

CLASSE DE 6^{ème} A
Collège St Jean
1, rue Saint-Jean
68000 COLMAR

ANNÉE 2000

À propos de calendriers

RÉFLEXIONS GÉNÉRALES

L'année 2000 est un prétexte à l'étude des calendriers.

Manipuler des calendriers, c'est manipuler des unités de temps, ce qui est assez complexe, c'est toucher du doigt la relativité des cultures ce qui peut valoriser certains élèves qui vivent sur deux cultures avec les problèmes que cela peut leur poser, enfin c'est comprendre quelques éléments d'astronomie.

Le programme de 6ème ne fait pas références aux unités de temps alors qu'elles sont nécessaires aux élèves de 5ème quand ils abordent la notion de vitesse. les élèves vivent donc sur leur acquis de l'école primaire.

Les instruction relatives à la classe de 6ème précisent que "la division est une opération en cours d'acquisition en début de collège... Aucune compétence n'est exigible quant à la division à la main de deux décimaux."

Le travail qui a été proposé aux élèves et qu'ils ont dans l'ensemble mené jusqu'au bout est donc relativement difficile à leur niveau, mais il sort de l'ordinaire et la présence d'un intervenant extérieur est aussi une source de motivation supplémentaire. Comme toujours certains se découragent plus vite que d'autres qui ont la volonté de découvrir des résultats.

Globalement l'expérience est plutôt réussie et les élèves l'ont témoigné en rédigeant des articles dans le bulletin interne du collège et surtout en menant à bien, collectivement, la rédaction d'un rapport de plus de 40 pages.

1^{ère} séance :

Calcul de la durée des lunaisons des années 1999 et 2000.
Effectuer une soustraction en jours, heures, minutes
Calculer une moyenne en jours, heures, minutes
Transformation d'une durée en jours, heures, minutes en jour décimal.

1) Le tableau 1 a été distribué à chaque élève avec ordre de calculer la durée d'une lunaison particulière ou un total annuel pour les plus rapide d'entre eux (il y avait 26 élèves).

Une erreur fréquente a été d'effectuer la soustraction à l'envers pour soustraire systématiquement le plus petit nombre du plus grand, unité par unité, sauf pour les jours.

Ainsi on a pu trouver :

17 janvier 15 h 46 min

30 j. 9 h. 7 min.

16 février 6 h 39 min

Il y a décompte des jours, éventuellement en utilisant un calendrier, puis la soustraction 15 – 6 et la soustraction 46 – 39 .

L'explication de la nécessité de prendre l'instant le plus récent moins l'instant le plus ancien a été très bien comprise à partir d'exemple simple du style : durée entre aujourd'hui 18 h et demain 7 h.

2) Le calcul de la moyenne d'une lunaison d'une année donnée n'a été réussi que par les meilleurs. En particulier certains ont divisé 354 par 12 ce qui donne 29,5 soit 29 j 12 h puis 2 h par 12 ce qui donne 10 min et enfin 28 par 12. Cette méthode est moins pratique pour la lunaison moyenne de l'an 2000.

Une autre méthode consiste à se dire que c'est sûrement plus de 29 j et il suffit de faire la moyenne des heures puis des minutes.

3) On fait ensuite observer à l'ensemble de la classe les résultats et on demande de commenter le tableau.

L'observation d'une pulsion entre un minimum et un maximum avec un rythme voisin de l'année est notée par bon nombre d'élèves. Une déception que ce ne soit pas vraiment régulier ! Mais ceci permet d'expliquer que la moyenne sur un grand nombre d'années soit différente de celle qu'ils ont calculé.

4) On donne la moyenne d'une lunaison à la minute près : 29 j 12 h 44 min et on demande de transformer cette quantité en jour décimal pour pouvoir faire plus facilement les multiplications ultérieurement.

Question très difficile. Des confusions entre 44 min et 0,44 h. ! Une question intermédiaire est donné sous la forme de 45 minutes = $\frac{3}{4}$ d'heure = 0,75 h. mais il faut encore transformer ces heures en jours ! Différentes stratégies apparaissent :

Les 12 h se transforment facilement, éventuellement avec un coup de pouce en 0,5 j.

Pour passer de 45 à 44 certains raisonnent directement d'autre reviennent à la minute et l'ôte à 45. D'autres enfin transforment tout en minutes et reviennent en décimal.

Le résultat trouvé est 29, 530555 que je corrige en 29, 530588 en disant que nous n'avons pas tenu compte des secondes ce qui est admis sans problème.

Au passage, il a fallu rectifier l'ordre dans lequel apparaît les diverses phases de la lune.

