



Journée régionale A.P.M.E.P. d'Aix-Marseille atelier du 14 avril 2012

"Les numérations dans les anciennes civilisations".

André BONNET, Annie BROGLIO, François ANGLADE

A.P.M.E.P.

IREM

Collège Belsunce

*Savoir comment un peuple compte,
c'est un peu savoir ce qu'il est.*

Charles Morazé,
extrait de la préface du livre de **Geneviève Guitel** :
"Histoire comparée des numérations écrites".

*Mais que savons-nous des
numérations anciennes ?*



Handwritten cuneiform script, consisting of several lines of characters arranged in a roughly rectangular shape, positioned to the right of the top stone bowl.

Handwritten cuneiform script, consisting of several lines of characters, positioned to the right of the top stone bowl.

Handwritten cuneiform script, consisting of several lines of characters, positioned to the right of the top stone bowl.

Handwritten cuneiform script, consisting of several lines of characters, positioned to the right of the top stone bowl.

Handwritten cuneiform script, consisting of several lines of characters, positioned to the right of the top stone bowl.



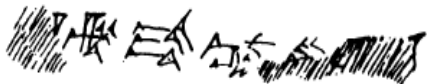
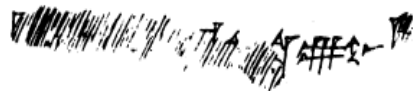
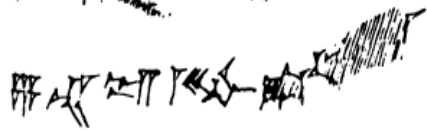
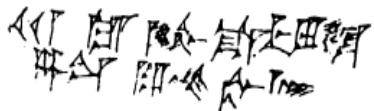
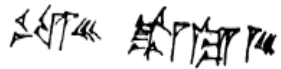
Bourse en pierre destinée à recevoir les cailloux symbolisant l'état d'un troupeau en Mésopotamie (82).

L'état du troupeau (48 têtes)

A Nizu, pays situé dans la région de Kirkuk (sud-ouest de Mossoul), a été découvert un objet ovoïde portant une inscription et qui, au dire des archéologues ayant participé aux fouilles, contenait 48 cailloux, malheureusement perdus. La découverte remonte à 1928-1929; c'était le premier objet de cette nature qui fut mis au jour, ce qui explique sans doute que les cailloux aient été perdus. L'inscription se lisait ainsi (Planche 1) :

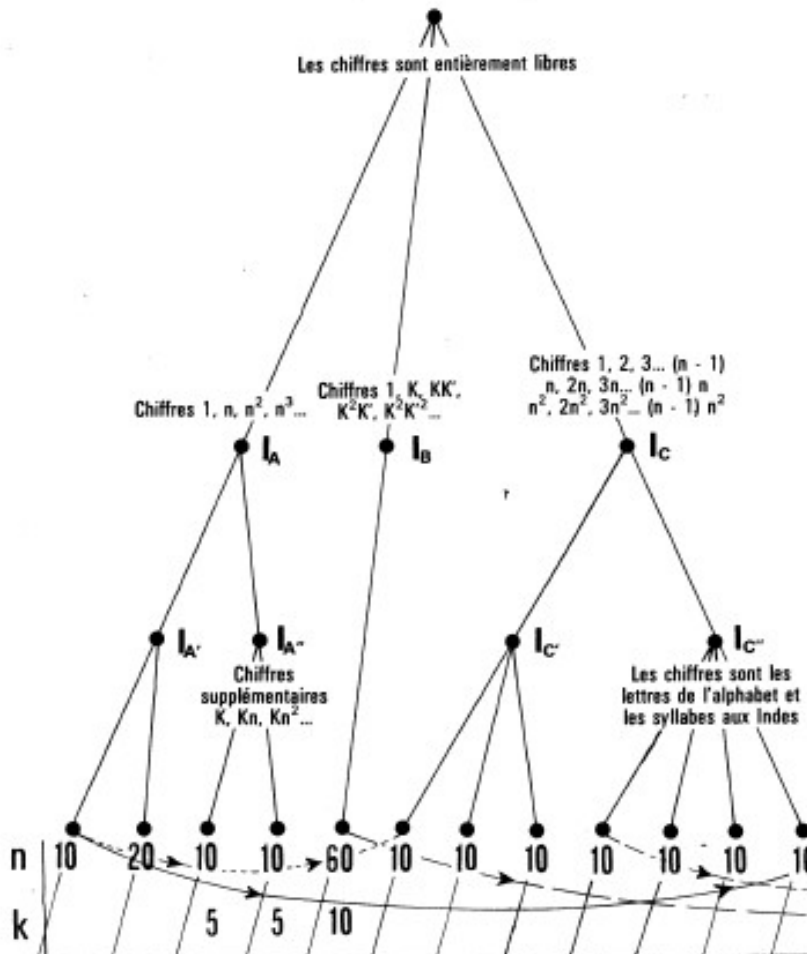
Cailloux concernant moutons et chèvres

21 brebis qui ont déjà eu des petits,
6 agneaux femelles,
8 béliers adultes,
4 agneaux mâles,
6 chèvres qui ont déjà eu des petits,
1 bouc,
(2) chevrettes.
Aucun total n'est mentionné.



TYPE I (dit d'addition)

Les chiffres sont entièrement libres

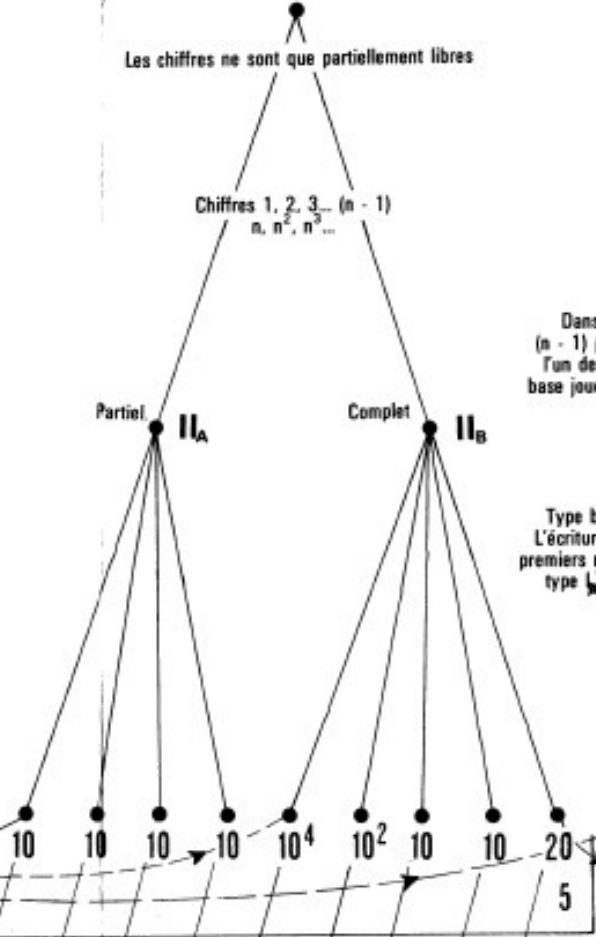


TYPE II (dit hybride)

Les chiffres ne sont que partiellement libres

Chiffres 1, 2, 3... (n-1)
n, n^2, n^3...

Partiel II_A Complet II_B



TYPE III (dit écrit de position)

Les chiffres sont enchaînés. Toutes ces numérations utilisent le zéro

Chiffres 1, 2, 3... (n-1)

Dans l'écriture des (n-1) premiers nombres l'un des diviseurs de la base joue un rôle privilégié

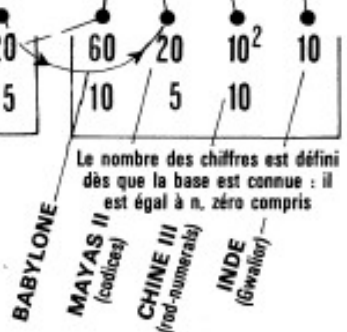
Type babylonien - L'écriture des (n-1) premiers nombres est de type I_A (base : K)

Dans l'écriture des (n-1) premiers nombres aucun diviseur de la base ne joue un rôle privilégié

Type chinois - L'écriture des (n-1) premiers nombres est de type I_C' (base : K)

III_A III_B

III_A' III_A''



- EGYPTE I (hiéroglyphique) AZTÉQUES GRECE I (antique) ROME SUMER EGYPTE III (hiéroglyphique) CHINE I (oracle - bones) INDE (brettis) GRECE II (alphabétique) HEBREUX ARABE I INDE (Aryabhaïa) EGYPTE II (hiéroglyphique) AKKAD CHINE I (oracle - bones) CEYLAN GRECE III (alphabétique) ETHIOPIE CHINE II INDE (tamoul) MAYAS I (astéca) BABYLONE MAYAS II (codices) CHINE III (rod-numerale) INDE (Gwalior)

LÉGENDE

- n : est la base de la numération
- K : est un diviseur privilégié de la base ; il peut jouer le rôle de base auxiliaire. On pose $n = KK'$
- ▶ les fleches indiquent qu'une numération est passée d'un type à un autre type. On constate qu'il s'agit toujours d'une évolution à sens unique : les formes les plus primitives réussissent ainsi à atteindre les formes de grande qualité intellectuelle

La numération que nous utilisons

Numération de position à base 10.

Origine : système positionnel indien, perfectionné et transmis par les arabes au monde occidental.

Les chiffres arabes d'Orient et d'Occident

Chiffres d'Orient :

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

Chiffres d'Occident :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Les chiffres indiens attestés par l'inscription de Gwalior (IX^e siècle)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
२	३	३		६		२	५	७	०

Chiffres attestés sur l'inscription de Gwalior

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
१	२	३	४	५	६	७	८	९	०

Chiffres présentés par K. Menninger (71), II, p. 233,
et dits « chiffres de Gwalior ».

