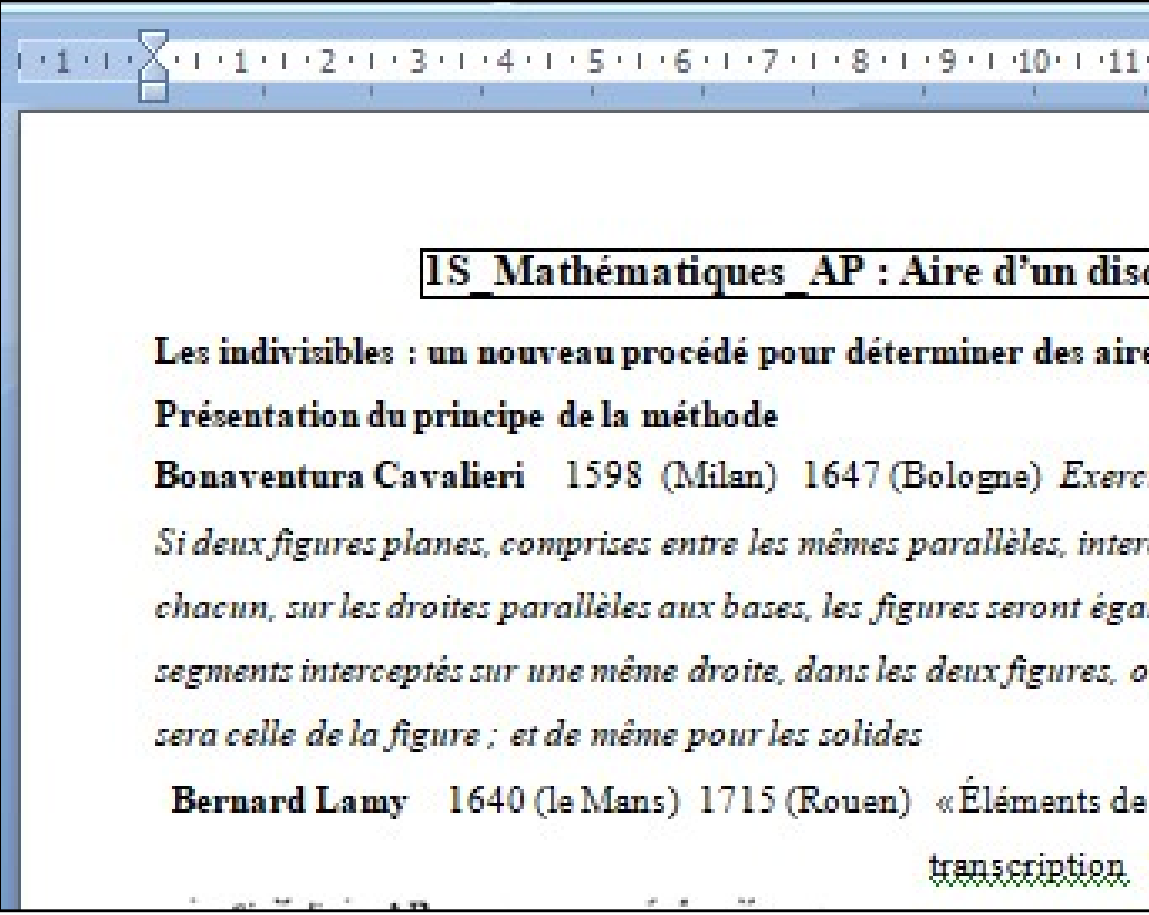


Quelques exemples : étudier une démonstration

Term,
complémentaires

- L'aire d'un disque par la méthode des indivisibles

Après une activité d'introduction au principe des indivisibles, la preuve de l'aire d'un disque par Lamy est étudiée par les élèves avec comme support GeoGebra :



