Solution de Pierre Renfer (Saint Georges d'Orques)

Les lignes de niveau de la fonction qui à M associe le rapport $\dfrac{\mathrm{MA}}{\mathrm{MB}}$ sont les cercles du faisceau linéaire $\mathcal{F}$ de cercles, à points de Poncelet A et B (la ligne de niveau 1 étant l'axe radical δ du faisceau).
La fonction atteint un extremum en un point M sur d si ce point M appartient à un cercle du faisceau tangent à d.

1) **Cas général** : d et l'axe radical δ sont sécantes en un point I.
Si un cercle c du faisceau $\mathcal{F}$ est tangent en M à d, le cercle c' de centre I et de rayon IM est orthogonal au cercle c.
Donc le cercle c' appartient au faisceau conjugué $\mathcal{F}'$ de $\mathcal{F}$ et il passe par A et B.
Donc IM = IA = IB.
Il y a deux solutions, les deux points d'intersection de d et du cercle de centre I, de rayon IA = IB.
La solution plus proche de A que de B correspond à un minimum (strictement inférieur à 1) et l'autre à un maximum (strictement supérieur à 1).

2) **Cas particulier** : d et l'axe radical δ sont parallèles.
Si $d = \delta$, la fonction est constante, égale à 1.
Si d est strictement parallèle à δ, il n'y a qu'un cercle du faisceau $\mathcal{F}$ tangent à d, le point de contact étant le point d'intersection de des droites d et (AB). Cette solution unique correspond à un minimum (strictement inférieur à 1) si d est plus proche de A que de B et à un maximum (strictement supérieur à 1) sinon.