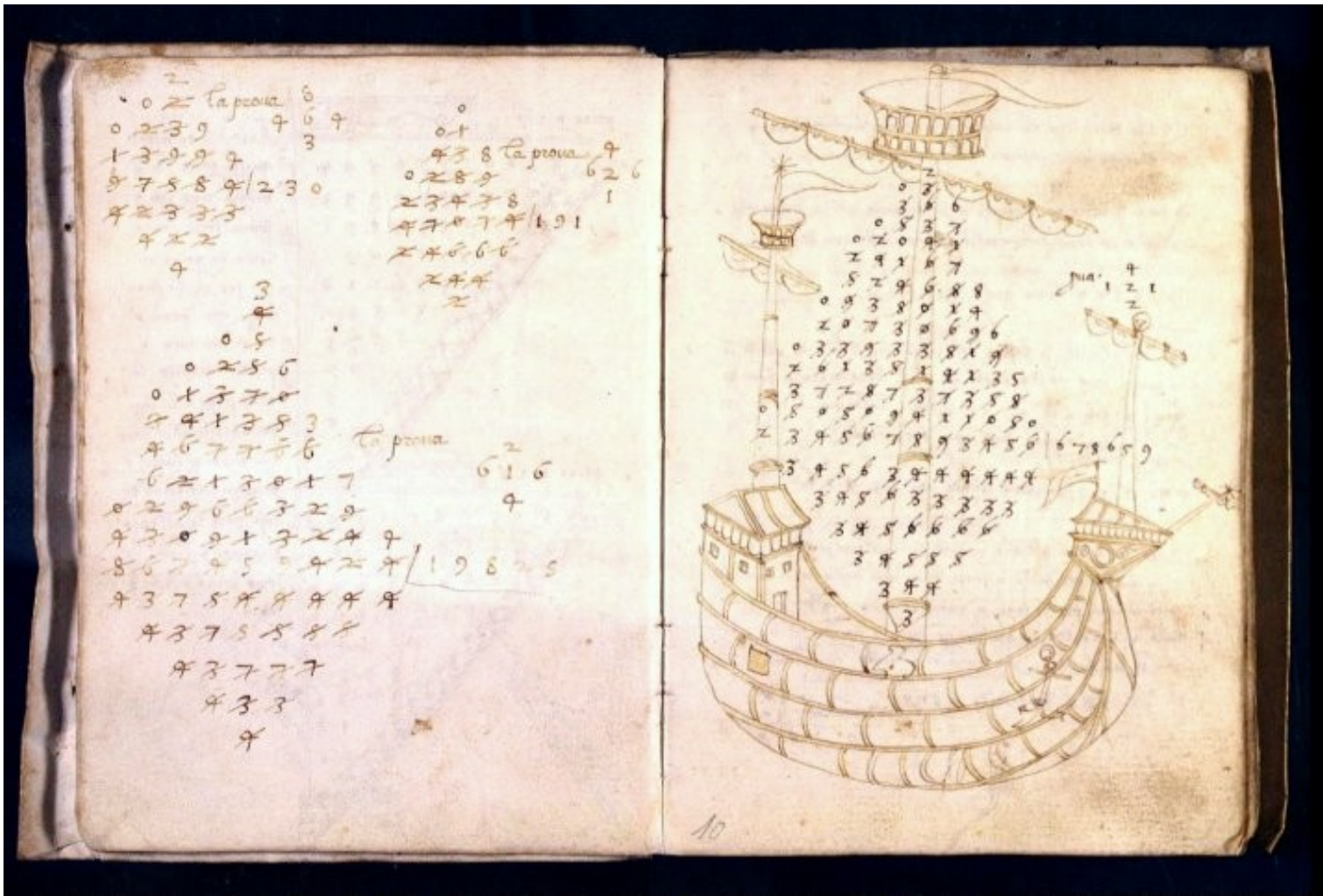
En 967, Gerbert d'Aurillac (940 -993) lors d'un voyage en Espagne, découvre la numération indo-arabe et la fait connaître à l'occident chrétien.

Extrait du codex Viligianus de 976 conservé au monastère de Saint Martin de Albeda, Royaume de Pampelune :

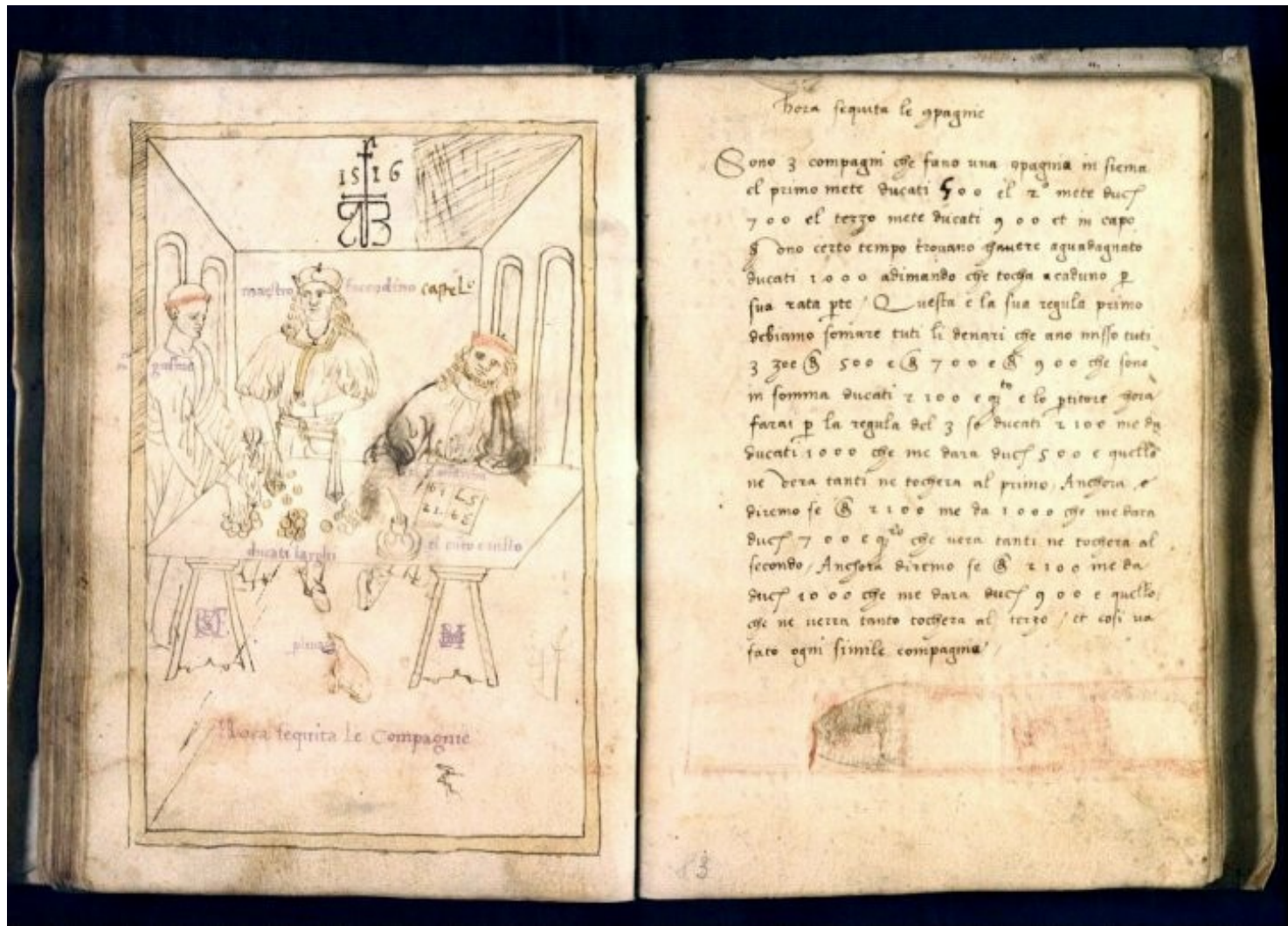
Sicut debent in Indos subtilissimum Ingenium habere. ceteris
genas ac In arabia ac in aegyptu ac in india ac in aliis libere
disciplinis concedere. et hoc manifestum est In nobem
figuris quibus designantur unum quodlibet gradum.
cuiuslibet gradus quatuordecim hęc sunt forme

9 8 7 6 5 4 3 2 1 ||—

Le "liber abaci" de Léonard de Pise dit Fibonacci (1202)



