Corrigé du Brevet de technicien supérieur Métropole
15 mai 2025 - Comptabilité et gestion

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES 2 heures

Exercice 1 9 points

Partie A

La feuille de calcul d'un tableur, dont un extrait est proposé ci-dessous, donne l'évolution du nombre annuel d'entrées dans cet écoparc pour la période 2013–2019, avant la crise sanitaire.
La ligne 3 *est au format pourcentage, arrondi à* 0,01 %

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
2	Nombre d'entrées au parc	35 645	36 258	38 630	42 524	47 641	53 392	60 410
3	Taux d'évolution annuel arrondi à 0,01 %		1,72 %	6,54 %		12,03 %	12,07 %	13,14 %

1. **a.** La formule à saisir en `C3` puis à recopier vers la droite pour obtenir les différents taux d'évolution annuels du nombre d'entrées au parc est : `= (C2 - B2)/B2`.

   b. $\dfrac{(42\,524-38\,630}{38\,630} \approx 0{,}100\,802$
   donc le taux d'évolution figurant dans la cellule `E3` est : 10,08 %.

2. **a.** $\dfrac{60\,410-35\,645}{35\,645} \approx 0{,}694\,77$
   donc sur la période 2013–2019, le nombre d'entrées dans l'écoparc a augmenté d'environ 69,5 %.

   b. Entre 2013 et 2019, il y a 6 ans.
   Si t est le taux d'évolution annuel moyen, on a : $35\,645 \times (1+t)^6 = 60\,410$ donc $(1+t)^6 = \dfrac{60\,410}{35\,645}$ et donc $t = \left(\dfrac{60\,410}{35\,645}\right)^{\frac{1}{6}} - 1 \approx 0{,}091\,905$
   Le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'entrées dans l'écoparc sur la période 2013–2019, arrondi au centième, est de 9,19 %.

   c. On suppose que le nombre d'entrées dans l'écoparc augmente d'environ 9,2 % par an à partir de 2019.
   Donc le coefficient multiplicateur à appliquer annuellement est $1 + \dfrac{9{,}2}{100} = 1{,}092$.
   Entre 2019 et 2025, il y a 6 ans.
   $60\,410 \times 1{,}092^6 \approx 102\,434{,}1$
   Selon ce modèle, on peut estimer à 102 430 le nombre d'entrées dans l'écoparc pour 2025, en arrondissant à la dizaine d'entrées.

Partie B

Un hôtelier souhaite reprendre la gérance d'un hôtel « quatre étoiles » à proximité de l'éco-parc. Une enquête sur un échantillon représentatif d'agences de voyage travaillant avec des établissements « quatre étoiles » lui a permis de connaître l'évolution de la demande de nuitées en fonction du prix proposé :

Prix TTC en € : x_i	80	100	120	140	160	180
Demande mensuelle en nuitées : y_i	540	452	335	188	120	88

1. À l'aide de la calculatrice, on détermine une équation de la droite d'ajustement de y en x, selon la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$, en arrondissant a et b au centième : $y = -4{,}86x + 919{,}15$.
2. On décide d'ajuster le nuage de points de cette série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ par la droite d'équation $y = -4{,}9x + 919$.

   a. $-4{,}9 \times 110 + 919 = 380$

   Le nombre de nuitées que le gérant peut espérer réaliser par mois, s'il propose un tarif de 110 € la nuitée est donc de 380.

   b. $110 \times 380 = 41\,800$

   Le chiffre d'affaires correspondant est donc de 41 800 €.

   c. Pour que la demande mensuelle soit d'au moins 300 nuitées, il faut déterminer x pour que $y \geqslant 300$; on résout donc l'inéquation $y \geqslant 300$:

   $-4{,}9x + 919 \geqslant 300 \iff 919 - 300 \geqslant 4{,}9x \iff 619 \geqslant 4{,}9x \iff \dfrac{619}{4{,}9} \geqslant x$

   Or $\dfrac{619}{4{,}9} \approx 126{,}33$.

   En arrondissant à l'unité, on trouve qu'il faut un prix maximum de 126 € pour que la demande mensuelle soit d'au moins 300 nuitées.

3. Le chiffre d'affaire mensuel en euro que le gérant peut espérer réaliser, est modélisé par la fonction R définie sur $[80 ; 180]$ par : $R(x) = -4{,}9x^2 + 919x$, où x désigne le prix en euros d'une nuitée dans cet hôtel.

   a. La fonction R est dérivable sur $[80 ; 180]$ et on note R' sa dérivée.

   $R(x) = -4{,}9x^2 + 919x$ donc $R'(x) = -4{,}9 \times 2x + 919 = -9{,}8x + 919$.

   b. $R'(x) = 0 \iff -9{,}8x + 919 = 0 \iff 919 = 9{,}8x \iff \dfrac{919}{9{,}8} = x$

   Or $\dfrac{919}{9{,}8} \approx 93{,}8$ donc on prendra $x = 94$ comme valeur entière qui annule $R'(x)$.

   On établit le tableau de variations de le fonction R.

x	80		94		180
$R'(x)$		+	0	−	
$R(x)$		↗	$R(94)$	↘	

En arrondissant à l'euro, la valeur x_0 du prix d'une nuitée qui permettrait au gérant de rendre maximal le chiffre d'affaires mensuel de son hôtel « quatre étoiles » est 94 €.

c. $R(94) = 43\,089{,}60$ donc le chiffre d'affaires maximal correspondant est de 43 090 €.

