Rapport d'étape de la commission
« épreuves du BAC en mathématiques »
présidée par M. Paul ATTALI

Juillet 2000

COMMISSION BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES
Présidée par M. Paul ATTALI

Membres ayant participé aux travaux de la commission :

IGEN :	ATTALI Paul BURGAUD Claude RUGET Claudine
IA-IPR :	BELLEMIN Jean-Marc DEGUEN Éliane MICHALAK Pierre SORBE Xavier
ADIREM[1] **:**	BONN Michel GANDIT Michèle
APMEP[2] **:**	GRAS Régis RICHETON Jean-Pierre
SMAI[3] **:**	CIORANESCU Doina
SMF[4] **:**	LANGEVIN Rémi
UPS[5] **:**	LAVAU Gérard MARTINO André
Ainsi que :	DROUIN Christian GUILLEMOT André, LAUR André, POMIROL Alain, THOUZEAU Michel

---

[1] **A**ssemblée des **D**irecteurs d'**IREM** (**I**nstitut de **R**echerche sur l'**E**nseignement des **M**athématiques)
[2] **A**ssociation des **P**rofesseurs de **M**athématiques de l'**E**nseignement **P**ublic
[3] **S**ociété de **M**athématiques **A**ppliquées et **I**ndustrielles
[4] **S**ociété **M**athématique de **F**rance
[5] **U**nion des **P**rofesseurs de **S**péciales

Sommaire

Rapport d'étape de la commission
"épreuves du BAC en mathématiques"
présidée par M. Paul ATTALI

1. De l'origine de la commission

La constitution de cette commission résulte essentiellement du double constat suivant exprimé conjointement par les personnels de l'Éducation Nationale qui la composent : inspecteurs généraux, inspecteurs pédagogiques régionaux, enseignants du secondaire, des classes préparatoires et de l'université.

– L'épreuve du BAC en mathématiques pilote de manière significative les pratiques d'enseignement des professeurs de lycée. Ceux-ci désirent, bien entendu, que leurs élèves réussissent l'épreuve du Bac et les entraînent donc à partir des sujets des épreuves passées. Ceci crée un contrat « implicite » entre l'institution, les élèves et leurs parents : les sujets doivent se « ressembler » d'une année sur l'autre afin d'optimiser l'efficacité de l'entraînement ; ainsi des normes standard se sont établies de manière plus ou moins consciente, aussi bien du fait des concepteurs de sujets que du fait des professeurs dans leur enseignement.

– Pour des raisons complexes, mais qui sont probablement liées à la massification que l'enseignement secondaire a connue ces dernières années, ainsi qu'à la procédure des choix de sujets, ces habitudes ou normes se sont stabilisées sur des types de sujets dont l'énoncé, très directif, ne laisse que peu d'initiative au candidat. On constate que pour obtenir une bonne note, les candidats peuvent se contenter de reproduire de manière assez mécanique les habitudes acquises lors de leur entraînement, d'autant que le problème de l'épreuve, élément majeur dans l'attribution des points, porte toujours, pour sa partie principale, sur le même domaine du programme.

Sans mettre en cause les professeurs de mathématiques du secondaire qui ont su s'adapter à l'évolution de leur public d'élèves, on peut cependant constater que ceci a créé une dérive dans la manière d'enseigner ; malgré les intentions louables signalées dans les préambules des programmes - il est vrai parfois contredites par le libellé du programme lui-même -, on est obligé de reconnaître que l'usage actuel est trop souvent axé sur des « savoir reproduire » à court terme, au détriment de « savoir-faire » plus pérennes, mais aussi au détriment des savoirs, méthodes et raisonnements si utiles dans la formation d'une pensée scientifique. On pourrait même dire simplement d'une pensée, car les mathématiques, conçues sur le mode du raisonnement, ont aussi une dimension culturelle qui pourra se révéler utile, quelle que soit la filière choisie.

Sans critiquer les enseignants des deux premières années de l'enseignement supérieur (aussi bien classes préparatoires, qu'IUT ou universités), on peut néanmoins constater qu'ils sont nombreux à ressentir des difficultés à convaincre leur auditoire sur les méthodes de travail à adopter afin de répondre non seulement aux exigences attendues dans le supérieur, mais aussi aux objectifs de culture et de formation de la pensée scientifique. Probablement, ces difficultés sont en partie liées à la massification qu'a connue l'enseignement supérieur et aux nécessaires adaptations pédagogiques qu'elle entraîne.

Cependant, la commission pense que ces adaptations, bien que nécessaires, ne sauraient à elles seules suffire et qu'une meilleure articulation secondaire-supérieur, pilotée via le baccalauréat, est indispensable. On peut également remarquer que certains étudiants se sentent un peu trompés par un système qui leur a laissé penser qu'ils étaient préparés à l'activité scientifique et plus particulièrement mathématique, alors qu'ils se retrouvent en difficulté dans l'enseignement supérieur.

2. Les objectifs de la commission

Ainsi, afin d'améliorer l'articulation entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur, la commission estime qu'il serait judicieux d'utiliser avec profit le fait que l'épreuve du BAC pilote fortement les pratiques de l'enseignement secondaire, pour faire évoluer cette épreuve dans un sens qui nécessite plus de réflexion, une réelle appropriation des savoirs et davantage d'autonomie de la part des candidats. Les pratiques des professeurs du secondaire s'infléchiraient ainsi davantage en vue d'une meilleure formation intellectuelle tout en favorisant, à n'en pas douter, une meilleure intégration des nouveaux outils de calcul. Le BAC est, certes, un aboutissement pour le secondaire, mais aussi le premier diplôme de l'enseignement supérieur ; il est donc souhaitable que l'entraînement au baccalauréat contribue à préparer dans une certaine mesure à l'enseignement supérieur.

3. Les propositions de la commission

La commission a donc pleinement conscience que le BAC est un sujet sensible, à la fois pour les élèves, les parents d'élèves, les professeurs et plus généralement pour les décideurs politiques. C'est pourquoi ses propositions peuvent sembler modestes. Cependant, après réflexion, elles semblent constituer à la fois le minimum nécessaire à l'obtention d'un changement réel dans les pratiques. En pratique, les propositions s'articulent autour des points suivants :

– Laisser environ 14 à 15 points de l'épreuve du BAC à base d'exercices divers ou/et d'un problème visant le contrôle et la maîtrise des connaissances. Il n'y aurait donc que peu de modifications pour ces 14 ou 15 points et cela permettrait une transition en douceur.

– Proposer un exercice avec prise d’initiative sur 5 ou 6 points, destiné à valoriser l’autonomie et la réflexion des candidats, cet exercice ne devant comporter qu’un minimum de questions afin d’éviter les écueils précédemment mentionnés.

– Prévenir suffisamment à l’avance les professeurs du secondaire de cette évolution afin qu’ils puissent y préparer les élèves. Un laps de temps de deux ans apparaît être le minimum. Ce point est crucial.

– Modifier le texte définissant l’épreuve écrite de mathématiques au baccalauréat (un projet est joint en annexe) et modifier également certains points sur la procédure de choix des sujets afin de permettre cette modernisation de l’épreuve.

4. La faisabilité du projet

Depuis plusieurs années, la commission a réalisé des tests de faisabilité et des enquêtes grâce à la participation de lycées et de professeurs volontaires. Voici les principaux enseignements tirés de ces expériences (voir également en documents joints : bilan et analyse d’expérimentation).

Les professeurs consultés pensent qu’actuellement les élèves ne sont pas préparés à des exercices avec prise d’initiative et qu’une modification immédiate de l’épreuve n’est donc pas possible. En revanche, à condition d’être prévenus au moins deux ans à l’avance, ils sont tout à fait favorables à une telle évolution et estiment qu’elle sera positive pour la formation des élèves. Ceux-ci seront ainsi habitués à mobiliser, ou à se créer eux-mêmes, les outils nécessaires à leur réflexion.

Les élèves ont été généralement surpris par ces exercices, ; ils ont été parfois même déroutés, mais parfois aussi vivement intéressés ; ce qui est normal vu la nouveauté de ce type d’épreuves. Mais il faut garder à l’esprit que si les collègues sont prévenus suffisamment tôt, cet effet de surprise n’existera plus. Ceci est confirmé par l’expérience menée depuis plusieurs années dans un lycée de Strasbourg où, après un temps d’adaptation durant lequel les élèves sont en général peu productifs, ceux-ci finissent toujours par s’exprimer pour rédiger le résultat de leurs recherches et assez rapidement s’épanouissent au travers de ce type de travail.

Les correcteurs des épreuves expérimentales ont rencontré des difficultés, car un barème classique n’est pas adapté à ce type d’exercices. Cependant, la commission estime qu’on peut évaluer ces épreuves fort justement et avec précision – ce que montrent de nombreuses études –, à condition que les concepteurs de sujets ainsi que la commission qui les entérine réalisent un travail préliminaire d’exposition des motifs de l’exercice, d’explication des diverses solutions possibles et d’indication d’un barème souple ; ce type de barème permettra la prise en compte de démarches non abouties mais qui sont cohérentes et qui donnent des résultats partiels dans la direction de la solution. Le document ainsi élaboré sera impérativement transmis aux correcteurs afin d’aider leur travail.

5. Ce que souhaite à présent la commission

Les expériences préliminaires ayant amené à des conclusions positives, la commission considère qu'il est temps d'annoncer la décision. On peut penser au calendrier suivant :

– Entre septembre et décembre 2000, l'annonce est faite d'une modification des épreuves écrites de mathématiques du BAC qui va dans le sens souhaité, et ceci pour la session du BAC 2003 (cela concernera donc les élèves qui entreront en seconde en septembre 2000). Ceci peut être fait indépendamment des programmes, car on peut aller dans ce sens avec tout programme raisonnable. En même temps, une présentation des motivations et objectifs, accompagnée d'au moins 20 exercices expérimentaux portant sur des domaines variés et concernant tous les niveaux du lycée, est envoyée à chaque lycée de France ou établissement concerné à l'étranger avec autorisation de photocopie pour chaque professeur de mathématiques. Dans le même temps, les sociétés savantes de mathématiciens, les IREM, ainsi que les associations de professeurs de mathématiques (si ces organismes sont d'accord, ce qui semble très probable d'après les premiers contacts pris) relaient le message dans leurs organes de diffusion. Après quelques débats, on peut estimer que des éditeurs commenceront à préparer des livres allant dans cette direction : la machine sera alors sur rails.

– Une commission de mise en place et de suivi reste à l'écoute des différentes remarques afin d'améliorer au maximum l'exécution du projet.

– On procède à une modification de certains textes réglementaires et on veille à une amélioration du mode de fonctionnement de la conception et du choix des sujets de BAC.

6. Liste des documents joints en annexe

- Un projet de texte réglementant l'épreuve du Bac en mathématiques.
- Quelques exemples de sujets de l'expérimentation faite en Terminale en mai 1998 (expérimentation portant uniquement sur des sujets avec prise d'initiative).
- Quelques exemples de sujets de l'expérimentation faite en Première en mai 1999 (expérimentation d'une nouvelle maquette pour les sujets accompagnée d'un bilan et d'une analyse a posteriori).
- Quelques exemples de sujets de l'expérimentation de cette année, accompagnés de leurs grilles d'évaluation (expérimentation portant sur les critères d'évaluation d'exercices avec prise d'initiative).
- Quelques exemples de sujets concernant la classe de Seconde.

MATHÉMATIQUES

Épreuve écrite :
Série L : ....
....
Série ES, enseignement obligatoire :
durée 3h, coefficient 5.
Série ES, enseignement obligatoire et enseignement de spécialité : durée 3h, coefficient 7.
Série S, enseignement obligatoire :
durée 4h, coefficient 7.
Série S, enseignement obligatoire et enseignement de spécialité : durée 4h, coefficient 9.

MODALITÉS

Les enseignements de Mathématiques suivis par les candidats au baccalauréat des séries de l'enseignement général sont évalués sous la forme d'une épreuve écrite.

OBJECTIFS de L'ÉPREUVE

Cette épreuve est destinée à évaluer :
- les connaissances du candidat,
- son aptitude à mobiliser les notions, les résultats et les méthodes utiles dans le cadre de la résolution d'exercices ou de problèmes,
- ses qualités d'initiative et de créativité,
- sa capacité à raisonner,
- son aptitude à rédiger une démonstration.

NATURE DES SUJETS

L'épreuve est structurée selon l'une des deux possibilités suivantes :
a) quatre ou cinq exercices indépendants les uns des autres (notés chacun sur 3 à 6 points),
b) deux exercices (notés sur 4 à 6 points) et un problème (sur 8 à 12 points) indépendants les uns des autres.

Pour les séries ES et S l'épreuve comporte une partie spécifique et une partie commune :
- la *partie spécifique*, notée sur 4 à 6 points, peut être constituée d'un ou deux exercices, ou d'une partie du problème, ou d'un exercice et d'une partie du problème ; elle porte sur la totalité du programme (partie obligatoire et spécialité) pour les élèves ayant suivi l'enseignement de spécialité et seulement sur la partie obligatoire dans le cas contraire,
- le reste de l'épreuve constitue la *partie commune* ; elle porte sur le programme de l'enseignement obligatoire.

Les exercices peuvent comprendre plusieurs questions, mais celles-ci doivent être peu nombreuses. Ils portent sur différents domaines du programme.
Les exercices et le problème peuvent avoir pour objet, de façon équilibrée :
- la restitution de connaissances du cours (pouvant concerner en série scientifique l'exposé d'une démonstration au programme de Terminale),
- l'application directe de résultats ou de méthodes figurant au programme,
- l'étude d'une situation plus ouverte, susceptible d'amener le candidat à choisir un modèle mathématique approprié, à émettre une conjecture, à expérimenter à travers des exemples ou des contre-exemples, à construire un raisonnement,
- le traitement de données chiffrées en vue de leur interprétation,
- la lecture d'informations contenues dans un tableau de variation ou un graphique.

L'un des exercices, ou le problème, peut faire référence à d'autres disciplines de la série considérée, à condition que les connaissances requises soient fournies par l'énoncé.

RECOMMANDATIONS

On veillera à garder aux épreuves une ampleur et une difficulté modérées. Les notions rencontrées dans le programme obligatoire des classes antérieures à la classe terminale, mais non reprises dans celle-ci, doivent être assimilées par les candidats, qui peuvent avoir à les utiliser, mais elles ne constituent pas le ressort principal du sujet.
Il est souhaitable que le sujet porte sur une partie étendue du programme.
Dans le cas d'un exercice prenant la forme d'un questionnaire à choix multiple (QCM), on devra préciser dans le sujet les modalités d'évaluation.
La maîtrise de l'usage des calculatrices est un objectif important pour la formation des élèves. L'emploi de ce matériel doit être largement autorisé, dans les conditions prévues par la réglementation en vigueur. Dans le cas de questions visant à évaluer la maîtrise des techniques de calcul, on mentionnera que les étapes intermédiaires conduisant aux résultats sont attendues. Dans d'autres cas, des indications ou documents pourront être fournis avec le sujet afin de ne pénaliser aucun candidat.

ÉVALUATION

Afin de mieux interpréter les productions des candidats, en particulier pour les exercices conduisant à prendre des initiatives, la commission chargée de la conception du sujet indiquera aux correcteurs différentes stratégies de résolution possibles. À partir de ces précisions, le barème s'articulera autour des compétences mises en jeu, de façon à évaluer la pertinence des démarches engagées, y compris celles n'aboutissant pas à une résolution complète.

Le développement des capacités d'expression étant l'un des objectifs du programme, on prendra en considération la clarté et la précision des raisonnements. On examinera cependant avec discernement les maladresses de rédaction et on veillera à ne pas avoir des exigences de formalisation démesurées.
On gardera à l'esprit qu'il existe divers registres de communication et qu'à ce titre, des tableaux et des graphiques peuvent permettre de présenter des résultats ou servir de base à l'argumentation. De même, on prendra en compte les démonstrations reposant sur l'élaboration de programmes de calcul traités par les calculatrices.

Expérimentation Bac 2000

Mathématiques

Mai 1998

Terminale ES : **Texte d’orientation**
Commentaires a priori
Sujet

Terminale S : **Sujet 1 “pour tous” et commentaires a priori**
Sujet 2 “spécialité math.” et commentaires a priori

Expérimentation Bac 2000
mai 1998

Mathématiques

Terminale ES

Texte d’orientation : Pour un renouvellement du bac ES.

Une difficulté majeure est à souligner au préalable : les mathématiques enseignées en série ES sont officiellement dénommées “mathématiques appliquées à l’économie et aux sciences sociales”. Doit-on s’orienter résolument vers des sujets de mathématiques à support économique ? Les professeurs de mathématiques se sentent compétents pour juger de développements mathématiques, pas pour juger de la validité de tel ou tel modèle : ils sont donc majoritairement peu prêts pour des sujets trop “économiques” (qui devraient alors être faits conjointement par des enseignants de mathématiques et de SES). De toute façon, il faudrait d’une part éviter les modélisations artificielles, d’autre part limiter à un seul exercice l’intervention décisive du champ économique et social.