Deux pages du "Liber abaci"



hora sequita le compagne

Sono 3 compagni che fanno una compagnia in siema
 el primo mette ducati 500 el 2^o mette duc
 700 el terzo mette ducati 900 et in capo
 d'ono certo tempo trouano gaucte guadagnato
 ducati 1000 adimando che tocca a caduno p
 sua rata pte Questa e la sua regola primo
 debiamo somare tutti li denari che ano misso tutti
 3 zoe $500 + 700 + 900$ che sono
 in somma ducati 2100 e lo pntore zora
 farai p la regola del 3 se ducati 2100 me da
 ducati 1000 che me dara duc 500 e quello
 ne vera tanti ne toccherà al primo Ancora
 diremo se 2100 me da 1000 che me dara
 duc 700 e quello che uera tanti ne toccherà al
 secondo Ancora diremo se 2100 me da
 duc 900 che me dara duc 900 e quello
 che ne uera tanto toccherà al terzo et così ua
 fare ogni simile compagnia

hora sequita le Compagne

genuit. sic se i fo mēse para 2 er quib' i uno mēse duo pgnant
 genuit in fo mēse para 2 coniclor. sic se para 4 i ipō mē
 se. er quib' ipō pgnat para 7 sic i qro mēse para 8 er qd'
 para 7 genuit. alia para 4 quib' addit cū parit 8 fac
 it para 12 i qro mēse. er qd' para 4 q' geminat hūc i ipō
 mēse si pgnat i ipō mēse si alia 8 parit pgnant sic se i sero mēse
 para 2. cū qd' addit parit 12 q' geminat i septio er i ipō
 para 2. cū quib' addit parit 12 q' geminat i octavo mēse.
 er i ipō para 4. cū quib' addit parit 12 q' geminat i no
 no mēse er i ipō para 8. cū quib' addit parit 12 q' geminat i de
 cimo. er i ipō para 12. cū quib' addit parit 12 q' geminat i undecimo mēse. er i ipō para 12. cū
 quib' addit parit 12 q' geminat in ultimo mēse. er i
 para 12. 7 tot para 12 pgnat hūc i pgnato loco 7 capite uni
 ani. potest e' uide' i hio margine. quali hoc opam hūm. s. q' uirū
 pgnat mēse cū fo uidet. cū 7 pgnat i fo. 7 tūc cū qro. 7 qro
 mē cū qro. 7 sic decept' donco uirū decimū cū undecimo. uidet
 12. cū 12. 7 hūm' ftoz emiclor hūm' uidet. 777
 hio possit face' p ordine de thant' mēse mēse.
Primus hōis. sic quoz pmi' hōis. hūc d' hōis. sed' emq' 7 tē 7 qre'
 hūc d' hōis 21. tē 7 qre' pmi' hūc d' hōis 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 1000.

para
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

101
 102
 103
 104
 105
 106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120
 121
 122
 123
 124
 125
 126
 127
 128
 129
 130
 131
 132
 133
 134
 135
 136
 137
 138
 139
 140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148
 149
 150
 151
 152
 153
 154
 155
 156
 157
 158
 159
 160
 161
 162
 163
 164
 165
 166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174
 175
 176
 177
 178
 179
 180
 181
 182
 183
 184
 185
 186
 187
 188
 189
 190
 191
 192
 193
 194
 195
 196
 197
 198
 199
 200

parium
1
primus
2
Secundus
3
tercius
5
Quartus
8
Quintus
13
Sestus
21
Septimus
34
Octauus
55
Nonus
89
Decimus
144
Undecimus
233
Duodecimus
377

Deux livres d'arithmétique allemands
édités la même année : 1514.

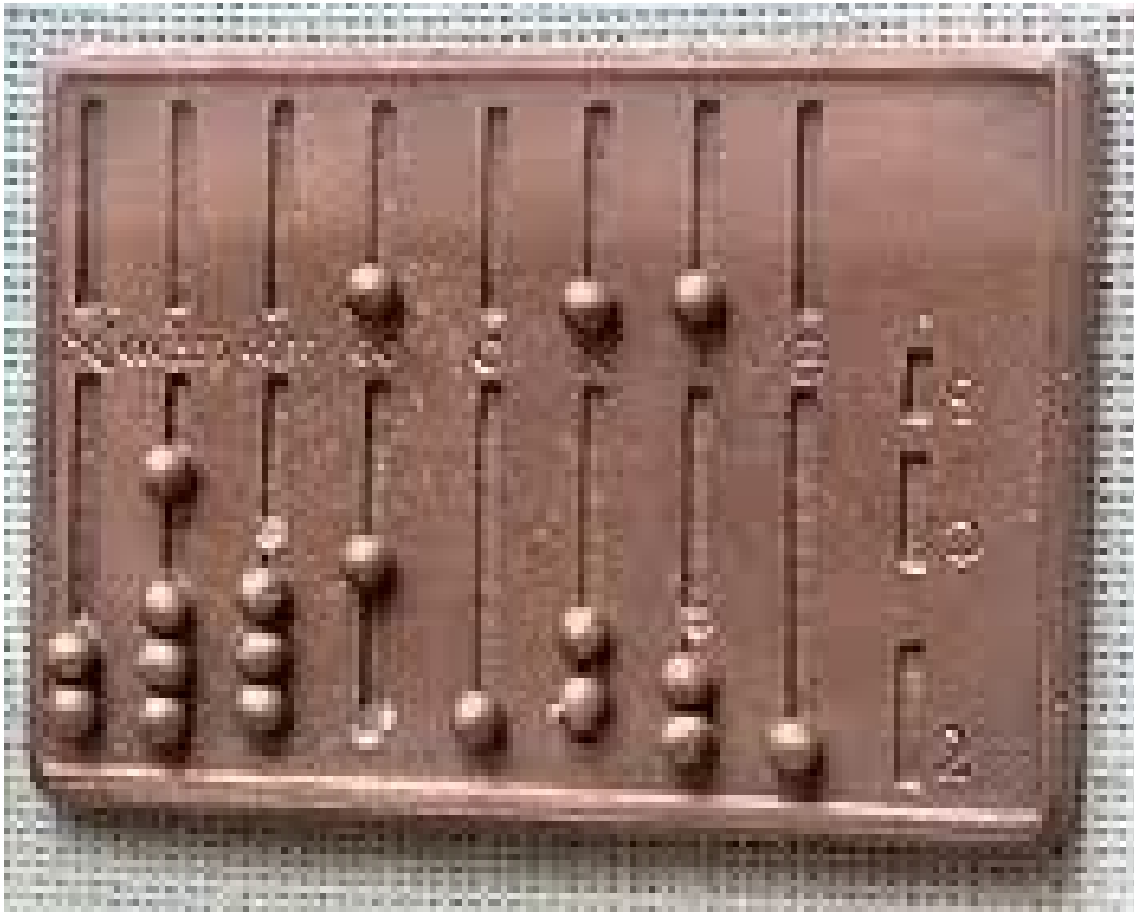
**Zu New geordnet Rech
en biechlin auf den linien
mit Rechen pfeninggen : den
Jungen angenden zu heis
lichem gebrauch vnd hend
eln leychtlich zu lernen
mit figuren vnd exempel
Volgethernach klär
lichen angezeit.**



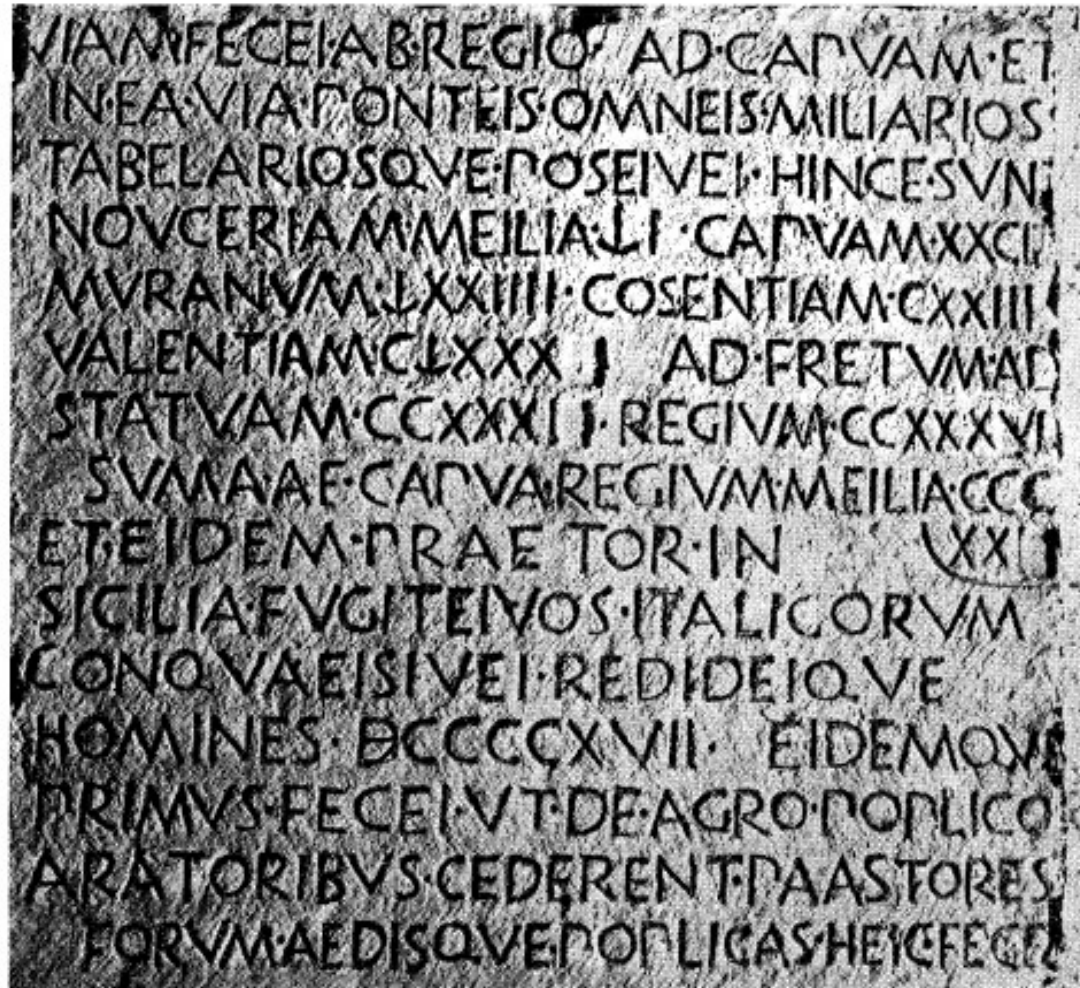
**Zu New geordnet Rech
en biechlin mit den zyffern
den angenden schülern zu nutz In
haltet die Siben species Algorith
mi mit sampt der Regel de Try/vnd sechs regeln d
prück/vñ der regel Justi mit vil andern güten fras
gen den künden zum anfang nutzbarlich durch
Joann Böschensteyn von Esslingen priester
neulich auß gangen vnd geordnet.**



Reproduction d'un abaque romain.



