Solution de Raymond Heitz (Lavergne)

Si pour un indice k, u_k est pair et strictement supérieur à 6, on a :

$$\left.\begin{array}{ll} u_{k+2} = \dfrac{u_k}{4} & \text{si } \dfrac{u_k}{2} \text{ est pair} \\ u_{k+2} = \dfrac{u_k}{2} + 3 & \text{si } \dfrac{u_k}{2} \text{ est impair} \end{array}\right\} \text{donc } u_{k+2} < u_k .$$

Si pour un indice k, u_k est impair et strictement supérieur à 3, on a :

$$u_{k+2} = \frac{u_k + 3}{2}; \text{ donc } u_{k+2} < u_k .$$

En itérant on tombe nécessairement sur un indice n_0 tel que

$$u_{n_0} = 1 \text{ ou } 2 \text{ ou } 3 \text{ ou } 4 \text{ ou } 6.$$

On a alors une des séquences :

$1 \to 4 \to 2 \to 1$ (période 3) ; $2 \to 1 \to 4 \to 2$ (période 3) ; $3 \to 6 \to 3$ (période 2) ; $4 \to 2 \to 1 \to 4$ (période 3) ; $6 \to 3 \to 6$ (période 2).