Nous proposons une épreuve en 3 parties de valeur comparable :

- **une partie dite “contrôle des savoirs de base”,**
- **une partie dite “réflexion”,**
- **une partie dite “compréhension de données”.**

La partie “contrôle des savoirs de base” aurait pour but de tester la connaissance des divers objets ou calculs introduits en Terminale. Il pourrait avoir des formes diverses (QCM, vrai/faux où les contre-exemples sont à créer ou à choisir dans une liste fournie, suite de calculs élémentaires - par exemple de dérivées ou intégrales - , etc.). Il pourrait ne pas avoir d’unité globale et faire donc appel à plusieurs domaines du cours de Terminale.

La partie “réflexion” reprendrait certaines de compétences évaluées à travers le problème traditionnel : capacité à enchaîner des questions, à construire une argumentation nécessitant des étapes intermédiaires à repérer,…

La partie “compréhension de données” devrait permettre de tester la capacité des élèves à lire de façon critique et à comprendre un texte à contenu mathématique (le thème pouvant relever du programme de sciences économiques ou de réalités faciles à comprendre par tout lycéen de Terminale) et à choisir dans le texte les informations pertinentes pour traiter les questions posées. Les données pourraient être fournies sous forme numérique ou graphique, dans un texte au style usuel ou dans un tableau,…
Ces choix nous paraissent compatibles avec la prise en compte de l’enseignement de spécialité ainsi qu’avec la mise en place d’un bac "avec puis sans calculatrice".

Commentaires a priori

à l'intention des collègues dont les élèves vont tester le sujet "prospectif" de bac ES.

Le sujet proposé s'inscrit dans le cadre du texte d'orientation ci-joint. L'exercice I est du type "compréhension des données", l'exercice II du type "réflexion" et l'exercice III du type "contrôle des savoirs de base". Cette classification peut être portée à la connaissance des élèves avant l'épreuve.
Les élèves ont droit à l'utilisation de la calculatrice pour toute la durée de l'épreuve; il a paru en effet difficile d'expérimenter des sujets à la fois "prospectifs" et faisant le partage d'une partie avec calculatrice et d'une partie sans calculatrice.

L'exercice I met en jeu des compétences fondamentales, acquises par les élèves tout au long de leur scolarité, sur les variations en pourcentages de quantités ; la modélisation en termes de suites géométriques a été mise en place en classe de Première. Pour tenir compte du fait que les élèves qui ne suivent pas la spécialité de mathématiques en Terminale ne revoient pas les suites de façon systématique, deux formulations de l'exercice I sont proposées : la 1ère pour les élèves ayant suivi l'enseignement de spécialité, la 2ème pour les autres. En raison de la difficulté nouvelle apportée par la lecture d'un document annexe, il a paru opportun de limiter les exigences théoriques.

L'exercice II exige de l'iniative de la part des élèves, qui doivent eux-mêmes établir les relations entre les questions posées : les fonctions en jeu sont élémentaires pour que les élèves puissent privilégier ce travail de réflexion. Deux versions de l'exercice II sont proposées : le choix de la version à proposer aux élèves est laissé à chaque collègue.

L'exercice III est composé de trois parties sans aucun lien entre elles, si ce n'est qu'elles sont des applications directes du cours : calcul de dérivée et interprétation géométrique de la dérivée ; lecture graphique de fonctions; statistiques (sous forme de QCM) où la partie propre au programme de Terminale n'intervient qu'à la question f.

Ce sujet se veut prospectif : il ne se place pas dans le cadre actuel de l'épreuve du baccalauréat et pourra donc surprendre les élèves et certains de leurs professeurs. Il est important que chaque collègue "expérimentateur" en soit conscient et en informe ses élèves : afin que ceux-ci jouent pleinement le jeu de l'expérimentation, avec intelligence mais sans crainte de l'échec. Chaque enseignant est bien sûr libre de prendre en compte cette épreuve (en totalité ou en partie) dans son évaluation annuelle. La commission est consciente d'alourdir ainsi la tâche des collègues - déjà considérable en fin d'année -, mais il est difficile d'expérimenter une telle épreuve plus tôt dans l'année scolaire.

L'expérimentation n'atteindra par ailleurs ses objectifs que si chaque collègue fait remonter ses appréciations, critiques et bilan global de façon aussi précise que possible.

Exercice I . (“compréhension de données”) *(spécialité) (6 points)*

Les termes de cet exercice s’appuient sur les données du texte joint en annexe, décrivant le mode de calcul de la cotisation annuelle d’assurance automobile selon la clause du “bonus-malus” (articles 1, 4 et 5 ci-joints). Il convient de commencer par lire **attentivement** ce texte **avant** de répondre aux questions posées.
On considère un assuré titulaire d’un contrat dans lequel la cotisation de référence est de 3000F , et le coefficient de “réduction-majoration” est égal à 1 en l’an 0 (an 0 = an 1997). On veut comparer l’évolution de sa cotisation annuelle dans les deux hypothèses suivantes :

hypothèse A : cet individu ne déclare jamais d’accident ;

hypothèse B : cet individu déclare un sinistre en l’an 0 et n’en déclare plus par la suite.

On suppose que la cotisation de référence reste de 3000 F.
On note u_n la cotisation due par cet individu en l’an n dans l’hypothèse A, et v_n celle due en l’an n dans l’hypothèse B.

1) Etude de la suite (u_n).
- a) Calculer u_1, u_2 (donner la valeur exacte sans tenir compte de la règle des arrondis, exprimée en italique dans le texte de l’annexe).
- b) Quelle semble être la nature de la suite (u_n) ? (Justifier.
- c) Justifier que la cotisation u_n ne peut descendre en-dessous de 1500 F.
- d) A partir de quelle année n_0 la cotisation u_n sera-t-elle égale à 1500 F ? (On ne tiendra pas compte dans cette question de la règle des arrondis, exprimée en italique dans le texte de l’annexe.)

2) Etude de la suite (v_n).
- a) Justifier que la cotisation v_3 est égale à 3000 F.
- b) En déduire que, pour $n \geq 3$, on a : $v_n = u_{n-3}$.
- c) A partir de quelle année n_1 les deux cotisations seront-elles à nouveau égales ?

3) La déclaration de sinistre dans l’hypothèse B entraîne un surcoût pour l’assuré.
- a) Exprimer ce surcoût pour l’année n à l’aide de u_n et v_n .
- b) Vérifier que, pour n entier de l’intervalle $[3; n_0]$, ce surcoût vaut : $3000 \times 0{,}95^{n-3} \times (1 - 0{,}95^3)$.

4) Compléter le tableau suivant (en tenant compte de la règle des arrondis exprimée dans les articles 4 et 5 du document annexe).

Année n	Coeff. en l’an n (hypothèse A)	u_n	Coeff. en l’an n (hypothèse B)	v_n	$v_n - u_n$	surcoût cumulé (jusqu’à l’an n)
0	1	3000	1	3000	0	0
2	0,90		1,18			1740

Annexe : Clause de réduction-majoration des cotisations en assurance automobile.
(annexe à l’article A 121-1 du code des assurances).

- ♦ **Article 1.** Lors de chaque échéance annuelle du contrat, la cotisation due par l’assuré est déterminée en multipliant le montant de la cotisation de référence… par un coefficient dit "coefficient de réduction-majoration”, fixé conformément aux articles 4 et 5 suivants.
  Le coefficient d’origine est 1.
- ♦ **Article 4.** Après chaque période annuelle d’assurance sans sinistre, le coefficient applicable est celui utilisé à la précédente échéance réduit de 5 p. 100, *arrêté à la deuxième décimale et arrondi par défaut…*
  Le coefficient de réduction-majoration ne peut être inférieur à 0,50.
- ♦ **Article 5.** Un sinistre survenu au cours de la période annuelle d’assurance majore le coefficient de 25 p. 100; un second sinistre majore le coefficient obtenu de 25 p. 100 et il en est de même pour chaque sinistre supplémentaire..
  Le coefficient obtenu est arrêté à la deuxième décimale et arrondi par défaut…
  En aucun cas le coefficient de réduction-majoration ne peut être supérieur à 3,50.
  Après deux années consécutives sans sinistre, le coefficient applicable ne peut être supérieur à 1.

Exercice I . ("compréhension de données") *(non spécialité) (6 points)*

Les termes de cet exercice s’appuient sur les données du texte joint en annexe, décrivant le mode de calcul de la cotisation annuelle d’assurance automobile selon la clause du "bonus-malus" (articles 1, 4 et 5 ci-joints). Il convient de commencer par lire **attentivement** ce texte **avant** de répondre aux questions posées.
On considère un assuré titulaire d’un contrat dans lequel la cotisation de référence est de 3000F , et le coefficient de "réduction-majoration" est égal à 1 en l’an 0 (an 0 = an 1997). On veut comparer l’évolution de sa cotisation annuelle dans les deux hypothèses suivantes :
hypothèse A : cet individu ne déclare jamais d’accident;
hypothèse B : cet individu déclare un sinistre en l’an 0 et n’en déclare plus par la suite.
On suppose que la cotisation de référence reste de 3000 F.
On note u_n la cotisation due par cet individu en l’an n dans l’hypothèse A, et v_n celle due en l’an n dans l’hypothèse B.

1) Les cotisations dans l’hypothèse A.
   a) Calculer u_1, u_2 (donner la valeur exacte sans tenir compte de la règle des arrondis, exprimée en italique dans le texte de l’annexe).
   b) Quelle semble être la nature de la suite (u_n) ? Justifier.
   c) Justifier que la cotisation u_n ne peut descendre en-dessous de 1500 F.

2) Les cotisations dans l’hypothèse B.
   a) Justifier que la cotisation v_3 est égale à 3000 F.
   b) En déduire que, pour $n \geq 3$, on a : $v_n = u_{n-3}$.

3) Compléter le tableau suivant (en tenant compte de la règle des arrondis exprimée dans les articles 4 et 5 du document annexe). La déclaration de sinistre dans l’hypothèse B entraîne un surcoût pour l’assuré que l’on demande aussi de calculer année par année puis de cumuler.

Année n	Coeff. en l’an n (hypothèse A)	u_n	Coeff. en l’an n (hypothèse B)	v_n	Surcoût annuel $v_n - u_n$	surcoût cumulé (jusqu’à l’an n)
0	1	3000	1	3000	0	0
2	0,90		1,18			1740

Annexe : Clause de réduction-majoration des cotisations en assurance automobile.
(annexe à l’article A 121-1 du code des assurances).

- **Article 1.** Lors de chaque échéance annuelle du contrat, la cotisation due par l’assuré est déterminée en multipliant le montant de la cotisation de référence… par un coefficient dit "coefficient de réduction-majoration”, fixé conformément aux articles 4 et 5 suivants.
Le coefficient d’origine est 1.
- **Article 4.** Après chaque période annuelle d’assurance sans sinistre, le coefficient applicable est celui utilisé à la précédente échéance réduit de 5 p. 100, *arrêté à la deuxième décimale et arrondi par défaut*…
Le coefficient de réduction-majoration ne peut être inférieur à 0,50.
- **Article 5.** Un sinistre survenu au cours de la période annuelle d’assurance majore le coefficient de 25 p. 100; un second sinistre majore le coefficient obtenu de 25 p. 100 et il en est de même pour chaque sinistre supplémentaire..
Le coefficient obtenu est arrêté à la deuxième décimale et arrondi par défaut…
En aucun cas le coefficient de réduction-majoration ne peut être supérieur à 3,50.
Après deux années consécutives sans sinistre, le coefficient applicable ne peut être supérieur à 1.

Exercice II ("réflexion") (*version n°1*)

On considère la fonction f définie pour tout x élément de $]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$.

1) Déterminer le tableau de variations de f. Justifier les limites de f en 0 et en $+\infty$.

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm).

   a) Tracer les courbes Γ, C_1 et C_2 représentant respectivement les fonctions g, p et q définies sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \ln x$, $p(x) = 0{,}1\, x^2$ et $q(x) = 0{,}2\, x^2$.

   b) Déterminer le nombre de points communs à Γ et C_1. Justifier.

   c) Déterminer le nombre de points communs à Γ et C_2. Justifier.

3) On considère la parabole d'équation $y = \dfrac{1}{2e} x^2$.

   a) Montrer qu'elle a un point commun et un seul avec Γ.

   b) Soit F la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = x \ln x - x$.
   Montrer que F est une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction *ln* .

   c) On considère l'ensemble D des points M du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient $1 \leq x \leq \sqrt{e}$ et $\ln x \leq y \leq \dfrac{x^2}{2e}$ *(On ne demande pas de représenter D).*
   Calculer laire de D (en unités d'aire)

4) Donner un exemple d'une fonction h de la forme $x \mapsto ax^2$, où a désigne un nombre réel différent de $\dfrac{1}{2e}$, dont la courbe représentative coupe la courbe Γ en un point et un seul.

Exercice II ("réflexion") (*version n°2*)

On considère la fonction f définie pour tout x élément de $]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$.

1) Justifier le tableau de variations suivant pour la fonction de f.

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{1}{2e}$	$\searrow$	0

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm).

   a) Tracer les courbes Γ, C_1 et C_2 représentant respectivement les fonctions g, p et q définies sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \ln x$, $p(x) = 0{,}1\, x^2$ et $q(x) = 0{,}2\, x^2$.

   b) Déterminer le nombre de points communs à Γ et C_1. Justifier.

   c) Déterminer le nombre de points communs à Γ et C_2. Justifier.

3) On considère la parabole d'équation $y = \dfrac{1}{2e} x^2$.

   a) Montrer qu'elle a un point commun et un seul avec Γ.

   b) Soit F la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = x \ln x - x$.
   Montrer que F est une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction *ln* .

   c) On considère l'ensemble D des points M du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient $1 \leq x \leq \sqrt{e}$ et $\ln x \leq y \leq \dfrac{x^2}{2e}$ *(On ne demande pas de représenter D).*
   Calculer laire de D (en unités d'aire)

4) Donner un exemple d'une fonction h de la forme $x \mapsto ax^2$, où a désigne un nombre réel différent de $\dfrac{1}{2e}$, dont la courbe représentative coupe la courbe Γ en un point et un seul.

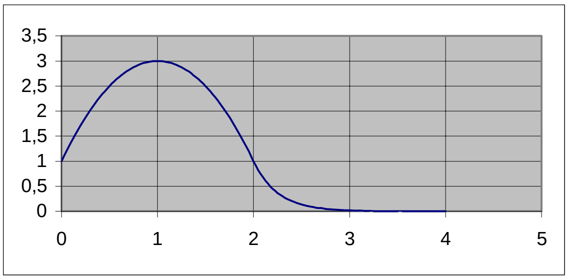
Exercice III. ("savoirs de base")

1. Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$.

a) Calculer la dérivée de f.
b) Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f en son point d'abscisse ln2.
c) Existe-t-il un point de la courbe de f en lequel la tangente est parallèle à l'axe des abscisses ?

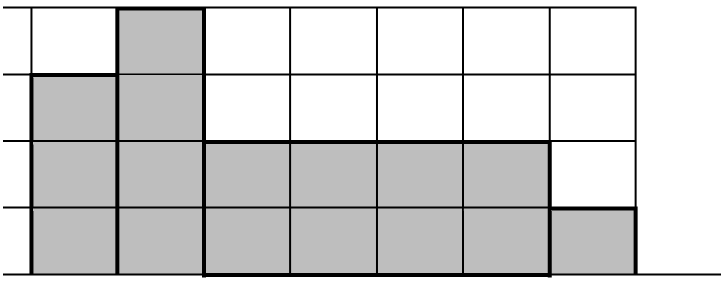
2. Soit f une fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ représentée graphiquement ci-dessous. (On admet que les points de coordonnées (0 ; 1), (1 ; 3) et (2 ; 1) appartiennent à la courbe représentative de f et que $f(x)$ tend vers 0 en $+\infty$)

a) Déduire du graphique les variations de la fonction ln f (c'est à dire ln o f).
b) Préciser le signe de ln $f(x)$ selon les valeurs de x et les limites de ln f en 0 et $+\infty$.



3. Pour chacune des questions suivantes, cocher la ou les bonne(s) réponse(s). ***Aucune justification n'est demandée*.**

a. Voici l'histogramme de la répartition des salaires dans une entreprise :



Dans quelle tranche de salaire de l'histogramme, se trouve l'effectif le plus important ?