L'écriture des nombres en chiffres romains



74

123
180

51 84

231 237

321

917

Inscription d'une pierre miliare provenant de la voie Popilia en Lucanie (vers 130 ans avant J.-C.). Largeur 74 cm. Hauteur des lettres 3 cm, Museo della Civiltà Romana, Rome, d'après K. Menninger (71), II, p. 50.

Traduction et commentaire du texte de la borne,
Geneviève Guitel,
"Histoire comparée des numérations écrites"

Texte de l'inscription :

« J'ai construit la route de Regium à Capua et tous les ponts, toutes ses pierres miliaires et tous ses relais de poste. D'ici à Novceria il y a 51 milles, vers Capua 84, vers Muranum 74, vers Consentia 123, vers Valencia 180, jusqu'à la statue qui se dresse au bord de la mer 231, vers Regium 237, de Capua à Regium 321 milles. Comme Préteur en Sicile j'ai pourchassé les déserteurs italiques et rendu 917 hommes (à leurs maîtres). En outre, ai-je le premier contraint les bergers à céder les terres de l'état aux paysans. Ici, j'ai édifié le Forum et les autres Bâtiments publics. »

Commentaire relatif à l'écriture des nombres qui figurent sur l'inscription :

· Remarquer la forme ancienne de 50 (lignes 4, 5, 6 en lisant de haut en bas) et une singulière forme pour 500 (ligne 4, en lisant de bas en haut).

· Noter aussi la curieuse écriture de 84 (fin de la 4^e ligne, en lisant de haut en bas) dans laquelle le principe soustractif porte sur deux chiffres, ce qui est peu correct. Le but était, sans doute, de gagner la place d'une lettre, ce qui permettait d'écrire le nombre en fin de ligne. Le lapicide s'est encore montré maladroit en gravant le nombre 321 (fin de la 8^e ligne, en lisant de haut en bas) il aurait pu aisément reporter le nombre dans son entier, à la ligne suivante.

La numération hébraïque

	ALPHABET HÉBRAÏQUE		HÉBREU CARRÉ	
				lettres finales
1	א	alef	א	
2	ב	bet	ב	
3	ג	gimel	ג	
4	ד	dalet	ד	
5	ה	hé	ה	
6	ו	waw	ו	
7	ז	zaïn	ז	
8	ח	het	ח	
9	ט	tet	ט	
10	י	yod	י	
20	כ	kaf	כ	ך

$$500 = 400 + 100$$

$$600 = 400 + 200$$

$$700 = 400 + 300$$

$$800 = 400 + 400$$

$$900 = 400 + 400 + 100$$

30	ל	lamed	ל				
40	מ	mem	מ	ס			
50	נ	nun	נ	ז			
60	ס	samek	ס				
70	ע	caïn	ע				
80	פ	pé	פ	ף			
90	ס	sadé	ס	ץ	500	תק	ou
100	ק	kof	ק		600	תך	ou
200	ר	reš	ר		700	תש	ou
300	ש	šin	ש		800	תת	ou
400	ת	taw	ת		900	תתק	ou

TABLEAU 12

Alphabet hébraïque.

Les nœuds des unités, des dizaines, des centaines, d'après F. Cajori (10), I, p. 20 et 21.

La numération grecque alphabétique

ALPHABET PHÉNICIEN		ALPHABET GREC		
ʾ	ʾ alef	1	α	alpha
b	bet	2	β	bèta
g	gimel	3	γ	gamma
d	dalet	4	δ	delta
h	he	5	ε	epsilon
w	waw	6	ς	[digamma]
z	zain	7	ζ	zèta
ḥ	ḥet	8	η	èta
t	tet	9	θ	thèta
y	yod	10	ι	iota
k	kaf	20	κ	kappa
l	lamed	30	λ	lambda
m	mem	40	μ	mu
n	nun	50	ν	nu
s	samek	60	ξ	xi
ʿ	ʿaïn	70	ο	o micron
p (ph)	pé	80	π	pi

ς	śadé	900	ϑ	[śadé]
κ	kof	90	ρ	[koppa]
r	reš	100	σ	rho
š	šin	200	τ	sigma
t	taw	300	υ	tau
		400	φ	upsilon
		500	χ	phi
		600	ψ	khi
		700	ω	psi
		800		oméga

TABLEAU 13

Alphabet grec.

Les nœuds des unités, des dizaines, des centaines,
d'après Notices sur les caractères étrangers... (81), p. 83 et 151.

Exemples de nombres écrits en numération grecque alphabétique

unités	A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	Θ
dizaines	I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	Ϛ
centaines	P	Σ	T	Υ	Φ	X	Ψ	Ω	Ͱ
mille	IA	IB	IΓ	IΔ	IE	IF	IZ	IH	IΘ

Ex : IΔΩΛΖ ou ΔΩΛΖ 4837

unités	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
dizaines	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	Ϛ
centaines	ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	Ͱ
mille	,α	,β	,γ	,δ	,ε	,ς	,ζ	,η	,θ

Ex : ,δωλζ 4837 ,θͰϚθ 9999

ω,δζλ 800 + 4000 + 7 + 30 = 4837

Une multiplication en numération grecque alphabétique

$$\begin{array}{r}
 \text{ΙΨΚΘ} \\
 \text{ϕμγ} \\
 \hline
 \begin{array}{l}
 \text{ΡΥ} \text{ ΛΕ} \\
 \text{Μ} \text{ Μ} \text{ Μ,} \text{ ς} \text{ ϕ} \\
 \text{ΛΒ} \text{ ρ} \\
 \text{Μ} \text{ Μ} \text{ ,} \text{ η} \text{ ω} \text{ τ} \text{ ξ} \\
 \text{Μ} \text{ ,} \text{ ς} \text{ Ε} \text{ Χ} \text{ ρ} \text{ ξ} \text{ ο} \text{ β}
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{l}
 \text{σδ} \\
 \text{Μ} \text{ ,} \text{ γ} \text{ ν} \text{ ρ} \text{ β}
 \end{array}
 \end{array}$$

Référence.

Dictionnaire archéologique des techniques, I, p. 201, Article : Calcul.

Il y a une erreur sur le dessin : le dernier produit partiel $\sigma\beta$, qui est le produit de η par θ , a été omis, tout le reste est correct.

Ici, l'erreur est rectifiée.

Numération grecque attique

niques grecques. Elle utilise de bonne heure les chiffres suivants au nombre de six :

I	Γ	Δ	H	X	M
1	5	10	100	1000	10000

Le premier signe est une marque et non un iota, nous l'avons déjà signalé; les suivants ont bien un caractère acrophonique :

5	:	Γ	(ancienne forme de Π),	initiale de ΠENTE
10	:	Δ	,	initiale de ΔEKA
100	:	H	,	initiale de HEKATON
1000	:	X	,	initiale de XIAIOI
10000	:	M	,	initiale de MŪPIOI

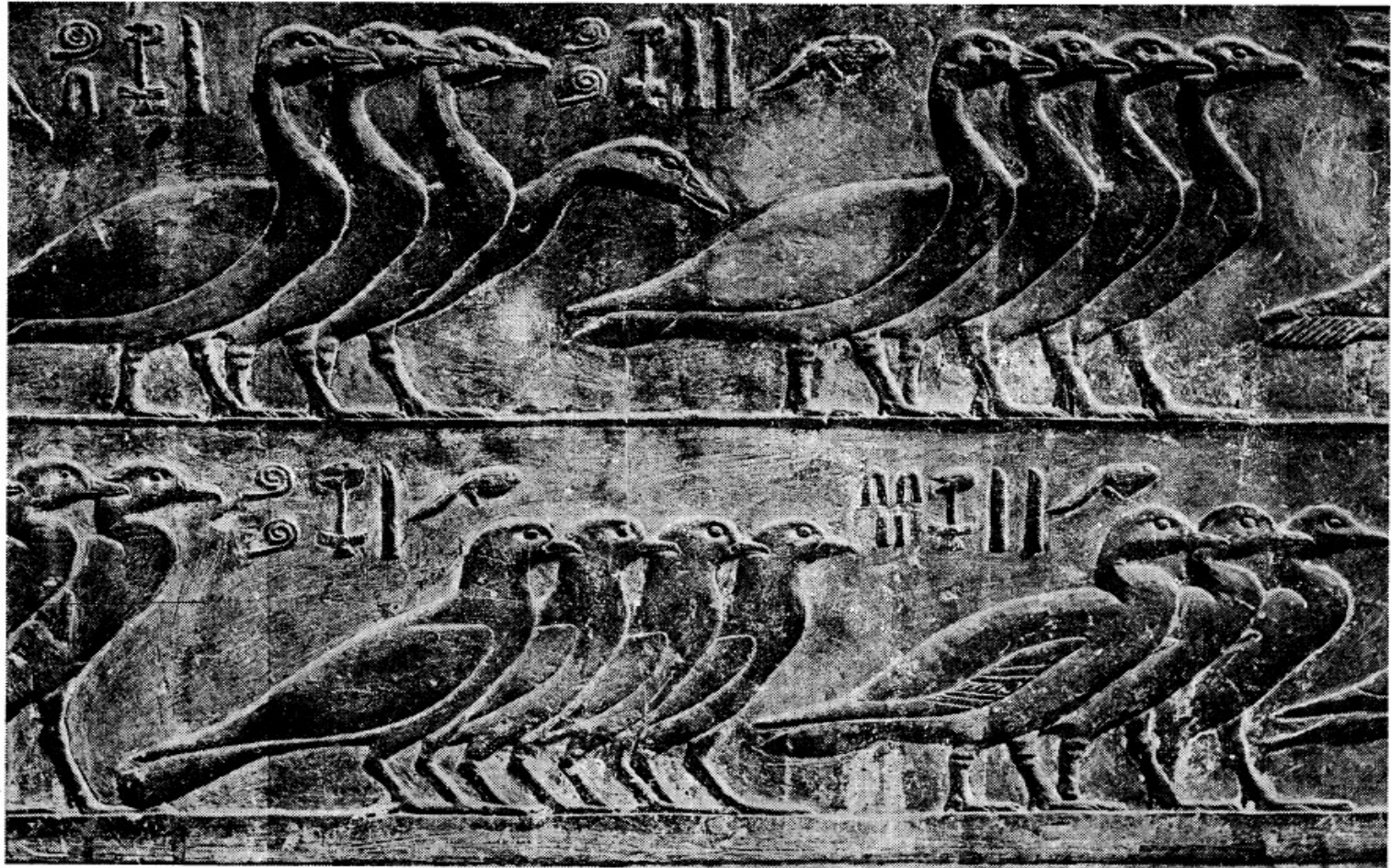
connues. Les chiffres utilisés dans la numération attique seront désormais au nombre de dix :