2^{ème} séance :

Construction d'un calendrier lunaire et étude d'un cas historique

Durée d'une année lunaire de 12 mois

Nombre de jours de chaque mois et nécessité d'ajouter un jour à certaines années

Recherche du rythme de 8 ans

Déchiffrement d'un calendrier musulman

1) Calcul de la durée moyenne d'une année lunaire de 12 lunaisons

Le résultat, 354, 367056 est trouvé par tous.

2) Je propose que les 12 mois aient alternativement 30 et 29 jours et je demande de faire le total.

Certains ne font pas la somme ou les multiplications et se contentent de deviner que cela fera 354 jours à partir des résultats précédents. Nous proposons d'effectuer un calcul de tête, tous les nombres étant écrits au tableau.

Il est proposé de séparer les 6 mois de 30 jours soient 180 jours et les 6 mois de 29 jours soient $(30 - 1) \times 6$. Une autre méthode plus directe est également proposée $30 \times 12 - 6$.

Excellente participation sur ce point malgré les réticences proclamées initialement. Les enfants se rendent finalement compte que c'était très facile et que les calculatrices ne sont pas toujours indispensables.

3) Quand faut-il ajouter un jour à l'année. Je propose de construire le tableau 2 .

Le tableau est ensuite complété pour montrer l'intérêt de l'ajout d'un jour supplémentaire au dernier "mois" de l'année. Naturellement les élèves n'ajoutent pas un jour à la huitième année puisque la partie décimale n'excède pas l'unité. Je demande qu'on le fasse et attend d'eux une explication. Elle est rapidement trouvée et acceptée par tous.

4) Déchiffrement d'un calendrier musulman (illustration 1).

Aucun élève ne maîtrise l'arabe, donc personne n'est avantagée. Je donne l'origine et l'auteur et je demande une description de ce qu'on voit.

Les élèves sont très déroutés, mais j'insiste sur le fait que je ne veux qu'une description. Ils trouvent :

12 rayons ou 12 secteurs, (il faut se mettre d'accord sur le vocabulaire)

9 cercles ou anneaux circulaires

L'anneau le plus extérieur est écrit en couleur.

Je fais remarquer que l'on retrouve les mêmes mots sur les 8 autres anneaux, mais cela est difficile à voir car l'image est projetée sur un écran.

Il s'agit ensuite d'interpréter ce que l'on voit.

La couleur est réservée à des titres

12 secteurs = 12 mois

8 anneaux = 8 années

Je leur explique alors que sans lire l'arabe on peut remarquer qu'il n'y a que 7 mots différents sur les 8 anneaux intérieurs et que 7 mots cela fait penser au 7 jours de la semaine.

Effectivement il s'agit du nom du premier jour du mois pour chacune des années d'un cycle de 8 ans en partant de l'extérieur et que l'on peut noter les années de 355 jours qui correspondent exactement aux ajouts que nous avons étudié au début de l'heure.

Je donne ensuite la traduction en français (illustration 2) en leur faisant remarquer que j'ai du corriger le travail du copiste à trois endroits car il s'est trompé en recopiant.

3^{ème} séance :

Rythme de retour des mêmes jours aux mêmes dates
Calcul de la date de Pâques
Utilisation d'un algorithme
Calcul de quotient avec reste

1) Une année commence un lundi 1^{er} janvier. Au bout de combien de temps est-on sûr que l'on retrouvera ce même calendrier ?

Deux réponses fusent : 7 ans et 4 ans. Il s'agit de se rendre compte qu'elles sont fausses. Pour cela on compte le nombre de semaines dans une année : 52 plus 1 ou 2 jours. On vérifie sur divers calendriers qu'en année normale le 1^{er} janvier et le 31 décembre correspondent au même jour de la semaine.

La nouvelle réponse proposée par certains est alors 6 ans, réponse également fautive car cela dépend de la position des années bissextiles dans l'intervalle comme je le montre par un schéma. En quatre ans on gagne 5 jours et il faut trouver un nombre entier de cycle de 4 années qui donne un gain d'un nombre entier de semaine.

La valeur de 28 est assez vite découverte et acceptée et comprise par la majorité. C'est le cycle solaire du calendrier julien. Je précise que ce n'est pas tout à fait le cas dans le calendrier grégorien à cause de la règle des années bissextiles séculaires, mais que cela n'interviendra pas au cours de leur vie.

2) Énoncé de la règle générale pour la date de Pâques. On attend le printemps le 21 mars, puis la première pleine lune suivante, puis le premier dimanche suivant. On vérifie sur une demi-douzaine de calendriers que cela est correct. Je précise que la règle est un peu plus compliquée et que les complications sont dues au mouvement complexe de la lune.

3) Utilisation de l'algorithme de calcul de la date de Pâques pour l'année 2002.