- entre 4 500 F et 5 000 F..
- entre 5 000 F et 5 500 F..
- entre 5 500 F et 7 500 F..
- entre 7 500 F et 8 000 F..

b. Le salaire médian est :

- Le salaire le plus fréquent de l'entreprise...
- Le salaire perçu en moyenne par les salariés...
- Le salaire qu'un individu, pris au hasard, a une chance sur deux de dépasser........................

c. On donne la répartition suivante des salaires horaires d'une entreprise :

Salaire horaire (en F)	30	40	70
Nombre de salariés	10	20	20

Le salaire moyen horaire est égal à :

- 33,33 F ....……………………..…………………………....……………..…..
- 40,00 F ....………………………..………………………………..……...
- 46,66 F ....……………………………………………………………..…….
- 50,00 F ....……………………………………………………………..

d. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

Si, dans une entreprise, tous les salaires mensuels sont majorés de 100 F:

- Le salaire médian ne change pas..............………………………...
- Le salaire médian augmente de 100 F ....……………………….......
- Le salaire médian est modifié, mais il faut faire un calcul pour savoir de quel montant ……
- Le salaire moyen ne change pas..……………………..
- Le salaire moyen augmente de 100 F ....……………………….................................
- Le salaire moyen augmente de moins de 100 F ....………………………................

e. L'écart-type d'une distribution de salaire horaire est de 17 F.
Cela signifie que :

- Le salaire le plus élevé vaut 17 F de plus que le salaire le plus faible ………………………
- Le salaire de chaque salarié est distant de 17 F en moyenne du salaire moyen ...…………..
- Le salaire moyen vaut 17 F de plus que le salaire médian...........…………………………....

f. Deux des affirmations suivantes sont vraies . Lesquelles ?
Un coefficient de corrélation :

- mesure la dépendance entre deux variables.....................................………………………
- mesure la probabilité de réalisation d'une prévision........................………………………
- mesure toujours l'intensité d'une relation de causalité....................………………………
- est toujours positif…………………………………………………………….……………
- est toujours compris entre -1 et 1……………………………………………….…………

g. Une grandeur G évolue dans le temps, comme indiqué ci-dessous :

Année	1985	1986	1987	1988
G	142	180	250	320

Le taux de croissance moyen annuel de G est :

- 31,11 % ....………………………………………........
- 31,23 % ....……………………………………….............
- 41,78 % ....……………………………………………..............................
- 75,12 % ....…………………………………………….......................

Mathématiques

Terminale S

SUJET 1

Pour tous

Le soin et la précision apportés à la rédaction, à la présentation des résultats et à la validation des affirmations seront pris en compte dans la notation.

Connaissance de base (3 points)

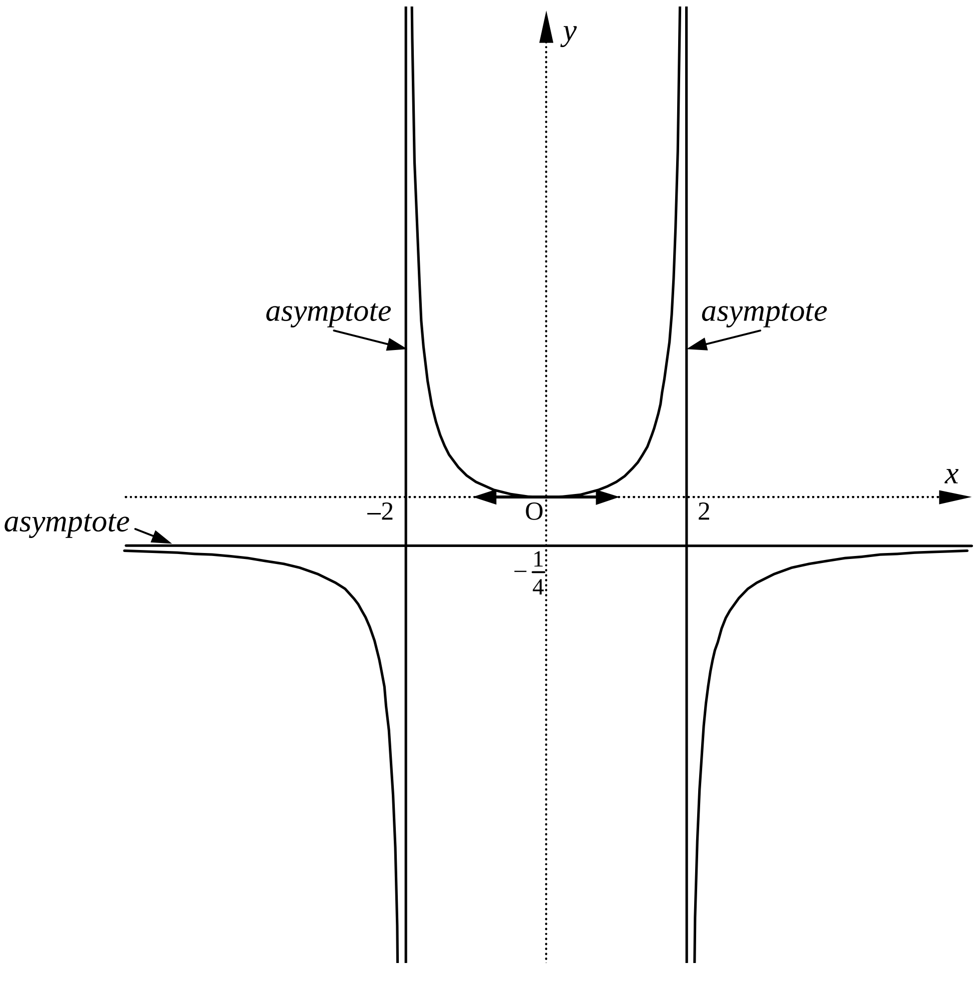
Démontrer que la composée de deux symétries centrales de centres respectifs O_1 et O_2 est la translation de vecteur $2\,\overrightarrow{O_1O_2}$.

Problèmes (17 points)

Les problèmes suivants sont indépendants.

Problème n°1 (3 points)

Proposer, et la définir explicitement par une relation algébrique, une fonction réelle f dont la courbe représentative ait l'allure suivante avec 2 asymptotes verticales, une asymptote horizontale et une tangente horizontale en O. Expliquez les raisons de vos choix.



Problème n°2 (4 points)

Un certain jeu de hasard, qui fut présenté à la télévision, se joue avec un jeu ordinaire de 32 cartes qui combine donc les "hauteurs" (as, roi, dame, valet, 10, 9, 8, 7) et les "couleurs" (pique, cœur, carreau, trèfle) comme l'indique le tableau suivant où chacun des 32 rectangles représente une carte de ce jeu :

	As	Roi	Dame	Valet	10	9	8	7
Pique					×			
Cœur	×							
Carreau			×					
Trèfle					×			

Dans un premier temps, le joueur parie 4 cartes à raison d'une seule par couleur. Un tirage au sort parmi les 32 cartes désigne ensuite une carte par "couleur", de façon équiprobable pour chacune des "hauteurs". Les tirages de "hauteur" et "couleur" sont indépendants.

Par exemple, un joueur a parié sur les 4 cartes marquées d'une croix × dans le tableau : 10 de pique, as de cœur, dame de carreau et 10 de trèfle. Le sort a désigné ensuite : dame de pique, 7 de cœur, dame de carreau et roi de trèfle. Ainsi, le joueur, qui avait fait le pari, a une seule bonne carte parmi les 4 sorties.

Tout joueur empoche au tirage un certain nombre de fois sa mise dans les seuls cas suivants :
- s'il a bien choisi les 4 cartes sorties, il empoche 1000 fois sa mise ;
- s'il a choisi seulement 3 des 4 cartes sorties, il empoche 30 fois sa mise ;
- s'il a choisi seulement 2 des 4 cartes sorties, il empoche 2 fois sa mise.

1° Quelle est la loi de la variable aléatoire X égale au nombre de cartes bien choisies par le joueur parmi les 4 cartes sorties ?
Donner une valeur approchée de chacune des probabilités.

2° Le joueur qui parie 10 francs lors d'un tirage a une certaine espérance de gain (qui peut être négative). La calculer.

Problème n°3 (3 points)

Deux nombres entiers positifs ou nuls n et p, p supposé connu, sont tels que n et n + p soient des carrés d'entiers, eux-mêmes positifs ou nuls.

1° Donner toutes les valeurs de n dans les cas suivants : p = 13, p = 14, p= 20, p = 40, p = 48, p = 105.

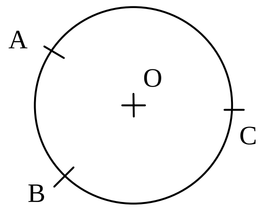
2° Donner des conditions <u>suffisantes</u> que p doit satisfaire pour qu'il n'existe qu'une seule solution pour n. Justifier.

3° Quelle condition p doit-il satisfaire pour qu'il n'existe-t-il pas de solution pour n ? Pourquoi ?

…Tournez la page S. V. P.⇘

Problème n°4 (4 points)

Un cerceau de bois est homogène dans la répartition de sa masse. A trois endroits sont



marquées des encoches, représentées par les points A, B et C sur la figure ci-contre (le triangle ABC n'a pas nécessairement une forme particulière). A ces encoches, on doit poser des petites masses de telle façon que le cerceau puisse tourner dans un plan horizontal autour de son centre O, tout en restant en parfait équilibre.

Donner des valeurs de masses qui conviennent.

Aide : A partir de l'égalité vectorielle qui traduit la propriété attendue, on pourra chercher à obtenir trois nouvelles égalités, numériques cette fois, en multipliant scalairement et successivement par $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$ les deux membres de cette égalité.

Problème n°5 (3 points)

Une application f de ℝ dans ℝ vérifie la condition suivante :

$$\text{pour tout couple } (x, x') \text{ tel que } x \neq x' : \left|\frac{f(x) - f(x')}{x - x'}\right| \leq K \quad \text{où} \quad K \geq 0$$

Considérons le point M (x, $f(x)$) appartenant à la courbe représentative de f.

1° Déterminer la région du plan à laquelle appartiennent les points M'(x', $f(x')$), vérifiant l'inégalité ci-dessus.

2° On considère l'application f vérifiant l'inégalité ci-dessus et telle que : $f(1) = 2$ et, pour tout x réel, $|f'(x)| < 3$. Dessiner avec soin la région du plan dans laquelle se trouve la courbe représentative de f et justifier votre dessin.

3° On considère l'application réelle $x \mapsto f(x) = e^x$ définie sur [0 ; 1]. Vérifie-t-elle sur cet intervalle la condition $\left|\frac{f(x) - f(x')}{x - x'}\right| \leq K$ où $K \geq 0$? Justifier votre affirmation. Donner un exemple personnel d'application vérifiant cette condition.

Commentaires a priori du Sujet 1

L'ensemble de l'épreuve est équilibré de telle façon que tout élève qui a produit un travail régulier pendant les deux dernières années de son 2ème cycle puisse obtenir une note au moins égale à 10. Contrairement aux épreuves classiquement présentées au baccalauréat, celle-ci nécessite pour l'excellence des résultats une couverture large des notions enseignées en première et terminale (ne se réduisant pas à la seule analyse) et des capacités développées au lycée. Cette étendue est fondamentale dans notre proposition de texte : elle permet de mettre en évidence, comme nous le verrons, des qualités prédictives de bonne intégration dans des cycles supérieurs. En contrepartie, un résultat moyen peut être atteint par une bonne connaissance de son cours et une compréhension convenable des exercices traditionnels, en dépit de quelques "trous" dans la couverture des programmes .

On remarquera le petit texte préalable qui donne brièvement mais explicitement une des règles du contrat selon lequel évaluera le correcteur. Le soin, la précision et la rigueur sont certes des qualités différemment appréciées, mais de toute façon sont prises en compte par la majorité des correcteurs. De plus, elles sont partie intégrante de ces qualités que l'enseignement des mathématiques doit développer. Le rappeler en en-tête ne peut que renforcer la connaissance des critères d'exigence et expliquer, d'emblée, l'origine de certaines distorsions dans la notation.

La question sur des connaissances de base

La démonstration attendue n'est que la restitution d'une proposition traditionnellement établie dans toutes les classes et ne présentant pas de variantes très différentes. ce qui en facilite et homogénéise la correction. De plus, la conclusion n'est pas triviale et ainsi donne un sens à la recherche d'une preuve mathématique. L'accompagnement de la démonstration par une figure semble aller de soi puisqu'il est nécessaire de désigner les points en jeu.

Problème 1

Concepts mobilisés : asymptote, tangente à une courbe, points remarquables dans une relation fonctionnelle $x \mapsto f(x)$.

Capacités nécessaires : changer de registre ; savoir identifier des propriétés relationnelles à partir d'une figure.

L'intérêt essentiel d'un tel exercice est de mesurer la capacité à passer du registre graphique au registre algébrique formel. C'est à partir de l'association des propriétés lues sur la figure selon un code classique que l'élève doit reconstruire pas à pas une formule explicite liant x à $f(x)$. Une méthode essais-erreurs est possible mais la solution à trouver n'est pas unique. Cet exercice offre une certaine ouverture que l'élève doit pouvoir maîtriser.

Finalement, on constatera que le nombre et la variété des démarches et des concepts sont très importants et que certains exercices laissent une part d'initiative aux élèves. Tout ceci confère à l'ensemble de l'épreuve une certaine complexité, alors que chacun des exercices semble traitable dès le niveau de la première. La très bonne réussite d'un élève serait significative d'un bagage homogène à des niveaux taxonomiques supérieurs sans faire appel à une grande technicité, significative également d'une capacité à passer d'un cadre à un autre (géométrique, algébrique, aléatoire, arithmétique) et d'un registre à un autre (métalangage, langage formel, graphique).

Problème 2

<u>Concepts mobilisés</u> : dénombrement sur un ensemble de cardinal petit (vérification "à la main" accessible), variable aléatoire discrète, espérance mathématique.

<u>Capacités nécessaires</u> : reconnaître une situation mathématique dans une situation du réel ; probabiliser une situation équirépartie ; mener un calcul simple avec une calculette.

Le problème est classique mais nécessite une petite modélisation comme en présentent souvent les problèmes de probabilité. La variable aléatoire admet une loi qui se dégage aisément du calcul combinatoire sur un ensemble équiréparti.

Problème 3

<u>Concepts mobilisés</u> : identité remarquable (!), nombre premier, divisibilité, décomposition d'un nombre en facteurs premiers.

<u>Capacités nécessaires</u> : savoir "bricoler" sur les entiers naturels ; raisonner de façon exhaustive sur des propriétés arithmétiques.

Liberté est laissée à l'élève de traduire la question à l'aide de paramètres judicieux non fournis dans le texte. Les concepts arithmétiques sont élémentaires mais les démarches à déployer présentent un grand intérêt : approche heuristique d'une solution, travail par exhaustion. L'arithmétique se prête bien à ces types de démarches qui valorisent à la fois le tâtonnement et la systématisation peu activés dans un problème d'analyse.

Problème 4

<u>Concepts mobilisés</u> : définition vectorielle du barycentre, produit scalaire, relation $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = \|\overrightarrow{OA}\|\times\|\overrightarrow{OB}\|\cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$*, cercle et angle au centre, système d'équations linéaires.*

<u>Capacités nécessaires</u> : traduire une propriété physique de centre de gravité par une formule vectorielle barycentrique, traduire une relation vectorielle en une relation algébrique, résoudre un système linéaire de trois équations à trois inconnues.

Peu de concepts en jeu dans cet exercice qui évaluera surtout les capacités à modéliser une situation familière de l'environnement et à effectuer avec soin un calcul algorithmique. L'aide proposée est laissée au libre choix de l'enseignant. Elle nécessite une initiative de la part de l'élève qui ne leur est peut-être pas familière.

Problème 5

<u>Concepts mobilisés</u> : valeur absolue, coefficient directeur, traduction graphique d'inéquations, dérivée de la fonction exponentielle, théorème des accroissements finis.

<u>Capacités nécessaires</u> : traduire une relation algébrique en une figure dans le plan repéré ; effectuer une représentation soignée et relativement précise; justifier une propriété d'analyse ; construire un exemple personnel.

La simplicité des concepts en jeu ne doit pas laisser croire que cet exercice ne mesure qu'une faible part des connaissances et capacités requises en terminale scientifique. En effet, dans les deux premières questions, il s'agit d'effectuer correctement et avec soin la traduction graphique d'une propriété analytique d'une fonction quelconque, c'est-à-dire non explicitement donnée. La prise en compte de la valeur absolue nécessitera une référence à la symétrie centrale, remarque non triviale. La dernière question mobilise des connaissances spécifiques de la terminale et, surtout, exige de l'esprit critique et de l'imagination de la part de l'élève.

Mathématiques

Terminale S

SUJET 2

Elèves ayant suivi l'enseignement de spécialité Math.

Le soin, la rigueur et la précision apportés à la rédaction, à la présentation des résultats et à la validation des affirmations seront pris en compte dans la notation.

Connaissance de base (3 points)

Démontrer que, s'il existe, le barycentre G de trois points (A, a), (B, b) et (C, c) est le barycentre de (A, a) et de (I, $b+c$), où I désigne, s'il existe, le barycentre des deux autres points (B, b) et (C, c).

Problèmes (17 points)

Les problèmes suivants sont indépendants.

Problème n°1 (4 points)

Considérons la suite de terme général $S_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$. On cherche à prouver qu'elle est divergente.

1° Démontrer que, pour tout n : $S_{2n} \geq \frac{1}{2} + S_n$.

2° Démontrer par récurrence sur k que, pour tout k, il existe n tel que : $S_n > k$.
Qu'en déduisez-vous ?

3° Que pensez-vous de la suite partielle : $u_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n+1}$? Justifiez votre opinion.

Problème n°2 (3 points)

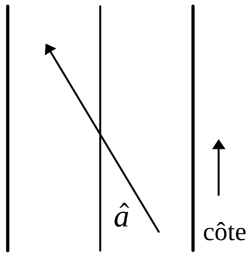
On veut remarquer une propriété de l'écriture décimale de certaines fractions rationnelles.

1° En utilisant votre calculatrice, donnez le résultat qu'elle affiche pour la division de 481 par 999.
Que remarquez-vous ?

