

Solution de Bruno Alaplantive (Calgary)

Solution ne relevant que de la seule géométrie élémentaire.

On a immédiatement $\widehat{BCD} = 2x$ et $\widehat{BDA} = 4x$.

Dans BDA on construit le triangle ADE semblable à BDC ; on a :

$$\widehat{EAD} = \widehat{ADE} = \widehat{EDB} = 2x.$$

Le triangle EDB est isocèle, donc $\widehat{DEB} = 90^\circ - x$

La bissectrice de \widehat{DBC} coupe [DC] en F. On a

$$\widehat{BFA} = \widehat{BCF} + \widehat{CBF} = 3x.$$

Alors le triangle BAF est isocèle et $BA = BF$.

Les triangles BDF et AEB sont isométriques ($BD = AE$, $BF = AB$ et

$$\widehat{DBF} = \widehat{EAB} = x).$$

Ainsi, autour de E,

$$\widehat{DEA} + \widehat{AEB} + \widehat{BED} = 180^\circ - 4x + 180^\circ - 4x + 90^\circ - x = 360^\circ$$

et finalement on obtient $x = 10^\circ$.