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

IS Mathématiques AP : Aire d'un disque

Les indivisibles : un nouveau procédé pour déterminer des aires

Présentation du principe de la méthode

Bonaventura Cavalieri 1598 (Milan) 1647 (Bologne) *Exercices*

Si deux figures planes, comprises entre les mêmes parallèles, interceptent chacun, sur les droites parallèles aux bases, les figures seront égales sur les segments interceptés sur une même droite, dans les deux figures, on aura la même somme de carrés ; et de même pour les solides

Bernard Lamy 1640 (le Mans) 1715 (Rouen) «Éléments de géométrie»

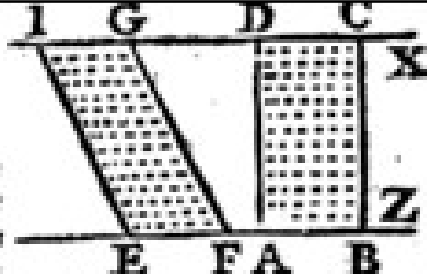
transcription

Quelques exemples : étudier une démonstration

Term,
complémentaires

- L'aire d'un disque par la méthode des indivisibles

Et EF en se mouvant laissent à chaque instant une trace, il est évident que comme on suppose qu'elles sont portées dans un même sens de Z à X, les deux surfaces ABCD & EFGH qu'elles décrivent, seroient couvertes d'un nombre égal de lignes toutes égales : & par conséquent que ces deux surfaces doivent être égales.



Jeussent à en que comme on même temps de EFGH qu'elles nombre égal de conséquent que

Application :

Classer ces surfaces par ordre croissant de leurs aires :

Quelques exemples : étudier des textes historiques

Term STI2D ou complémentaires

- Les « logarithmes » par J. Ozanam

L'introduction à la fonction « log » est faite à travers l'étude du texte de J. Ozanam :

TSTI2D_Mathématiques_Introduction à l'é

Historique : Au début du XVII^{ème} siècle, l'Écossais John Napier (ou Neper) introduit une méthode algorithmique de calcul permettant de transformer des suites géométriques en suite arithmétique. Cette méthode sera développée sous forme de table de logarithmes par un particulier des astronomes. Cette activité s'appuiera sur un extrait d'une présentation de tables numériques écrites par J. Ozanam.

J. OZANAM : la construction d'une table de logarithmes (fin XVII^{ème})

Les Logarithmes sont des nombres en proportion arithmétique, correspondant à des suites géométriques, desquels ils sont appelés Logarithmes.

Partie I - Etude des proportions arithmétique

Définition : On dit que des réels strictement positifs a, b, c, d sont en *proportion arithmétique* si

Quelques exemples : étudier des textes historiques

Term STI2D ou complémentaires

• Les « logarithmes » par J. Ozanam

- Donner quatre autres nombres en proportion arithmétique.
2. Prouver que quatre nombres a, b, c, d sont en proportion arithmétique égale à la somme des deux moyens (b et c).
 3. Proposer une définition de quatre nombres en proportion géométrique. Après validation par le professeur de la définition proposée, donner de
 4. Prouver que quatre nombres a, b, c, d sont en proportion géométrique égal au produit des deux moyens (b et c).

Partie II

J. OZANAM : la construction d'une table de logarithmes (fin XVII^{ème})

Comme il est libre de prendre telle progression que l'on voudra, on choisit pour la proportion géométrique, et la progression des nombres naturels pour la proportion arithmétique, qui correspond au premier géométrique, ou à l'unité, soit 0, pour rendre plus commode l'usage des logarithmes, comme on l'a fait. Ainsi le logarithme de 1 est 0, de 10 est 1, de 100 est 2, de 1000 est 3, et ainsi de suite. On a aussi le besoin des logarithmes des nombres moyens 2, 3, 4, 5, etc, et que ces logarithmes se servira aussi de la progression décimale pour la facilité du calcul, en prenant pour la progression arithmétique, plus ou moins, selon que l'on voudra avoir. Voyez ici. Ainsi nous supposons que le logarithme de 10 est 1.000000, de 100 est 2.000000, de 1000 est 3.000000, etc, ensuite de quoi il faut trouver les logarithmes des nombres autres que ceux-ci. On expliquera la nature et les propriétés des logarithmes dans les propositions suivantes.