2° Inversement, déterminer la fraction irréductible $\frac{p}{q}$, telle que son développement décimal se présente sous la forme périodique : 0,792 792 792 ...

3° Le développement ayant dans la question 2 pour période 3, donnez un exemple où la période serait 2, puis un autre où la période serait 4. A partir des remarques précédentes, formulez, sans la démontrer, une propriété générale.

Problème n°3 (3 points)



Je monte à bicyclette une côte à 8% (élévation de 8 m pour 100 m sur le plat) sur une route bien droite. Sous quel angle $\hat{a}$ par rapport à l'axe de la route dois-je choisir ma trajectoire afin de ne plus monter cette côte qu'à 5% ?

Problème n°4 (4 points)

On veut déterminer tous les points d'une ellipse en ne possédant que les informations suivantes :

- les points A et A' à distance maximale sur l'ellipse sont donnés,
- un 3$^{\text{ème}}$ point M de l'ellipse n'appartenant pas à la médiatrice de [A, A'] est également donné.

Elaborez et justifiez un algorithme géométrique permettant de retrouver tous les autres points de l'ellipse. Construisez avec soin, en particulier trois d'entre eux, n'admettant pas de relation symétrique mutuelle.

Problème n°5 (3 points)

Deux petites salles de cinéma A et B de même capacité n spectateurs, se vident en même temps à la fin du film qui y était projeté. L'ensemble des spectateurs passent un à un, de façon indépendante, par la même porte de sortie. On suppose que la probabilité qu'un spectateur qui franchit la porte sorte de la salle A ou sorte de la salle B est la même (donc égale à 1/2).

Quelle est en fonction de n et de k la probabilité pour que le dernier spectateur de l'une quelconque des deux salles sorte alors qu'il reste encore $(n - k)$ spectateurs dans l'autre salle ?

Donner une estimation de cette probabilité pour $n = 100$, $k = 10$, sachant que $2^{10} \approx 10^{3}$.

Commentaires a priori du Sujet 2

Les commentaires du préambule du sujet 1 sont, bien entendu, valables.

La question sur des connaissances de base

La démonstration attendue exige encore la restitution d'une proposition du cours. Elle est classique et a fait l'objet en classe de nombreuses applications. Bien que non demandée, une figure spontanément donnée signifierait la compréhension plus profonde de la propriété du barycentre.

Problème 1

<u>Concepts mobilisés</u> : suite numérique à termes positifs, ordre sur les réels

<u>Capacités nécessaires</u> : savoir majorer ou minorer terme à terme ou par le choix approprié d'un terme ; savoir conduire un raisonnement par récurrence ; savoir réinvestir un processus

L'objectif est volontairement déclaré d'emblée afin que les élèves disposent d'une clé explicative des questions intermédiaires. Ces questions, relativement indépendantes, sont conformes au sens-même d'une fonction essentielle de l'enseignement de l'analyse qui est d'apprendre à majorer et minorer. La difficulté présente du raisonnement par récurrence tiendra au conflit entre le raisonnement sur n ou sur k.

Problème 2

<u>Concepts mobilisés</u> : développement décimal illimité ; fraction rationnelle : fraction irréductible

<u>Capacités nécessaires</u> : raisonner inductivement ; trouver un exemple personnel ; généraliser

La question initiale doit faire apparaître une propriété liée à la division par 999 qui servira dans la question 2. Cette remarque est un guide réinvestissable immédiatement dans la construction des deux exemples demandés. Ce type de question ouverte risque de désarçonner les élèves non habitués à rechercher eux-mêmes des exemples respectant des contraintes et satisfaisant des propriétés.

Problème 3

Concepts mobilisés : pente d'une droite de l'espace ; projection orthogonale dans l'espace ; relations trigonométriques simples

Capacités nécessaires : mathématiser une situation du monde réel ; représenter sur la feuille une situation géométrique de l'espace ; en maîtriser la perception

Il s'agit pour l'élève de décoder la figure donnée puis de reconnaître et d'identifier le problème comme un vrai problème de géométrie. La difficulté résidera ensuite dans la maîtrise des relations géométriques définies par la situation, sans nécessiter des prouesses techniques dans le calcul trigonométrique.

Problème 4

Concepts mobilisés : ellipse ; relation entre un point du cercle principal et un point de l'ellipse

Capacités nécessaires : traduire en algorithme une suite d'opérations graphiques ; le rendre opérationnel un certain nombre de fois

La connaissance du cours sur une propriété de l'ellipse est indispensable ici. Mais l'usage de cette propriété est inverse de celui généralement utilisé. C'est donc la réversibilité d'une relation qui doit être mobilisée. Par la suite, l'algorithme doit être suffisamment explicite pour être fonctionnel. Le soin apporté à la construction est pris en compte.

Problème 5

Concepts mobilisés : probabilité ; événements indépendants ; variables aléatoires ; loi binomiale

Capacités nécessaires : mathématiser une situation ; développer une preuve en probabilité élémentaire ; effectuer une approximation "à la main"

La première difficulté réside encore dans la reconnaissance d'un problème mathématique dans une situation réelle, puis dans l'identification d'un modèle probabiliste sous-jacent (définir des événements ou des variables aléatoires associés à la situation). Une autre difficulté se présente lorsque l'on doit notifier l'indépendance de deux événements ou de deux variables aléatoires. La dernière difficulté est d'ordre numérique : il faut savoir donner un ordre de grandeur à des produits de nombres.

Expérimentation d’évaluation en Première

Mathématiques

Mai 1999

Première ES : **Sujet 1 “option math.” et commentaires a priori**
Sujet 2 “pour tous” et commentaires a priori

Première L : **Sujet 1 “option math.” et commentaires a priori**

Première S : **Sujet 2 et commentaires a priori**
Sujet 7 (avec QCM) et commentaires a priori

Éléments de bilan

Éléments d’analyse

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1ère – Mai 1999

1ère ES (option mathématiques) – Sujet 1

Durée 2 heures

En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Calculatrice autorisée.

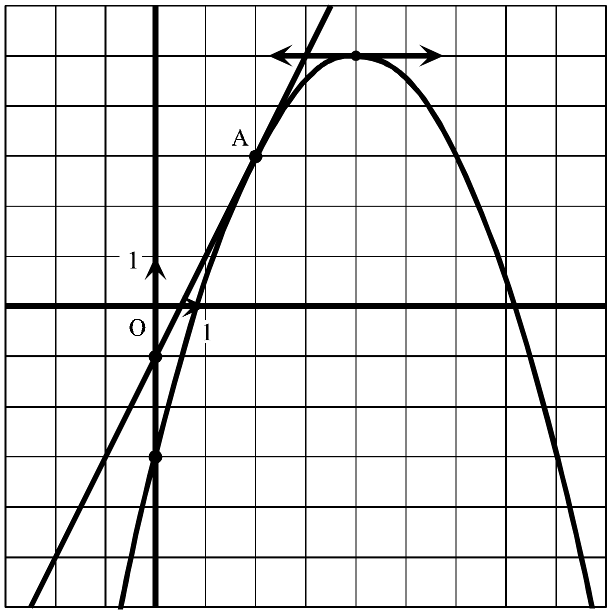
Exercice 1 (6 points)

Pour le graphique ci-contre, le repère est orthonormal, les points en gras appartiennent aux différents tracés et sont à des nœuds du quadrillage.

On y a représenté une parabole, la tangente en son sommet, ainsi que sa tangente au point A de coordonnées (2 ; 3)

1° Déterminer une équation de la tangente au point A à cette parabole.

2° Déterminer une équation de cette parabole.



Exercice 2 (7 points)

Dans un même repère du plan, on considère la courbe C représentant la fonction $x \mapsto x^3 + 4x^2 - x$ et la droite D d'équation $y = 78{,}5x - 190$.

1° Étudier l'intersection de C et de D. On pourra s'aider d'une calculatrice pour conjecturer une valeur de l'abscisse de l'un des points d'intersection.

2° La droite D est-elle tangente à C ?

Exercice 3 (7 points)

Le tableau ci-dessous donne la **répartition des sortants du système éducatif français selon le diplôme de plus haut niveau obtenu** (en milliers) :

Diplôme de plus haut niveau obtenu \ *Année de sortie*	***1980***	***1990***	***1994***	***1995***	***1996***
Aucun diplôme	202	133	102	97	93
Brevet seul	80	61	52	51	55
CAP BEP ou équivalent	220	129	111	119	120
Baccalauréat général	81	50	66	74	78
Bac. technologique, professionnel ou assimilé	32	65	94	90	93
BTS, DUT ou équivalent	29	60	85	103	93
DEUG ou équivalent	36	37	29	32	34
Supérieur long	45	87	128	138	160
Total sortants	725	622	667	704	726

(Source : enquêtes emploi de l'INSEE in "L'état de l'École" édité par le Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie, octobre 1998).

Exemple de lecture : en 1996, 78000 jeunes sont sortis du système éducatif en ayant pour diplôme de plus haut niveau un baccalauréat général.

Des 7 affirmations qui suivent, deux d'entre elles ne peuvent pas se déduire du tableau ci-dessus : préciser lesquelles.
Pour chacune des autres, la justifier à l'aide d'informations ou de calculs judicieusement déduits du tableau ci-dessus.

① Les jeunes qui achèvent leurs études sont de plus en plus diplômés.

② La baisse des sorties de formation initiale sans diplôme se prolonge.

③ Plus de 60% des sortants 1996 ont obtenu un diplôme de niveau baccalauréat ou plus.

④ Le pourcentage de ceux qui sortent avec un diplôme de niveau baccalauréat ou plus n'a pas cessé d'augmenter.

⑤ Plus de 80% d'une classe d'âge arrive jusqu'au baccalauréat.

⑥ Il y a eu une forte baisse du nombre de bacheliers des séries générales vers l'année 1990.

⑦ Entre les années 1980 et 1996, la progression du nombre de sortants ayant obtenu un diplôme du supérieur long a été de 8,25% par an en moyenne.

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1ère – Mai 1999
1ère ES (option mathématiques) – Sujet 1
Commentaires a priori

Exercice 1

L'exercice nécessite chez l'élève une bonne connaissance de la relation entre les cadres graphique (avec les codages implicites qu'il implique) et algébrique. Le prélèvement d'informations dans l'un, le traitement formel dans l'autre, le contrôle perceptif dans le premier le conduit à un va-et-vient rigoureux entre ces cadres.

Exercice 2

Concepts mobilisés : *représentation graphique d'une fonction, racines d'une équation, tangente à une courbe.*

Compétences nécessaires : *Ce problème nécessite la maîtrise de l'usage d'une calculatrice graphique qui permet de conjecturer une ou des racines communes et le contact d'une droite avec une cubique. Cependant des arguments algébriques sont exigés pour valider ou non les conjectures.*

Indications :

1° Grâce à un tableau de valeurs, on trouve sans problème que 4 est racine de $f(x) = 78,5x - 190$ c'est-à-dire de $d(x) = x^3 + 4x^2 - 79,5x + 190 = 0$. D'où $d(x) = (x - 4)(x^2 + bx - 47,5)$ et par identification, on trouve $b = 8$ et donc $d(x) = (x - 4)(x^2 + 8x - 47,5)$. Finalement, on trouve deux autres racines $x' = \dfrac{-8+\sqrt{254}}{2}$ et $x'' = \dfrac{-8-\sqrt{254}}{2}$.

2° Visuellement il peut sembler que **D** est tangente à **C**.

3° $f'(4) = 79 \neq 78,5$… ou le fait qu'il y ait trois racine peut-il permettre de conclure.. ?

Exercice 3

Cet exercice teste la capacité à traiter les informations chiffrées données par un tableau : comprendre la nature de l'information, interpréter de diverses façons les données fournies, juger de la validité des conclusions tirées,… Il exige précision et rigueur dans la lecture ainsi que sens critique et capacité à argumenter. Cela prend du temps et n'est pas aussi facile qu'une lecture superficielle pourrait le laisser croire.

Le tableau concerne les "sortants du système éducatif une année donnée" et donne leur distribution selon le "diplôme de plus haut niveau obtenu" : il ne dit rien sur le pourcentage de jeunes d'une classe d'âge obtenant le diplôme du baccalauréat (affirmation 5), ni sur le nombre de bacheliers une année donnée (affirmation 6). La chute observée en 1990 s'explique par une nette augmentation des poursuites d'études post-baccalauréat.

L'affirmation 1 peut être justifiée par l'augmentation constante (en pourcentage) :

- soit du nombre de sortants diplômés du Supérieur long (6% - 14% - 19% - 19,6% - 22%)

- soit du nombre de sortants diplômés de BTS/DEUG/Supérieur long (15% - 29,6% -36% - 38,8% - 39,5%)

- soit du nombre de sortants avec un diplôme de bac ou plus (30,8% - 48% - 60% - 62% - 63%).

L'affirmation 2 est justifiée par les données (brutes ou en %) de la 1ère ligne.

L'affirmation 3 est justifiée par un calcul élémentaire de pourcentage :

(78+93+93+34+160)/726 $\approx$ 63%, déjà donné plus haut).

Pour l'affirmation 4, il suffit de reprendre la dernière ligne de calculs justificatifs de l'affirmation 1.

L'affirmation 7 fait appel aux notions de suites géométriques (ici de raison $q = (1+0,0823)$); le calcul de $q^{16} \times 45$ justifie alors l'affirmation.

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1ère – Mai 1999

1ère ES – Sujet 2

Durée 2 heures

En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Calculatrice autorisée.

Exercice 1 (6 points)

1° On considère une suite arithmétique (U_n) telle que $U_{1975} = 1515$ et $U_{1998} = 1998$.

a) Calculer sa raison r et son premier terme U_0 .

b) Y a-t-il un terme de cette suite égal à 1 ? à 234 ?

2° On considère une suite géométrique (V_n) telle que $V_{2000} = 2^{10}$ et $V_{1990} = 3^{10}$.

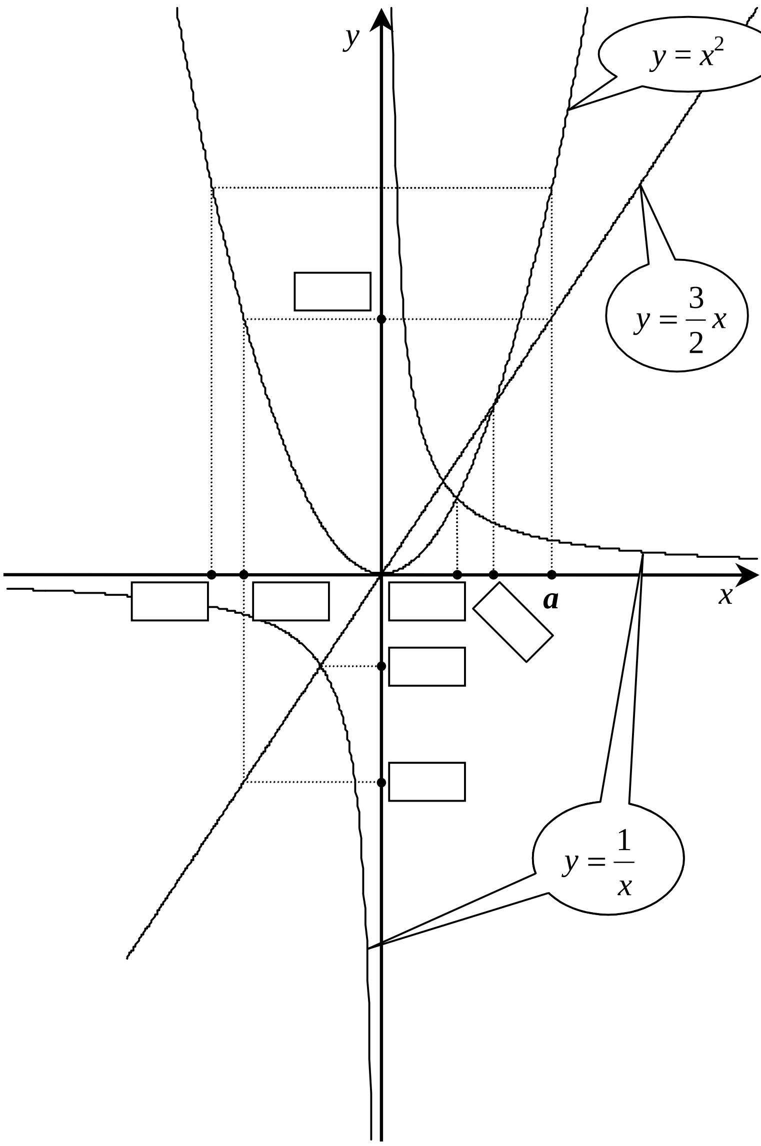
Calculer V_{1998} .

Exercice 2 (7 points)

Les unités sur les axes ont été volontairement effacées mais elles sont égales sur chaque axe.

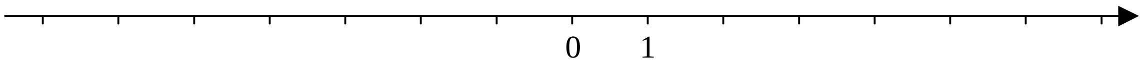
Les segments en pointillés sont parallèles aux axes, leurs extrémités appartiennent aux axes (points en gras) ou aux courbes dont une équation est donnée sur le graphique ci-contre, et a est un réel strictement positif.