I	Γ	Δ	Ϝ	H	Ϟ	X	Ϙ	M	Ϟ
1	5	10	5x10	10 ²	5x10 ²	10 ³	5x10 ³	10 ⁴	5x10 ⁴

Quatre nombres en écriture égyptienne hiéroglyphique

partie convexe. De droite à gauche et de haut en bas, on lit quatre nombres :

121200, 11110, 121022, 111200.

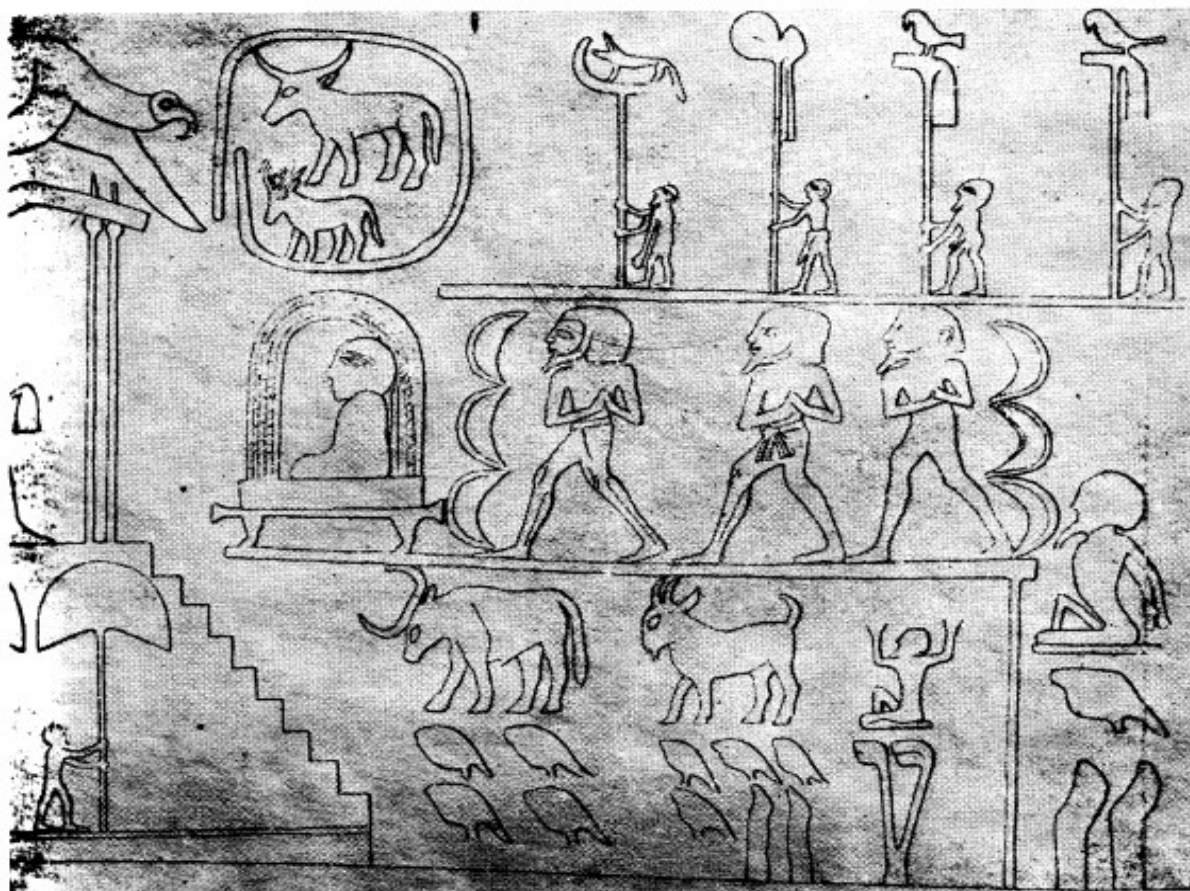


Inscriptions numériques à Saqqara, d'après J. L. de Cénival (12), p. 43.
(Reproduction partielle du document original.)

Trois nombres en écriture égyptienne hiéroglyphique

La Planche 3 reproduit la partie du document qui dénombre le butin en hommes et en têtes de bétail :

400000 bovidés, 1422000 chèvres, 120000 prisonniers.



Le plus ancien grand nombre de l'épigraphie égyptienne (Hiérakonpolis), (87).

La numération égyptienne hiéroglyphique

Numération additive


Base 10


Elle date du II^e millénaire av. J.C (Saqqara) ou même du III^e millénaire av. J.C (Hiérakonpolis).

Un hiéroglyphe différent pour chaque puissance de 10

Les différents signes :

1: |

10 

100 : 

1000:



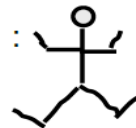
10.000 :



100.000 :

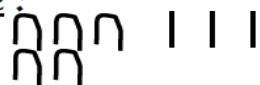


1.000.000 :



Exemple :

53



Un extrait du papyrus de Rhind



Table de correspondance des numérations hiéroglyphique, hiératique et démotique

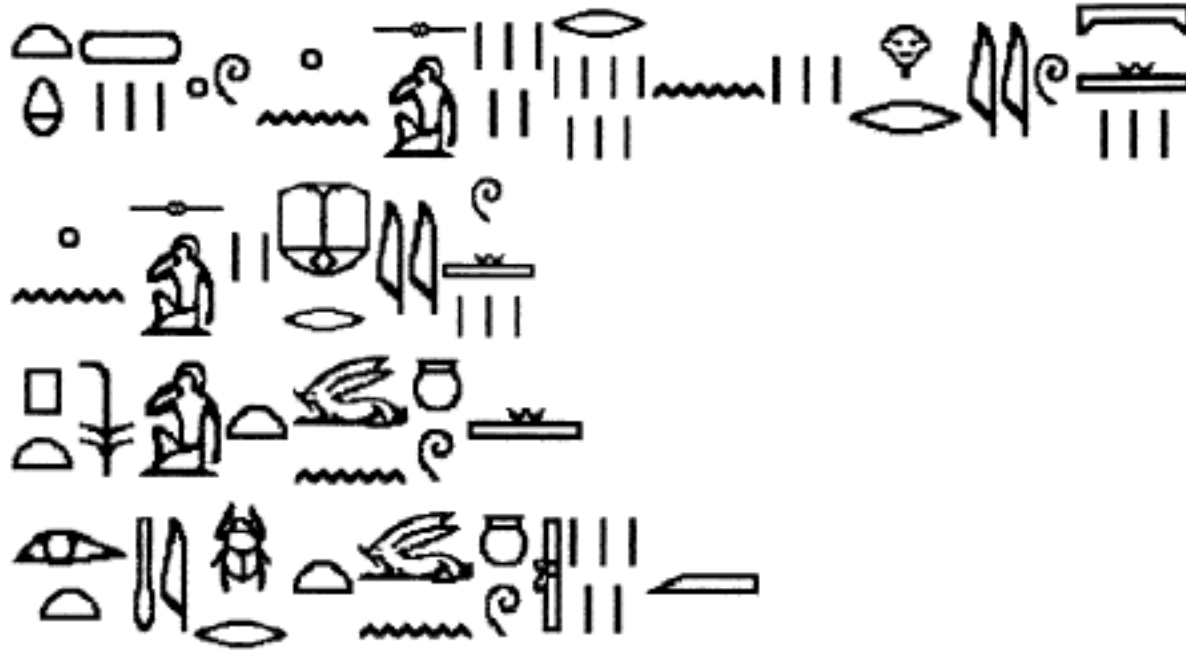
	Einer			Zehner			Hunderte			Tausende				
1	⊥	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
2	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩
3	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩
4	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩
5	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩
6	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩
7	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩
8	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩
9	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩
	hierogl.	hierat.	demot.	hierogl.	hierat.	demot.	hierogl.	hierat.	demot.	aller hierogl.	jünger hierogl.	hierat.	demot.	

Schriften der Wissenschaftlichen Gesellschaft in Straßburg XXV.
 Tafel I. Die ägyptischen Ziffern für die Vielfachen von 1, 10, 100 und 1000
 in hieroglyphischer, hieratischer und demotischer Schrift

Verlag von Karl J. Trübner in Straßburg.

