∾ Sujet 0 - Spécialité mathématiques - Corrigé du sujet 1 ∾
Évaluation en fin de première

Épreuve anticipée de mathématiques - Sujet 0
Voie générale : candidats **ne** suivant **pas** l'enseignement de spécialité de mathématiques
Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

1. L'opération qui permet de calculer 25 % de 480 est :

a. $\dfrac{480}{25 \times 100}$ **b.** $25 \times 480 \times 0{,}1$ **c.** $\dfrac{480 \times 100}{25}$ **d.** $\dfrac{1}{4} \times 480$

> L'opération qui permet de calculer 25 % de 480 est $480 \times \dfrac{25}{100}$ soit $480 \times \dfrac{1}{4}$.
> **Réponse d.**

2. Voici trois nombres :

$A = \dfrac{1}{5}$ $B = \dfrac{19}{100}$ $C = 0{,}21$.

Le classement par ordre croissant de ces trois nombres est :

a. $A < B < C$ **b.** A < C < B **c.** $B < A < C$ **d.** $C < B < A$

> $A = \dfrac{1}{5} = 0{,}20$; $B = \dfrac{19}{100} = 0{,}19$ et $C = 0{,}21$
> $0{,}19 < 0{,}20 < 0{,}21$ donc $B < A < C$ **Réponse c.**

3. Voici quatre nombres :

$A = \left(\dfrac{1}{5}\right)^2$ $B = \left(\dfrac{1}{2}\right)^5$ $C = 0{,}05$ $D = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3$

Le plus grand de ces quatre nombres est :

a. A **b.** B **c.** C **d.** D

> $A = \left(\dfrac{1}{5}\right)^2 = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$; $B = \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 = \dfrac{1}{2^5} = \dfrac{1}{32}$; $C = 0{,}05 = \dfrac{5}{100} = \dfrac{1}{20}$ et
> $D = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = \dfrac{1}{27}$ Toutes les fractions ont le même numérateur, donc la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur. **Réponse c.**

4. Un article augmente de 10 % puis il augmente encore de 10 %.
Après ces deux augmentations il a augmenté de :

a. $(10\,\%)^2$ **b.** 19 % **c.** 20 % **d.** 21 %

> Augmenter de 10 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{10}{100} = 1{,}1$; augmenter deux fois de 10 %, c'est multiplier par $1{,}1 \times 1{,}1 = 1{,}21$.
> $1{,}21 = 1 + \dfrac{21}{100}$ donc ça correspond à une augmentation de 21 %.
> **Réponse d.**

5. Le tiers d'un quart correspond à la fraction :

a. $\dfrac{1}{7}$ **b.** $\dfrac{3}{4}$ **c.** $\dfrac{1}{3} \times 4$ **d.** $\dfrac{1}{12}$

> Le tiers d'un quart correspond à la fraction $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{12}$. **Réponse d.**

6. On considère $A = 10 + 0{,}1 + \dfrac{1}{1000}$. On a :

a. $A = \dfrac{20^{-1}}{1\,000}$ **b.** $A = \dfrac{1}{1\,000}$ **c.** $A = 10{,}101$ **d.** $A = 10{,}110$

$A = 10 + 0{,}1 + \dfrac{1}{1000} = 10 + 0{,}1 + 0{,}001 = 10{,}101$ **Réponse c.**

7. On considère $A = 10^{10} + 10^{-10}$. A est environ égal à :

a. 10^0 **b.** 0 **c.** 10^{10} 100^0

10^{-10} es proche de 0 donc $A \approx 10^{10}$. **Réponse c.**

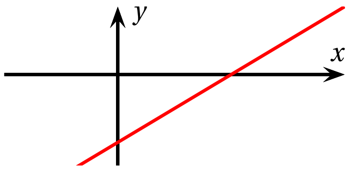
8. Une durée de 100 minutes correspond à :

a. 1 heure **b.** 1,40 heure **c.** $\dfrac{5}{3}$ heure **d.** 2 heures

$\dfrac{1}{3}$ heure correspond à 20 minutes, $\dfrac{2}{3}$ heure à 40 minutes.
$\dfrac{3}{3}$ heure correspondent à 60 minutes. **Réponse c.**