Selon le cas, déterminer l'abscisse ou l'ordonnée, exprimées pour certaines en fonction de a, des points en gras de façon à compléter les cases vides.



Exercice 3 (7 points)

Un objet se déplace sur un axe gradué, en faisant des pas successifs d’une unité dans un sens ou dans l’autre : il part de l’abscisse 0 sur l’axe ; à chaque pas, on choisit au hasard de le faire avancer d’une unité ou bien de reculer d’une unité.



On considère l’expérience aléatoire qui consiste à faire faire à l’objet un déplacement de cinq pas à partir de l’abscisse 0 : on appelle un tel déplacement une **marche aléatoire** de cinq pas.

Pour **simuler** cette expérience, on choisit le sens de déplacement de chaque pas, en utilisant la table de nombres aléatoires ci-dessous :

7	0	5	7	3	1	5	8	5	9	5	7	2	3	1	8	5	8	9	0
9	1	7	1	9	9	2	1	8	2	8	3	4	0	0	2	9	1	4	1
3	9	4	7	3	5	7	9	3	3	1	0	2	6	5	3	7	9	1	3
9	6	4	0	9	2	1	0	8	4	6	8	4	9	7	1	4	0	3	4
4	7	6	2	1	4	0	4	2	9	0	8	9	6	8	9	8	1	0	3
6	2	8	1	5	9	3	6	3	2	8	8	7	6	3	1	4	2	8	4
5	2	3	5	5	4	2	2	3	5	7	2	2	3	0	5	6	1	8	0
7	7	9	9	4	2	6	5	9	1	5	5	0	8	2	3	0	9	7	7

Cette table, composée de 160 nombres entiers inférieurs à 10, correspond aux résultats de 160 tirages au hasard d’un nombre entier de 0 à 9 inclus, chaque tirage étant considéré comme indépendant de chacun des autres.

Voici une simulation possible de marches aléatoires de cinq pas :

On parcourt la table dans le sens habituel de lecture ; on traduit chaque nombre rencontré par R (« recule ») s’il est impair, et par A (« avance ») s’il est pair ; cinq nombres successifs permettent ainsi de définir une marche aléatoire de cinq pas.
Par exemple, les cinq premiers nombres de la table, qui sont « 7-0-5-7-3 », définissent la première marche aléatoire de cinq pas qui sera codée « *R-A-R-R-R* . On passe ensuite à « 1-5-8-5-9 » qui simule la deuxième marche aléatoire de cinq pas, toujours à partir de l’abscisse 0…

1° a) Poursuivre cette simulation, ou en proposer une autre de votre choix, pour simuler 30 marches aléatoires de cinq pas en utilisant la table de nombres aléatoires ci-dessus, et relever les résultats en remplissant un tableau du type suivant :

	1$^{\text{er}}$ pas	2$^{\text{ème}}$ pas	3$^{\text{ème}}$ pas	4$^{\text{ème}}$ pas	5$^{\text{ème}}$ pas	arrivée
1$^{\text{ère}}$ marche	R	A	R	R	R	+1
2$^{\text{ème}}$ marche						
…						

Dans la dernière colonne, pour chaque marche aléatoire de cinq pas, indiquer l’abscisse du point d’arrivée et, dans les autres colonnes, R pour signifier que l’objet recule d’un pas ou A pour signifier qu’il avance d’un pas.

b) Quelles sont toutes les abscisses possibles des points d’arrivée d’une telle marche aléatoire de cinq pas ?

c) Dans la simulation précédente, quelle fréquence a-t-on obtenue de l’événement « la marche aléatoire de cinq pas aboutit au point d’abscisse 1 » ?

2° Quelle est la probabilité de l’événement « la marche aléatoire de cinq pas aboutit au point d’abscisse 1 » ?

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1ère – Mai 1999

1ère ES – Sujet 2
Commentaires a priori

Exercice 1

Les connaissances en jeu dans cet exercice nécessitent une application tout d'abord directe des définitions et propriétés fondamentales des suites arithmétiques et géométriques. Puis il s'agit ensuite de faire fonctionner ces propriétés de façon inverse : retrouver les raisons connaissant des termes. La difficulté réside donc dans la maîtrise de cette réversibilité.

Exercice 2

<u>Concepts mobilisés</u> : *représentation graphique de fonctions dans un repère orthonormé, propriétés de symétrie de la parabole et l'hyperbole, racines d'un monôme*
<u>Compétences nécessaires</u> : *passer du registre graphique au registre algébrique*

L'objectif principal de ce problème réside dans la maîtrise des relations directes et inverses entre variable et fonction de cette variable lorsque ces relations sont données à lire sur un graphique. L'élève doit donc avoir compris tout l'implicite du codage inhérent à ce type de représentation.

Exercice 3

Intérêt de l'exercice : participer à la construction chez les élèves « d'une intuition probabiliste » en leur faisant manipuler des nombres aléatoires et calculer des fréquences.

1 ***a)*** *La simulation permet de <u>se faire une idée</u> de l'univers et de la probabilité de chaque événement élémentaire.*
On indique une façon de simuler parce que certains élèves n'auront peut-être jamais rencontré une table de nombres aléatoires, mais il y a bien d'autres façons de procéder. On considérera comme correcte une simulation où le protocole est différent de celui qui est indiqué, mais correctement explicité (mais un protocole de simulation où les nombres aléatoires sont choisis au hasard est incorrect). On peut par exemple coder chacun des nombres 0, 1, 2, 3, 4 par « A » et chacun des nombres 5, 6, 7, 8, 9 par « R ».
Réfléchir à la simulation permet aussi de se rendre compte qu'il s'agit du jeu de « pile ou face ».

b) *D'après la simulation, on se rend compte que l'on ne peut arriver qu'aux points d'abscisses –5, –3, –1, 1, 3, et 5.*
La deuxième question demande de le démontrer : on peut le faire graphiquement en représentant les différentes marches aléatoires possibles dans un repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$ *: en abscisse, les numéros des pas (de 0 à 5) et en ordonnée, l'« abscisse sur l'axe » de l'objet à chaque pas. Mais il y a d'autres possibilités.*

c) *Pour la fréquence, on calcule le quotient du nombre de marches aléatoires aboutissant au point d'abscisse 1 par 30. Ce résultat dépend évidemment de la façon de parcourir la table de nombres aléatoires.*

2° *Pour démontrer ce résultat, il est plus simple de réfléchir en termes de +1 pour « avancer de un » et de –1 pour reculer de 1.*

Il y a 2^5 *marches aléatoires possibles : chacune d'elles a pour probabilité* $\dfrac{1}{2^5}$.

On s'aperçoit que l'on obtient 1 par : 3 fois 1 et 2 fois –1 et qu'il n'y a pas d'autre possibilité.

On compte le nombre de façons de placer deux –1 à 5 places distinctes (les autres places étant occupées par des +1) : 5 choix possibles pour le premier –1, puis 4 pour le deuxième, mais ainsi on différencie les –1, on en compte deux fois trop. Donc $\dfrac{5\times 4}{2}$ *possibilités.*

Pour la probabilité, ceci est à multiplier par la probabilité de chaque événement élémentaire, on trouve $\dfrac{5}{16}$.

Une copie qui, après le calcul de la probabilité, contient un retour cohérent sur la fréquence calculée, sera notée très favorablement.

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1ère – Mai 1999

1ère L option mathématiques – Sujet 1

Durée 2 heures

En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Calculatrice autorisée.

Exercice 1 (6 points)

1) La proposition suivante est-elle vraie ? On justifiera la réponse.

Proposition : « Quelles que soient les fonctions f et g, définies sur un intervalle I, si f et g sont toutes les deux croissantes sur I, alors la fonction $f \times g$ est croissante sur I ».

2) Qu'appelle-t-on une suite arithmétique ?

Exercice 2 (7 points)

Le plan est rapporté à un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On désigne par Γ la courbe d'équation $y = 1{,}001x^2 - 1$ et par $\mathcal{C}$ la courbe d'équation $y = 1{,}01(x^2 - 0{,}99x + 2{,}02)$.
Déterminer le nombre de points d'intersection des courbes Γ et $\mathcal{C}$.

Exercice 3 (7 points)

Une balle est lancée d'un point *D* vers un point *A* (trajet aller), puis est renvoyée de *A* vers *D* (trajet retour), à une vitesse de 60 mètres par seconde, que l'on admet constante pendant les trajets, en l'absence de toute perturbation (une perturbation pouvant être par exemple un courant d'air).
Par moment, une perturbation de vitesse v (exprimée en mètres par seconde), strictement inférieure à 60, modifie la vitesse de la balle : la vitesse de la balle est alors égale à $60 - v$ sur le trajet aller et égale à $60 + v$ sur le trajet retour.
On se place dans le cas où $AD = 50$ (50 mètres).
L'objet du problème est de savoir si la perturbation diminue ou augmente la durée du trajet aller-retour de la balle.

1) Expérimenter en choisissant au moins trois valeurs de v et en comparant la durée du trajet aller-retour de la balle, suivant qu'elle est soumise ou non à la perturbation.

2) Émettre une conjecture qui réponde au problème posé.

3) Démontrer cette conjecture.

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN $1^{ère}$ – Mai 1999

$1^{ère}$ L option mathématiques – Sujet 1

Commentaires a priori

Exercice 1

Il s'agit de deux questions portant sur des connaissances de base.

Question 1) :

On attend un contre-exemple.

On accordera les trois quarts des points à une réponse où figure un contre-exemple trouvé grâce à la calculatrice, sans que soit justifié le sens de variation des fonctions f, g et $f \times g$ sur l'intervalle choisi.

On accordera le maximum des points à une réponse <u>qui comporte à nouveau un contre-exemple</u> pour prouver que le produit n'est pas une fonction croissante, même si le sens de variation des fonctions f et g n'est pas démontré ; de toutes façons le sens de variation de ces fonctions f et g n'a pas à être démontré s'il s'agit de fonctions de référence.

Exercice 2

Il est plus technique : les coefficients ne sont pas entiers. Un tracé rapide des courbes à la calculatrice ne permet pas de voir le nombre de points d'intersection. On est ramené à la résolution de l'équation du second degré : $0,009x^2 - 0,9999x + 3,0402 = 0$ dont le discriminant est strictement positif.

Exercice 3

Il n'y a pas de modélisation à faire, ce qui serait délicat en première L. Il s'agit d'évaluer la démarche mathématique. Certains élèves n'étant sûrement pas habitués à des travaux de ce type, la démarche est ici détaillée, mais il reste des initiatives à prendre.

On compare donc la durée d du trajet aller et retour en présence de la perturbation et la durée d' du trajet aller et retour en l'absence de la perturbation :

$d = \frac{50}{60+v} + \frac{50}{60-v}$ *et* $d' = 2\frac{50}{60}$. *Il suffit de comparer* $\frac{d}{50}$ *et* $\frac{d'}{50}$.

$\frac{d}{50} = \frac{1}{60+v} + \frac{1}{60-v} = \frac{120}{60^2 - v^2}$ *et* $\frac{d'}{50} = \frac{2}{60} = \frac{120}{60^2}$.

$60 > v > 0$, donc $60^2 > v^2$, donc $0 < 60^2 - v^2 < 60^2$, donc $\frac{1}{60^2 - v^2} > \frac{1}{60^2}$, *donc d > d'.*

Donc la durée du trajet aller et retour en présence de la perturbation est strictement plus longue qu'en l'absence de la perturbation.

Il y a une difficulté due à la présence d'un paramètre, mais un élève peut entrer dans le problème par l'expérimentation, qui l'amène assez naturellement à une conjecture.

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1ère – Mai 1999

1ère S – Sujet 2

Durée 2 heures

En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Calculatrice autorisée.

Exercice 1 (6 points)

Voici le tableau de variations d'une fonction f, définie sur l'intervalle $[-7;\ 7]$, dans lequel sont indiquées quelques valeurs de $f(x)$.

Pour chacune des questions ci-dessous, indiquer si ce tableau de variation permet de comparer les deux nombres proposés et si oui les comparer à l'aide de l'un des symboles $>$, $<$ ou $=$:

x	-7		-3		1		7
variations de f	1	↗	5	↘	-2	↗	0

i) $f(-5)$ et 3 ***ii)*** $f(-2)$ et $f(0)$ ***iii)*** $f(3{,}5)$ et 5 ***iv)*** $f(-4{,}5)$ et $f(2{,}3)$ ***v)*** $f(-4)$ et $f(-2)$.

Exercice 2 (7 points)

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2, et f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = x^n$. On note $\boldsymbol{\Gamma}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(\mathrm{O}\,;\vec{u},\vec{v})$.

Soit A un point de $\boldsymbol{\Gamma}$ d'abscisse a.

Évangelista Torricelli (physicien et mathématicien italien ; 1608 – 1647) donne une méthode géométrique pour tracer la tangente à $\boldsymbol{\Gamma}$ en A :

- *Construire le projeté H de A sur l'axe des ordonnées du repère.*
- *Placer le point I tel que :* $\overrightarrow{HI} = n\cdot\overrightarrow{HO}$.
- *Alors la droite (IA) est la tangente à* $\boldsymbol{\Gamma}$ *en A.*

1° Déterminer les coordonnées des différents points cités ci-dessus.

2° Démontrer que l'affirmation de Torricelli est exacte.

3° Mise en œuvre de la construction de Torricelli dans un cas particulier :

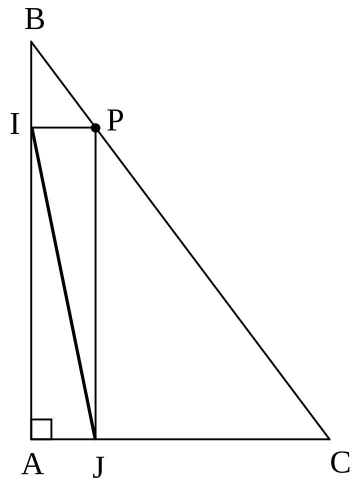
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = x^3$. On note $\boldsymbol{\Gamma}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(\mathrm{O}\,;\vec{u},\vec{v})$. Pour la figure, prendre en cm : $\|\vec{u}\| = 5$ et $\|\vec{v}\| = 0{,}5$.

a) Placer les points de $\boldsymbol{\Gamma}$ d'abscisses 1, 2 et $\frac{3}{2}$.

b) En utilisant la méthode de Torricelli, construire les tangentes à $\boldsymbol{\Gamma}$ en ces trois points.

c) Placer les points de $\boldsymbol{\Gamma}$ d'abscisses 0 et $\frac{1}{2}$, puis tracer $\boldsymbol{\Gamma}$ pour des abscisses comprises entre 0 et 2.

Exercice 3 (7 points)



Le triangle ABC est rectangle d'hypoténuse [BC]. Soit P un point de [BC] et soient I et J les projetés orthogonaux respectifs de P sur [AB] et sur [AC].

Déterminer sur [BC] un point P tel que la distance IJ soit minimum. Est-il unique ?
Dans ce cas, comment doit être le triangle ABC pour que le segment [IJ] soit parallèle à [BC] ?

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1ère – Mai 1999

1ère S – sujet 2

Commentaires a priori

Exercice 1

Cet exercice exige de l'élève qu'il ait appris, compris et retenu la signification des codages associés à un tableau de variation. En particulier, les intervalles de définition, de valeurs prises et la continuité sont inscrites implicitement dans la désignation des bornes et la non-rupture des flèches indiquant le sens de la variation. C'est, en particulier cette propriété de continuité qui permet la réponse aux questions posées. On peut s'attendre à ce que l'élève transite par une représentation graphique pour conduire son intuition vers les bons arguments.

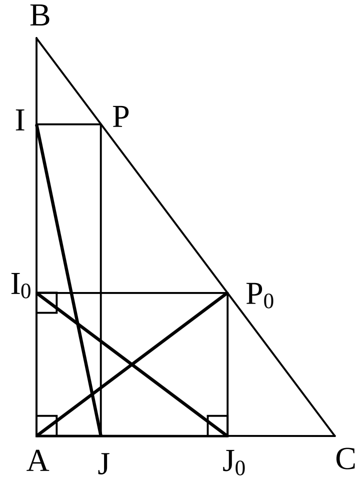
Exercice 2

Concepts mobilisés : Coefficient directeur de la tangente ; dérivée d'un monôme ; géométrie des coordonnées de Seconde.

Capacité nécessaire : Construire une figure. Raisonner graphiquement.

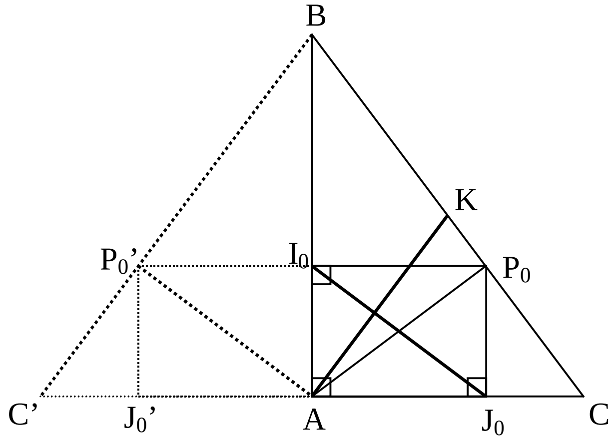
Intérêt : Être en contact avec l'Histoire des mathématiques.