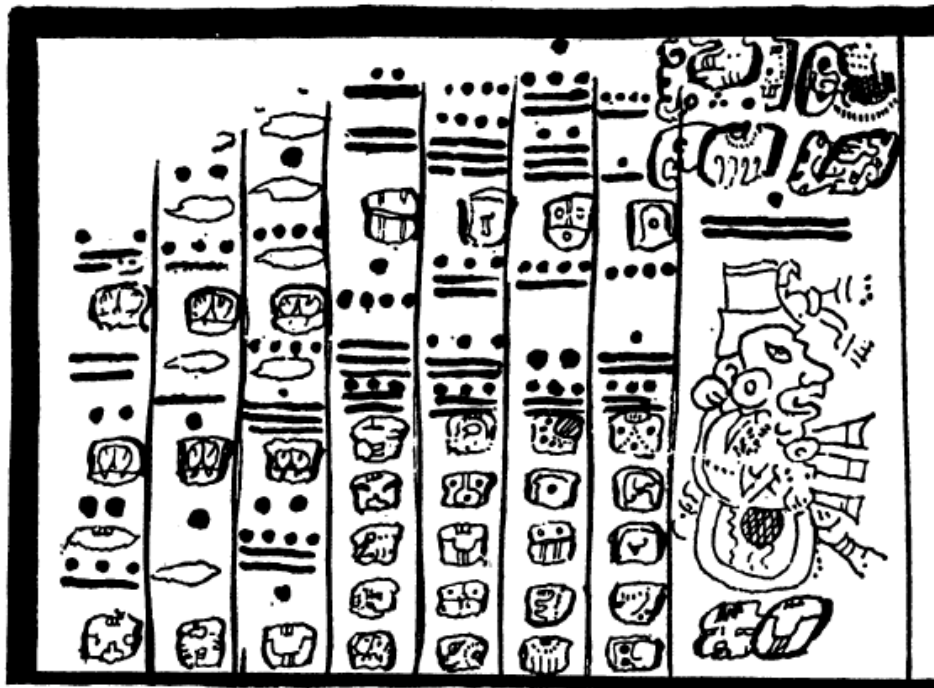
L'écriture des premiers nœuds en Égypte (hiéroglyphique, hiératique, démotique),
 d'après K. Sethe (98), Tafel I.

Le problème 40 du papyrus de Rhind

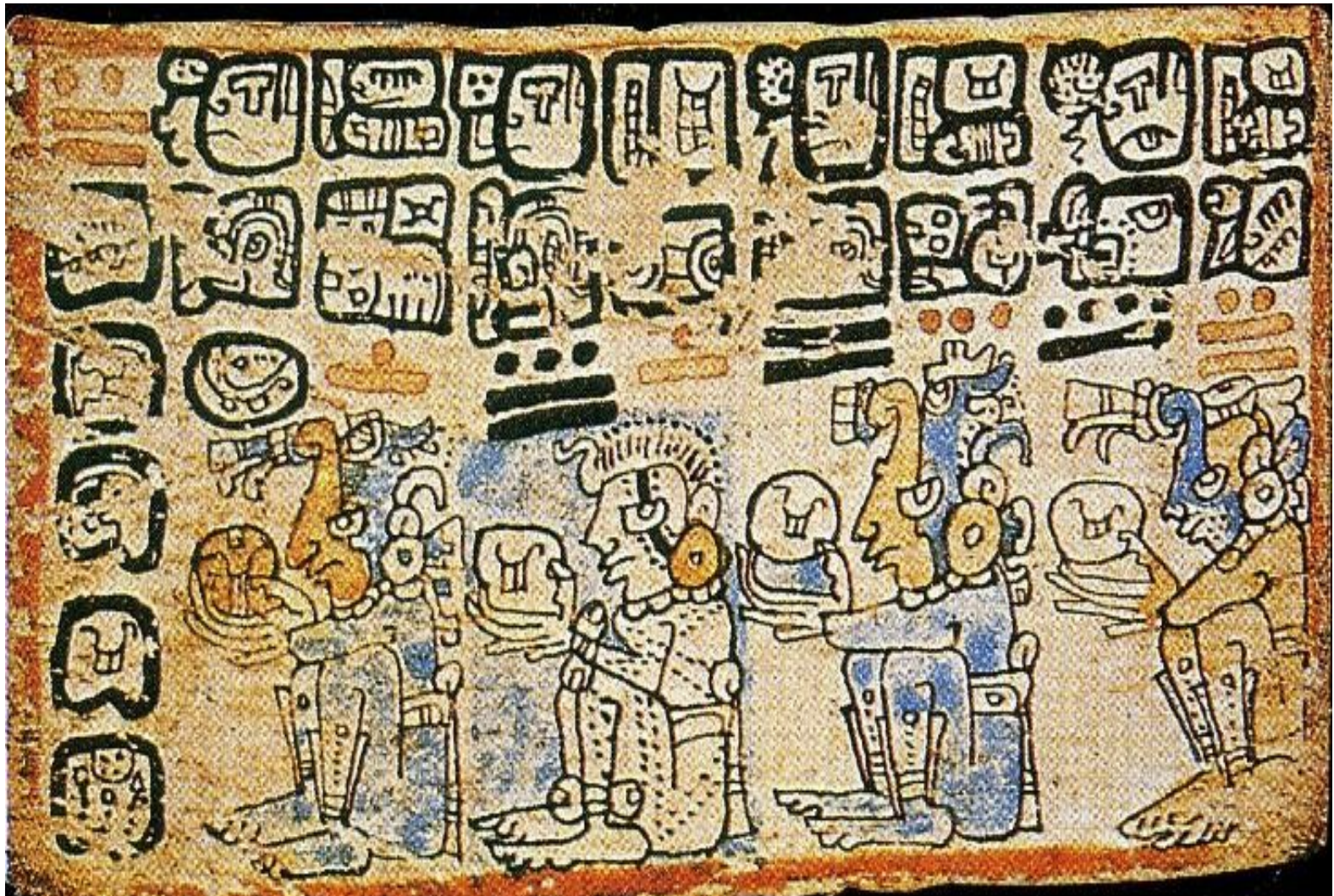


Le problème consiste à diviser 100 pains entre 5 hommes de telle sorte que les parts soient en progression arithmétique, et que la somme des deux plus petites parts soit $\frac{1}{7}$ de la somme des trois plus grandes.







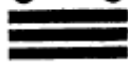
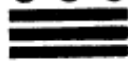
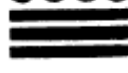
La numération maya à l'époque de la conquête espagnole : le codex de Dresde



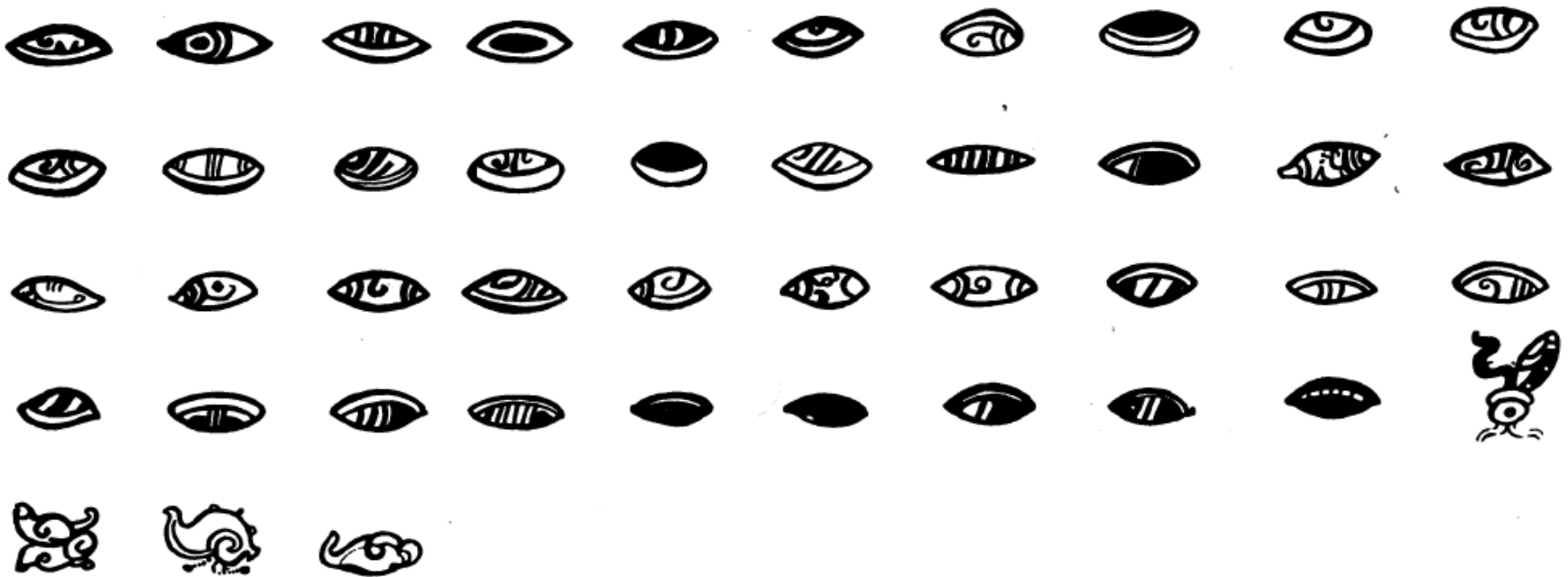
Le codex de Madrid



Les chiffres mayas et les noms des 19 premiers nombres

1	hun	●	11	buluc	
2	ca	● ●	12	lahca	
3	ox	● ● ●	13	ox lahun	
4	can	● ● ● ●	14	can lahun	
5	ho	—	15	ho lahun	
6	uac	— ●	16	uac lahun	
7	uuc	— ● ●	17	uuc lahun	
8	uaxac	— ● ● ●	18	uaxac lahun	
9	bolon	— ● ● ● ●	19	bolon lahun	
10	lahun	— —			

Les différents graphismes du zéro



Diverses formes du zéro maya figurant dans les Codices, d'après C. P. Bowditch (5).