Le choix de cette année provient du fait que certains cahier de texte contiennent un calendrier de 2001 qui donne la date de Pâques.

Chaque élève reçoit le tableau 3 explicitant l'algorithme de calcul de la date de Pâques. Deux problèmes apparaissent : la lecture de l'algorithme et l'interprétation des formules algébriques d'une part, le calcul du quotient et du reste avec une calculatrice d'autre part.

La lecture d'une notation comme $3a$ n'est pas comprise. Elle est comparée à 3 mètres soit 3 fois un mètre et nous donnons l'interprétation $3 \times a$. L'idée de donner le nom a à un résultat intermédiaire ne soulève pas de difficultés particulières sauf pour un très petit nombre d'élèves pour lesquels il faudra faire la comparaison avec la formule donnant l'aire du rectangle.

Pour beaucoup d'élèves, le reste de la division d'un nombre par 19 (par exemple) est la partie décimale du résultat affiché par la calculatrice. Il faut intervenir, soit pour leur montrer qu'il faut faire la division à la main (!?) soit que leur calculatrice possède une touche spéciale qui donne directement quotient et reste (touche $\boxed{\div R}$ ou $\boxed{-}$)

Un manque de temps n'a pas permis de conclure pour l'ensemble des élèves. Les plus motivés sont allés jusqu'au bout, éventuellement chez eux, d'autres se sont découragés.

TABLEAU N° 1 (Travail à faire)

Table des nouvelles lunes des années 1999 et 2000

Instant des nouvelles lunes

1999		<i>durée</i>	2000		<i>durée</i>
17 janvier	15 h. 46 min		6 janvier	18 h. 14 min	
16 février	6 h. 39 min		5 février	13 h. 3 min	
17 mars	18 h. 48 min		6 mars	5 h. 17 min	
16 avril	4 h. 22 min		4 avril	18 h. 12 min	
15 mai	12 h. 5 min		4 mai	4 h. 12 min	
13 juin	19 h. 3 min		2 juin	12 h. 14 min	
13 juillet	2 h. 24 min		1 juillet	19 h. 20 min	
11 août	11 h. 9 min		31 juillet	2 h. 25 min	
9 septembre	22 h. 2 min		29 août	10 h. 19 min	
9 octobre	11 h. 34 min		27 septembre	19 h. 53 min	
8 novembre	3 h. 53 min		27 octobre	7 h. 58 min	
7 décembre	22 h. 32 min		25 novembre	23 h. 11 min	
6 janvier 00	18 h. 14 min		25 décembre	17 h. 22 min	
<i>total</i>			<i>total</i>		
<i>moyenne</i>			<i>moyenne</i>		

TABLEAU N° 1 (correction)

Table des nouvelles lunes des années 1999 et 2000

Durée des lunaisons

1999		<i>durée</i>	2000		<i>durée</i>
17 janvier	15 h. 46 min		6 janvier	18 h. 14 min	
		29 j. 14 h. 53 min			29 j. 18 h. 49 min
16 février	6 h. 39 min		5 février	13 h. 3 min	
		29 j. 12 h. 9 min			29 j. 16 h. 14 min
17 mars	18 h. 48 min		6 mars	5 h. 17 min	
		29 j. 9 h. 34 min			29 j. 12 h. 55 min
16 avril	4 h. 22 min		4 avril	18 h. 12 min	
		29 j. 7 h. 43 min			29 j. 10 h. 0 min
15 mai	12 h. 5 min		4 mai	4 h. 12 min	
		29 j. 6 h. 58 min			29 j. 8 h. 2 min
13 juin	19 h. 3 min		2 juin	12 h. 14 min	
		29 j. 7 h. 21 min			29 j. 7 h. 6 min
13 juillet	2 h. 24 min		1 juillet	19 h. 20 min	
		29 j. 8 h. 45 min			29 j. 7 h. 5 min
11 août	11 h. 9 min		31 juillet	2 h. 25 min	
		29 j. 10 h. 53 min			29 j. 7 h. 54 min
9 septembre	22 h. 2 min		29 août	10 h. 19 min	
		29 j. 13 h. 32 min			29 j. 9 h. 34 min
9 octobre	11 h. 34 min		27 septembre	19 h. 53 min	
		29 j. 16 h. 19 min			29 j. 12 h. 5 min
8 novembre	3 h. 53 min		27 octobre	7 h. 58 min	
		29 j. 18 h. 39 min			29 j. 15 h. 13 min
7 décembre	22 h. 32 min		25 novembre	23 h. 11 min	
		29 j. 19 h. 42 min			29 j. 18 h. 11 min
6 janvier 00	18 h. 14 min		25 décembre	17 h. 22 min	
<i>total</i>		354 j. 2 h. 28 min	<i>total</i>		353 j. 23 h. 8 min
<i>moyenne</i>		29 j. 12 h. 12 min	<i>moyenne</i>		29 j. 11 h 56 min

moyenne générale : 29 j 12 h. 4 min.