Exercice 3



Du fait de son ouverture, le problème nécessite de la part de l'élève une initiative et non l'application directe de théorèmes du cours ; à savoir considérer l'autre diagonale non tracée du rectangle PIAJ. Comme les deux diagonales sont égales, IJ est minimum lorsque AP l'est. Ce qui est le cas si P est la projection orthogonale de A sur [BC]. La solution P_0 est unique.

Le segment [IJ] est parallèle à [BC] lorsque le triangle ABC est isocèle en A et seulement dans ce cas.



Prolongement possible :

Dans le même ordre d'idée, en appelant K le milieu de [CB], on pourrait demander de démontrer que les droites (AK) et (I_0J_0) sont orthogonales.

➯ Appeler du "renfort" à la rescousse ou l'art de s'agréger à plus vaste ou mieux organisé que soi pour régler ses problèmes : on immerge, on plonge la configuration étudiée dans une configuration-clé…

En utilisant la symétrie d'axe (AB), la droite (AK) apparaît alors comme une "droite des milieux" dans le triangle BCC' alors que [I_0J_0] apparaît comme le côté d'un parallélogramme …

Le problème se ramène donc à prouver que les droites (BC') et (AP_0') sont orthogonales…

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1$^{\text{ère}}$ – Mai 1999

1$^{\text{ère}}$ S – Sujet 7

Durée 2 heures

En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Calculatrice autorisée.

Exercice 1 (5 points)

Deux fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$, f est croissante sur $\mathbb{R}$ et g est décroissante sur $\mathbb{R}$.
Peut-on déduire le sens de variation sur $\mathbb{R}$ de :

a) la fonction $g \circ f$, composée des fonctions f et g ?

b) la fonction $f \times g$, produit des fonctions f et g ?

Si la réponse est « oui », énoncer puis démontrer le résultat.

Si la réponse est « non », expliquer pourquoi en s'appuyant éventuellement sur un exemple.

Exercice 2 (8 points)

Pour chaque question, il y a quatre propositions (1), (2), (3) et (4). Indiquer pour chacune d'elles uniquement si elle est vraie ou fausse (il peut y avoir 0, 1, 2, 3 ou 4 réponses vraie(s)).
Barème : ♦ bonne réponse : 0,5 point ♦ réponse fausse : - 0,25 point ♦ pas de réponse : 0 point.

Question 1

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \dfrac{3x+1}{2x+3}$

On désigne par C sa courbe représentative dans un repère (O ; $\vec{i}, \vec{j}$).

(1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \dfrac{1}{3}$

(2) $f'(x) = \dfrac{-7}{(2x+3)^2}$

(3) La tangente au point d'abscisse 2 à la courbe C a pour équation $y - 1 = \dfrac{1}{7}(x-2)$

(4) La droite d'équation $x = -\dfrac{3}{2}$ est une asymptote verticale à la courbe C.

Question 2

Soit ABC un triangle, le cercle de diamètre [BC] coupe (AB) en M et (AC) en N.
Les droites (BN) et (CM) se coupent en H.

(1) $BC^2 = BM^2 + MC^2$

(2) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AN}$

(3) $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$

(4) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}$

<u>*Question 3*</u>

Soit ABC un triangle, A' le barycentre de {(B ; 2),(C ; 3)}, B' le barycentre de {(A ; 1),(C ; 3)}, C' le barycentre de {(A ; 1),(B ; 2)} et G le barycentre de {(A ; 1);(B ; 2),(C ; 3)}.

(1) G est le milieu de [CC']

(2) si M est quelconque alors $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MG}$

(3) A est le barycentre de {(B ; 2),(C ; 3),(G ; –6)}

(4) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

<u>*Question 4*</u>

On considère la fonction polynôme *f* définie par $f(x) = 4x^3 + 28x^2 - 115x + 50$.

(1) l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution négative.

(2) l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions dans $\mathbb{R}$.

(3) Pour tout $x \in [0 ; 3]$ $f(x) > 0$.

(4) f est croissante sur $[2 ; +\infty[$.

Exercice 3 (7 points) :

(d'après les annales FFJM)

L'Emir Hifik a conservé les bougies de ses gâteaux d'anniversaire depuis son premier anniversaire jusqu'à aujourd'hui sauf celles d'une année où il était trop malade pour fêter quoi que ce soit. Il possède actuellement 1999 bougies.

Quel âge avait-il lorsqu'il n'a pu fêter son anniversaire ?

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN $1^{\text{ère}}$ – Mai 1999

$1^{\text{ère}}$ S – sujet 7

Commentaires a priori

Exercice 1 : connaissances de base

La démonstration du résultat de cours de la première question met en jeu les définitions d'une fonction croissante (resp. décroissante), d'une fonction composée.
Pour la seconde question, on attend des élèves l'illustration de leur réponse par des exemples (à l'aide de fonctions affines, de la fonction cube ou d'autres…)

Exercice 2 : maîtrise de connaissances de base

Il s'agit d'un questionnaire à choix multiples mais assez long à traiter puisqu'a priori, chacune des propositions peut être juste, et qu'on ne peut donc pas procéder par élimination.

Exercice 3 : modélisation et réflexion

Situation facile à appréhender avec un énoncé ne comportant qu'une donnée numérique.
La résolution n'est pas classique et fait appel à la réflexion et à la prise d'initiatives.
Il s'agit dans un premier temps de reconnaître 1999 comme somme des N premiers entiers naturels privée d'un terme.
La résolution passe par le tâtonnement, par exemple pour encadrer d'abord N puis pour déterminer ensuite la solution.

EXPÉRIMENTATION D'ÉVALUATION EN 1ère – Mai 1999

Éléments de bilan

1. Conditions de l'expérimentation

A la rentrée 1998, il a semblé utile à la DESCO de poursuivre la réflexion sur le contenu des épreuves d'examen en mathématiques. Le niveau première a été retenu pour une expérimentation d'épreuves. Les quatre académies représentées au sein de la commission (Bordeaux, Grenoble, Rennes et Versailles) ont fourni des échantillons d'une dizaine d'établissements chacune, chaque autre académie désignant de un à trois sites d'expérimentation.

Les établissements sites d'expérimentation ont été avertis dès janvier 1999 par une lettre commune du Directeur des enseignements scolaires et de Doyen du groupe de mathématiques de l'Inspection générale de l'éducation nationale.

La commission a retenu 3 propositions de sujets pour la voie L, 6 pour la voie ES (dont 2 faisant explicitement référence à l'option mathématiques appliquées) et 10 pour la voie S. La plupart de ces sujets sont accompagnés de commentaires et d'éléments de barème pour la correction. Chaque équipe d'établissement est libre de son choix parmi les sujets proposés. Un questionnaire soumis aux professeurs leur propose de réfléchir à la répartition des domaines de compétences générales à évaluer par un devoir de contrôle ou un sujet d'examen et aux orientations à retenir pour la confection, dans l'avenir, des sujets du baccalauréat.

La reprographie et la transmission des sujets, commentaires et questionnaires, et la remontée des réponses pour la synthèse ont été essentiellement assurées par les membres de la commission et les Inspecteurs, généraux ou régionaux.

2. Note d'ambiance

Des 112 établissements désignés pour participer à l'expérimentation seuls 5 n'ont renvoyé aucun questionnaire à la date du 20 juillet. Deux établissements qui avaient participé aux expérimentations réalisées en 1997 et 1998 se sont joints à l'échantillon et ont renvoyé des questionnaires.

Pour la voie S, 107 établissements ont renvoyé 188 questionnaires pour un effectif total de 10196 élèves. On a traité jusqu'à cinq sujets distincts par établissement et renvoyé en quatre ou cinq occasions plusieurs questionnaires pour un même sujet. Dans 62 établissements, on a composé sur un sujet choisi par l'ensemble des enseignants concernés.

Pour la voie ES, 98 établissements ont renvoyé 174 questionnaires pour un effectif total de 5527 élèves. La proportion des élèves suivant l'enseignement optionnel et interrogés sur un sujet "orienté" est mal connue.

Pour la voie L, 74 établissements ont renvoyé 75 questionnaires. 861 élèves sont concernés.

Ces effectifs témoignent du sérieux avec lequel les professeurs ont considéré l'opération. Le niveau de classe choisi et la marge de manœuvre laissée quant à la date de passation ont largement contribué ou succès de l'opération. Les professeurs ont pu choisir le sujet, et donc tenir compte de l'état d'avancement du programme dans leur classe, et certains se montrent reconnaissants de disposer à présent d'un lot de problèmes.

3 Quelques points saillants dans les réactions des professeurs

Les réactions dites épidermiques sont beaucoup moins nombreuses que pour les précédentes expérimentations. Un seul établissement a proclamé son refus collectif (mais global et "politique"). Des réunions de bilan, auxquelles dans quelques cas des Inspecteurs pédagogiques régionaux ont signalé avoir personnellement participé, ont donné lieu à des échanges de vues qui engagent ou orientent une nouvelle réflexion sur la place et le contenu de l'enseignement des mathématiques. Il y a eu relativement peu de remarques complétant les réponses au questionnaire, et peu de statistiques sur les notes (elles n'étaient pas demandées).

Un accord global se dessine sur l'économie générale des sujets proposée dans le questionnaire (connaissances de base, technique et maîtrise des connaissances, initiative ou compréhension de données) sur laquelle la très grande majorité se disent plutôt d'accord ou tout à fait d'accord. Dans le détail des mesures à prendre, les réponses sont plus dispersées, sur l'esprit comme sur la forme de la maquette des épreuves à venir :

- sur le nombre d'exercices qu'une épreuve peut comporter, les avis sont partagés sur la question de savoir s'il doit être ou non défini par des textes réglementaires ;
- les avis contrastés (notamment d'une série à l'autre) sur la "question de cours" témoignent d'interrogations sur le contenu même d'une question portant sur la maîtrise de l'exposition du savoir ;
- l'éducation des élèves à l'initiative est pour beaucoup un objectif majeur de l'enseignement, mais l'évaluation des capacités d'initiative pose problème sur le fond (comment prendre en compte les démarches entreprises) comme sur la forme (à travers un seul exercice, précisent certaines réponses).

Lorsqu'il s'agit de répondre par oui ou pas non, la question de savoir si ce sont les professeurs ou les examens qui doivent commencer à changer l'état d'esprit de l'enseignement, réapparaît régulièrement en complément des réponses :

- les sujets proposés sont d'un type pratiqué dans les activités en classe ou dans les devoirs proposés en dehors du temps scolaire, mais pas dans les évaluations ;
- on pourra les rencontrer clans les sujets d'examen s'ils sont annoncés dans un délai permettant d'y préparer une cohorte.

4. Trois terrains de réflexion

Les professeurs indiquent souvent que leur choix est fonction de l'avancement du programme dans leurs classes, ou de la nécessité de se mettre d'accord au sein de l'équipe (dans ce cas, il est rarement précisé sur quoi on se met d'accord), et donnent quelquefois des indications susceptibles d'orienter la réflexion :

- le questionnaire à choix multiple a été massivement choisi en S parce qu'on a saisi l'occasion d'en essayer un "officiel", même si on craint qu'il favorise le développement de comportements plus tactiques que mathématiques ;
- certains sujets ont été rejetés car ils ne contiennent pas ou pas assez de "fonctions" ;
- des professeurs ont indiqué qu'il avaient fait un choix extrême, en quelque sorte, en choisissant des exercices censés évaluer les capacités d'initiatives des élèves « pour voir comment ils réagissent » ;
- certains professeurs regrettent, en revanche, de ne pas pouvoir prendre la liberté de choisir des sujets comportant des exercices trop ouverts ou demandant trop d'initiative, par crainte de noter en "tout ou rien" ou parce qu'ils ne s'estiment pas préparés à l'évaluation de démarches de recherche.

La commission dégage de toutes les observations précédentes trois axes de travail, sur lesquels elle se déclare prête à ouvrir de nouveaux chantiers ou à préparer de nouvelles expérimentations :

1. Travail sur la confection et l'évaluation de productions d'élèves sur des questionnaires à choix multiple ;
2. Travail sur la conception de "questions de cours", c'est-à-dire d'exercices demandant une mise en forme de savoirs académiques ;
3. Travail sur la conception et l'évaluation d'exercices demandant une certaine prise d'initiative.

La forme que pourrait prendre ce travail, nouvelle expérimentation ou missions de recherche, de conception ou d'essai confiées à la commission, reste à définir.

ÉLÉMENTS D'ANALYSE DE L'EXPÉRIMENTATION D'ÉPREUVES DE MATHÉMATIQUES EN CLASSES DE PREMIÈRE

par Régis GRAS et Jean-Pierre RICHETON, du groupe "Prospective Bac" de l'A.P.M.E.P.
pour la commission "Bac 2000" dite commission "Paul ATTALI"

[BV n°427 – Mars-Avril 2000]

La conjoncture et les conditions de l'expérimentation

Un certain nombre de classes de chaque académie du territoire métropolitain ont été choisies par des Inspecteurs Pédagogiques Régionaux de ces académies afin de participer à une expérimentation d'épreuves de mathématiques à la fin de l'enseignement en classe de première S, ES et L, en l'occurrence en mai 1999. Cette expérimentation fait suite à celle à laquelle ont été soumises quelques classes de terminales S, ES et L en mai 1998. Elle vise à introduire progressivement une nouvelle forme d'épreuve de baccalauréat faisant davantage place à la fois aux apprentissages scolaires et à l'initiative des élèves et répondant ainsi aux griefs énoncés par les enseignants des classes après bac sur la méconnaissance de démonstrations fondamentales et sur les faibles capacités d'autonomie des élèves. Or chacun sait quelle influence les textes d'examen ont, en particulier dans l'année qui précède l'épreuve, sur la préparation à celle-ci et, par voie de conséquence, sur les activités des élèves, sur leur image des mathématiques et évidemment sur la didactique elle-même.

D'où le choix expérimental d'une nouvelle structure de l'écrit du baccalauréat en un nombre plus important d'exercices, couvrant davantage les programmes des classes du second cycle et présentant, à parts sensiblement égales, les évaluations suivantes :

- *un contrôle des connaissances*, où par exemple serait attendue la restitution d'une démonstration d'un point important du cours, dans un cadre librement choisi par l'élève,
- *une maîtrise de ces connaissances*, où l'élève devrait manifester sa compétence à prendre une certaine distance par rapport au cours en appliquant, avec discernement et efficacité, les résultats connus à une situation voisine mais différente,
- *une certaine capacité de recherche* où une initiative, un degré d'autonomie de l'élève des séries S et L seraient appréciés, de même que *la capacité à comprendre et maîtriser des données* pour la série ES.

Les textes proposés en mai dernier ont été élaborés par la Commission "Baccalauréat Math 2000" présidée par le Doyen de l'Inspection Générale de Mathématiques et composée d'I.A.-I.P.R. de mathématiques, de professeurs enseignant en lycée, de représentants de classes d'enseignement supérieur, de représentants des IREM et de l'APMEP. Tous les textes répondaient aux critères énoncés ci-dessus, et certains d'entre eux se présentaient sous forme de Q.C.M.. Les enseignants retenus pour l'expérimentation avaient le choix parmi dix sujets de 1ère S, six de 1ère ES et trois de 1ère L. Ils pouvaient même panacher à leur gré au sein de chacune de ces familles.

Les données

Des réponses libres des élèves ont été recueillies à l'issue de l'épreuve dans quelques établissements. Dans l'**annexe 1**, nous synthétisons les avis émis par des élèves d'un établissement rennais, élèves soumis au sujet n°7 de la série S. Ils permettent de disposer de certaines régularités éclairant les analyses que nous présenterons plus loin et d'associer type de sujet et opinions.

De leur côté, les professeurs participant à l'expérimentation étaient convenus de remplir à la suite de la passation de l'épreuve choisie un questionnaire (cf. **annexe 2**) où ils exprimeraient de façon tantôt fermée, tantôt ouverte leur propre sentiment à l'égard de l'épreuve ainsi que celui des élèves. Les réponses devaient être portées à la connaissance des décideurs institutionnels et, en retour, devaient éventuellement permettre d'ajuster la forme et les échéances vis-à-vis d'un changement. Ces réponses ont été collectées par les Inspecteurs Régionaux et, pour une part, remises et enregistrées par M. Michalak, I.A.-I.P.R. de l'Académie de Versailles.

C'est ainsi que nous pouvons disposer du fichier d'enregistrement et des fiches de réponses intégrales et originales des enseignants des académies de Grenoble, Lille, Rennes et Strasbourg, soit 180 classes dont : 93 S, 66 ES, 21 L., couvrant les productions de près de 5000 élèves. Ce sont ces fiches qui permettent les analyses qui vont suivre selon le codage figurant dans la fiche type de l'**annexe 1**. Faute d'informations suffisantes, nous ne pouvons donc que rendre compte d'un sondage, mais il semble assez large pour donner une image relativement fidèle du panel des enseignants concernés par l'expérimentation.

Notons que les items à réponse binaire sont pondérés des valeurs 1 et 0, suivant le cas, et que certains items comportant des modalités de réponse ternaire (I.1, II.3, III.2) sont pondérés par les nombres 1, 0.5 et 0. La difficulté de coder les réponses aux questions ouvertes nous conduit à ne faire qu'une analyse qualitative à leur sujet.

