

Journée régionale APMEP de Bretagne Occidentale
Brest, le 13 juin 2009

Émergence de la probabilité : de la définition classique à l'approche fréquentiste

Recherches historiques de définitions

Questionnements épistémologiques

Michel Henry, CII *Statistique et probabilités*,
IREM et Université de Franche-Comté

1 - Le programme de troisième, rentrée 2008,

dans sa présentation parue au BO spécial du 21 avril 2007

<p>1.4. Notion de probabilité</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<ul style="list-style-type: none">- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité.- Calculer des probabilités dans des contextes familiers.	<p>La notion de probabilité est abordée à partir de situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes). Certaines de ces situations permettent de rencontrer des cas pour lesquels les probabilités ne sont pas définies à partir de considérations intuitives de symétrie ou de comparaison mais sont approximativement évaluées par les fréquences observées expérimentalement (approche fréquentiste des probabilités). La notion de probabilité est utilisée pour traiter des situations de la vie courante pouvant être modélisées simplement à partir des situations précédentes. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou à deux épreuves.</p>
--	---	---

Dans le cadre du socle, aucune compétence n'est exigible dans le cas des expériences à deux épreuves.

1 - Le programme de troisième, rentrée 2009 et suivantes

BO spécial du 21 août 2008

1.4. Notion de probabilité

[Thèmes de convergence]

- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité.
- Calculer des probabilités dans des contextes familiers.

La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.).

La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences à une ou à deux épreuves.

1 - Le programme de seconde, rentrée 2009

Post consultation maths, mai 2009

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Probabilité sur un ensemble fini</p> <p>Probabilité d'un Événement</p> <p>Réunion et intersection de deux événements, formule :</p> $p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B).$	<ul style="list-style-type: none">- Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité.- Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées.- Connaître et exploiter cette formule.	<p>La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.</p> <p>Pour les calculs de probabilités, on utilise des arbres, des diagrammes ou des tableaux.</p>

Quelques définitions de la probabilité trouvées dans les pages de cours de manuels de 3^{ème}, rentrée 2008.

Hachette Education, collection Phare, p. 202-203

a Définition

Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une « fréquence théorique » appelée **probabilité**.

Didier, collection Dimathème, p. 184

Définition

La probabilité d'un événement A est la proportion probable, parmi tous les cas possibles, des cas où A sera réalisé si on répète un grand nombre de fois l'expérience. La probabilité de l'événement A se note $p(A)$.

Hatier, collection Triangle, p. 99

Quand les résultats d'une expérience aléatoire ont tous la même probabilité alors la probabilité d'un événement est égale au quotient :

$$\frac{\text{nombre de résultats favorables à l'événement}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

Nathan, collection Transmath, p. 186

De façon générale :

- la probabilité d'une issue est **un nombre compris entre 0 et 1** ;
- **la somme des probabilités des issues** d'une expérience aléatoire **est égale à 1**.

Différentes approches de la notion de probabilité

Hatier, collection Triangle, p. 99

2. Probabilité

Exercices 9 à 12 p. 102

a) Définition intuitive

DÉFINITION

Pour certaines expériences aléatoires on peut déterminer par un quotient la « chance » qu'un événement a de se produire. Ce quotient est appelé **probabilité** de l'événement.

b) Probabilité et fréquence

PROPRIÉTÉ

Si on répète une expérience aléatoire un très grand nombre de fois, la fréquence de n'importe quel événement de cette expérience finit par se stabiliser autour d'un nombre qui est la probabilité de cet événement.

c) Calculer une probabilité

PROPRIÉTÉ

Quand les résultats d'une expérience aléatoire ont tous la même probabilité alors la probabilité d'un événement est égale au quotient :

$$\frac{\text{nombre de résultats favorables à l'événement}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

2 - La définition classique, son émergence historique

PREMIER PRINCIPE DE LAPLACE (essai philosophique sur les probabilités, 1812) :

« Le premier de ces principes est la définition même de la probabilité qui est le rapport du nombre des cas favorables à celui de tous les cas possibles ».

Comment est-on parvenu à dégager cette « définition » ?

Quelques spots sur son émergence historique

2.1 - Paris sur la somme des points de 3 dés



Fresque du
14^{me} siècle :

Dames jouant
avec 3 dés

Château de
Arco di Trento
(Italie, pointe
nord du lac de
Garde)

Les joueurs de dés de Georges de la Tour (1593-1652)



Paris sur la
somme des
faces de trois
dés

Les jeux de
hasard ont eu
un rôle
important
dans la
naissance du
concept de
probabilité.