En réalité on doit trouver 29 j 12 h. 44 min.

TABLEAU N° 1 bis

Table des nouvelles lunes des années 2007 et 2008

Instant des nouvelles lunes

2007		<i>durée</i>	2008		<i>durée</i>
19 janvier	4 h. 1 min		8 janvier	11 h. 36 min	
17 février	16 h. 14 min		7 février	3 h. 44 min	
19 mars	2 h. 43 min		7 mars	17 h. 14 min	
17 avril	11 h. 36 min		6 avril	3 h. 55 min	
16 mai	19 h. 27 min		5 mai	12 h. 18 min	
15 juin	3 h. 13 min		3 juin	19 h. 23 min	
14 juillet	12 h. 4 min		3 juillet	2 h. 19 min	
12 août	23 h. 3 min		1 août	10 h. 13 min	
11 septemb.	12 h. 44 min		30 août	19 h. 58 min	
11 octobre	5 h. 1 min		29 septembre	8 h. 12 min	
9 novembre	23 h. 3 min		28 octobre	23 h. 14 min	
9 décembre	17 h. 40 min		27 novembre	16 h. 55 min	
8 janvier 08	11 h. 36 min		27 décembre	12 h. 22 min	
<i>total</i>			<i>total</i>		
<i>moyenne</i>			<i>moyenne</i>		

Moyenne générale :

_____ j _____ h. _____ min

Moyenne sur de nombreuses années :
(Soit 29,530588 j).

_____ 29 j. _____ 12 h _____ 44 min _____ 3 s.

On peut trouver ces résultats sur :

http://www.imcce.fr/page.php?nav=fr/ephemerides/astromie/phases_lune/index.php

TABLEAU N° 2 (année lunaire)

	de 12 lunaisons	de 354 jours	correction
1 an	354, 367 056	354	+ 0 j. = 354 j
2 ans	708, 734 112	708	+ 0 j. = 708 j
3 ans			
4 ans			
5 ans			
6 ans			
7 ans			
8 ans			

(correction)

	de 12 lunaisons	de 354 jours	avec correction
1 an	354, 367 056	354	+ 0 j. = 354 j
2 ans	708, 734 112	708	+ 0 j. = 708 j
3 ans	1063, 101 168	1062	+ 1 j. = 1063 j
4 ans	1417, 468 224	1416 (+1)	+ 0 j. = 1417 j
5 ans	1771, 835 280	1770 (+1)	+ 0 j. = 1471 j
6 ans	2126, 202 336	2124 (+1)	+ 1 j. = 2126 j
7 ans	2480, 569 392	2478 (+2)	+ 0 j. = 2480 j
8 ans	2834, 936 448	2832 (+2)	+ 1 j. = 2835 j

ILLUSTRATION 1

Copie du XIV^e siècle d'un manuscrit arabe : *Les merveilles de la création* rédigé par l'encyclopédiste Al Qazwini vers 1250



ILLUSTRATION 2 (traduction de l'illustration 1)

Calendrier arabe du XIIIe siècle

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
lun	mer	jeu	sam	dim	mar	mer	ven	sam	lun	mar	jeu
ven	dim	lun	mer	jeu	sam	dim	mar	mer	ven	sam	lun
mar	jeu	ven	dim	lun	mer	jeu	sam	dim	mar	mer	ven
dim	mar	mer	ven	sam	lun	mar	jeu	ven	dim	lun	mer
jeu	sam	dim	mar	mer	ven	sam	lun	mar	jeu	ven	dim
lum	mer	jeu	sam	dim	mar	mer	ven	sam	lun	mar	jeu
sam	lun	mar	jeu	ven	dim	lun	mer	jeu	sam	dim	lun
mer	ven	sam	lun	mar	jeu	ven	dim	<u>lun</u>	<u>mer</u>	jeu	sam

Les noms soulignés dans la dernière ligne correspondent à des erreurs du manuscrit.

TABLEAU 3

Algorithme de calcul de la date de Pâques

diviser	par	quotient	reste
année m	19		a
m	100	b	c
b	4	d	e
$b + 8$	25	f	
$b - f + 1$	3	g	
$19a + b - d - g + 15$	30		h
c	4	i	j
$32 + 2e + 2i - h - j$	7		k
$a + 11h + 22k$	451	l	
$h + k - 7l + 114$	31	m'	n

Si $m' = 3$ alors Pâques est le $n + 1$ mars

Si $m' = 4$ alors Pâques est le $n + 1$ avril.