Premiers résultats bruts (cf. **annexe 3**)

Un tiers au plus des enseignants ne sont pas d'accord avec la répartition proposée selon les critères donnés (item codé REP), ce qui peut sembler rassurant eu égard au caractère novateur des épreuves. D'ailleurs près des 3/4 des enseignants disent que leurs élèves les ont trouvé intéressantes (item codé INT). Cependant, si 82% des réponses considèrent qu'il serait possible de présenter ce type d'évaluation d'ici 5 ans (TER5), seulement 27% l'accepteraient à court terme (TERC).

La difficulté des sujets pour les élèves (DIF) (85% la soulignent, mais plus de 20% y obtiennent de meilleurs résultats qu'à l'accoutumée) (RESU) est trop élevée à l'heure actuelle. Mais peut-être cette attitude est-elle due au fait que ces épreuves sont éloignées des sujets habituellement posés (EVA) (87%), même s'ils le sont moins par rapport aux activités de classe (ACT) (32% seulement cette fois).

La demande de formation continue correspondante est attendue par moins d'un professeur sur 2 (FOR-43%). Le nombre d'exercices ne doit pas être figé par des textes (TEX - moins de 40%), mais les commentaires, à l'image de ceux fournis avec les épreuves, sont jugés très utiles (COUT-94%), même s'ils ne sont pas encore généralisables (COEX-82% seulement les réclament pour l'examen).

Enfin, soulignons l'accord majoritaire avec les principes à la base des critères donnés plus haut : moins de la moitié refusent le principe de la question portant sur le cours (QUC), moins de 20% pour la prise en compte des démarches (DEM) et moins de 30% pour celle de l'initiative de l'élève à la faveur d'un exercice (INI). Ces pourcentages confirment l'accord avec la répartition proposée.

Le calcul des coefficients de corrélation linéaire nous apporte également des informations intéressantes, mais peu surprenantes, ce qui montre que les réponses données au questionnaire traduisent des conceptions bien arrêtées et connues. Citons, par exemple, la forte liaison positive entre “l'accord avec la répartition” (REP) et “l'accord avec l'introduction à court terme de tels principes” (TERC), de même que celle entre “l'intérêt porté par les élèves à un tel type d'épreuve” (INT) et “l'accord avec une introduction d'ici 5 ans” (TER5). De fortes liaisons négatives apparaissent en revanche entre “la reconnaissance de la difficulté” (DIF) et, bien entendu, “le niveau faible de réussite à l'épreuve” (RESU) ; entre “la proximité des épreuves habituelles d'évaluation” (EVA) et l'accord “avec la répartition proposée” (REP) ou celui de “l'introduction à court terme de tels principes” (TERC).

Mais ces résultats statistiques ne permettent pas d'avoir une vue synthétique de la population enquêtée car ils n'embrassent pas simultanément tous les items. Aussi, nous utilisons des méthodes d'analyse de données multidimensionnelles qui, à l'inverse, autorisent une reconstitution des conceptions sous-jacentes à partir de tous les comportements de réponse.

Analyse des ressemblances entre les comportements de réponse

L'analyse des similarités ou ressemblances (méthode de I.C. Lerman) est opérée sur la base d'un algorithme, dit de la “vraisemblance du lien”. Cet algorithme prend comme critère les effectifs d'enseignants ayant des comportements de réponse voisins ou identiques de façon invraisemblablement grande par rapport à des réponses qui seraient données au hasard. Ainsi, et par exemple, si les enseignants ayant répondu simultanément d'accord à deux questions *a* et *b* sont très nombreux eu égard au nombre de ceux qui ont répondu indifféremment d'accord à *a* et à *b*, effectifs qui peuvent être faibles, les deux comportements présenteront un indice de similarité élevé. Il le serait moins si les effectifs relatifs à *a* ou à *b* sont déjà très forts. Le regroupement des classes de comportements se fera sur la base d'un critère comparable. Plus on s'élèvera dans la hiérarchie de regroupement en classes moins la ressemblance sera importante, la plus forte étant à la racine (penser à la classification des êtres vivants).

Le traitement automatique de cette analyse se fait à l'aide du logiciel CHIC, élaboré par une équipe rennaise. On obtient donc une hiérarchie (**annexe 4**) dans laquelle on observe quatre grandes classes de comportements associés aux items permettant d'inférer l'existence d'une typologie selon deux conceptions nuancées :

- une classe de réponses très consistante, qui assemble deux sous-classes et qui correspond à une *conception active, engagée, prête à innover en matière d'évaluation*, avec les nuances des sous-classes disjointes :
  - un engagement à terme ou moyen terme avec demande de formation,
  - un accord avec les principes ;
- une classe moins consistante, plus neutre, correspondant à *un refus d'engagement ou une incapcité à s'engager* et présentant de ce fait des nuances selon deux sous-classes disjointes :
  - une appréciation générale "molle" où l'intérêt pour ce type d'épreuve et la difficulté de celle-ci, réunis ici bien que sémantiquement opposés, s'assemblent en un constat que nous interprétons bienveillant, mais non engagé,
  - la reconnaissance d'une grande différence entre cette épreuve et celles traditionnelles, même en activité de classe, conduisant à l'attente de commentaires pour comprendre les buts de telles évaluations et, éventuellement, de façon passive, à la modification de son jugement.

En résumé, cette analyse met au clair l'existence de quatre types d'enseignants, deux à deux assez voisins, correspondant aux quatre sous-classes de comportements reliés par l'algorithme de la "vraisemblance du lien", critère de la ressemblance.

Analyse des implications entre les comportements

L'analyse des implications statistiques (méthode R. Gras) modélise les relations du type : « si la réponse est *a* alors elle est généralement *b* ». La règle d'inférence est donc non symétrique contrairement à la méthode précédente bien que basée sur un algorithme comparable au précédent. La relation implicative (ou quasi-implicative) de *a* sur *b* est d'autant plus forte que le nombre de cas où elle n'est pas satisfaite (situation où l'on a *a et non b*) est invraisemblablement petit (de probabilité faible si les comportements apparaissaient au hasard) eu égard aux effectifs des cas où *a et non b* apparaissent dans le questionnaire. Elle doit permettre de faire, sur une population plus large, des conjectures, voire des anticipations du genre : « observant *a*, on présume que l'on observera *b* ».

On obtient par un traitement à l'aide du même logiciel CHIC :

- d'une part, un graphe dit "implicatif" (**annexe 5**) où les réponses sont liées par des flèches indiquant dans quel sens on doit lire l'implication statistique,
- d'autre part, une hiérarchie dite "cohésitive" (**annexe 6**) où les réponses se regroupent en règles et métarègles (règle sur règles), traduisant une sorte de filiation entre celles-ci.

L'observation du graphe conduit à des informations inférentielles intéressantes, pas toujours surprenantes, sauf dans la relation d'ordre qu'elles traduisent, par exemple celles-ci :

- lorsque les sujets proposés sont éloignés de la pratique des activités (ACT), alors, en général, ils le sont par rapport aux évaluations habituelles (EVA), la déontologie de l'enseignant étant de ne pas "surprendre" ses élèves. Les enseignants de série S contribuent plus que les autres à cette relation ;
- lorsque les résultats sont meilleurs qu'à l'accoutumée (RESU) les élèves trouvent les sujets intéressants (INT) et l'enseignant serait d'accord pour de tels sujets dans cinq ans (TER5) en particulier des sujets tels que le 7ème (cf. **annexe 6**) et le 3ème de la série S ;
- lorsque l'enseignant envisage de tels sujets à court terme (TERC), alors, bien entendu il est, en général, d'accord avec la répartition (REP) et valoriserait l'initiative (INI) et la démarche (DEM), la première étant une condition suffisante pour la seconde. Les enseignants de série ES contribuent plus que les autres à cette relation ;
- l'accord avec la mise en place d'une formation (FOR) est subordonné à un report à cinq ans de tels sujets (TER5). Les enseignants de Grenoble contribuent plus que les autres à cette relation,
- on peut remarquer que la réponse DIF ("les élèves ont perçu le sujet comme étant difficile) n'est pas reliée à d'autres réponses au seuil d'implication retenu. Cela signifie sans doute que cette variable DIF est relativement neutre par rapport aux autres, ni implicative, ni impliquée. Elle a donc pu agir sur les attitudes dans les deux sens : « c'était difficile mais intéressant, et envisager de tels sujets n'est pas à refuser » ou bien « c'était difficile et il n'est pas question d'accepter, au moins pour l'instant, de tels sujets ».

L'observation de la hiérarchie cohésitive confirme les liaisons implicatives binaires, mais également nous fournit deux métarègles :

- si l'on est d'accord avec la répartition (REP) alors on l'est avec la règle : INI (prise en compte de l'initiative) => DEM (prise en compte des démarches) ; cette métarègle est significative d'une conception consistante où la prise en compte des démarches de l'élève serait fondatrice des autres accords ;
- si l'on ne souhaite pas la réglementation par texte (TEX), alors on pense que la reconnaissance de l'utilité des commentaires (COUT) est suffisante pour qu'une généralisation des commentaires dans les sujets d'examen soit envisageable (COEX). Cette métarègle montre bien l'opposition possible entre l'intérêt de la réglementation institutionnelle et celui de la production, issue d'une communauté de concepteurs, de sujets sous forme de commentaires.
- notons encore l'absence de liaison de DIF avec les autres variables. C'est aussi le cas de DUSU (durée suffisante) qui porterait les mêmes caractères de neutralité que DIF.

Il serait possible de poursuivre les interprétations et, en particulier, d'étudier de plus près la responsabilité des sujets des épreuves, des séries et des académies dans les relations implicatives observées. Nous laissons à l'institution le soin d'y apporter son éclairage et son point de vue.

En résumé, nous avons obtenu par des moyens variés des informations qui :

☞ ou bien confortent les a priori sur les conceptions des enseignants à l'égard du sujet délicat qu'est l'évaluation de leurs élèves,

☞ ou bien mettent au clair des nuances moins perceptibles qui permettraient d'identifier à partir de quelques indices des conceptions explicatives des résistances au changement. Ces informations sont consistantes et cohérentes avec les opinions émises dans les questions ouvertes. A la lecture de celles-ci, il apparaît une satisfaction mitigée à l'égard des Q.C.M. Comme à l'accoutumée, la résistance à leur égard vient du jugement hâtif au sujet de l'implication réflexive de l'élève et de l'absence supposée d'une évaluation de la capacité à démontrer. Il apparaît également et globalement un intérêt pour le type d'épreuve proposée car satisfaisant des attentes au sujet de l'évaluation des objectifs majeurs de l'enseignement des mathématiques. Mais cette satisfaction est nuancée par une certaine réserve due à l'impréparation des élèves et des maîtres à une modification profonde du contrat d'évaluation. Cette nuance est toute relative comme on le verra à la lecture des opinions individuelles des élèves (**annexe 1**), opinions qui sont loin en effet de décourager les novateurs qui travaillent dans la perspective d'un bac rénové à l'horizon 2002 ou plus avant si les conditions préparatoires sont remplies.

–– ANNEXE 1 (expérimentation de nouveaux sujets d'évaluation, mai 1999) ––

Quelques opinions d'élèves de la série S relatives au sujet n°7

Mme Éliane DEGUEN, I.A. I.P.R. de l'Académie de Rennes, a eu la sagesse de recueillir et l'amabilité de nous transmettre les opinions des élèves d'une classe de 1ère S relatives au sujet n° 7 proposé en mai dernier à Rennes. En voici le regroupement par texte d'exercice, illustré par quelques phrases ou expressions significatives relevées à travers le recueil des remarques d'élèves, remarques que nous livrons en vrac :

Texte 1 : propriété de croissance ou décroissance de fonctions $f \times g$ et $g \circ f$:

« *comme d'habitude, c'est à peu près le même type* » ; « *peu intéressant car c'est presque une question de cours à réciter* » ; « *facile, c'est une question de cours* » ; « *difficile...* » ; « *moyennement difficile* » ; « *moins intéressant car c'est du cours* ».

Texte 2 - Q.C.M. : analyse (fonction), géométrie (produit scalaire et barycentre) :

« *plus difficile car il a fallu vérifier l'exactitude de chaque réponse* » ; « *comme d'habitude* » ; « *intéressant car à l'exercice 2, on peut faire des figures ou vérifier sur calculatrice pour s'aider...* » ; « *pas de difficulté particulière... , plus amusant qu'intéressant* » ; « *ce n'est pas plus intéressant pour les exercices 1 et 2 car ce sont des connaissances sur le cours* » ; « *plus facile, il suffit de vérifier les données* » ; « *facile (pas de justification)* » (5 fois) ; « *devoir plus intéressant qu'avant, surtout le Q.C.M. car il permet de gagner du temps ou encore si l'on a une réponse qui est bonne et que l'on ne sait pas justifier, on ne perd pas des points* ».

Exercice 3 : arithmétique, somme d'entiers... :

« *plus difficile* » ; « *l'exercice de recherche est plus intéressant, plus de réflexion* » ; « *j'ai eu du mal à partir à l'exercice 3* » ; « *je trouve que ce devoir n'a pas d'intérêt : le Q.C.M. ne demande pas vraiment de connaissances et le type de l'exercice 3 est vraiment dur* » ; « *intéressant car il est vraiment écrit sous forme de problème. Il est peut-être un peu difficile mais il faut de la réflexion et un peu de cours* » ; « *beaucoup de recherche au brouillon, c'est un devoir plus personnel, le bon sens compte beaucoup plus que dans les devoirs classiques* » ; « *étrange, il faut sentir...* » ; « *intéressant car on ne se réfère pas qu'au résultat mais à l'ensemble de notre réponse* » ; « *plus intéressant car il faut chercher* » ; « *plus dur car c'est à nous de trouver une stratégie* » ; « *plus intéressant car il faut essayer plusieurs choses pour arriver à la solution, il faut chercher beaucoup de pistes* » ; « *question de réflexion, j'ai bien aimé même si je n'ai pas trouvé* ».

Ensemble du sujet :

« *temps suffisant* » ou « *temps trop long* » constituent l'essentiel des réponses. En outre, on note :
« *les exercices sont plus intéressants, plus concrets, plus diversifiés* » ; « *épreuve plus intéressante car les exercices sont moins longs (sauf le 3ème)* » ; « *cela semble intéressant car il y a tous les types d'exercices rencontrés en général* » ; « *du point de vue du bac, la difficulté est croissante, ça me semble bien, on prend des points dans les 1ères parties, puis si on ne trouve pas l'exercice 3, on a au moins des points* » ; « *l'intérêt principal est la multiplication des chapitres abordés, il permet plus une mise au point des connaissances que des exercices portant sur le même sujet* » ; « *plus intéressant car les questions ne sont pas dépendantes, on peut répondre à toutes les questions sans problème lié aux résultats des questions antérieures* » ; « *cette épreuve est intéressante car tout le monde peut s'en sortir grâce aux premiers exercices mais le dernier demande plus de concentration* » ; « *intérêt de mettre en pratique tous les acquis étudiés tout au long de l'année* ».