Les calendriers mayas

- L'année religieuse comporte 260 jours répartis en 13 mois de 20 jours.
- L'année vague a 365 jours, elle est composée de 18 mois de 20 jours, augmentée de 5 jours.
- Un jour est repéré dans les deux calendriers par un couple $a X ; b Y$
($a X$ pour l'année religieuse ; a prend les valeurs 1, 2, ... , 13
 $b Y$ pour l'année vague ; b prend les valeurs 0, 1, 2, ... , 19 ou 0, 1, ... , 4)

Des nombres et des Dieux

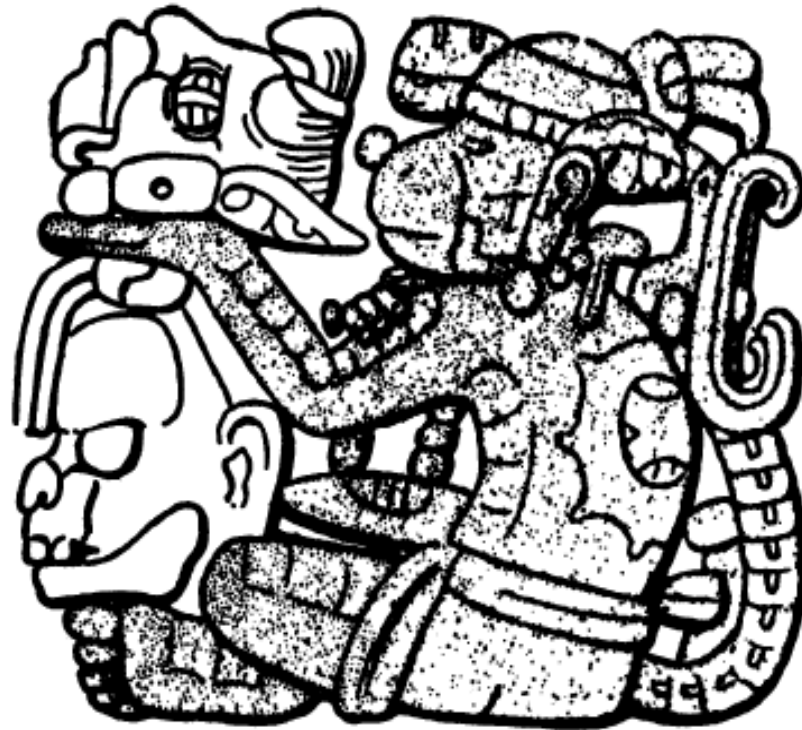
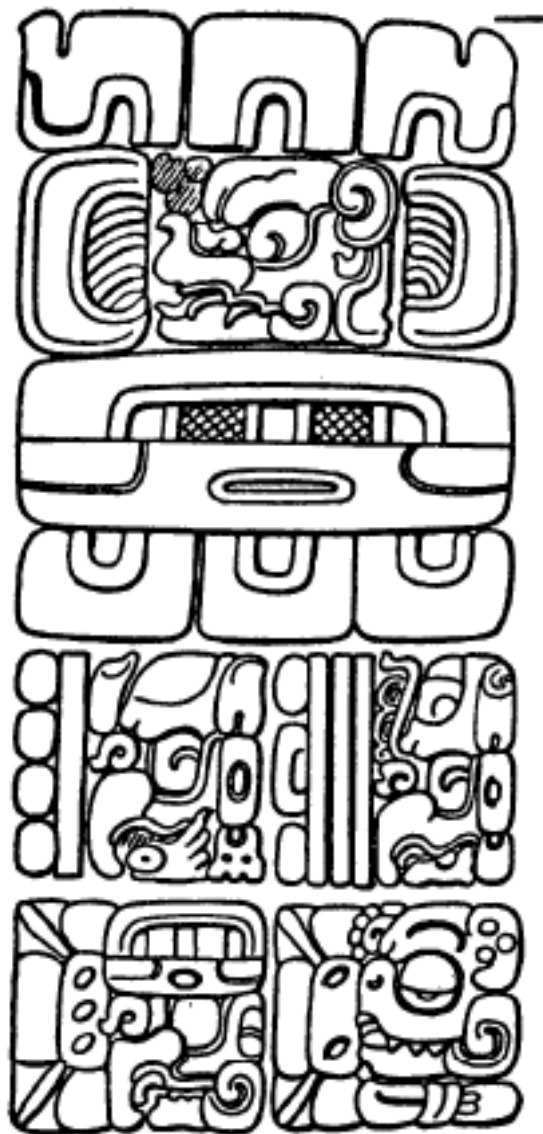


FIGURE 16

Singe portant les dieux dix et six
d'après J. E. Thompson (112), Fig. 29 (10).

Une stèle avec des nombres



Le codex de Dresde et la stèle de Copan (lithographie de Frédérick Catherwood)



La numération chinoise

圖方蔡七法古

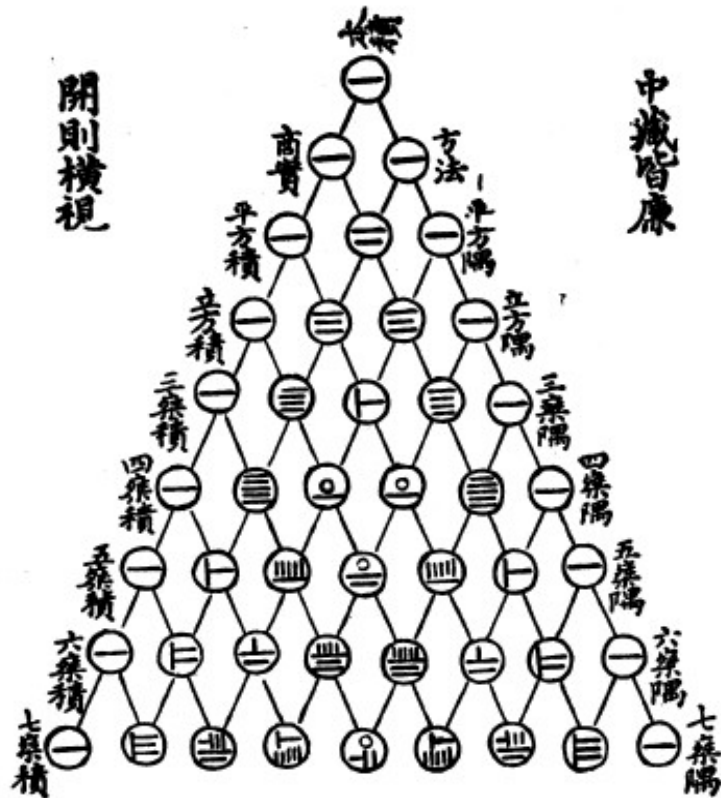


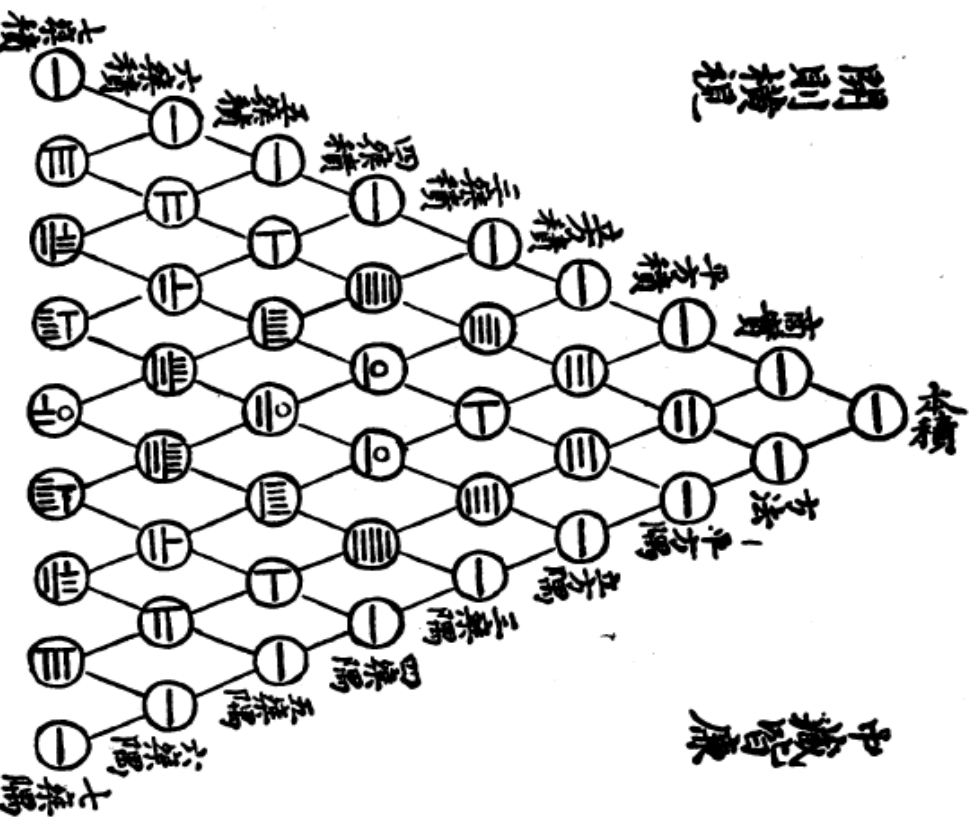
Tableau des coefficients du développement de $(x + a)^m$,
 m , entier variant de 1 à 8
 « Triangle de Pascal »