Exercice 2 — 11 points

Partie A

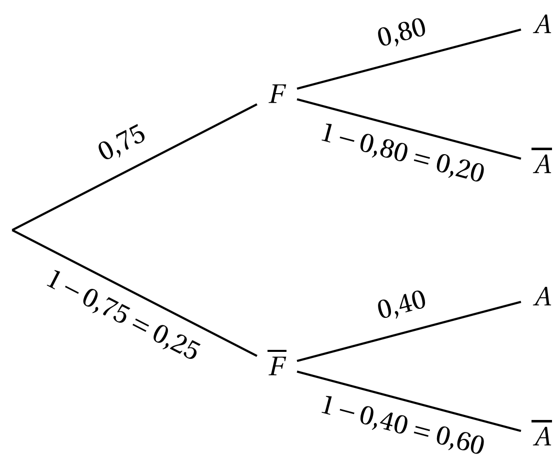
À l'entrée de l'écoparc, il est possible d'acheter des petits sachets de nourriture à proposer aux animaux. Le responsable de l'accueil a constaté que :

- 75 % des visiteurs adultes viennent accompagnés d'un ou plusieurs enfants.
- Parmi les visiteurs venant accompagnés d'un ou plusieurs enfants, 80 % achètent un sachet de nourriture pour les animaux.
- Parmi les visiteurs venant sans enfant. 40 % achètent un sachet de nourriture pour les animaux.

On choisît au hasard un visiteur arrivant à l'accueil. On note alors les évènements :

- F : « le visiteur est venu accompagné d'un ou plusieurs enfants » ;
- A : « le visiteur achète un sachet de nourriture pour les animaux. »

1. On complète l'arbre de probabilité suivant :



2. **a.** $F \cap A$ est l'évènement « le visiteur est venu accompagné d'un ou plusieurs enfants, et le visiteur a acheté un sachet de nourriture pour les animaux. ».

b. $P(F \cap A) = P(F) \times P_F(A) = 0{,}75 \times 0{,}80 = 0{,}6$

c. D'après la formule des probabilités totales :

$P(A) = P(F \cap A) + P\left(\overline{F} \cap A\right) = 0{,}6 + 0{,}25 \times 0{,}4 = 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}7$

d. On croise dans le parc un visiteur ayant acheté un sachet de nourriture pour les animaux. La probabilité qu'il soit venu sans enfant est :

$$P_A\left(\overline{F}\right) = \frac{P\left(\overline{F} \cap A\right)}{P(A)} = \frac{0{,}25 \times 0{,}4}{0{,}7} \approx 0{,}14$$

Partie B

Pour un visiteur la durée nécessaire pour parcourir l'ensemble de l'écoparc. exprimée en minutes. est une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 90$ et d'écart type $\sigma = 15$.

1. **a.** D'après la calculatrice : $P(30 \leqslant T \leqslant 60) \approx 0{,}023$.
   b. On peut estimer à 2,3 % le pourcentage de visiteurs qui restent dans le parc entre 30 minutes et une heure.
2. La probabilité qu'un visiteur mette au moins 2 heures pour parcourir l'ensemble de l'écoparc est : $P(T \geqslant 120) = 1 - P(T < 120) \approx 1 - 0{,}97725 \approx 0{,}023$.
3. Pour déterminer deux nombres a et b tels que que $P(a \leqslant T \leqslant b) \approx 0{,}95$, il faut se rappeler que, si T suit une loi normale de paramètres μ et σ, on a :
   $P(\mu - 2\sigma \leqslant T \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$.
   $2\sigma = 30$ et $\mu = 90$, donc $P(60 \leqslant T \leqslant 120) \approx 0{,}95$.

Partie C

Pour augmenter l'attractivité de l'écoparc, le directeur souhaite créer un site d'accrobranche en profitant d'une partie boisée de son terrain. Il fait appel à une entreprise spécialisée qui lui livrera l'installation clé en main, moyennant un budget de 130 000 €.
Le directeur dispose d'un apport de 20 000 € pour cet investissement.

1. **a.** $130000 - 20000 = 110000$ donc il doit emprunter 110 000 €.
   b. Pour cet emprunt la banque lui propose un prêt remboursable sur 4 ans par annuité constante, au taux annuel constant de 3,9 %.
   $V_0 = 110000$, $n = 4$ et $t = 0{,}039$ donc le montant de l'annuité est, arrondi au centime : $110000 \times \dfrac{0{,}039}{1-(1+0{,}039)^{-4}} \approx 30232{,}52$
2. On a construit le tableau d'amortissement du prêt contracté par le directeur :

	A	B	C	D	E	F
1	période	dette en début de période	intérêts	amortissement	annuité	dette en fin de période
2	1	110 000,00 €	4 290,00 €		30 232,52 €	84 057,48 €
3	2				30 232,52 €	
4	3				30 232,52 €	
5	4				30 232,52 €	

   a. Dans la cellule `F5` se trouve la somme restant à payer au bout de 4 ans donc ça doit être 0 €.
   b. La cellule `C2` indique le montant des intérêts annuels à payer sur la dette en début de période; donc on entre dans `C2` la formule : `=B2*0,039`
   La dette en fin de période est calculée comme différence entre la dette en début de période et l'amortissement, soit `=B2-D2`.

L'annuité est la somme des intérêts de la période et de la part d'amortissement ; donc `E2=C2+D2`. Donc `D2=E2-C2`.

La formule qu'il faut rentrer dans `F2` est `=B2-D2`, c'est-à-dire `=B2-(E2-C2)`, soit `=B2-E2+C2`.

c. La valeur de la cellule `D2` est donnée par `=E2-C2`.

$30\,232{,}52 - 4\,290{,}00 = 25\,942{,}52$ donc la valeur de la cellule `D2` est $25\,942{,}52$ €.

d. $4 \times 30\,232{,}52 = 120\,930{,}08$ et $120\,930{,}08 - 110\,000 = 10\,930{,}08$, donc le coût total du crédit est de $10\,930{,}08$ €.