9. On considère une droite D représentée ci-contre.
La seule équation pouvant correspondre à l'équation réduite de la droite D est :

a. $y = x + 3$ **b.** $y = x - 3$
c. $y = -x + 3$ **d.** $y = -x - 3$



La droite a un coefficient directeur positif et une ordonnée à l'origine négative. **Réponse b.**

10. On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 7 - \dfrac{1}{2}(x-3)^2$.
L'image de 3 par la fonction f est égale à :

a. $7 - \dfrac{1}{2}$ **b.** $7 - \dfrac{1}{2}(9+9)$ **c.** 7 **d.** 0

$f(3) = 7 - \dfrac{1}{2}(3-3)^2 = 7 - 0 = 7$ **Réponse c.**

11. Quand on développe $(x-3)^2$ on obtient :

a. $x^2 + 9$ **b.** $x^2 - 9$ **c.** $x^2 + 6x + 9$ **d.** $x^2 - 6x + 9$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ **Réponse d.**

12. Voici deux séries de valeurs :
Série A : 1 ; 2 ; 3 Série B : 0,5 ; 2 ; 100
Une seule de ces affirmations est exacte :

a. Les deux séries ont la même moyenne et la même médiane.
b. Les deux séries ont la même moyenne mais pas la même médiane.
c. Les deux séries ont la même médiane mais pas la même moyenne.
d. Les deux séries n'ont ni la même moyenne ni la même médiane.

On regarde moyenne et médiane de chaque série.

- $1+2+3=6$ et $0{,}5+2+100=102{,}5$ donc les deux séries n'ont pas la même moyenne.
- Les deux séries comportent 3 nombres donc leur médiane est le 2e nombre, c'est-à-dire 2 ; les deux séries ont la même médiane.

Réponse c.

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (X points)

Albert a acquis un étang d'une surface de 2 000 m^2. Le jour de son anniversaire, un dimanche, il installe des nénuphars sur une surface de 200 m^2.

1. Le dimanche d'après, la surface des nénuphars a augmenté de 40 m^2.
   a. $\dfrac{40}{200}=\dfrac{20}{100}$ donc le pourcentage d'augmentation est de 20 %.
   b. La surface occupée par les nénuphars est alors de 240 m^2.
2. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 40 m^2 chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.
   a. $10\times 40=400$ et $200+400=600$
   Donc la surface occupée par les nénuphars 10 semaines après l'anniversaire est de 600 m^2.
   b. Si la surface occupée par les nénuphars est égale à 580 m^2, cela veut dire qu'il y a eu une augmentation de 380 m^2 de la surface des nénuphars. Or 380 n'est pas un multiple de 40, donc ce n'est pas possible d'arriver à une surface occupée par les nénuphars de 580 m^2.
   c. L'étang sera entièrement recouvert de nénuphars quand la surface des nénuphars aura atteint 2 000 m^2, c'est-à-dire quand la surface des nénuphars aura augmenté de 1 800 m^2.
   $\dfrac{1\,800}{40}=45$; il faudra donc 45 semaines pour que l'étang soit entièrement recouvert de nénuphars.
3. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 20 % chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.
   a.
   - Une semaine après l'anniversaire la surface occupée par les nénuphars est, en m^2, de : $200+\dfrac{20}{100}\times 200=200+40=240$.
   - Deux semaines après l'anniversaire la surface occupée par les nénuphars est, en m^2, de : $240+\dfrac{20}{100}\times 240=240+48=288$.

   b. On considère un entier naturel n.
   Ajouter 20 %, c'est multiplier par $1+\dfrac{20}{100}=1{,}2$.
   Pour avoir la surface occupée par les nénuphars au bout d'une semaine, il faut multiplier la surface du départ par 1,2.
   Pour avoir la surface occupée par les nénuphars au bout de deux semaines, il faut multiplier la surface du départ par $1{,}2\times 1{,}2=1{,}2^2$. Etc.