				1					
				1	1				
			1	2	1				
		1	3	3	1				
	1	4	6	4	1				
1	5	10	10	5	1				
1	6	15	20	15	6	1			
1	7	21	35	35	21	7	1		
1	8	28	56	70	56	28	8	1	

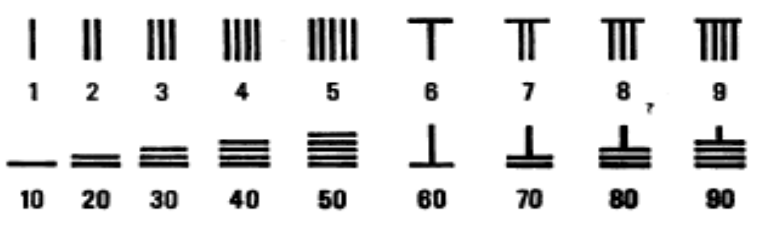
七乘積	六乘積	五乘積	四乘積	三乘積	二乘積	一乘積	方法	商	一
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	---	---

1
 1 1
 1 2 1
 1 3 3 1
 1 4 6 4 1
 1 5 10 10 5 1
 1 6 15 20 15 6 1
 1 7 21 35 35 21 7 1
 1 8 28 56 70 56 28 8 1

開則機祖

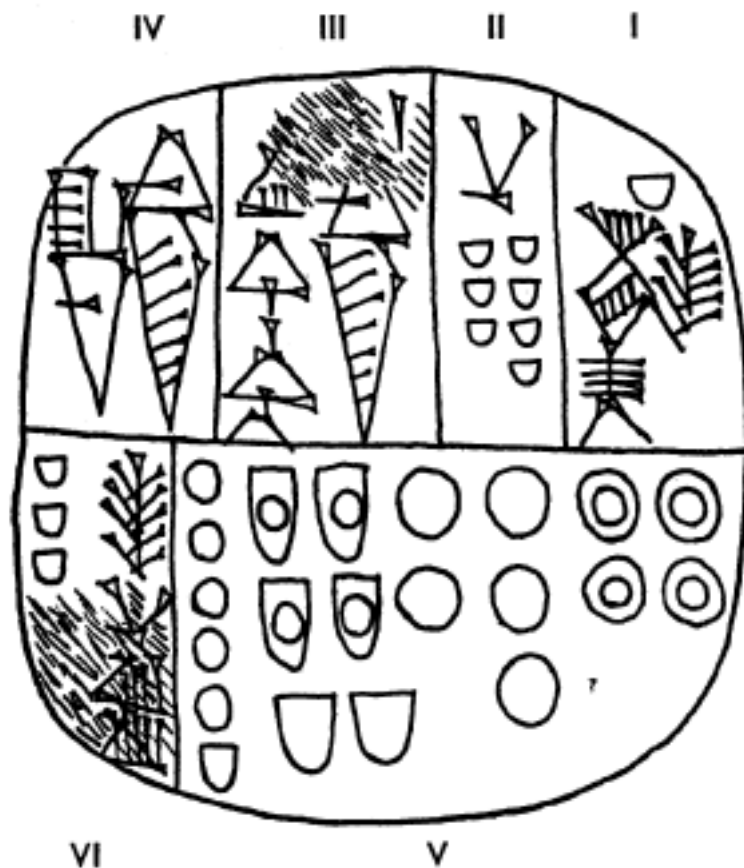


中藏皆康



La Mésopotamie, Sumer et Babylone, deux civilisations de l'argile

PLANCHE 21



PROBLÈME AVEC SOLUTION.

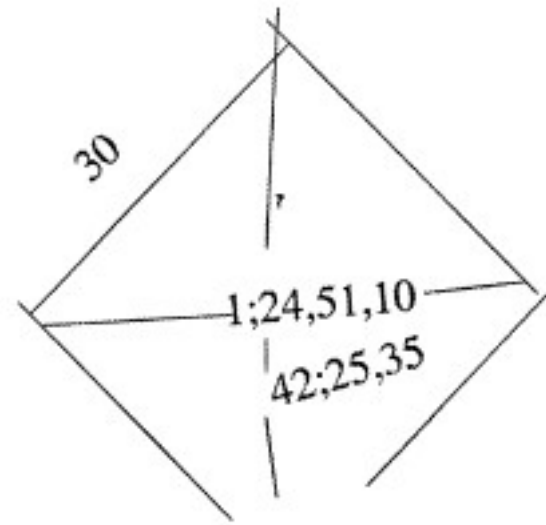
- | | | |
|------|-----------------------------|----------------------------------|
| I. | 1 gur, <i>še</i> | [étant donné] 1 grenier d'orge : |
| II. | 7 silà | 7 [mesures dites] silà |
| III. | <i>lú-ai šu-ba-ti</i> | chaque homme reçoit. |
| IV. | <i>lú-bi</i> | ces hommes [sont] : |
| V. | $\frac{1}{4}$ (fois) 36.000 | 144.000 + 18.000 + 2.400 |
| | + 5 — 3.600 | + 120 + 51 = 164.571. |
| | + 4 — 600 | |
| | + 2 — 60 | |
| | + 5 — 10 | |
| | + 1 | |
| VI. | 3 silà <i>še šu-kid</i> | il reste 3 silà d'orge. |

Nota. — 1 grenier d'orge vaut 1.152.000 silà.

Interprétation de Maurice Lambert

Tablette sumérienne (Šuruppak vers — 2650),
d'après R. Jestin, voir M. Cohen (26), Planche 26 B.

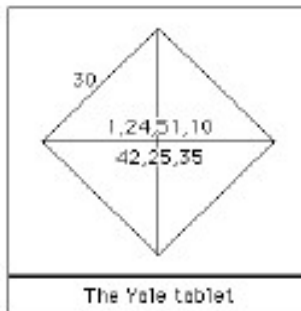
La tablette YBC 7289



Dans notre système de numération, 1;24,51,10 s'écrit approximativement 1,41421296 et 42;25,35 environ 42,4263889.

Le calcul de racine de deux

La tablette babylonienne YBC-7289



Découverte en 1912 en Irak sur les ruines de Babylone, propriété de l'Université de Yale, taille 8 cm, datation entre : - 1900 et - 1600.

- Sur le coté $\lll = 30 = c$
- Sur la diagonale :
 $\uparrow \lll \uparrow \lll \uparrow \lll = 1\ 24\ 51\ 10 = a$
 $\lll \uparrow \lll \uparrow \lll \uparrow = 42\ 25\ 35 = b$
- Converti en numération décimale :

$$a = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60 \times 60} + \frac{10}{60 \times 60 \times 60}$$

$$= \frac{30547}{21600} \sim 1,4142129$$

or $\sqrt{2} = 1,414213562$

- Les nombres a , b et c sont liés par la relation : $b = a \times c$.
- Le nombre b est la mesure de la diagonale du carré de coté c .

Questions :

1 – Les babyloniens savaient-ils que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre sexagésimal,

$$\text{C'est-à-dire } \sqrt{2} \neq 1 + \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{60^k} ?$$

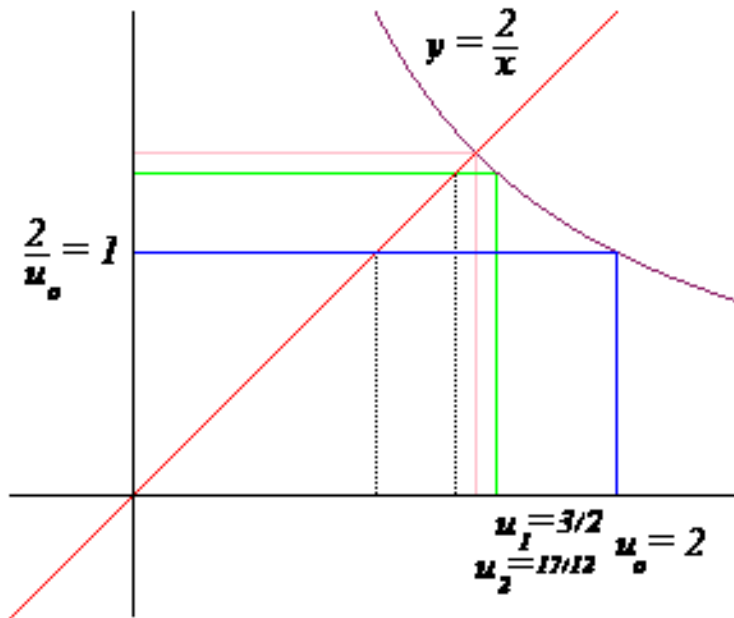
2 – Comment ont-ils obtenu la valeur approchée de $\sqrt{2}$ indiquée sur la tablette YBC 7289

a / Par tâtonnements ?

b/ Par dichotomie ?

c/ Par la méthode attribuée à Héron d'Alexandrie (*I^{er}* - *II^e* siècle ap. J.C.) ?

La méthode de Héron (premier siècle, début II^e ap J.C.)



- $u_0 = 2$.
- u_1 est la moyenne arithmétique de u_0 et de $2/u_0$.
- Plus généralement :
$$u_{n+1} = (u_n + 2/u_n)/2.$$
- $u_3 = (17/12 + 24/17)/2$ pose problème car ce n'est pas un nombre sexagésimal, il ne peut être obtenu que par approximation.

*Les chaussures sont un outil pour marcher ;
les mathématiques, un outil pour penser.
On peut marcher sans chaussures,
mais on va moins loin.*

Jean -Marie SOURIAU (1922-2012)

GRAMMAIRE DE LA NATURE