

♣ Sujet 0 – Série technologique - Corrigé ♣

Évaluation en fin de première

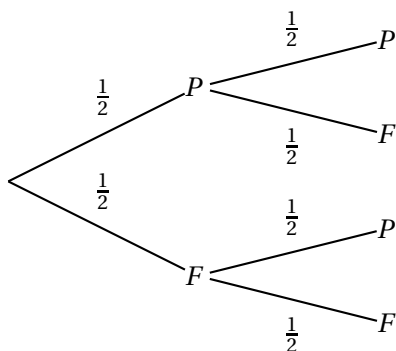
PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

- Augmenter un prix de 20 % c'est multiplier ce prix par $\left(1 + \frac{20}{100}\right) = 1 + 0,20 = 1,2$.
Le nouveau prix est égale à : $400 \times 1,2 = 480$ (€).
- Baisser un prix de 10 % c'est multiplier ce prix par $\left(1 - \frac{10}{100}\right) = 1 - 0,10 = 0,9$.
Le nouveau prix est égale à : $130 \times 0,9 = 117$ (€).
- Le nouveau prix est $P \times 1,2 \times 1,2 = P \times 1,2^2$.
- Ont voté pour A : $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100}$.
Ont voté pour B : $\frac{20}{100}$;
Ont voté pour C : $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 33,3}{3 \times 33,3} = \frac{33,3}{99,9} \approx \frac{33,3}{100}$;
Ont voté pour D à peu près $1 - \frac{25}{100} - \frac{20}{100} - \frac{33,3}{100} = 1 - \frac{78,3}{100} = \frac{21,7}{100}$.
Le plus faible pourcentage a été obtenu par le candidat B.
- $A = \frac{2}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 2 \times \frac{3}{1} = 2 \times 3 = 6$.
- $A = \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} = 0,01 + 0,001 = 0,011$.
- 75 minutes correspondent à 60 + 15 minutes soit 1 h et 15 minutes.
Or $15 \text{ (min)} = \frac{15}{60} = \frac{15 \times 1}{15 \times 4} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ (h)}$.
Donc 75 minutes correspondent à 1,25 (h).
- 10^{30} s'écrit 1 suivi de 30 zéros alors que 10^{-30} s'écrit 0, suivis de 29 zéros et le chiffre 1 : ce nombre est négligeable par rapport au premier donc la somme est environ égale à 10^{30} .
- Le coefficient directeur est négatif ce qui exclut D_1 et D_2 ;
L'ordonnée à l'origine (la valeur de y quand $x = 0$) est positive ce qui exclut D_4 . Il reste D_3 .
- $3x = 0$ si l'un des facteurs est nul : or $3 = 0$ ne donne pas de solution ; il reste donc $x = 0$.
- $\frac{144}{x} = 9$ donne en multipliant par x (supposé non nul sinon l'énoncé n'a pas de sens) $144 = 9x$ et en multipliant chaque membre par $\frac{1}{9}$: $144 \times \frac{1}{9} = x$, soit $x = \frac{144}{9}$.
- La moyenne est égale à :
$$\frac{1 \times 10 + 1 \times 13 + 1 \times 12 + 2 \times x}{1 + 1 + 1 + 2} = \frac{10 + 13 + 12 + 2x}{5} = \frac{35 + 2x}{5}$$
.
Si $\frac{35 + 2x}{5} = 15$ alors en multipliant par 5 : $35 + 2x = 75$, soit en ajoutant -35 ,
 $2x = 40$ et enfin $x = 20$.

DEUXIÈME PARTIE : AUTOMATISMES (14 pts)

Exercice 1 (X points)

- On passe de u_{50} à u_{60} en ajoutant 10 fois $r = \frac{1}{2}$, soit $10 \times \frac{1}{2} = 5$. Donc $u_{60} = 1\,000 + 5 = 1\,005$.
- O a $u_{101} = u_{100} \times q$ et $u_{102} = u_{101} \times q$, donc :
 $u_{102} = u_{100} \times q \times q = u_{100} \times q^2$ ou avec les données de l'énoncé :
 $20 = 5 \times q^2$, soit $4 = q^2$ et $q = 2$ puisque la raison est positive.
 Donc $u_{100} = u_{99} \times q$, soit $5 = u_{99} \times 2$, d'où l'on obtient $u_{99} = 2,5$.
- $x + x = x^2$ ou $2x = x^2$ ou $2x - x^2 = 0$ ou en factorisant x :
 $x(2 - x) = 0$, donc $\begin{cases} x = 0 \\ 2 - x = 0 \end{cases}$: il y a donc deux solutions : $x = 0$ et $x = 2$.
- Avec P : « la pièce tombe sur pile » et F : « la pièce tombe sur face on peut dresser l'arbre suivant :



On a donc $p(PP) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ et de même :