Peut-être cependant diras-tu que certaines [somm]es] sont **plus avantageuses** que d'autres

Parmi les sommes **possibles** pour les joueurs, pour la raison que

Puisqu'un dé a six faces, avec six numéros

Avec trois dés il y en a dix-huit,

Dont trois seulement peuvent se présenter sur les dés [*une fois jetés*].

Ces nombres se présentent diversement, et de là

Apparaissent deux fois huit sommes [3 à 10 et 11 à 18], qui cependant ne sont **pas également**

Avantageuses, puisque la plus grande [18] et la plus petite [3]

D'entre elles **viennent rarement**, et les intermédiaires [10 et 11] **fréquemment**.

...

On le voit en permutant les configurations des points. Et c'est ainsi

Qu'en cinquante-six possibilités se répartissent

Les **configurations** des faces ; et ces configurations, en deux cent

Seize **manières de tomber**, lesquelles donnent

Les [16] **somm]es possibles** pour les joueurs,

Ainsi qu'elles doivent être **réparties** entre eux,

Tu connaîtras pleinement **quelle valeur** peut avoir

L'une quelconque d'entre elles, ou quelle perte.

C'est ce que le tableau ci-dessous peut t'indiquer :

*Combien de configurations des points [sur les dés]
et combien de manières de tomber
correspondent à l'une quelconque des sommes [obtenues]:*

*Sommes configurations des manières de tomber
points sur les dés*

3 & 18	1	1
4 & 17	1	3
5 & 16	2	6
6 & 15	3	10
7 & 14	4	15
8 & 13	5	21
9 & 12	6	25
10 & 11	6	27

*Total des possibilités pour l'ensemble
des configurations de points : 2 fois 108*



Galileo Galilei 1564-1642

Portrait conservé à
l'Académie des Lincei

Le problème du Grand Duc de Toscane :

Comment parier sur la somme
des points obtenus avec 3 dés ?

*« Bien que le 9 et le 12 se
composent en autant de façon
que le 10 et le 11, si bien qu'ils
devraient être considérés
comme ayant la même chance,
on voit néanmoins que la
longue observation a fait que
les joueurs estiment plus
avantageux le 10 et le 11 plutôt
que le 9 et le 12 »*

2.2 - Correspondance de Pascal et Fermat de 1654 sur le problème des partis



Blaise Pascal (1623-1670)



Pierre Fermat (1601-1665)

« Je vois bien que la vérité est la même à Toulouse et à Paris »

Lettre de Fermat à Pascal, septembre 1654

« Cette fiction d'étendre le jeu à un certain nombre de parties, ne sert qu'à faciliter la règle, et (suivant mon sentiment) **à rendre tous les hasards égaux**, ou bien, plus intelligiblement, **à réduire toutes les fractions à une même dénomination** ».

« Mais parce que M. <de> Roberval sera peut-être bien aise de voir une solution sans rien feindre, et qu'elle peut quelquefois produire des abrégés en beaucoup de cas, la voici en l'exemple proposé :

le premier joueur peut gagner, ou en une seule partie, ou en deux, ou en trois.

Sil gagne en une seule partie, il faut qu'avec un dé qui a trois faces il rencontre la favorable du coup. Un seul dé produit 3 hasards ; ce joueur a donc pour lui **1/3 des hasards**, lorsqu'on ne joue qu'une partie ». ...

... « **La somme des hasards** qui font gagner ce premier joueur, est par conséquent $1/3$, $2/9$ et $2/27$ ce qui fait en tout $17/27$ ».

Adresse de Pascal à l'illustre académie parisienne de mathématiques (1654)

... « par l'union ainsi réalisée entre les démonstrations des mathématiques et l'incertitude du hasard, et par la conciliation entre les contraires apparents, [cette recherche] peut tirer son nom de part et d'autre et s'arroger à bon droit ce titre étonnant : **Géométrie du hasard**. ... »



2.3 - Christiaan Huygens

(1629-1695)

S'est intéressé aux jeux de hasard et a suscité une reprise des échanges entre Pascal et Fermat en 1656-1657

Publia en 1657:

De Ratiociniis in ludo aleae

Du calcul dans les jeux de hasard

Christiaan Huygens (1657)

De Ratiociniis in ludo aleae : du calcul dans les jeux de hasard :

« Quoique dans les jeux de hasard pur les résultats soient incertains, la chance qu'un joueur a de gagner ou de perdre a cependant une valeur déterminée ».

Huygens définit l'espérance mathématique :

« Avoir p chances d'obtenir a et q chances d'obtenir b , les chances étant équivalentes, me vaut $\frac{pa + qb}{p + q}$ ».

A la fin de son livre, Huygens pose 5 exercices que Jacques Bernoulli résoudra en première partie d'*Ars Conjectandi*