Définition : On dit qu'une fonction f a la propriété logarithmique si l'on a

Quelques exemples : étudier des textes historiques

Term STI2D ou
complémentaires

- Les « logarithmes » par J. Ozanam

Remarque

On voit ici la raison pour laquelle on a supposé le Logarithme de 1 égal de l'unité, qu'il faudrait faire ici, ainsi que dans les propositions 5 et 6 Proposition suivante. [...]

3. a) Prouver que $f(15) = f(5) + f(3)$.
- b) Prouver que pour x et y réels strictement positifs, $f(xy) = f(x) + f(y)$.
- c) En déduire $f\left(\frac{1}{x}\right)$ et $f(\sqrt{x})$ en fonction de $f(x)$.

Quelques exemples : suivre l'histoire pour construire un cours

2de

• La « droite réelle » inspirée par Descartes

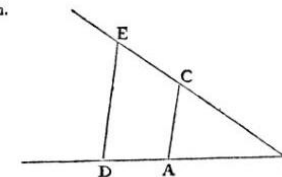
Constructions géométriques sur la droite réelle

1. Dans la construction géométrique [1], les droites d et d' sont parallèles. Quel est le nombre x ainsi construit ? Le démontrer à l'aide d'un théorème de géométrie. Donner la nature du nombre x .
2. Dans la construction géométrique [2], l'arc de cercle est de centre O et de rayon OB . Quel est le nombre y ainsi construit ? Le démontrer à l'aide d'un théorème de géométrie. Donner la nature du nombre y .
3. En s'inspirant des méthodes ci-dessus, construire géométriquement un nombre z tel que $z = \sqrt{2}$. Soit une droite graduée d'unité graphique 2 cm les points A , B et C tels que $AB = 1$ et $BC = 1$. Construire z .
4. Sur la droite graduée de la figure [3], le point B a pour abscisse 1 et le point A a pour abscisse 2 . Construire le point C tel que $AC = AB$. Soit un arc de cercle de centre O et de rayon OB coupe le cercle de diamètre $[OB]$ en C . Soit une partie du cercle de centre O et de rayon OC . Quel est le nombre y ainsi construit ? Le démontrer géométriquement. Donner la nature du nombre y .
5. Sachant que $51 = 17 \times 3$, trouver deux entiers naturels a et b tels que $51 = (a + b)(a - b)$. En déduire une construction géométrique de $\sqrt{51}$.

LA GEOMETRIE. LIVRE PREMIER.

Des problèmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites.

La Multiplication.

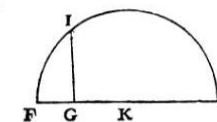


Soit par exemple AB l'unité, & qu'il faille multiplier BD par BC, ie n'ay qu'a joindre les points A & C, puis tirer DE parallele a CA, & BE est le produit de cete Multiplication.

La Division.

Oubien s'il faut diuifer BE par BD, ayant ioint les points E & D, ie tire AC parallele a DE, & BC est le produit de cete diuifion.

L'Extraction de la racine carrée.



Ou s'il faut tirer la racine carrée de GH, ie luy adioufte en ligne droite FG, qui est l'vnité, & diuifant FH en deux parties esgales au point K, du centre K ie tire le cercle FKH, puis esleuant du point G vne ligne droite iufques à I, à angles droits fur FH, c'est GI la racine cherchée. Je ne dis rien icy de la racine cubique, ny des autres, à caufe que i'en parleray plus commodement cy après.

Conclusion

Beaucoup de riches expériences en perspective...

Merci pour votre attention !