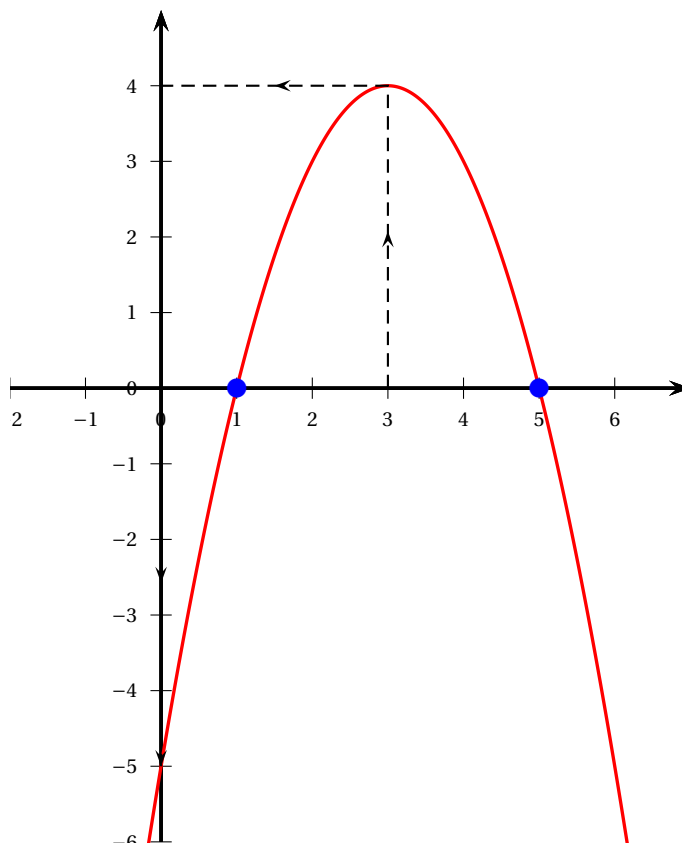
$$p(FF) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

La probabilité de gagner est donc égale à : $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Exercice 2 (X points)

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5.$$

- $f(0) = 0 + 0 - 5 = -5$;
 $f(3) = -3^2 + 6 \times 3 - 5 = -9 + 18 - 5 = 4$.
- Pour tout réel x , $(x - 1)(5 - x) = 5x - x^2 - 5 + x = -x^2 + 6x - 5 = f(x)$.
- D'après la factorisation précédente : $f(1) = 0 \times 4 = 0$ et $f(5) = 4 \times 0 = 0$: soit 0 a deux antécédents 1 et 5.
- Quel que soit le réel x , $4 - (x - 3)^2 = 4 - (x^2 + 9 - 6x) = 4 - x^2 - 9 + 6x = -x^2 + 6x - 5 = f(x)$.
- Quel que soit le réel x , $(x - 3)^2 \geq 0$, donc $-(x - 3)^2 \leq 0$ et en ajoutant 4 à chaque membre de cette inéquation :
 $4 - (x - 3)^2 \leq 4$ ou encore $f(x) \leq 4$: la plus grande valeur de la fonction f est donc 4 : il n'existe pas de réel x tel que $f(x) > 4$.



6.

Exercice 3 (X points)

1. x représente les membres présents le lundi et absents le jeudi;

Avec la ligne 1 : comme $45 + x = 75$, on a donc $x = 75 - 45 = 30$.

Avec la colonne 2 : comme $x + 5 = 35$, on a donc $x = 35 - 5 = 30$.

2. **a.** 5 adhérents ne sont venus ni le lundi ni le jeudi; la probabilité est égale à $\frac{5}{100} = 0,05$.
- b.** Il y a 30 personnes présentes le lundi et absentes le jeudi et 20 personnes présentes le jeudi (donc différentes des 30 personnes précédentes) et absente le lundi, soit en tout 50 personnes venues un seul jour; la probabilité est égale à $\frac{50}{100} = 0,5$.
- c.** Sur les 75 adhérents venus le lundi, 45 sont venus le jeudi; la probabilité est égale à $\frac{45}{75} = \frac{3 \times 15}{3 \times 25} = \frac{15}{25} = \frac{15 \times 4}{25 \times 4} = \frac{60}{100} = 0,6$.
3. **a.** 100 adhérents versent 100 € soit en tout $100 \times 100 = 10\,000$ (€).
- b.** De 2026 à 2021 il y aura 15 augmentations. Chaque année il y aura 5 adhérents de plus donc $5 \times 100 = 500$ € versés en plus au club.

La somme totale versée au club sera :

$$10\,000 + 10\,000 + 500 + 10\,000 + 500 + \dots + 10\,000 + 15 \times 500 = \frac{2 \times 10\,000 + 15 \times 500}{2} \times (15 + 1) = 8 \times (20\,000 + 7\,500) = 8 \times 27\,500 = 220\,000 \text{ (€)}.$$