— ANNEXE 2 —

(analyses effectuées avec le logiciel d'analyses de donées CHIC : http://www.univ-lyon1.fr/apmep/CHIC.html)

Expérimentation de nouveaux sujets d'évaluation
en 1ère S - ES - L (option math) Mai 99

<u>Questionnaire</u> **(Une réponse par sujet choisi et par lycée)**
(***A renvoyer à l'IA-IPR de mathématiques fin mai 99***)

Lycée : **Série :** **N° du sujet choisi :** **Nbre d'enseignants concernés :** **Nbre d'élèves concernés :**

I. Les sujets proposés.

1. La plupart des sujets comprennent trois exercices répartis de la façon suivante :

en S et en L	**en ES**
connaissances de base techniques et maîtrise des connaissances initiative	connaissances de base techniques et maîtrise des connaissances compréhension de données

Pour votre série, êtes-vous d'accord avec cette répartition ?

pas du tout d'accord ☐ 0 plutôt d'accord ☐ 0,5 tout à fait d'accord ☐ 1

REP : $\bar{x} \approx 0{,}63$; $\sigma \approx 0{,}26$

(**$\bar{x}$** représente la moyenne et σ l'écart type)

2. Le sujet choisi. Indiquez les raisons de votre choix :

II. Résultats et réactions de vos élèves.

1. Comment vos élèves ont-ils perçu le sujet retenu ?

difficile ☐ (1) facile ☐ (0) **DIF :** $\bar{x} \approx 0{,}85$

intéressant ☐ (1) sans intérêt ☐ (0) **INT :** $\bar{x} \approx 0{,}72$

2. La durée de l'épreuve était-elle suffisante pour le sujet retenu ?

oui ☐ (1) non ☐ (0) **DUSU :** $\bar{x} \approx 0{,}91$

3. Les résultats de vos élèves à cette expérimentation sont-ils différents de ceux obtenus habituellement ?

meilleurs ☐ 1 de même niveau ☐ 0,5 moins bons ☐ 0

RESU : $\bar{x} \approx 0{,}19$; $\sigma \approx 0{,}27$

4. Autres réactions de vos élèves :

— ANNEXE 2 —

(analyses effectuées avec le logiciel d'analyses de donées CHIC : http://www.univ-lyon1.fr/apmep/CHIC.html)

III. Prospective.

1a) Des sujets du type choisi sont-ils éloignés des sujets que vous posez habituellement

lors des évaluations ? oui ☐ (1) non ☐ (0) **EVA :** $\bar{x} \approx 0{,}87$

lors des activités en classe ? oui ☐ (1) non ☐ (0) **ACT :** $\bar{x} \approx 0{,}32$

1b) Des sujets du type choisi sont-ils envisageables dans notre système d'évaluation

à court terme ? oui ☐ (1) non ☐ (0) **TERC :** $\bar{x} \approx 0{,}27$

d'ici 5 ans ? oui ☐ (1) non ☐ (0) **TER5 :** $\bar{x} \approx 0{,}82$

1c) Une évaluation basée sur des sujets du type choisi nécessite-t-elle la mise en place d'une formation des enseignants ? oui ☐ (1) non ☐ (0)

FOR : $\bar{x} \approx 0{,}43$

2. Pour chacune des affirmations suivantes relatives à l'épreuve d'évaluation du baccalauréat, **indiquez votre degré d'adhésion (*en tenant compte de votre série*)** (1 = pas du tout d'accord ; 2 = plutôt d'accord ; 3 = tout à fait d'accord) :
0 0,5 1

a) le nombre d'exercices de l'épreuve ne doit pas être imposé par les textes :

TEX : $\bar{x} \approx 0{,}41$; $\sigma \approx 0{,}36$

b) il faut une question de cours (avec démonstration/contre-exemple/…) :

QUC : $\bar{x} \approx 0{,}51$; $\sigma \approx 0{,}39$

c) il faut prendre en compte, dans un exercice au moins, les démarches engagées par les élèves (même quand elles n'aboutissent pas) :

DEM : $\bar{x} \approx 0{,}80$; $\sigma \approx 0{,}26$

d) il faut au moins un exercice testant la capacité des élèves à prendre de l'initiative :

INI : $\bar{x} \approx 0{,}68$; $\sigma \approx 0{,}33$

3. Pensez-vous que l'adjonction de commentaires (à l'intention des enseignants) précisant les intentions des auteurs de sujets

soit utile ? oui ☐ (1) non ☐ (0) **COUT :** $\bar{x} \approx 0{,}94$

puisse être généralisée dans les sujets d'examen ?

oui ☐ (1) non ☐ (0) **COEX :** $\bar{x} \approx 0{,}82$

4. Autres remarques :

<u>VARIABLES SUPPLÉMENTAIRES</u>

$\underbrace{\text{S ES L}}_{\text{filière}}$ | RE LI ST GR | S1 S2 S3 S4 S5 S6 S7 S8 S9 S*x* Sm | E1 E2 E3 E4 E5 E6 Em | L1 L2 L3

Rennes – Lille – Strasbourg - Grenoble

—— ANNEXE 3 ——

(analyses effectuées avec le logiciel d'analyses de donées CHIC : http://www.univ-lyon1.fr/apmep/CHIC.html)

nb col : 16, nb lig : 179

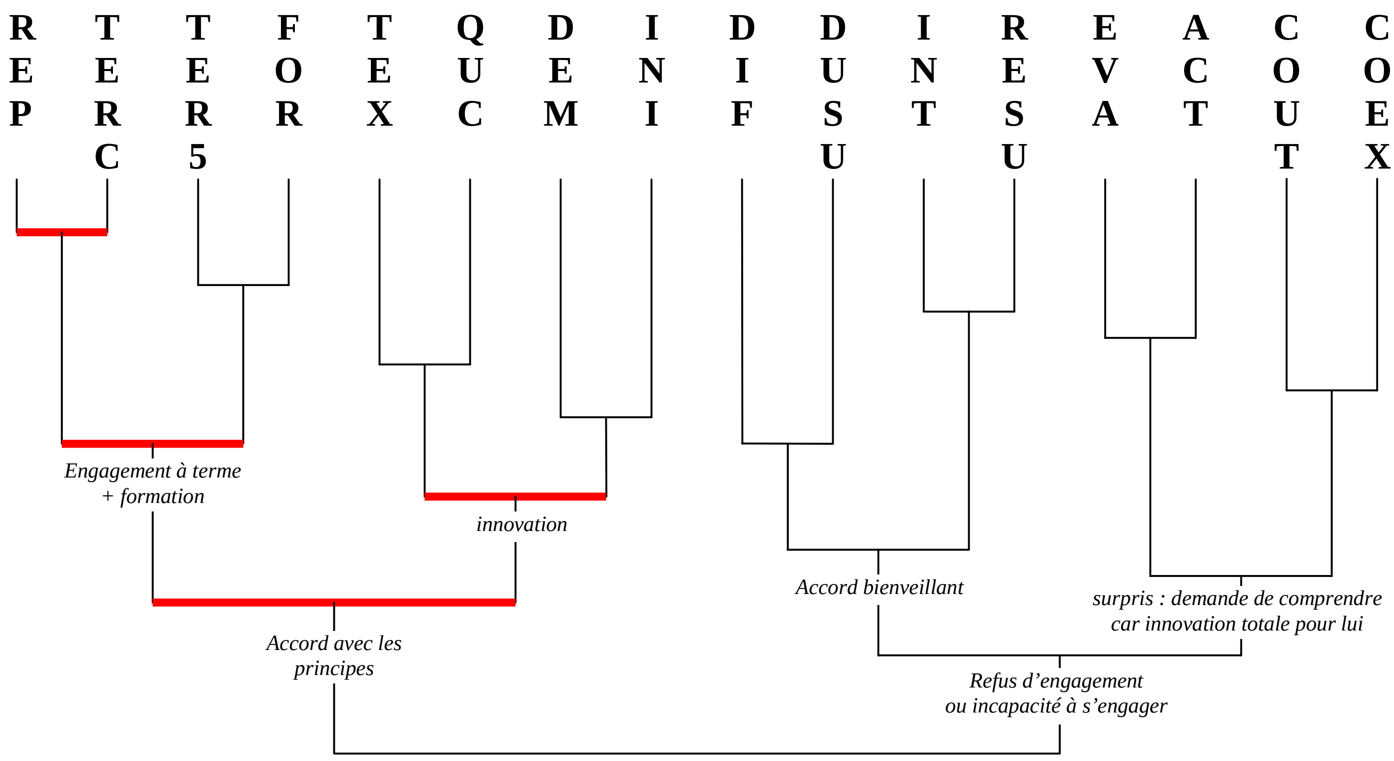
				Occurrence	Moyenne	Écart type
1	D'accord avec la répartition	**REP**	:	113,50	0,63	0,26
2	Sujet retenu perçu difficile par les élèves	**DIF**	:	153,00	0,85	0,29
3	Sujet retenu perçu intéressant par les élèves	**INT**	:	129,50	0,72	0,34
4	Durée suffisante	**DUSU**	:	162,75	0,91	0,27
5	Résultats meilleurs	**RESU**	:	34,00	0,19	0,27
6	Sujets éloignés des évaluations	**EVA**	:	155,50	0,87	0,33
7	Sujets éloignés des activités en classe	**ACT**	:	57,00	0,32	0,46
8	Envisageable à court terme	**TERC**	:	48,00	0,27	0,43
9	Envisageable d'ici 5 ans	**TER5**	:	147,50	0,82	0,36
10	Nécessité d'une formation	**FOR**	:	77,00	0,43	0,47
11	Nombre d'exercices non imposé par les textes	**TEX**	:	73,00	0,41	0,36
12	Nécessité d'une question de cours	**QUC**	:	91,00	0,51	0,39
13	Prise en compte des démarches	**DEM**	:	143,50	0,80	0,26
14	Tester la capacité à prendre de l' initiative	**INI**	:	122,50	0,68	0,33
15	Commentaires utiles	**COUT**	:	167,50	0,94	0,24
16	Commentaires généralisés aux examens	**COEX**	:	146,00	0,82	0,38

Coefficient de corrélation :

	1 REP	**2 DIF**	**3 INT**	**4 DUSU**	**5 RESU**	**6 EVA**	**7 ACT**	**8 TERC**	**9 TER5**	**10 FOR**	**11 TEX**	**12 QUC**	**13 DEM**	**14 INI**	**15 COUT**	**16 COEX**
1 REP		−0,04	0,22	**−0,38**	0,12	**−0,34**	−0,11	**0,41**	0,23	0,01	0,04	0,07	0,17	**0,30**	0,07	−0,08
2 DIF			−0,18	−0,15	**−0,56**	0,02	−0,06	0,04	−0,14	−0,11	0,11	−0,08	0,03	−0,08	−0,05	−0,03
3 INT				−0,15	0,27	−0,04	−0,13	**0,11**	**0,31**	−0,02	−0,08	0,02	0,01	0,11	0,07	−0,06
4 DUSU					0,16	−0,04	−0,05	0,04	−0,11	−0,23	−0,04	−0,28	−0,15	−0,17	−0,09	0,14
5 RESU						−0,05	−0,01	−0,01	0,11	−0,06	−0,02	0,02	−0,02	0,17	0,08	0,00
6 EVA							0,23	−0,36	−0,10	0,16	0,00	0,09	0,07	−0,05	0,07	0,14
7 ACT								−0,10	0,07	−0,02	0,00	0,02	−0,18	−0,05	−0,07	0,07
8 TERC									0,28	0,02	0,02	−0,17	−0,02	0,19	−0,16	0,10
9 TER5										0,26	0,03	0,02	−0,08	0,19	0,03	−0,02
10 FOR											−0,11	0,07	0,02	0,14	−0,08	−0,08
11 TEX												0.19	0.15	0.22	0.14	0.19
12 QUC													−0,03	−0,06	−0,01	−0,02
13 DEM														**0.30**	0.02	−0,03
14 INI															0.03	−0,10
15 COUT																**0.34**
16 COEX																

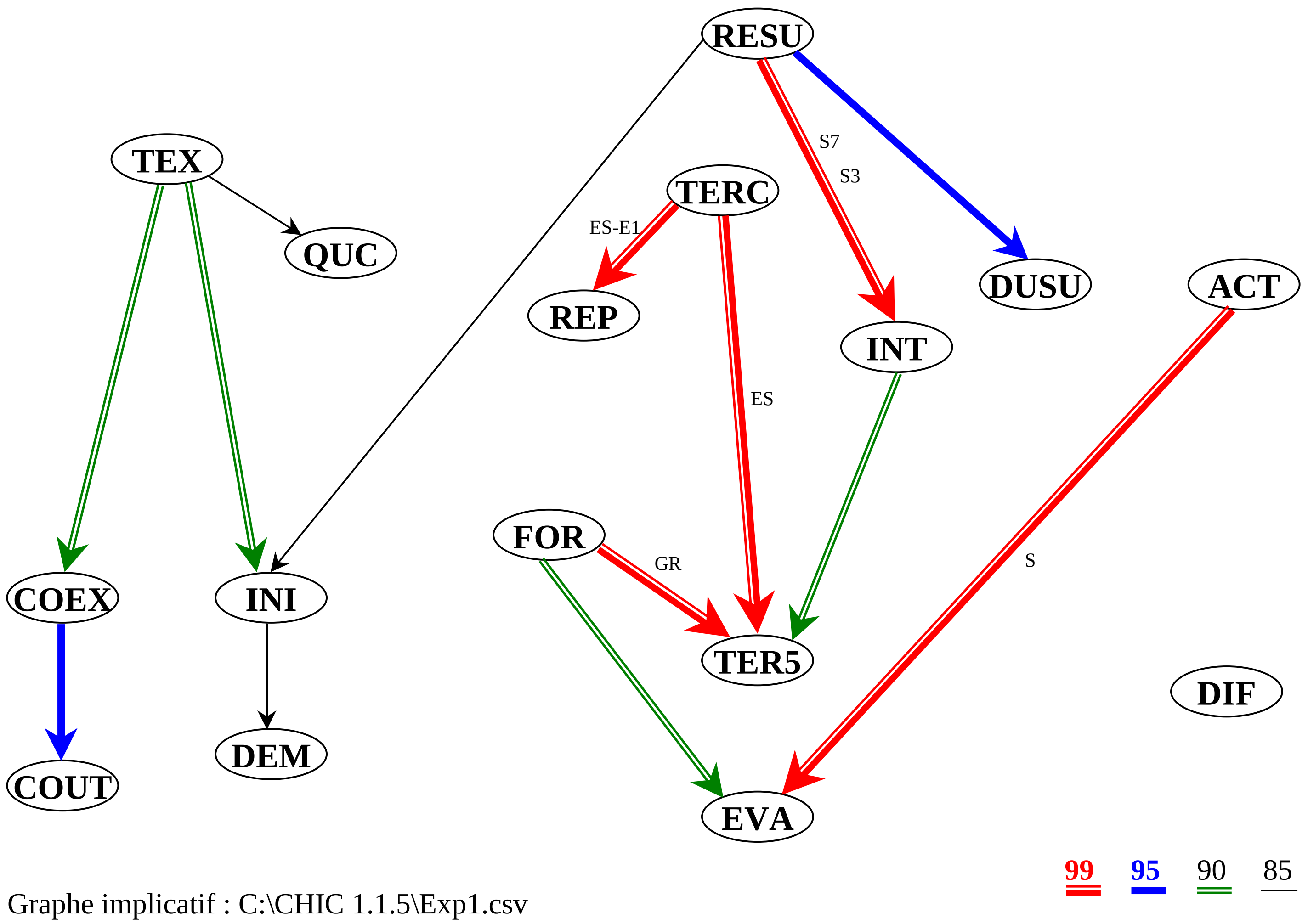
—— ANNEXE 4 ——

(analyses effectuées avec le logiciel d'analyses de donées CHIC : http://www.univ-lyon1.fr/apmep/CHIC.html)



Arbre de similarité : C:\CHIC 1.1.4\Exp1.csv

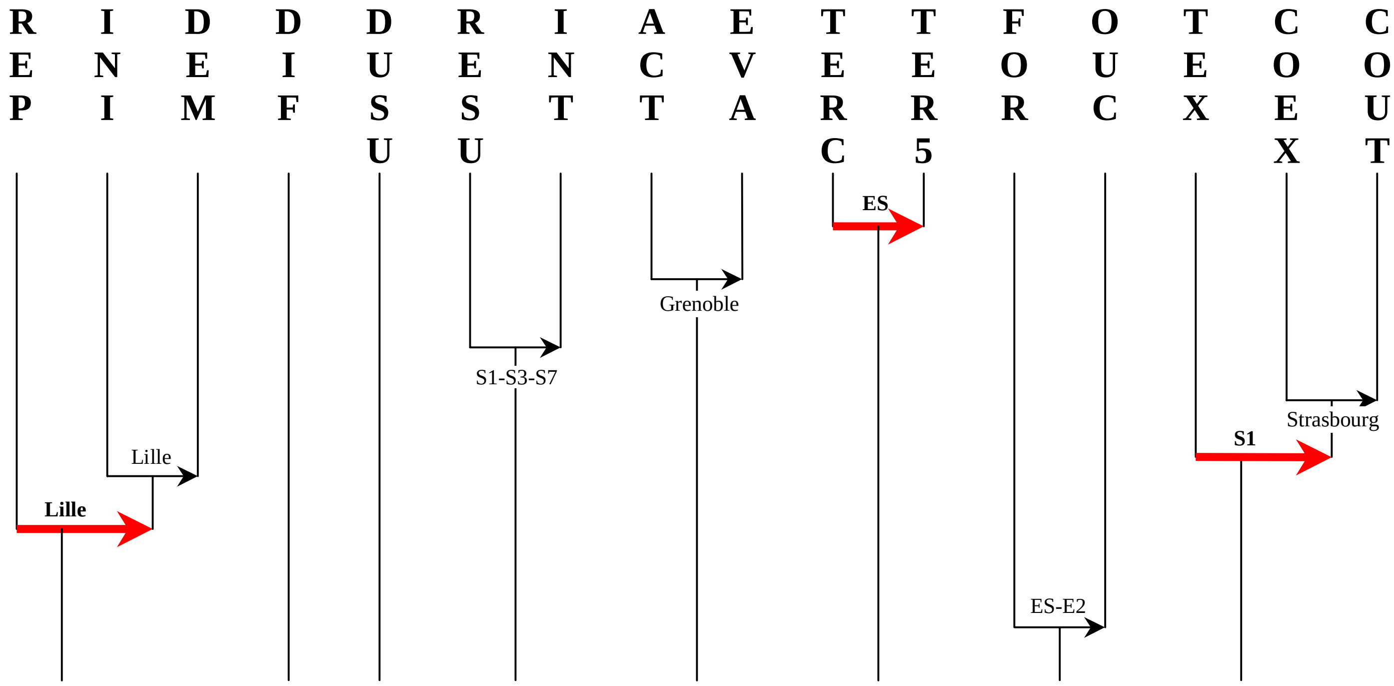
—— ANNEXE 5 ——



Graphe implicatif : C:\CHIC 1.1.5\Exp1.csv

—— ANNEXE 6 ——

(analyses effectuées avec le logiciel d'analyses de donées CHIC : http://www.univ-lyon1.fr/apmep/CHIC.html)



Arbre hierarchique : C:\CHIC 1.1.5\Exp1.csv