Pour avoir la surface occupée par les nénuphars au bout de n semaines, il faut multiplier la surface du départ par $1{,}2^n$.

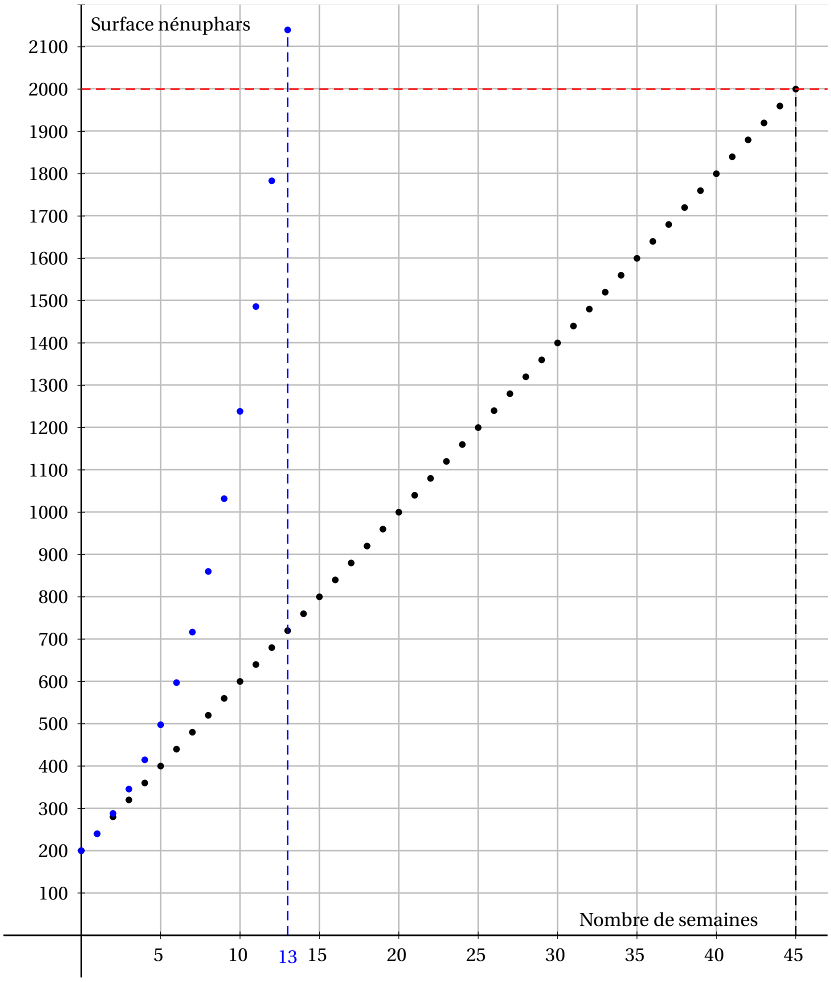
La surface occupée par les nénuphars n semaines après l'anniversaire est donc $200 \times 1{,}2^n$.

c. L'étang sera entièrement recouvert par les nénuphars quand n sera tel que $200 \times 1{,}2^n \geqslant 2\,000$, c'est-à-dire $1{,}2^n \geqslant 10$.

D'après le tableau fourni, ce sera pour $n = 13$, donc au bout de 13 semaines.

$n =$	0	1	2	5	10	12	13	14	15
$1{,}2^n \approx$	1	1,2	1,44	2,49	6,19	8,92	10,70	12,84	15,40

4. Schéma sur lequel apparaissent l'allure des nuages de points traduisant la progression de la surface occupée par les nénuphars, aussi bien dans le cas de la question 2 (en noir) que dans le cas de la question 3 (en bleu).



Exercice 2 (X points)

Un vendeur de voitures possède un stock de 1 000 voitures dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau ci-dessous.

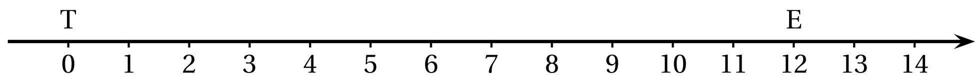
	Blanche	Noire	Rouge	TOTAL
Française	150	x	400	750
Étrangère	100	50	100	250
TOTAL	250	250	500	1 000

1. Le nombre x représente le nombre de voitures françaises noires.
   Il y a 250 voitures noires, dont 50 étrangères ; donc $x = 250 - 50 = 200$.
2. Il y a 1 000 voitures dans le stock dont 250 voitures noires.
   Le pourcentage de voitures noires parmi les voitures du stock est donc égal à $\dfrac{250}{1\,000}$ c'est-à-dire $\dfrac{25}{100}$ soit 25 %.
3. Il y a 1 000 voitures dans le stock dont 50 voitures noires étrangères.
   Le pourcentage de voitures noires étrangères parmi les voitures du stock est donc égal à $\dfrac{50}{1\,000}$ c'est-à-dire $\dfrac{5}{100}$ soit 5 %.
4. Il y a 750 voitures françaises dont 150 voitures blanches.
   Le pourcentage de voitures blanches parmi les voitures françaises est donc égal à $\dfrac{150}{750}$ c'est-à-dire $\dfrac{1}{5}$ ou $\dfrac{20}{100}$ soit 20 %.
5. Il y a 250 voitures blanches dont 150 voitures françaises.
   Le pourcentage de voitures françaises parmi les voitures blanches est donc égal à $\dfrac{150}{250}$ c'est-à-dire $\dfrac{15}{25}$ ou $\dfrac{60}{100}$ soit 60 %.
6. Alice et Benoît jouent au jeu suivant :
   - Alice choisit au hasard une voiture parmi les voitures Françaises.
     Elle remporte 1 euro si ce n'est pas une voiture rouge.
     Parmi les 750 voitures françaises, il y en a $750 - 400 = 350$ qui ne sont pas rouges. La probabilité pour Alice de gagner est donc $\dfrac{350}{750}$.
   - Benoit choisit au hasard une voiture parmi les voitures Blanches.
     Il remporte 1 euro si c'est une voiture étrangère.
     Parmi les 250 voitures blanches, il y en a 100 qui sont étrangères. La probabilité pour Benoit de gagner est donc $\dfrac{100}{250}$.

   Or $\dfrac{100}{250} = \dfrac{300}{750} < \dfrac{350}{750}$, donc c'est Alice qui a le plus de chance de remporter 1 euro.

Exercice 3 (X points)

- Sur un axe gradué en mètres, on organise une course entre une tortue et un escargot.
- La tortue part du point d'abscisse $x = 0$.
  Elle se déplace vers la droite à une vitesse de 2 mètres par minute.
- L'escargot part du point d'abscisse $x = 12$.
  Il se déplace vers la droite à une vitesse de 50 centimètres par minute.
- Les deux concurrents partent en même temps.



D'après les données :
- l'abscisse de T au bout de x minutes est $2x$;
- l'abscisse de E au bout de x minutes est $12 + 0,5x$.

La tortue rejoint l'escargot quand $2x = 12 + 0,5x$, soit $2x - 0,5x = 12$ soit $1,5x = 12$ ou encore $x = \dfrac{12}{1,5}$, c'est-à-dire pour $x = 8$. La distance parcourue alors est de $2 \times 8 = 16$.

La tortue rattrape l'escargot au bout de 8 minutes, donc au point d'abscisse 16.